Proportionnalité 1

Olivier FINOT, 19 août 2015

I. Situation de proportionnalité

Définitions

- Deux grandeurs sont **en situation de proportionnalité** lorsque les suites de nombres qui correspondent à leurs mesures sont **proportionnelles**.
- Dans un tableau, si les valeurs d'une lignes s'obtiennent en **multipliant** ou en **divisant** celles de l'autre ligne par un **même nombre** (noté k) ; alors les suites de nombres présentées dans ce tableau sont proportionnelles. k est le **coefficient de proportionnalité** .
- Lorsque les grandeurs proportionnelles sont présentées sous forme de **graphique**, les points correspondant à ces deux grandeurs sont alignés sur une droite qui passe par l'origine du repère.

Rappels

- Dans un repère **orthogonal** le plan est défini par deux axes perpendiculaires.
- L'axe horizontal est l'**axe des abscisses**.
- L'axe vertical est l'**axe des ordonnées**.
- Les **coordonnées** d'un point du plan sont constituées d'un couple de nombres $(x; y)$ où x est une valeur sur l'axe des abscisses et y sur l'axe des ordonnées.
- Leur point d'intersection est l'**origine** du repère.

Exemple

Lorsqu'un automobiliste roule à une vitesse constante, par exemple 90 km/h, la distance qu'il parcourt est proportionnelle au temps (la durée du trajet).
Les deux grandeurs proportionnelles sont **le temps** en heure et **la distance** parcourue e kilomètre.

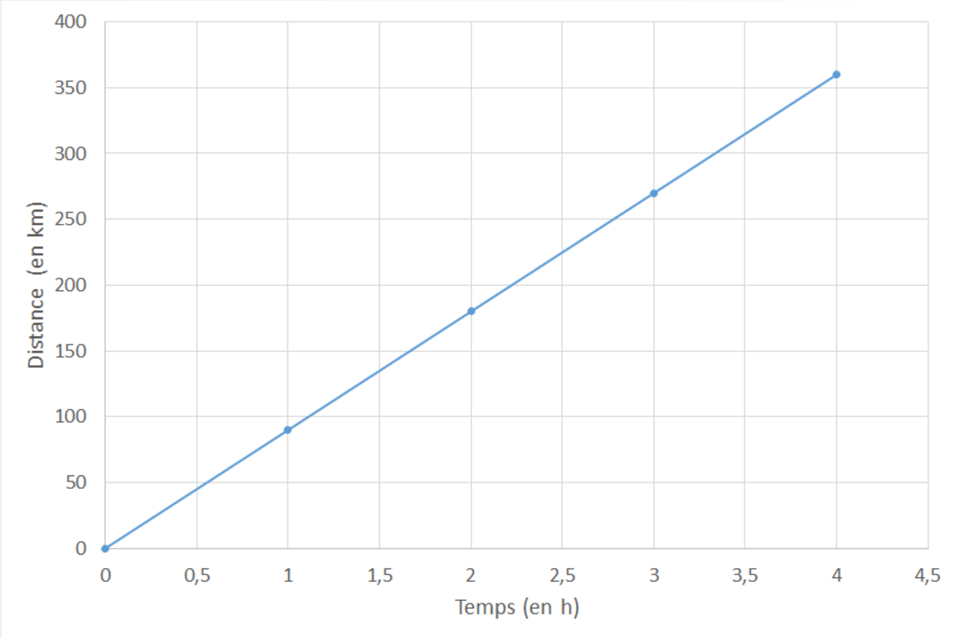
x 90

Temps (h)	1	2	3	4
Distance (km)	90	180	270	360

$$\frac{90}{1} = \frac{180}{2} = \frac{270}{3} = \frac{360}{4} = 90$$

On peut écrire Distance $= 90 \times$ temps, où 90 est le **coefficient de proportionnalité**.

Exemple (suite)



Les points de coordonnées (*temps* ; *distance*) sont **alignés** avec l'origine du repère.

II. Recherche d'un quatrième proportionnelle

Méthode

L'égalité $\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$ est une proportion.

La règle du **produit en croix** permet de calculer un des quatre nombres (a, b, c ou d) si les trois autres sont connus :

$$\text{Si } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ alors } a \times d = b \times c$$

Exemple

Un catalogue de vente de fleurs propose 25 bulbes de glaïeuls pour 4,50 €.
Combien coûterait l'achat de 350 bulbes de glaïeuls pour fleurir le parvis d'un hôtel de ville ?

Exemple (suite)

On peut établir le **tableau de proportionnalité** suivant où x représente la valeur cherchée.

Nombre de bulbes	25	350
Prix à payer (€)	4,5	x

En utilisant le **produit en croix**, on obtient :

$\dfrac{25}{4,5} = \dfrac{350}{x}$ on a alors : $x = \dfrac{4,5 \times 350}{25} = 63$

On peut donc conclure que fleurir le parvis de l'hôtel de ville coûtera 63 €.

III. Pourcentages

1) Taux de pourcentage

Définition

Un **taux de pourcentage** $t\,\%$ correspond à une fraction du type $\dfrac{t}{100}$ où t est un nombre quelconque. Il peut également s'écrire sous la forme du nombre décimal obtenu en divisant t par 100.

2) Calculer un taux de pourcentage

Méthode

Pour calculer le **taux de pourcentage** que représente en e grandeur B par rapport à une grandeur A, on applique la formule :

$$Taux_{grandeur B/grandeur A} = \frac{grandeur B \times 100}{grandeur A}$$

Exemple

Pendant les soldes, un article valant 110 € bénéficie une réduction de 44 €.
Calcul du **taux de réduction** : $\dfrac{44 \times 100}{110} = 40$

L'article bénéficie d'une réduction de 40 %

3) Prendre un pourcentage d'une quantité

Méthode

Pour calculer $t\,\%$ d'une quantité, on **multiplie** cette quantité par $\dfrac{t}{100}$.

Exemple

Pendant les soldes, un autre article, valant 55 € bénéficie d'une réduction de 15 %.
Calcul de 15 % de 55 : $55 \times \dfrac{15}{100} = 55 \times 0,15 = 8,25$.

Le **montant** de la réduction est 8,25 €.