

Objectifs

Être capable :

- 1 de reconnaître une suite arithmétique ou géométrique ;
- 2 de calculer le terme de rang n d'une suite arithmétique ou géométrique ;
- 3 de représenter graphiquement une suite arithmétique ou géométrique ;
- 4 de calculer la somme de termes consécutifs d'une suite arithmétique ou géométrique.
- 5 de déterminer le sens de variation d'une suite arithmétique ou géométrique.

I. Suites numériques

Définition

Une **suite numérique** est constituée de **plusieurs nombres rangés dans un certain ordre**. Ces nombres sont les **termes** de la suite. u_1 est le premier terme de la suite, u_2 le deuxième, u_n est le n -ième. Le terme suivant est noté u_{n+1} .

II. Suites arithmétiques

1) Définition et terme de rang n

Activité La suite des nombres impairs

On considère la suite des nombres impairs, 1, 3, 5, 7, ..., que l'on note successivement $u_1, u_2, u_3, u_4, \dots$. Donc $u_1 = 1, u_2 = 3, u_3 = 5, \dots$

- 1 Compléter : $u_4 = \dots, u_7 = 15, u_{10} = \dots$
- 2 Quel est le premier terme de la suite ?
- 3 Comment passe-t-on d'un terme au suivant ?
- 4 n est un nombre entier positif non nul, on s'intéresse au terme de rang n (donc le $n^{\text{ième}}$ nombre impair). Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n .
- 5 Exprimer u_n en fonction de n .
- 6 Calculer $u_{100}, u_{150}, u_{1000}$.

À retenir

- Une **suite arithmétique** est une suite de nombres, où chaque terme, à partir du deuxième est obtenu en ajoutant au précédent un même nombre, la **raison** de la suite (notée r). On note :

$$u_{n+1} = u_n + r$$

- Dans une suite arithmétique de raison r , le terme u_n est obtenu à partir du premier terme par la relation :
 - $u_n = u_0 + nr$ (lorsque le terme initial est u_0)
 - $u_n = u_1 + (n-1)r$ (lorsque le terme initial est u_1)

2) Somme des termes d'une suite arithmétique

Activité Somme de nombres impairs

On note $S_1 = u_1 = 1$; $S_2 = u_1 + u_2 = 1 + 3 = 4$; puis, plus généralement $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n$.

- 1 Compléter le tableau suivant :

n	1	2	3	4	5	6	7	8
u_n	1	3	5					
S_n	1	4						

- 2 En déduire une relation entre S_{n+1} , S_n , et u_{n+1} .
- 3 En observant les résultats du tableau conjecturer une expression de S_n en fonction de n .

À retenir

S_n est la somme des termes d'une suite arithmétique jusqu'à u_n , on a :

- $S_n = \frac{(n+1) \times (u_0 + u_n)}{2} + nr$ (lorsque le terme initial est u_0)
- $S_n = \frac{n \times (u_1 + u_n)}{2} + nr$ (lorsque le terme initial est u_1)