BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE

SESSION 2018

Épreuve : **MATHÉMATIQUES** *Épreuve blanche*	Série : **Sciences et Technologies de la Santé et du Social (ST2S)**
Durée de l'épreuve : **2 heures**	Coefficient : **3**

ÉPREUVE DU MERCREDI 26 AVRIL 2018

L'usage d'une calculatrice autorisé selon la réglementation en vigueur

Ce sujet comporte 11 pages numérotées de 1/11 à 11/11

Le candidat doit s'assurer que le sujet distribué est complet.

Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. Cependant, le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou infructueuse, qu'il aura développée.

Exercice 1 Lectrure des propriétés d'une fonction à partir d'un tableau de variation

On donne ci-dessous les variations d'une fonction f, définie et dérivable sur $[-10; 20]$, et on nomme $\mathcal{C}$ sa représentation graphique dans un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$:

Répondre par $VRAI$ ou $FAUX$, aux questions suivantes (une justification est demandée lorsque la réponse est $FAUX$, aucune justification n'est demandée lorsque la réponse est $VRAI$).

x	-10		0		4		9		20
$f(x)$	10	↘	-2	↗	3	↘	-1	↗	0

1) (*1 point*)
Pour tout réel x, $f(x) \geq -2$.

Solution:
FAUX, on ne connaît la fonction f que sur $[-10; 20]$ pas sur $\mathbb{R}$.

2) (*1 point*)
L'équation $f(x) = -3$ admet au moins une solution dans $[-10; 20]$.

Solution:
FAUX, dans $[-10; 20]$ le minimum de f est -2.

3) (*1 point*)
L'équation $f(x) = 1$ admet une solution unique dans $[4; 9]$.

Solution:
VRAI

4) (*1 point*)
Pour tout réel x, $f'(x) \geq 0$.

Solution:
FAUX, sur $[-10; 0]$, la fonction f est décroissante, donc $f'(x) \leq 0$.

5) (*1 point*)
$f'(1) < 0$.

Solution:
FAUX, sur $[0; 4]$, la fonction f est croissante, donc $f'(x) \geq 0$, d'pù $f'(1) \geq 0$

Exercice 2 (6 points)

Le tableau suivant, extrait d'une feuille d'un tableur, donne le prix annuel moyen du paquet de cigarettes (20 cigarettes) le plus vendu, en euros, entre 2000 et 2004.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Année	2000	2002	2004	2006	2008	2010	2012	2014
2	Rang de l'année : x_i	0	2	4	6	8	10	12	14
3	Prix annuel moyen de vente du paquet de cigarettes le plus vendu, en euros : y_i	3,20	3,60	5	5	5,30	5,65	6,30	6,70
4	Taux d'évolution, en pourcentage, par rapport à l'année $n-2$								

Source : *Observatoire Français des Drogues et des Toxicomanies*

Partie A. (2 points)

1) (*1 point*)
Un journaliste affirme que le prix entre 2000 et 2014 a augmenté de 50 %. L'affirmation est-elle vraie ou fausse ? Justifier.

Solution:
Calcul de l'évolution du prix entre 2000 et 2014 :

$$\begin{aligned} t &= \frac{v_{arrivée} - v_{départ}}{v_{départ}} \\ t &= \frac{6,70 - 3,20}{3,20} \\ t &\approx 1,09 \end{aligned}$$

Entre 2000 et 2014 le prix moyen du paquet de tabac a augmenté d'environ 109 %, donc l'affirmation est fausse.

2) (*1 point*)
La ligne 4 est au format pourcentage. Quelle formule peut-on saisir dans la cellule $C4$ et recopier vers la droite pour compléter la ligne 4 ?

Solution:
Formule à saisir en en C4 : $=(C3 - B3)/B3$

Partie B. (4 points)

1) (*2 points*)

(a) (1 point) Sur la feuille de papier millimétré fournie et à rendre avec la copie, représenter le nuage de points de coordonnées $(x_i; y_i)$ dans un repère orthogonal en choisissant :

— 1cm pour 2 années en abscisse ;

— 1cm pour 1 euro en ordonnée.

(b) (1 point) Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage de points, puis placer le point G sur le graphique précédent. Arrondir les résultats à 0,01 près.

