

Objectifs

Être capable :

- 1 de comprendre l'effet d'une homothétie sur une figure ;
- 2 de calculer une longueur avec le théorème de Thalès ;
- 3 de déterminer si deux droites sont parallèles ou non avec la réciproque du théorème de Thalès.

I. Homothéties

Activité A

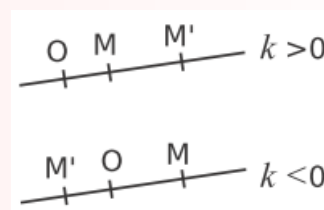
activité 1 page 157 (à l'oral et au TBI)

Définition

Le point M' est l'image du point M par l'**homothétie de centre O et de rapport k** (k est un nombre différent de 0) lorsque :

- si k est positif : $M' \in [OM)$ ou si k est négatif : $O \in [MM']$
- $OM' = k \times OM$ si k est positif,

$OM' = -k \times OM$ si k est négatif.



Remarque

- Si $k > 1$ ou $k < -1$, la figure est un agrandissement de la figure initiale.
- Si $-1 < k < 0$ ou $0 < k < 1$, la figure est une réduction de la figure initiale.

Propriétés

Par une homothétie de rapport k , l'image :

- d'une droite est une droite qui lui est parallèle ;
- d'un segment $[MN]$ est un segment $[M'N']$ de longueur $k \times MN$ (si $k > 0$) ou $-k \times MN$ (si $k < 0$)

II. Théorème de Thalès

Activité 2 page 157

Le triangle AMN est l'image du triangle ABC par une homothétie de rapport k .

a. Le point A est le centre de cette homothétie.

- b.
- Le côté $[AM]$ est l'image de $[AB]$ par cette homothétie, donc $\frac{AM}{AB} = k$.
 - Le côté $[AN]$ est l'image de $[AC]$ par cette homothétie, donc $\frac{AN}{AC} = k$.
 - Le côté $[MN]$ est l'image de $[BC]$ par cette homothétie, donc $\frac{MN}{BC} = k$.

On a donc :

$$k = \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

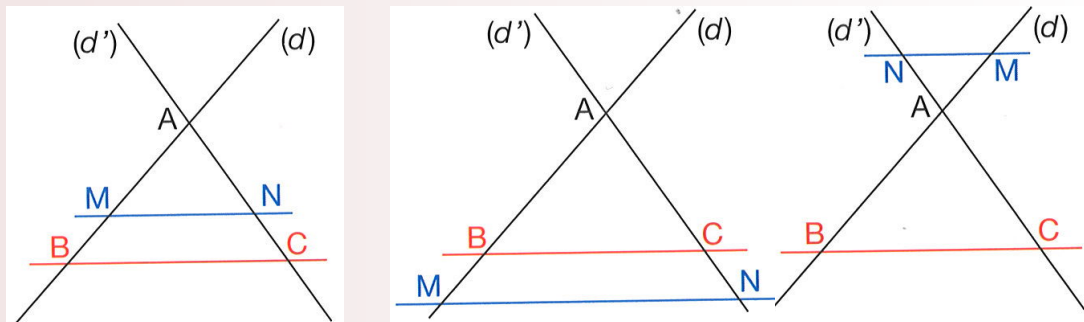
- c. La figure d'origine et l'image sont du même côté du centre de l'homothétie A, donc k est positif ; le triangle AMN est une réduction du triangle ABC donc k est inférieur à 1. On a ici $0 < k < 1$.

Propriété

Si deux droites droite (BM) et droite (CN) sécantes en A sont coupées par deux droites parallèles droite (BC) et droite (MN) , **alors** :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

Configurations de Thalès :



Le triangle AMN est l'image du triangle ABC par une homothétie de centre A.