

## ⑩ Parallélogrammes particuliers

### Objectifs

- Savoir définir un parallélogramme et connaître ses propriétés.
- Savoir caractériser les parallélogrammes particuliers.
- Savoir utiliser les propriétés des parallélogrammes.
- Savoir identifier un parallélogramme ou un parallélogramme particulier.

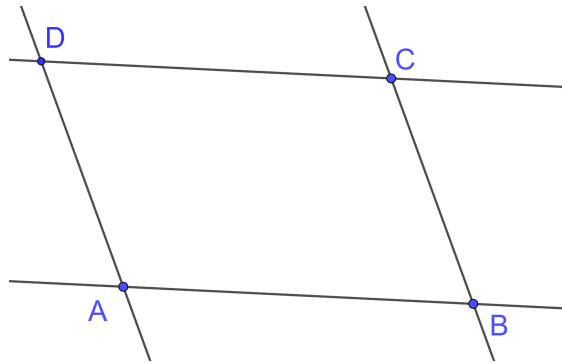
## I. Le parallélogramme

### 1) Définition

#### Définition

Un parallélogramme est un quadrilatère dont les **côtés opposés sont parallèles**.

#### Exemple :



On a  $(AB) \parallel (CD)$  et  $(BC) \parallel (AD)$  donc le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.

### 2) Propriétés du parallélogramme

#### Côtés

#### Propriétés

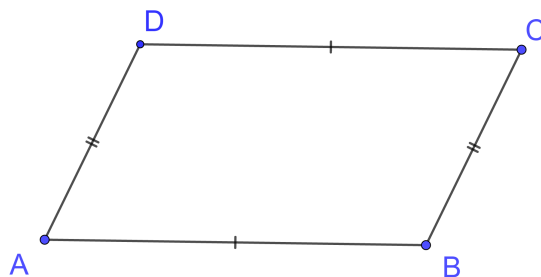
Si un quadrilatère est un parallélogramme alors

- ses **côtés opposés** sont **parallèles** ;
- ses **côtés opposés** ont la **même longueur**.

### Exemple :

Dans le parallélogramme ABCD :

- $(AB) \parallel (CD)$  et  $(AD) \parallel (BC)$  ;
- $AD = BC$  et  $AB = CD$  ;



### Diagonales

#### Propriétés

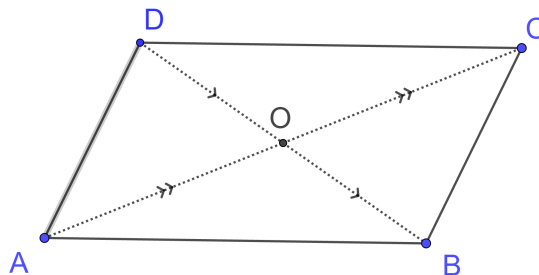
Si un quadrilatère est un parallélogramme alors :

- ses **diagonales se coupent en leur milieu** ;
- le point d'intersection de ses diagonales est son **centre de symétrie**.

### Exemple :

Dans le parallélogramme ABCD :

- $AO = OC$  et  $BO = OD$  ;
- $O$  est le centre de symétrie.



### Angles

#### Propriétés

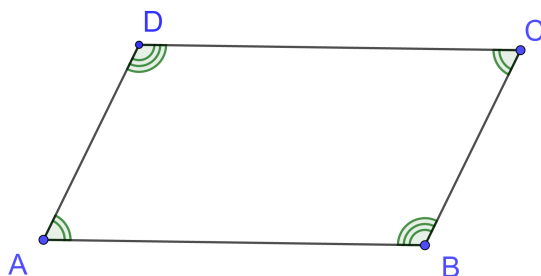
Si un quadrilatère est un parallélogramme alors :

- **deux angles successifs** sont **supplémentaires** (la somme de leur mesure est  $180^\circ$ ) ;
- le point d'intersection de ses diagonales est son **centre de symétrie**.

### Exemple :

Dans le parallélogramme ABCD :

- $\widehat{BAD} = \widehat{DCB}$  et  $\widehat{ADC} = \widehat{CBA}$  ;
- $\widehat{BAD} + \widehat{ADC} = 180^\circ$  et  $\widehat{DCB} + \widehat{CBA} = 180^\circ$ .



## II. Parallélogrammes particuliers

### 1) Rectangle

#### Définition

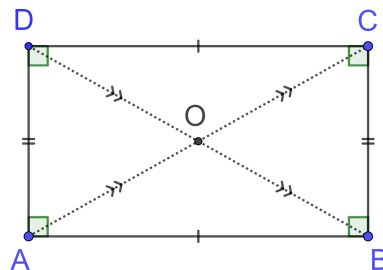
Un rectangle est un quadrilatère qui possède **quatre angles droits**.

#### Propriétés

Si un quadrilatère est un rectangle **alors**

- il a **quatre angles droits** ;
- ses **diagonales** ont la **même longueur**.

#### Exemple :



ABCD est un rectangle donc :

- $\widehat{ABC} = \widehat{BCD} = \widehat{CDA} = \widehat{DAB} = 90^\circ$  ;
- $AC = BD$ .

### 2) Losange

#### Définition

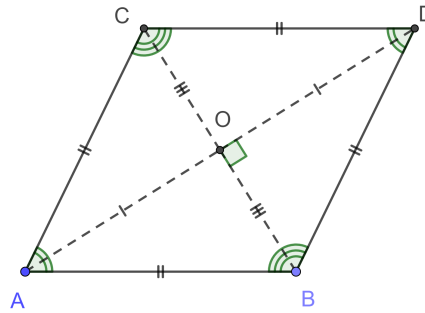
Un losange est un quadrilatère qui possède **quatre côtés de même longueur**.

