I. Fonctions affines, fonctions linéaires

Définitions

a et b sont des nombres quelconques ; la fonction qui à tout nombre x, associe le nombre $ax+b$, est une **fonction affine**.

Cas particuliers :

- Si $b=0$, la fonction est **linéaire**.
- Si $a=0$, la fonction est **constante**.

Exemples

On considère les fonctions f, g, h et i :

- $f(x)=2x$
- $g(x)=-x+2$
- $h(x)=3x-4$
- $i(x)=5$

- f est une fonction linéaire (On a $a=2$ et $b=0$).
- g est une fonction affine (On a $a=-1$ et $b=2$).
- h est une fonction affine (On a $a=3$ et $b=-4$).
- i est une fonction constante (On a $a=0$ et $b=5$).

II. Représentation graphique et variations

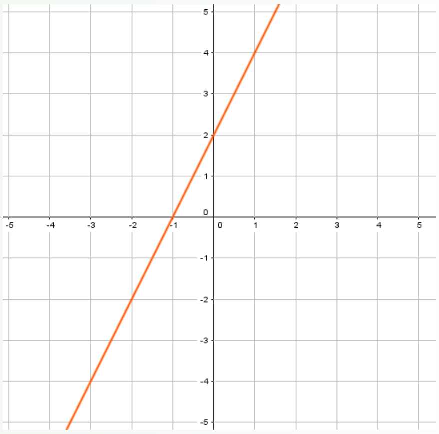
1) Représentation graphique d'une fonction affine

Propriétés

- La **représentation graphique** d'une fonction affine $f(x)=ax+b$ et **une droite**. On dit que $y=ax+b$ est l'équation de la droite. **a** est le **coefficient directeur** (ou la pente) de la droite. **b** est l'**ordonnée à l'origine**.
- La droite passe par le point de coordonnées $(0;b)$, si la fonction est linéaire elle passe par l'origine du repère.

Exemple

On considère la fonction affine $f(x) = 2x + 4$. Elle ne passe pas par l'origine du repère, elle n'est pas linéaire. Elle passe par le point de coordonnées $(0; 4)$.



2) Sens de variation

Propriété

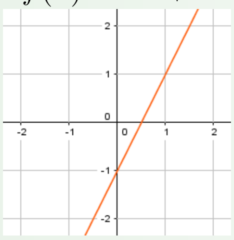
Le sens de variation d'une fonction affine dépend du signe de a :

- Si $a > 0$, le droite **"monte"**, la fonction est **croissante** ;
- Si $a < 0$, la droite **"descend"** la fonction est **décroissante** ;
- Si $a = 0$, la droite est **horizontale**, la fonction est **constante**.

Exemples

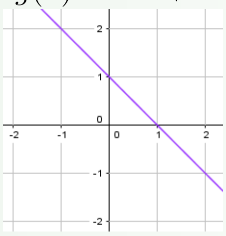
f, g et h sont des fonctions affines telles que :

$f(x) = 2x + 1$



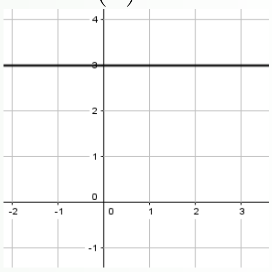
$a = 2$; $a > 0$, la droite "monte", la fonction est croissante.

$g(x) = -x + 1$



$a = -1$; $a < 0$, la droite "descend", la fonction est décroissante.

$h(x) = 3$



$a = 0$, la droite est horizontale, la fonction est constante.

3) Calcul du coefficient directeur

Méthode

Pour calculer le coefficient directeur d'une fonction affine f, on a besoin de deux nombres distincts x_1 et x_2 et de leurs images par f, $f(x_1)$ et $f(x_2)$. On a alors :

$$a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

Exemple

La fonction passe par les points de coordonnées $(2;4)$ et $(4;8)$, on a :

$$a = \frac{8-4}{4-2}$$
$$a = \frac{4}{2}$$
$$a = 2$$

III. Résolution graphique