

# Axes de symétrie d'une figure

31 mars 2015

# Sommaire

- 1 Rappels
- 2 Axes(s) de symétrie d'une figure
- 3 Axes de symétrie de triangles
- 4 Axes de symétrie de quadrilatères usuels

# Symétrique d'un point $M$ par rapport à une droite ( $d$ )

## Définition

# Symétrique d'un point $M$ par rapport à une droite $(d)$

## Définition

Si  $M$  n'appartient pas à la droite  $(d)$

Dire que le point  $M'$  est le symétrique du point  $M$  par rapport à la droite  $(d)$  signifie que la droite  $(d)$  est la médiatrice du segment  $[MM']$ .

# Symétrique d'un point $M$ par rapport à une droite $(d)$

## Définition

Si  $M$  n'appartient pas à la droite  $(d)$

Dire que le point  $M'$  est le symétrique du point  $M$  par rapport à la droite  $(d)$  signifie que la droite  $(d)$  est la médiatrice du segment  $[MM']$ .

Si  $M$  appartient à la droite  $(d)$

Le symétrique  $M'$  du point  $M$  par rapport à la droite  $(d)$  est lui-même. C'est à dire, les points  $M$  et  $M'$  sont confondus.

# Sommaire

- 1 Rappels
- 2 Axes(s) de symétrie d'une figure
  - Définition
  - Axes de symétrie d'un segment
  - Axe de symétrie d'un angle
- 3 Axes de symétrie de triangles
- 4 Axes de symétrie de quadrilatères usuels

# Définition

Un axe de symétrie d'une figure  $F$  est une droite ( $d$ ) telle que le symétrique de la figure  $F$  par rapport à la droite ( $d$ ) est la figure  $F$  elle-même.

# Définition

Un axe de symétrie d'une figure  $F$  est une droite ( $d$ ) telle que le symétrique de la figure  $F$  par rapport à la droite ( $d$ ) est la figure  $F$  elle-même.

0 axes de  
symétrie





# Définition

Un axe de symétrie d'une figure  $F$  est une droite ( $d$ ) telle que le symétrique de la figure  $F$  par rapport à la droite ( $d$ ) est la figure  $F$  elle-même.

0 axes de  
symétrie



1 axe de  
symétrie



# Définition

Un axe de symétrie d'une figure  $F$  est une droite ( $d$ ) telle que le symétrique de la figure  $F$  par rapport à la droite ( $d$ ) est la figure  $F$  elle-même.

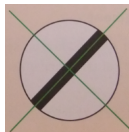
0 axes de symétrie



1 axe de symétrie



2 axes de symétrie



# Définition

Un axe de symétrie d'une figure  $F$  est une droite ( $d$ ) telle que le symétrique de la figure  $F$  par rapport à la droite ( $d$ ) est la figure  $F$  elle-même.

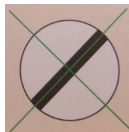
0 axes de symétrie



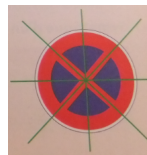
1 axe de symétrie



2 axes de symétrie



4 axes de symétrie



# Exemple

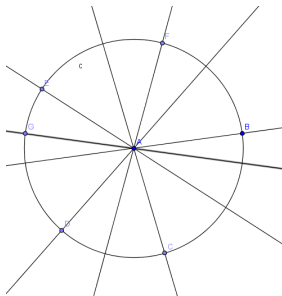
Une infinité d'axes de symétrie

Un cercle admet une infinité d'axes de symétrie :

# Exemple

## Une infinité d'axes de symétrie

Un cercle admet une infinité d'axes de symétrie : toute droite passant par son centre.



# Application

## Exercices

- 35 p 212
- 36 p 212
- 37 p 212

# Axe de symétrie d'un segment

## Propriété

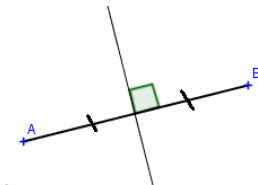
Un segment possède deux axes de symétrie :

# Axe de symétrie d'un segment

## Propriété

Un segment possède deux axes de symétrie :

- sa médiatrice



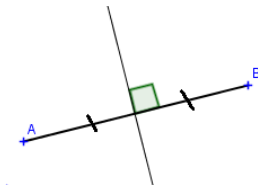


# Axe de symétrie d'un segment

## Propriété

Un segment possède deux axes de symétrie :

- sa médiatrice
- la droite qui porte ce segment



# Démonstration

## Médiatrice

On sait que

$[AB]$  est un segment et  $(d)$  est sa médiatrice.

