

Objectifs

- Savoir produire une expression littérale.
- Savoir simplifier une expression littérale.
- Savoir utiliser une expression littérale.
- Savoir tester l'égalité d'expression littérales.

I. Expression littérale

Définition

Une **expression littérale** est une expression numérique qui **contient une ou plusieurs lettres**. Ces lettres désignent des nombres, ce sont des **inconnues**.

Exemples :

Les formules de calcul de périmètres et d'aires sont des exemples d'expressions littérales :

- Aire d'un rectangle : $L \times l$;
- périmètre d'un cercle : $2 \times r \times \pi$ (ici π n'est pas une inconnue qui désigne un nombre, c'est un nombre).

II. Simplifications d'écritures

1) Symbole de multiplication

Méthode :

Par convention, on simplifie l'écriture d'une expression littérale en supprimant au maximum les symboles « \times » :

- $3 \times a$ s'écrit $3a$;
- $a \times b$ s'écrit ab ;
- $4 \times (a - 2)$ s'écrit $4 \times (a - 2)$ (se lit 4 *facteur* de a moins 2)
- $15 + 4 \times a$ s'écrit $15 + 4a$

Remarque

- 2×3 ne s'écrit pas 23 ;
- On écrit $2a$, on n'écrit pas $a2$;
- **Le nombre s'écrit toujours devant la lettre.**

2) Nombres au carré et au cube

Méthode :

- 3×3 s'écrit 3^2 ;
- 6×6 s'écrit 6^2 ;
- $5 \times 5 \times 5$ s'écrit 5^3 ;

- $x \times x$ s'écrit x^2 (et se lit « x au carré »);
- $x \times x \times x$ s'écrit x^3 (et se lit « x au cube »).

Exemples :

$$\begin{aligned}a \times 4 \times 2 \times a &= 4 \times 2 \times a \times a \\a \times 4 \times 2 \times a &= 8a^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}a \times 2 \times 3 \times a \times b &= 2 \times 3 \times a \times a \times b \\a \times 2 \times 3 \times a \times b &= 6a^2b\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}a \times 2 \times a \times (7 - 1) &= 2 \times (7 - 1) \times a \times a \\a \times 2 \times a \times (7 - 1) &= 12a^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}a \times 2 \times (2 + b + 3) \times a &= 2 \times a \times a \times (2 + 3 + b) \\a \times 2 \times (2 + b + 3) \times a &= 2a(5 + b)\end{aligned}$$

III. Valeur d'une expression littérale

Définition

Calculer la valeur d'une expression littérale c'est assigner une valeur à chaque lettre pour pouvoir effectuer les calculs.

Remarques

- Lorsque qu'une même lettre est présente plusieurs fois dans la même expression, elle désigne toujours le même nombre.
- Quand on veut calculer une expression littérale, il est indispensable d'écrire les symboles de multiplications sous entendues. Quand on multiplie deux nombres, le symbole « \times » doit être présent.

Exemple :

Calculer la valeur de $5x^2 + 3(x - 1) + 4y^3$, avec $x = 4$ et $y = 10$:

$$\begin{aligned}A &= 5 \times x \times x + 3 \times (x - 1) + 4 \times y \times y \times y \\A &= 5 \times 4 \times 4 + 3 \times (4 - 1) + 4 \times 10 \times 10 \times 10 \\A &= 80 + 3 \times 3 + 4000 \\A &= 80 + 9 + 4000 \\A &= 4089\end{aligned}$$

IV. Vérifier une égalité

Définition

Une **égalité** est composée de deux membres séparés par le symbole $=$. Une égalité est **vraie** lorsque ses deux membres ont la même valeur.

Exemples :

- a)* $4 \times 10 = 100 - 60$ est une **égalité vraie** car $4 \times 10 = 40$ et $100 - 60 = 40$.
b) $4 \times 10 = 40 + 3$ est une **égalité fausse** car $4 \times 10 = 40$ et $40 + 3 = 43$.

Propriétés

- Une égalité d'expressions littérales est vraie si elle est **vraie pour toutes les valeurs attribuées aux lettres**.
- Il suffit de trouver un **contre-exemple** pour montrer que deux expressions ne sont **pas égales**.

Méthode :

Pour Vérifier que deux expressions littérales sont égales :

- a) On choisit une valeur à attribuer à chaque inconnue.
- b) On calcule les valeurs des deux expressions.
- c) Si **les valeurs sont différentes**, alors on a terminé : **l'égalité est fausse**.
- d) Si les valeurs sont les mêmes, on simplifie les deux expressions.
- e) Si les deux expressions simplifiées sont les mêmes, alors **l'égalité est vraie**.

Exemple :

On veut vérifier l'égalité : $2 + 3x = 5x$:

- a) Je choisis $x = 0$.

b)

$$2 + 3x = 2 + 3 \times x$$

$$2 + 3x = 2 + 3 \times 0$$

$$2 + 3x = 2 + 0$$

$$2 + 3x = 2$$

$$5x = 5 \times x$$

$$5x = 5 \times 0$$

$$5x = 0$$

- c) Les valeurs sont différentes donc **l'égalité est fausse**.

Exemple :

On veut vérifier l'égalité : $2 + 4x + 3 = 1,5 \times x \times 2 + x + 5$:

- a) Je choisis $x = 0$.

b)

$$A = 2 + 4x + 3$$

$$A = 2 + 4 \times x + 3$$

$$A = 2 + 4 \times 0 + 3$$

$$A = 2 + 0 + 3$$

$$A = 5$$

$$B = 1,5 \times x \times 2 + x + 5$$

$$B = 1,5 \times 0 \times 2 + 0 + 5$$

$$B = 0 + 0 + 5$$

$$B = 5$$

- c) Les valeurs sont égales, donc **l'égalité est vraie pour $x = 0$** .

d)

$$A = 2 + 4x + 3$$

$$A = 2 + 3 + 4x$$

$$A = 5 + 4x$$

$$A = 4x + 5$$

$$B = 1,5 \times x \times 2 + x + 5$$

$$B = 1,5 \times 2 \times x + x + 5$$

$$B = 3x + x + 5$$

$$B = (x + x + x) + x + 5$$

$$B = 4x + 5$$

- e) Les deux expressions simplifiées sont les mêmes, donc **l'égalité est vraie (pour tout x)**.