Solution:
Calcul des coordonnées du point moyen G :

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{0+2+4+6+8+10+12+14}{8}\\ \bar{x} &= 7\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{y} &= \frac{3,20+3,60+5+5+5,30+5,65+6,30+6,70}{8}\\ \bar{y} &\approx 5,09\end{aligned}$$

Donc les coordonnées du point G sont $(7; 5,09)$.

2) (*2 points*)
On admet que la droite D d'équation $y = 0{,}24x + 3{,}41$ est un bon ajustement affine du nuage de points et que cet ajustement reste valable jusqu'en 2025.

(a) (½ point) Vérifier que le point G appartient à la droite D.

Solution:

$$\begin{aligned}y &= 0,24x+3,41\\ y &= 0,24\times 7+3,41\\ y &= 5,09\end{aligned}$$

Donc le point G appartient à la droite D.

(b) (½ point) Tracer la droite D sur le graphique précédent en indiquant les points utilisés.

Solution:

$$\begin{aligned}y &= 0,24\times 0+3,41\\ y &= 3,41\end{aligned}$$

Le point $A(0; 3,41)$ appartient à la droite D.
ON peut tracer la droite D à partir des points A et G.

(c) (½ point) Selon cet ajustement, quel sera le prix moyen annuel d'un paquet de cigarettes en France en 2020 ?

Solution:
2020 est l'année de rang 20 (2020 - 2000 = 20) :

$$
\begin{aligned}
y &= 0,24 \times 20 + 3,41 \\
y &= 8,21
\end{aligned}
$$

Selon cet ajustement, le prix moyen d'un paquet de cigarettes sera de 8,21 € en 2020.

(d) (½ point) Á partir de quelle année celui-ci dépassera-t-il les 10 euros ? Expliquer la démarche.

Solution:

Pour répondre à la question, on cherche à résoudre l'inéquation :

$$
\begin{aligned}
0,24 \times x + 3,41 &> 10 \\
0,24 \times x &> 6,59 \\
x &> \frac{6,59}{0,24} \\
x &> 27,46
\end{aligned}
$$

Le paquet dépassera les 10 euros en 2028.

Exercice 3 (9 points)

Partie A. (4 points)

Entre le 1er janvier 2014 et le 31 décembre 2014, une clinique enregistre 1200 accouchements. Depuis quelques années, le nombre annuel d'accouchements a augmenté de 3 % par an. L'objectif du directeur de la clinique est d'atteindre les 8000 accouchements réalisés dans la clinique d'ici fin 2020, en supposant que ce pourcentage d'augmentation moyen reste constant.

Pour tout nombre entier naturel n, on note u_n le nombre annuel d'accouchements dans cette clinique pour l'année $2014 + n$. Ainsi u_0 est le nombre d'accouchements durant l'année 2014, et $u_0 = 1200$.

1) (½ *point*)
Déterminer le nombre d'accouchements qui ont eu lieu dans cette clinique en 2015.

Solution:
Le coefficient multiplicateur correspondant à une augmentetion de 3% est 1,03.
$1200 \times 1{,}03 = 1236$
En 2015, il y a eu 1236 accouchements dans cette clinique.

2) (*1 point*)
Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Justifier et donner ses éléments caractéristiques.

Solution:
Chaque année, le nombre de naissance augmente de 3%, donc chaque terme de la suite est obtenu en multipliant le précédent par 1,03. C'est une suite géométrique de terme initial $u_0 = 1200$ et de raison $q = 1{,}03$.

3) (*1 point*)
Pour tout entier naturel n, exprimer u_n en fonction de n.

Solution:
Expression de u_n en fonction de n :

$$\begin{aligned} u_n &= u_0 \times q^n \\ u_n &= 1200 \times 1{,}03^n \end{aligned}$$

4) (½ *point*)
Déterminer le nombre d'accouchements qui auront lieu dans cette clinique en 2017 selon ce modèle. On arrondira ce résultat à l'unité.

Solution:
$2017 - 2014 = 3$, calcul de u_3 :

$$\begin{aligned} u_3 &= 1200 \times 1{,}03^3 \\ u_3 &\approx 1311 \end{aligned}$$

En 2017, il y aura 1311 accouchements.

