

## ⑤ Fractions

### Compétences

- **Représenter** : Je passe d'une fraction à un nombre décimal ;
- **Représenter** : Je passe d'une fraction à une autre égale à la première ;
- **Raisonner** : je compare des fractions ;
- **Raisonner** : j'utilise l'égalité des produits en croix

## I. Quotients et fractions

### Définition

$a$  et  $b$  sont deux nombres ( $b \neq 0$ ). Le **quotient** de  $a$  par  $b$  se note  $a \div b$  ou  $\frac{a}{b}$ , en écriture fractionnaire.

### Exemple :

Le quotient de 5 par 4 est  $\frac{5}{4}$ , c'est le nombre qui multiplié par 4 donne 5.

$$\frac{5}{4} \times 4 = 5$$

### Définition

Si  $a$  et  $b$  sont entiers, alors  $\frac{a}{b}$  est une **fraction**.  $a$  est le **numérateur** et  $b$  est le **dénominateur**.

$$\begin{array}{c} \text{dividende} \swarrow \\ a \end{array} \div \begin{array}{c} \nearrow \\ b \\ \text{diviseur} \end{array} = \frac{\begin{array}{c} \swarrow \\ a \\ \text{numérateur} \end{array}}{\begin{array}{c} \nwarrow \\ b \\ \text{dénominateur} \end{array}}$$

### Exemple :

$\frac{4,2}{2}$ ,  $\frac{5}{2,4}$ ,  $\frac{1,3}{3,7}$  et  $\frac{2}{3}$  sont toutes des écritures fractionnaires, mais seule  $\frac{2}{3}$  est une fraction.

## II. Fractions égales et simplification

### Propriété

Une fraction ne change pas quand on **multiplie (ou on divise)** le numérateur **et** le dénominateur par un même nombre non nul.

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k}$$

ou

$$\frac{a}{b} = \frac{a \div k}{b \div k}$$

### Exemple :

$$\frac{7}{5} = \frac{7 \times 10}{5 \times 10} = \frac{70}{50}$$

$$\frac{12}{27} = \frac{12 \div 3}{27 \div 3} = \frac{4}{9}$$

### Définition

Simplifier une fraction, c'est trouver une autre fraction **égale à la première** avec le numérateur et le dénominateur **les plus petits possibles**.

### Exemple :

$$\frac{27}{72} = \frac{27 \div 9}{72 \div 9} = \frac{3}{8}$$

$$\frac{25}{100} = \frac{25 \div 25}{100 \div 25} = \frac{1}{4}$$

### Méthode :

Je veux simplifier la fraction  $\frac{105}{60}$

**a)** Je cherche un diviseur commun au numérateur et au dénominateur : 105 et 60 sont divisibles par 5.

**b)** Je calcule les divisions :

$$\frac{105}{60} = \frac{105 \div 5}{60 \div 5} = \frac{21}{12}$$

**c)** Je recommence si je peux, autant de fois que possible, le numérateur et le dénominateur sont divisibles par 3.

$$\frac{21}{12} = \frac{21 \div 3}{12 \div 3} = \frac{7}{4}$$

**d)** Si je ne peux pas continuer, j'ai terminé :

$$\frac{105}{60} = \frac{7}{4}$$

### III. Comparaison de fractions

#### Propriétés

- Si deux fractions ont le même dénominateur, la plus grande est celle qui a **le plus grand numérateur**.
- Pour comparer deux fractions qui ont un dénominateur différent, on les écrit avec le même dénominateur.

#### Exemples :

- On veut comparer  $\frac{3}{7}$  et  $\frac{5}{7}$  :  
 $3 < 5$  ; donc  $\frac{3}{7} < \frac{5}{7}$
- On veut comparer  $\frac{7}{3}$  et  $\frac{13}{6}$  :
  - On peut écrire  $\frac{7}{3} = \frac{7 \times 2}{3 \times 2} = \frac{14}{6}$
  - On a  $13 < 14$  donc  $\frac{13}{6} < \frac{14}{6}$  en conclusion  $\frac{13}{6} < \frac{7}{3}$

#### Propriété

$a$  et  $b$  désignent deux nombres ( $b > 0$ ).

- Si  $a > b$  alors  $\frac{a}{b} > 1$       — Si  $a < b$  alors  $\frac{a}{b} < 1$       — Si  $a = b$  alors  $\frac{a}{b} = 1$

#### Exemple :

- On veut comparer  $1$  ;  $\frac{3}{4}$  et  $\frac{15}{12}$  :
  - $3 < 4$  donc  $\frac{3}{4} < 1$  ;  $15 > 12$  donc  $\frac{15}{12} > 1$ .
  - On peut conclure que  $\frac{3}{4} < 1 < \frac{15}{12}$ .

## IV. Égalité des produits en croix

### Propriété

$a, b, c$  et  $d$  sont des nombres entiers avec  $b \neq 0$  et  $d \neq 0$ .  
 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  signifie que  $a \times d = b \times c$ .

### Exemples :

—  $\frac{34}{51} = \frac{2}{3}$  car  $34 \times 3 = 51 \times 2 = 102$

— Je veux compléter  $\frac{23}{15} = \frac{207}{?}$

On a :

$$23 \times ? = 15 \times 207$$

$$23 \times ? = 3105$$

Je calcule  $3105 \div 23 = 135$

Donc  $\frac{23}{15} = \frac{207}{135}$

Donc  $\frac{23}{15} = \frac{207}{135}$