

Objectifs

Être capable :

- 1 de calculer une proportion ou un effectif ;
- 2 de comparer des proportions et des effectifs ;
- 3 d'additionner des pourcentages ;
- 4 d'utiliser des pourcentages relatifs à des ensembles de référence distincts ;
- 5 de calculer des pourcentages de pourcentages ;
- 6 de calculer des taux d'évolution ;
- 7 de calculer un coefficient multiplicatif ;
- 8 de calculer un pourcentage global de plusieurs évolutions successives ;
- 9 de calculer le pourcentage d'une évolution réciproque ;
- 10 d'utiliser le tableur pour calculer des pourcentages.

I. Effectifs et proportions

1) Expression d'une proportion à l'aide d'un pourcentage

TP1 p 6

1. a) Proportion de cyclomotoristes de 16 ans parmi les cyclomotoristes âgés de 12 à 18 ans victimes d'accidents de la route :

$$\frac{2549}{9493} \approx 0,2685 = \underline{26,85\%}$$

- b) Pourcentage des utilisateurs de "deux roues" parmi les victimes d'accidents de la route de 12 à 18 ans :

$$\frac{923 + 9493 + 745}{17914} = \frac{11161}{17914} \approx 0,6230 = \underline{62,30\%}$$

- c) Pourcentage de 12-16 ans parmi les victimes de "deux roues" :

$$\frac{218 + 310 + 1180 + 1897 + 2796}{11161} = \frac{6401}{11161} \approx 0,5735 = \underline{57,35\%}$$

2. Soit N le nombre total de motocyclistes accidentés. On a :

$$\begin{aligned} N \times \frac{4,48}{100} &= 745 \\ N &= \frac{745 \times 100}{4,48} \\ N &= \underline{16\,629,46} \end{aligned}$$

Soit environ 16 629 motocyclistes accidentés.

3. Pourcentage de «porteurs de casque » parmi les cyclistes de 12 à 18 ans accidentés :

$$697 \times 0,086 + 226 \times 0,146 \approx 93 \text{ porteurs de casque.}$$

$$\frac{93}{923} \approx 0,1007 \text{ soit } 10,07\%.$$

À retenir : Proportion

La **proportion ou fréquence** d'une partie A d'une population E , est le rapport p des effectifs de A et de E :

$$p = \frac{n_A}{n_E} \left(\frac{\text{Effectif de } A}{\text{Effectif de } E} \right)$$

Exemples

- exercice 1 page 14
- exercice 2 page 14
- exercice 3 page 14
- exercice 29 page 22
- exercice 30 page 23

2) Comparaison de pourcentages, pourcentage de pourcentages

TP2 Page 6.

1. a) Pourcentage d'hommes parmi les personnes décédées d'une tumeur :

$$\frac{28\,259}{43\,875} \approx 0,6441 = \underline{64,41 \%}.$$

- b) Pourcentage de décès par une tumeur parmi l'ensemble des personnes décédées :

$$\frac{43\,875}{113\,537} \approx 0,3864 = \underline{38,64 \%}.$$

- c) Proportion de femmes décédées d'une tumeur parmi l'ensemble des femmes décédées :

$$\frac{15\,616}{35\,101} \approx 0,4449 = \underline{44,49 \%}.$$

- d) Proportion d'hommes parmi les «décès prématurés» :

$$\frac{78\,436}{113\,537} \approx 0,6908 = \underline{69,08 \%}.$$

2. a) Proportion d'hommes décédés d'une maladie du système nerveux parmi les hommes décédés avant 65 ans :

$$\frac{2011}{78\,436} \approx 0,0256 = \underline{2,56 \%}.$$

- b) Proportions de femmes décédées d'une maladie du système nerveux parmi les femmes décédées avant 65 ans :

$$\frac{1217}{35\,101} \approx 0,0347 = \underline{3,47 \%}.$$

- c) En terme d'effectifs il y a plus d'hommes que de femmes qui décèdent d'une maladie du système nerveux, mais en pourcentage il y a plus de femmes. Il y a moins de femmes que d'hommes qui décèdent prématurément mais en proportion elles meurent plus de maladie du système nerveux.
3. a) Proportion p_1 de femmes décédées d'une maladie infectieuse ou parasitaire parmi l'ensemble des personnes décédées d'une maladie infectieuse ou parasitaire :

$$p_1 = \frac{747}{2568} \approx 0,2909 = \underline{29,09 \%}.$$

- b) Proportion p_2 de personnes décédées d'une maladie infectieuse ou parasitaire parmi l'ensemble des personnes décédées avant 65 ans :

$$p_2 = \frac{2568}{113\,537} \approx 0,0226 = \underline{2,26 \%}.$$

- c) Proportion p_3 de femmes décédées d'une maladie infectieuse ou parasitaire parmi l'ensemble des personnes décédées avant 65 ans :

$$p_3 = \frac{747}{113\,537} \approx 0,0066 = \underline{0,66 \%}.$$

- d) On a $p_1 \times p_2 = p_3$.

Remarque

$$\frac{747}{2568} \times \frac{2568}{113\,537} = \frac{747}{113\,537}, \text{ donc } p_1 \times p_2 = p_3.$$

On peut aussi calculer 2,26 % de 29,09 % :

$$\frac{2,26}{100} \times \frac{29,09}{100} = 0,006\,574\,34 \quad \text{soit environ } 0,66\%.$$

Exemples

- exercice 4 page 19
- exercice 33 page 24
- exercice 17 page 19
- exercice 34 page 24

3) Additionner et comparer des pourcentages

1. Pourcentage d'enfants en surpoids dans les zones rurales :

$$100 - 87,2 = \underline{12,8 \%}$$

2. Pourcentage d'enfants obèses dans les zones rurales :

$$12,8 - 9,2 = \underline{3,6 \%}$$

3. a) Dans l'agglomération parisienne, il y a 5 % d'enfants obèses et 16 % en surpoids ; la proportion d'enfants obèses parmi ceux en surpoids est donc égale à $\frac{5}{16} = 0,301\%$, soit environ un peu plus de 3 enfants souffrant d'obésité pour 10 en surpoids. L'affirmation est donc juste.
- b) Les effectifs pour les différents types d'agglomération ne sont pas connus. On ne peut donc rien affirmer concernant le nombre d'enfants en surpoids.

