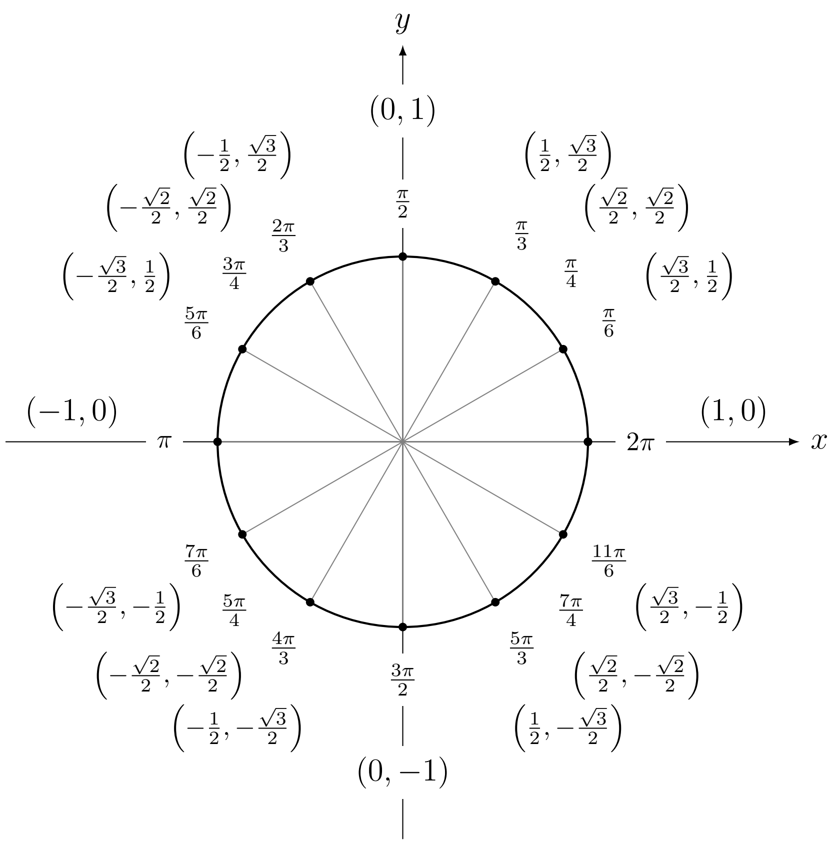
Angles Orientés & Trigonométrie

Olivier

1 Définitions

1. Un angle orienté est défini par un couple de vecteurs non nuls $(\vec{u}, \vec{v})$
2. Angles particuliers :
   – l'angle **nul** : $\hat{0} = (\vec{u}, \vec{v}), \forall \vec{u} \neq \vec{0}$ $(0^\circ, 0rad)$
   – l'angle **plat** : $\mathcal{P} = (\vec{u}, -\vec{u})(180^\circ, \pi rad)$
   – l'angle **droit direct** : $(\vec{i}, \vec{j})(90^\circ, \frac{\pi}{2} rad)$
   – l'angle **droit indirect** : $(\vec{i}, -\vec{j})(90^\circ, -\frac{\pi}{2}\, rad)$
3. La **mesure principale** d'un angle $(\vec{u}, \vec{v})$ est **l'unique réel** de l'intervalle $]-\pi, \pi]$.
4. Deux angles orientés sont **égaux** lorsqu'ils ont **la même mesure principale, modulo** 2π.
5. **L'opposé** de $(\vec{u}, \vec{v})$ est l'angle $(\vec{v}, \vec{u})$.
6. En remplaçant **les deux vecteurs par leurs opposés** on ne **change pas l'angle**. .

2 Cercle Trigonométrique



3 Formules utiles

Angles orientés

Opposé d'un angle :

$$-(\vec{u},\vec{v}) = (\vec{v},\vec{u}) \tag{1}$$

Formule de Chasles :

$$(\vec{u},\vec{v}) + (\vec{v},\vec{w}) = (\vec{u},\vec{w})[2\pi] \tag{2}$$

Remplacement d'un des vecteurs :

$$(\vec{u},-\vec{v}) = (-\vec{u},\vec{v}) = (\vec{u},\vec{v}) + \pi[2\pi] \tag{3}$$

Remplacement des deux vecteurs :

$$(\vec{u},\vec{v}) = (-\vec{u},-\vec{v}) \tag{4}$$

Trigonométrie

$$-1 \leq \cos(x) \leq 1 \quad \forall x \in \mathbb{R} \tag{5}$$
$$-1 \leq \sin(x) \leq 1 \quad \forall x \in \mathbb{R} \tag{6}$$

$$\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1 \tag{7}$$

$$\cos(-x) = \cos(x) \tag{8}$$
$$\sin(-x) = -\sin(x) \tag{9}$$

$$\cos(\pi - x) = -\cos(x) \tag{10}$$
$$\sin(\pi - x) = \sin(x) \tag{11}$$

$$\cos(\pi + x) = -\cos(x) \tag{12}$$
$$\sin(\pi + x) = -\sin(x) \tag{13}$$

$$\cos(\frac{\pi}{2} - x) = \sin(x) \tag{14}$$
$$\sin(\frac{\pi}{2} - x) = \cos(x) \tag{15}$$

$$\forall x \in \mathbb{R}, \forall k \in \mathbb{Z} \quad \cos(x + 2k\pi) = \cos x \tag{16}$$
$$\forall x \in \mathbb{R}, \forall k \in \mathbb{Z} \quad \sin(x + 2k\pi) = \sin x \tag{17}$$

$$(\cos(x) = \cos(a)) \Leftrightarrow (x = \pm a\,[2\pi]) \tag{18}$$
$$(\cos(x) = \cos(b)) \Leftrightarrow (x = b\,[2\pi]\ ou \tag{19}$$
$$x = \pi - b\,[2\pi]) \tag{20}$$