# Démonstration

## Médiatrice

On sait que

$[AB]$  est un segment et  $(d)$  est sa médiatrice.

### Propriété

Si  $M$  n'appartient pas à la droite  $(d)$ . Dire que le point  $M'$  est le symétrique du point  $M$  par rapport à la droite  $(d)$  signifie que la droite  $(d)$  est la médiatrice du segment  $[MM']$ .

# Démonstration

## Médiatrice

On sait que

$[AB]$  est un segment et  $(d)$  est sa médiatrice.

### Propriété

Si  $M$  n'appartient pas à la droite  $(d)$ . Dire que le point  $M'$  est le symétrique du point  $M$  par rapport à la droite  $(d)$  signifie que la droite  $(d)$  est la médiatrice du segment  $[MM']$ .

### Conclusion

$B$  est le symétrique de  $A$  par rapport à  $(d)$  et  $A$  est le symétrique de  $B$  par rapport à  $(d)$ . Donc le symétrique du segment  $[AB]$  par rapport à  $(d)$  est lui-même. Donc la médiatrice  $(d)$  est un axe de symétrie du segment  $[AB]$ .

# Démonstration

Droite portant le segment

On sait que

$[AB]$  est un segment.

# Démonstration

## Droite portant le segment

On sait que

$[AB]$  est un segment.

### Propriété

Si  $M$  appartient à la droite  $(d)$ . Le symétrique  $M'$  du point  $M$  par rapport à la droite  $(d)$  est lui-même. C'est-à-dire, les points  $M$  et  $M'$  sont confondus.

# Démonstration

## Droite portant le segment

On sait que

$[AB]$  est un segment.

### Propriété

Si  $M$  appartient à la droite  $(d)$ . Le symétrique  $M'$  du point  $M$  par rapport à la droite  $(d)$  est lui-même. C'est-à-dire, les points  $M$  et  $M'$  sont confondus.

### Conclusion

$A$  est le symétrique de  $A$  par rapport à la droite  $(AB)$  et  $B$  est le symétrique de  $B$  par rapport à  $(AB)$ . Donc le symétrique du segment  $[AB]$  par rapport à  $(AB)$  est lui-même. Donc la droite  $(AB)$  est un axe de symétrie du segment  $[AB]$ .

# Application

## Exercices

- 39 p 212
- 40 p 212
- 41 p 212



# Axe de symétrie d'un angle

## Propriété (admise)

Un angle possède un axe de symétrie ;

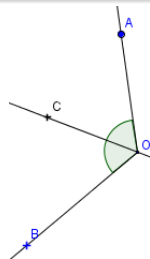
# Axe de symétrie d'un angle

## Propriété (admise)

Un angle possède un axe de symétrie ; la droite qui porte sa bissectrice.

### Exemple

L'angle  $\widehat{AOB}$  a pour bissectrice la demi-droite  $[OC)$  et donc pour axe de symétrie la droite  $(OC)$ .



# Application

## Exercices

- 43 p 212
- 44 p 212
- 45 p 212

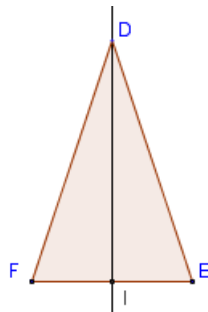
# Sommaire

- 1 Rappels
- 2 Axes(s) de symétrie d'une figure
- 3 Axes de symétrie de triangles
  - Le Triangle Isocèle
  - Le Triangle Équilatéral
- 4 Axes de symétrie de quadrilatères usuels

# Triangle Isocèle

## Propriété

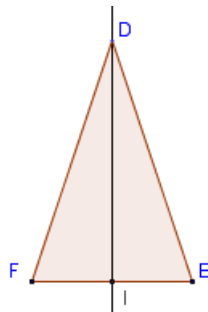
Un triangle isocèle possède un axe de symétrie :



# Triangle Isocèle

## Propriété

Un triangle isocèle possède un axe de symétrie : la médiatrice de sa base.



