

T^{le} ST_2S : DS numéro 5

16 Mai 2019

Exercice 1 Un QCM (6 points)

Cet exercice se présente sous la forme d'un questionnaire à choix multiple (QCM). Pour chaque question, trois réponses sont proposées. Une seule réponse est correcte. On demande de choisir celle que vous pensez être correcte.

On donne le tableau de variation d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-12, 20]$:

x	-12	-5	7	20	
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	7		-1		-6

Diagramme de variation :

- À $x = -12$, $f(x) = 7$.
- À $x = -5$, $f'(x) = 0$ (point d'arrêt).
- À $x = 7$, $f'(x) = 0$ (point d'arrêt).
- À $x = 20$, $f(x) = -6$.
- La fonction décroît de $x = -12$ à $x = -5$ (valeur -4 indiquée).
- La fonction croît de $x = -5$ à $x = 7$ (valeur -1 indiquée).
- La fonction décroît de $x = 7$ à $x = 20$ (valeur -6 indiquée).

- (1 point) On peut dire que :
☐ f est positive sur l'intervalle $[-12; -5]$.
☐ f est positive sur l'intervalle $[7; 20]$.
☐ f est négative sur l'intervalle $[-5; 20]$.
- (1 point) L'équation $f(x) = 2$ possède
☐ une seule solution ; ☐ aucune solution ; ☐ on ne peut pas répondre.
- (1 point) On cherche à comparer $f'(0)$ et $f'(8)$:
☐ $f'(0) < f'(8)$ ☐ $f'(0) > f'(8)$ ☐ on ne peut pas répondre.
- (1 point) On cherche à comparer $f(0)$ et $f(8)$:
☐ $f(0) < f(8)$ ☐ $f(0) > f(8)$ ☐ on ne peut pas répondre.
- (1 point) Une équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction f au point d'abscisse 20 est :
☐ $y = 20x - 6$ ☐ $y = -x - 6$ ☐ $y = -x + 14$
- (1 point) On désigne par \mathcal{C} la courbe représentative de f dans un repère orthogonal.
☐ Il n'existe aucun point où la tangente à la courbe \mathcal{C} est parallèle à l'axe des abscisses.
☐ Il existe un seul point où la tangente à la courbe \mathcal{C} est parallèle à l'axe des abscisses.
☐ Il existe au moins deux points où la tangente à la courbe \mathcal{C} est parallèle à l'axe des abscisses.

Exercice 2 Étude d'une épidémie (14 points)

Pendant une épidémie observée sur une période de onze jours, un institut de veille sanitaire a modélisé le nombre de personnes malades. La durée, écoulée à partir du début de la période et exprimée en jours, est notée t . Le nombre de cas, en fonction de la durée t est donné en milliers par la fonction f de la variable réelle t définie et dérivable sur l'intervalle $[0; 11]$, dont la représentation graphique C_f est donnée en annexe A.

Cette annexe sur laquelle le candidat pourra faire figurer des traits de constructions utiles au raisonnement, est à rendre avec la copie.

Partie A Étude graphique

Pour cette partie, on se réfèrera à la courbe représentative C_f de la fonction f .

- (2 points) On considère que la situation est grave lorsque le nombre de cas est d'au moins 150 000 malades. Pendant combien de jours complets cela arrive-t-il ?
- (2 points) La droite (OA) est la tangente à la courbe C_f au point d'abscisse 0, où A est le point de coordonnées $(10; 112,5)$. Déterminer $f'(0)$ où f' représente la fonction dérivée de la fonction f .
- (2 points) Le nombre $f'(t)$ représente la vitesse d'évolution de la maladie, t jours après l'apparition des premiers cas. Déterminer graphiquement le nombre maximal de malades sur la période de 11 jours observés et le moment où il est atteint. Que peut-on dire alors de la vitesse d'évolution de la maladie ?

Partie B Étude théorique

La fonction f de la Partie A est définie par :

$$f(t) = -t^3 + \frac{21}{2}t^2 + \frac{45}{4}t$$

- (2 points) recopier et compléter, à l'aide de la calculatrice, le tableau suivant :

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$f(t)$							229,5					

- (2 points) Calculer $f'(t)$ et vérifier que, pour tout t de l'intervalle $[0; 11]$:

$$f'(t) = -3 \left(t + \frac{1}{2} \right) \left(t - \frac{15}{2} \right)$$

- (3 points) Étudier le signe de $f'(t)$ sur l'intervalle $[0; 11]$. Cette réponse est-elle cohérente avec la courbe C_f ? Expliquer.
- (1 point) Retrouver le résultat de la question 2 de la partie Partie A.

NOM Prénom :

Les réponses doivent être justifiées et rédigées

A Courbe représentative de la fonction f de l'Exercice 2

