

Objectifs

Être capable :

- 1 d'utiliser le vocabulaire des probabilités ;
- 2 de reconnaître une situation d'équiprobabilité ;
- 3 de calculer la probabilité d'un événement ;
- 4 de calculer la probabilité de l'union et/ou de l'intersection de deux événements ;
- 5 de calculer des probabilités conditionnelles ;
- 6 d'utiliser un arbre pondéré.

I. Vocabulaire

À retenir

- Dans une **expérience aléatoire**, l'**univers** Ω est l'ensemble des événements possibles.
- Un **événement** est une partie de l'univers.
- Un événement qui possède un seul élément est un **événement élémentaire**.
- Deux événements A et B sont **disjoints ou incompatibles** si et seulement si $A \cap B = \emptyset$.
- L'**événement contraire** d'un événement A est l'**événement** \bar{A} constitué des éléments de Ω qui ne sont pas dans A .

II. Calculs de probabilités

1) Définition

Définition

- La **probabilité** d'un événement A , notée $P(A)$ est la somme des probabilités des événements élémentaires qui le composent.
- Pour tout événement A , $0 \leq P(A) \leq 1$

2) Équiprobabilité

À retenir

- Il y a **équiprobabilité** dans le cas où tous les événements élémentaires ont la même probabilité. Dans ce cas, la probabilité d'un événement élémentaire est :

$$\frac{1}{\text{nombre d'éléments de } \Omega}$$

- Dans une situation d'équiprobabilité, la probabilité d'un événement A est :

$$P(A) = \frac{\text{nombre d'éléments de } A}{\text{nombre d'éléments de } \Omega} = \frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas possibles}}$$

- Pour tout événement A , $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$.
- Pour tous événements A et B , $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.
- Pour tous événements A et B **disjoints**, $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

III. Probabilités conditionnelles et arbre pondéré

1) Probabilités conditionnelles

À retenir

- $P_B(A)$ est la **probabilité de A sachant que B** est réalisé.

$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

- Pour tous événements A et B de probabilités non nulles,

$$P(A \cap B) = P_A(B) \times P(A) = P_B(A) \times P(B)$$

2) Événements indépendants

À retenir

Deux événements A et B sont **indépendants** si et seulement si

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

ou

$$P_B(A) = P(A)$$

3) Utilisation d'un arbre de probabilité pondéré

Méthode

On peut représenter une situation de probabilité par un arbre et l'utiliser pour faire des calculs.

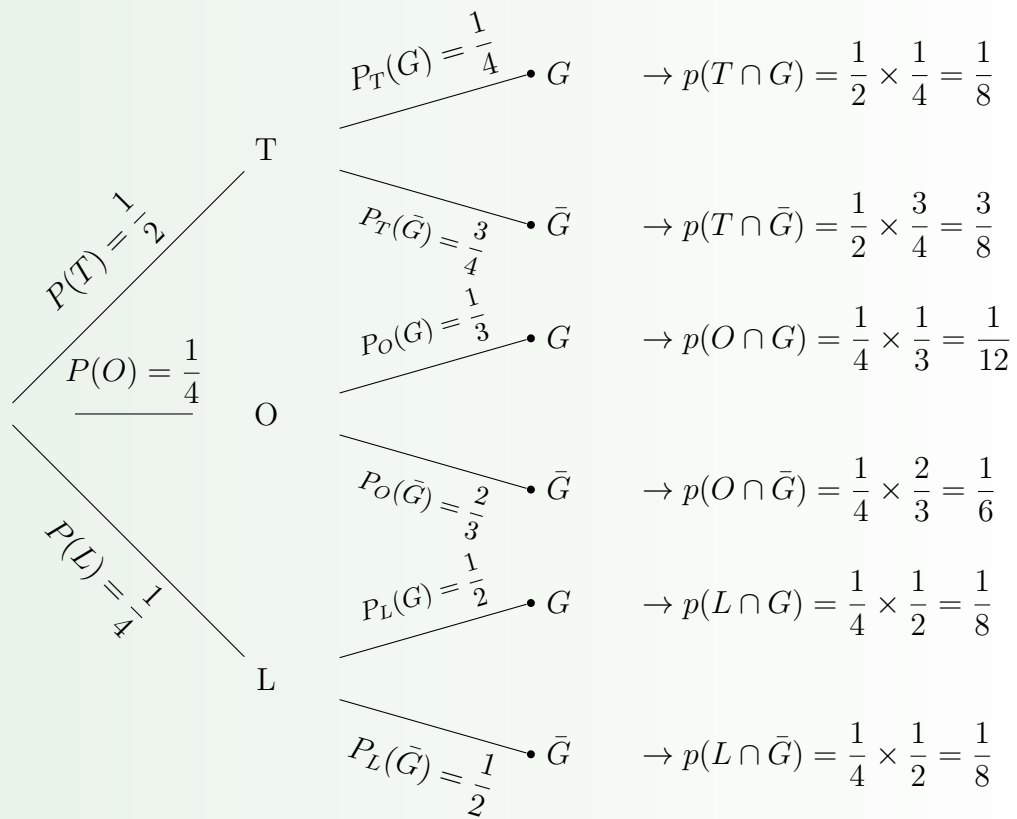
- La somme des probabilités pour les branches d'un même nœud est égale à 1.
- Les branches de niveau 2 portent des probabilités conditionnelles.
- Un chemin est une intersection d'événements.
- La probabilité d'un chemin est le produit des probabilités portées par ses branches.
- La probabilité d'un événement est la somme des probabilités des chemins qui y aboutissent.

Exemple

Sur sa console de jeux, Dorian s'apprête à affronter en duel l'un des trois monstres Thor, Odin et Loki. Ces monstres sont de forces inégales : la probabilité pour que Dorian l'emporte contra Thor ; Odin ou Loki est respectivement $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{2}$. De plus Dorian a une chance sur deux d'affronter Thor, et autant de chances de rencontrer Odin que Loki.

On considère un duel au hasard et les événements :

- T : Dorian combat Thor.
- O : Dorian combat Odin.
- L : Dorian combat Loki.
- G : Dorian gagne son combat.



$$p(G) = p(T \cap G) + p(O \cap G) + p(L \cap G)$$

$$p(G) = \frac{1}{8} + \frac{1}{12} + \frac{1}{8}$$

$$p(G) = \frac{32}{96}$$

$$p(G) = \frac{1}{3}$$

Dorian a une chance sur trois de gagner son duel.