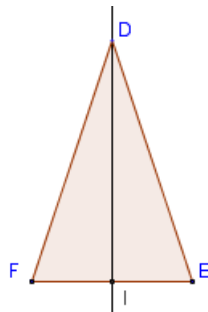
# Triangle Isocèle

## Propriété

Un triangle isocèle possède un axe de symétrie : la médiatrice de sa base.

## Remarque

Cet axe de symétrie est aussi la bissectrice de l'angle au sommet principal.



# Démonstration

On sait que

Le triangle DEF est isocèle en D et que la droite  $(DI)$  est la médiatrice du  $[EF]$ .



# Démonstration

## On sait que

Le triangle DEF est isocèle en D et que la droite  $(DI)$  est la médiatrice de  $[EF]$ .

## Propriété

Si M appartient à la droite  $(d)$ . Le symétrique M' du point M par rapport à la droite  $(d)$  est lui-même. C'est-à-dire, les points M et M' sont confondus. Si M n'appartient pas à la droite  $(d)$ . Dire que le point M' est le symétrique du point M par rapport à la droite  $(d)$  signifie que la droite  $(d)$  est la médiatrice du segment  $[MM']$ .

# Démonstration

## On sait que

Le triangle DEF est isocèle en D et que la droite  $(DI)$  est la médiatrice de  $[EF]$ .

## Propriété

Si M appartient à la droite  $(d)$ . Le symétrique M' du point M par rapport à la droite  $(d)$  est lui-même. C'est-à-dire, les points M et M' sont confondus. Si M n'appartient pas à la droite  $(d)$ . Dire que le point M' est le symétrique du point M par rapport à la droite  $(d)$  signifie que la droite  $(d)$  est la médiatrice du segment  $[MM']$ .

## Conclusion

Le symétrique du point D par rapport à la droite  $(DI)$  est lui-même. Le symétrique de E est F et le symétrique de F est E. Donc le symétrique du triangle DEF est lui-même. Donc  $(DI)$  est un axe de symétrie du triangle DEF.

# Application

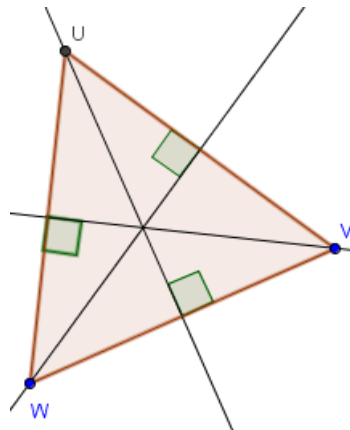
## Exercices

- 48 p 213
- 70 p 215
- 71 p 215

# Le Triangle Équilatéral

## Propriété (admise)

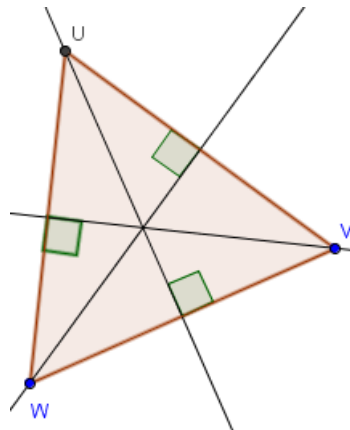
Un triangle équilatéral possède trois axes de symétrie :



# Le Triangle Équilatéral

## Propriété (admise)

Un triangle équilatéral possède trois axes de symétrie : les médiatrices de ses côtés.



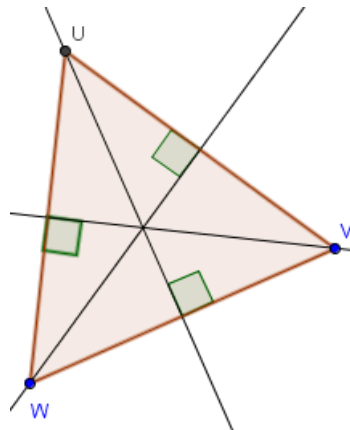
# Le Triangle Équilatéral

## Propriété (admise)

Un triangle équilatéral possède trois axes de symétrie : les médiatrices de ses côtés.