Exemples

- exercice 4 page 15
- exercice 36 page 25
- exercice 35 page 24
- exercice 37 page 25

II. Pourcentage d'évolution, coefficient multiplicateur

1) Variation relative, taux d'évolution

TP4 page 8

- 1) Entre 1990 et 2005, le nombre de médecins généralistes en France à augmenté de 8,45 %. $(\frac{1012067-93380}{93380})$
- 2) Entre 2005 et 2015, le nombre de médecins généralistes en France devrait diminuer de 1,58 %. $(\frac{99670-1012067}{1012067})$
- 3) Nombre de médecins des spécialités chirurgicales en 2005 :

en 1990	+ 14,21 %	en 2005
→		
21 390 médecins	× 1,1421	? médecins

D'où : $21\,390 \times 1,1421 = 24\,429,519$, soit environ 24 430 médecins.

- 4) Nombre de médecins des spécialités médicales en 2015

en 2005	- 6,90 %	en 2015
→		
58 489 médecins	× 0,931	? médecins

D'où : $58\,489 \times 0,931 = 54\,453,259$, soit environ 54 453 médecins.

5) Nombre de médecins des spécialités médicales en 1990

en 1990	+ 21,77 %	en 2005
→		
? médecins	× 1,2177	58 489 médecins
←		
÷ 1,2177		

D'où : $58\,489 \div 1,2177 = 48\,032,35\dots$, soit environ 48 032 médecins.

À retenir : Taux d'évolution et coefficient multiplicateur

Le taux d'évolution t (ou variation relative) d'une quantité passant de la valeur y_1 à une valeur y_2 est égal à :

$$t = \frac{y_2 - y_1}{y_1} \left(\frac{V_{\text{arrivée}} - V_{\text{départ}}}{V_{\text{départ}}} \right)$$

Remarque : Un taux d'évolution positif traduit une hausse, un taux d'évolution négatif traduit une baisse.

Coefficients multiplicateurs :

- **Augmenter** une grandeur de $t\%$ revient à multiplier cette grandeur par $(1 + \frac{t}{100})$.
- Exemple : $+5\% = \times 1,05$; $+20\% = \times 1,20$
- **Diminuer** une grandeur de $t\%$ revient à multiplier cette grandeur par $(1 - \frac{t}{100})$.
- Exemple : $-12\% = \times 0,88$; $-3\% = \times 0,97$
- Dans le cas d'une **hausse**, le coefficient multiplicateur est **supérieur à 1**.
- Dans le cas d'une **baisse**, le coefficient multiplicateur est **inférieur à 1**.

Exemples

- | | |
|--------------------------|-----------------------|
| • exercice 10 page 17 | • exercice 42 page 26 |
| • exercice 11 page 17 | • exercice 43 page 26 |
| • exercice 40 page 25-26 | • exercice 45 page 26 |

2) Évolutions successives, évolution réciproque

TP5 page 8

A. Évolutions successives

1)

P_1	+ 25 %	P_2	
	\rightarrow		$P_2 = 16 \times 1,25 = 20$, soit 20 \$.
16 \$	$\times 1,25$? \$	

2)

P_2	+ 30 %	P_3	
	\rightarrow		$P_3 = 20 \times 1,30 = 26$, soit 26 \$.
20 \$	$\times 1,30$? \$	

3)

P_1	+ ... %	P_3	
	\rightarrow		$\frac{26 - 16}{16} = 0,625$
16 \$	$\times \dots$	26 \$	Soit une hausse globale de 62,5 %

Calcul du coefficient multiplicateur :

$$k = \frac{26}{16} = 1,625$$

On peut aussi calculer indépendamment des prix : $1,25 \times 1,30 = 1,625$, soit une hausse globale de 62,5 %.

Remarque

Le pourcentage de hausse globale 62,5 % n'est pas égal à la somme des deux pourcentages de hausse successives 25 % et 30 %, car ces deux pourcentages ne s'appliquent pas sur le même prix, donc ne s'additionnent pas.

À retenir : Évolutions successives

Deux évolutions (hausse ou baisse) successives de coefficients multiplicateurs c et c' correspondent une évolution globale (hausse ou baisse) de $c \times c'$ (on multiplie).

B. Évolution réciproque

1) a)

P_1	+25 %	P_2	-25 %	P'_3
	\rightarrow		\rightarrow	
16 \$	$\times 1,25$	20 \$	$\times 0,75$	15 \$

b) On constate que la baisse de 25 % n'annule pas la hausse de 25 %.

Remarque

$$\begin{aligned}P'_3 &= 16 \times 1,25 \times 0,75 \\P'_3 &= 16 \times 0,9375 \\On a \quad &0,9375 \neq 1\end{aligned}$$

2)

P_1	+25 %	P_2	-25 %	P_1
	\rightarrow		\rightarrow	
16 \$	$\times 1,25$	20 \$	$\times 0,75$	15 \$

À retenir : Évolution réciproque

Deux évolutions (hausse et baisse) successives sont réciproques si et seulement si leur **coefficients multiplicateurs c et c' sont inverses** : $c \times c' = 1$

Exemples

- exercice 14 page 18
- exercice 19 page 19-20
- exercice 55 page 28
- exercice 56 page 29