#### Propriétés

Si un quadrilatère est un losange **alors**

- ses **quatre cotés** font la **même longueur** ;
- ses **diagonales** ont **perpendiculaires**.

### Exemple :



ABCD est un losange donc :

- $AB = BC = CD = DA$ ;
- $(AC) \perp (BD)$ .

### 3) Carré

#### Définition

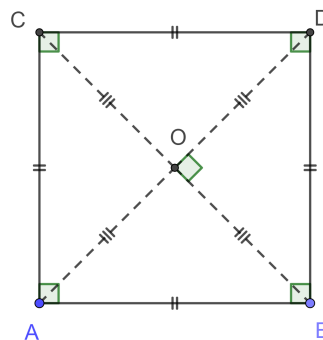
Un carré est un quadrilatère qui possède **quatre angles droits** et **quatre côtés de même longueur**.

#### Propriétés

Si un quadrilatère est un carré alors

- ses **quatre cotés** ont la **même longueur** ;
- il a **quatre angles droits** ;
- ses **diagonales** sont **perpendiculaires** et ont la **même longueur**.

### Exemple :



ABCD est un carré donc

- $AB = BC = CD = DA$ ;
- $\widehat{ABC} = \widehat{BCD} = \widehat{CDA} = \widehat{DAB} = 90^\circ$ ;
- $AC = BD$ ;
- $(AC) \perp (BD)$ .

### III. Identifier un parallélogramme

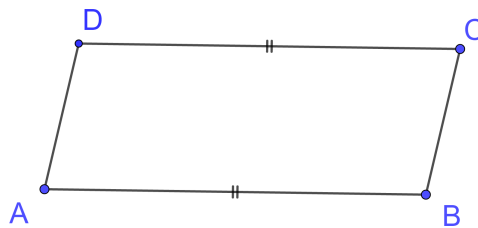
#### 1) Du quadrilatère au parallélogramme

##### Propriétés

- Si un quadrilatère a ses **côtés opposés parallèles** alors c'est un parallélogramme.
- Si un quadrilatère (non croisé) a ses **côtés opposés de même longueur** alors c'est un parallélogramme.
- Si un quadrilatère (non croisé) a **deux côtés opposés parallèles et de même longueur** alors c'est un parallélogramme.
- Si un quadrilatère a ses **diagonales qui se coupent en leur milieu** alors c'est un parallélogramme.

##### Exemple :

Déterminer la nature du quadrilatère ABCD sachant que  $(AB) \parallel (CD)$ .



Je sais que  $(AB) \parallel (CD)$  et  $AB = CD$ .

Or si un quadrilatère (non croisé) a deux côtés opposés parallèles et de même longueur alors c'est un parallélogramme.

Donc ABCD est un parallélogramme.

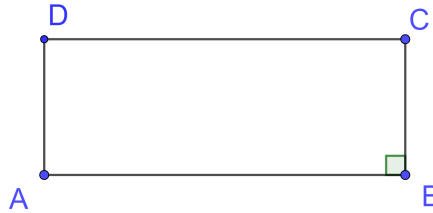
#### 2) Du parallélogramme aux parallélogrammes particuliers

##### Propriété

- Si un parallélogramme a **deux côtés consécutifs perpendiculaires** alors c'est un rectangle.
- Si un parallélogramme a **ses diagonales de même longueur** alors c'est un rectangle.

##### Exemple :

Déterminer la nature du parallélogramme ABCD.



Je sais que ABCD est un parallélogramme et  $(AB) \perp (BC)$ .

Or si un parallélogramme a deux côtés consécutifs perpendiculaires alors c'est un rectangle.

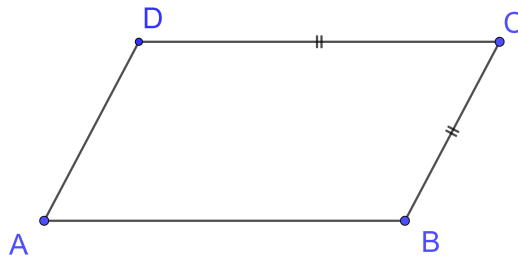
Donc ABCD est un rectangle.

### Propriétés

- Si un parallélogramme a **deux côtés consécutifs de même longueur** alors c'est un losange.
- Si un parallélogramme a **ses diagonales perpendiculaires** alors c'est un losange.

### Exemple :

Déterminer la nature du parallélogramme ABCD.



Je sais que ABCD est un parallélogramme et  $BC = CD$ .

Or si un parallélogramme a deux côtés consécutifs de même longueur alors c'est un losange.

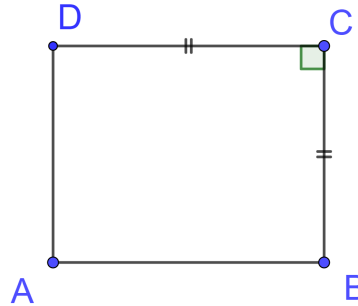
Donc ABCD est un losange.

### Propriété

Si un quadrilatère est **à la fois un losange et un rectangle** alors c'est un carré.

### Exemple :

Déterminer la nature du quadrilatère ABCD.



Je sais que ABCD est un parallélogramme et  $BC = CD$ .

Or si un parallélogramme a deux côtés consécutifs de même longueur alors c'est un losange.

Donc ABCD est un losange.

Je sais que ABCD est un parallélogramme et  $(BC) \perp (CD)$ .

Or si un parallélogramme a deux côtés consécutifs perpendiculaires alors c'est un rectangle.

Donc ABCD est un rectangle.

Je sais que ABCD est un losange et ABCD est un rectangle.

Or si un quadrilatère est à la fois un losange et un rectangle alors c'est un carré.

Donc ABCD est un carré.