## Remarque

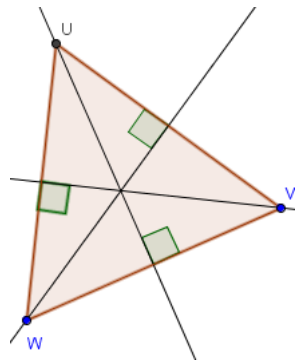
Ces axes de symétrie sont aussi les bissectrices des angles.



# Exemple

On sait que

Le triangle  $UVW$  est équilatéral. Les droites  $(d_1)$ ,  $(d_2)$  et  $(d_3)$  sont les médiatrices des côtés  $[UV]$ ,  $[VW]$  et  $[UW]$ .



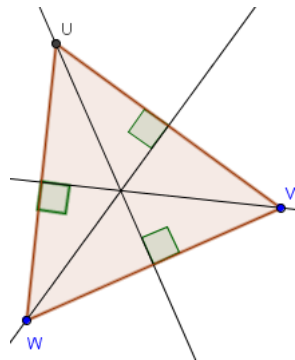
# Exemple

## On sait que

Le triangle  $UVW$  est équilatéral. Les droites  $(d_1)$ ,  $(d_2)$  et  $(d_3)$  sont les médiatrices des côtés  $[UV]$ ,  $[VW]$  et  $[UW]$ .

## Propriété

Un triangle équilatéral possède trois axes de symétrie : les médiatrices de ses côtés.





# Exemple

## On sait que

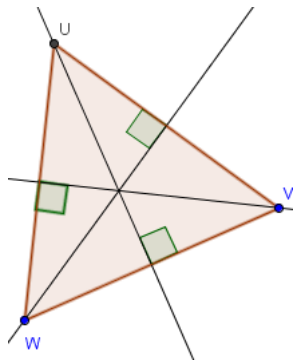
Le triangle  $UVW$  est équilatéral. Les droites  $(d_1)$ ,  $(d_2)$  et  $(d_3)$  sont les médiatrices des côtés  $[UV]$ ,  $[VW]$  et  $[UW]$ .

## Propriété

Un triangle équilatéral possède trois axes de symétrie : les médiatrices de ses côtés.

## Conclusion

Donc ce sont les axes de symétries du triangle  $UVW$ .



# Application

## Exercice

- 49 p 213

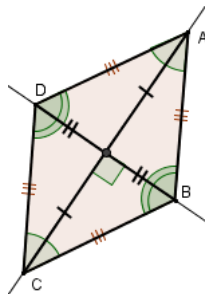
# Sommaire

- 1 Rappels
- 2 Axes(s) de symétrie d'une figure
- 3 Axes de symétrie de triangles
- 4 Axes de symétrie de quadrilatères usuels**
  - Le Losange
  - Le Rectangle
  - Le Carré

# Le Losange

## Définition

Un losange est un quadrilatère qui a quatre côtés de même longueur.



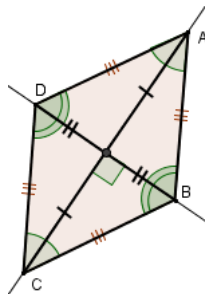
# Le Losange

## Définition

Un losange est un quadrilatère qui a quatre côtés de même longueur.

## Propriété (admise)

Un losange possède deux axes de symétrie : ses diagonales.



# Le Losange

## Définition

Un losange est un quadrilatère qui a quatre côtés de même longueur.

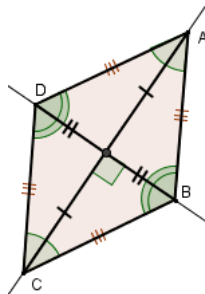
## Propriété (admise)

Un losange possède deux axes de symétrie : ses diagonales.

## Propriété (admise)

Si un quadrilatère est un losange, alors :

- ses diagonales se coupent en leur milieu
- ses diagonales sont perpendiculaires
- ses angles opposés sont de même mesure



# Application

## Exercices

- 51 p 213
- 60 p 214
- 61 p 214

# Le Rectangle

blabla



# Le Carré

## ST

blabla