

I. Vocabulaire

1) Expérience, issue et probabilité

Définitions

- En probabilités, on étudie les **issues** d'une **expérience aléatoire**.
- L'ensemble des issues de l'expérience forme **l'univers**.
- On associe une **probabilité** p_i à chaque issue.
- La **somme des probabilités** de toutes les issues d'une expérience vaut **1**.
- L'**équiprobabilité** correspond au cas où toutes les issues de l'expérience ont la même probabilité de se produire.

Exemple

Expérience : On lance un dé à 6 faces non truqué et on note le numéro de la face du dessus.

- L'ensemble des issues possibles est $\{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.
- La probabilité de chaque face est $1/6$:
 $p_1 = 1/6, p_2 = 1/6, p_3 = 1/6, p_4 = 1/6, p_5 = 1/6, p_6 = 1/6$.
- La somme de toutes les probabilités est 1 :
 $1/6 + 1/6 + 1/6 + 1/6 + 1/6 + 1/6 = 6/6 = 1$.

2) Événements

Définitions

- Un **événement** A regroupe une partie des issues d'une expérience.
- La probabilité d'un événement A est $p(A)$.
- \bar{A} est l'événement **contraire** de A (voir figure 1), on a \bar{A} est $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$.
- L'intersection de deux événements $A \cap B$ est l'ensemble des issues qui réalisent A **ou** B (au moins un des deux). (Dans la figure 2, la partie hachurée dans les deux sens)
- L'union de deux événements $A \cup B$ est l'ensemble des issues qui réalisent à la fois A **et** B . (Dans la figure 2, toutes les parties hachurées)

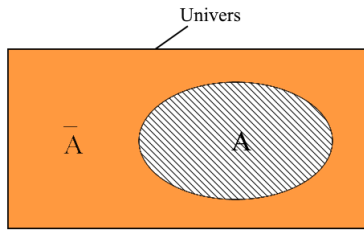


FIGURE 1: Un événement et son contraire

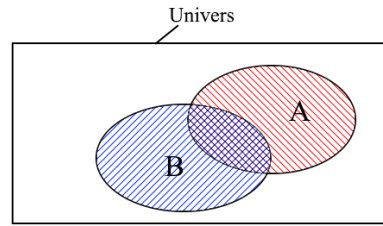


FIGURE 2: Union et intersection d'événements

Exemple

Au lancer d'un dé cubique, on considère les événements A : «Obtenir au moins 5», et B : «Obtenir un nombre pair». On a :

- $A = \{5; 6\}$.
- $B = \{2; 4; 6\}$.
- $\bar{A} = \{1; 2; 3; 4\}$.
- $A \cap B = \{6\}$.
- $A \cup B = \{2; 4; 5; 6\}$.

II. Calculs de probabilités

1) Probabilité d'un événement

Propriétés

- La probabilité $p(A)$ d'un événement A est la somme des propriétés des issues qui réalisent l'événement.
- En cas d'équiprobabilité on a : $p(A) = \frac{\text{Nombre de cas favorables à } A}{\text{Nombre de cas possibles}}$.

Exemple

On lance un dé à 6 faces truqué. Une étude statistique donne le tableau suivant :

Issue x_i	1	2	3	4	5	6
Probabilité p_i	0,125	0,125	0,125	0,125	0,2	0,3

On s'intéresse à l'événement A : «le nombre obtenu est pair». On a :

$$\begin{aligned}
 p(A) &= p_2 + p_4 + p_6 \\
 &= 0,125 + 0,125 + 0,3 \\
 &= 0,55
 \end{aligned}$$

La probabilité d'obtenir un nombre pair est de 0,55.

Exemple

On lance un dé à 6 faces non truqué. Puisque le dé n'est pas truqué, nous sommes dans une situation d'équiprobabilité. On s'intéresse à l'événement A : «le nombre obtenu est pair». On a :

$$\begin{aligned} p(A) &= p_2 + p_4 + p_6 \\ &= \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \\ &= \frac{3}{6} \\ &= 0,5 \end{aligned}$$

Dans ce cas, la probabilité d'obtenir un résultat pair est de 0,5.

2) Opérations sur les événements