5) (*1 point*)

On rappelle le résultat suivant :

Si (u_n) est une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q, $q \neq 1$, alors :

$$u_0 + u_1 + u_2 + ... + u_n = u_o \times \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$$

(a) (points) Déterminer le nombre total d'accouchements qui auront lieu dans cette clinique entre le 1^{er} janvier 2014 et el 31 décembre 2020. On arrondira le résultat à l'unité.

Solution:

2020 est l'année de rang 6, calcul de S_{20} :

$$\begin{aligned} S_{20} &= 1200 \times \frac{1 - 1{,}03^7}{1 - 11{,}03} \\ S_{20} &\approx 9195 \end{aligned}$$

Selon ce modèle, il y aura 9195 accouchements dans cette clinique entre 2014 et 2020.

(b) (points) Selon ce modèle, le directeur peut-il espérer atteindre son objectif ? Justifier.

Solution:

9195 est supérieur à 8000, donc le directeur peut atteindre son objectif.

Partie B. (5 points)

L'Organisation Mondiale de la Santé (OMS) recommande un taux maximum de 15 % de césariennes pour ce type de clinique. En France, les experts estiment que le taux de césariennes est anormal s'il dépasse les 25 %.

Un journal régional a mené une enquête auprès d'un certain nombre de femmes ayant accouché dans la clinique en 2014. L'objectif de cette étude était de déterminer si la clinique avait tendance à recourir trop fréquemment à une césarienne sans réelle justification médicale. Lors de cette enquête, le journaliste a obtenu les résultats suivants :

— 43 % des femmes interrogées sont primipares (c'est-à-dire qu'il s'agit de leur premier enfant) et parmi elles, 23 % ont accouché par césarienne à la clinique.

— 11 % des femmes interrogées sont des multipares (c'est-à-dire qu'elles ont déjà accouché auparavant) ayant accouché par césarienne lors d'un accouchement précédent et parmi elles, 64 % ont accouché par césarienne à la clinique.

— Les autres sont de multipares n'ayant jamais accouché par césarienne auparavant et parmi elles, 8 % ont accouché par césarienne à la clinique.

On choisit au hasard une femme ayant participé à l'enquête. On considère les événements suivants :

A_0 : «La femme est une primipare » (c'est-à-dire qu'il s'agit de son premier enfant) ;

M_1 : «La femme est une multipare qui a déjà accouché par césarienne » ;

M_2 : «La femme est une multipare qui n'a jamais accouché par césarienne auparavant» ;

C : «La femme a accouché par césarienne à la clinique».

L'événement contraire de l'événement C est noté $\bar{C}$.

1) (*1 point*)

Á partir des données de l'énoncé, déterminer :

(a) (½ point) La probabilité de l'événement M_1, notée $P(M_1)$;

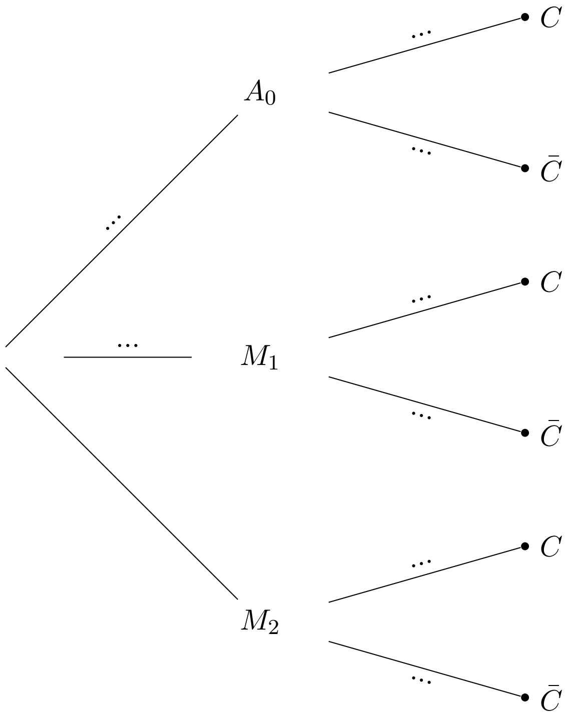
Solution:
$P(M_1) = \frac{11}{100} = 0{,}11$

(b) (½ point) La probabilité que la femme ait accouché par césarienne sachant qu'elle est une multipare qui a déjà accouché par césarienne, notée $P_{M_1}(C)$.

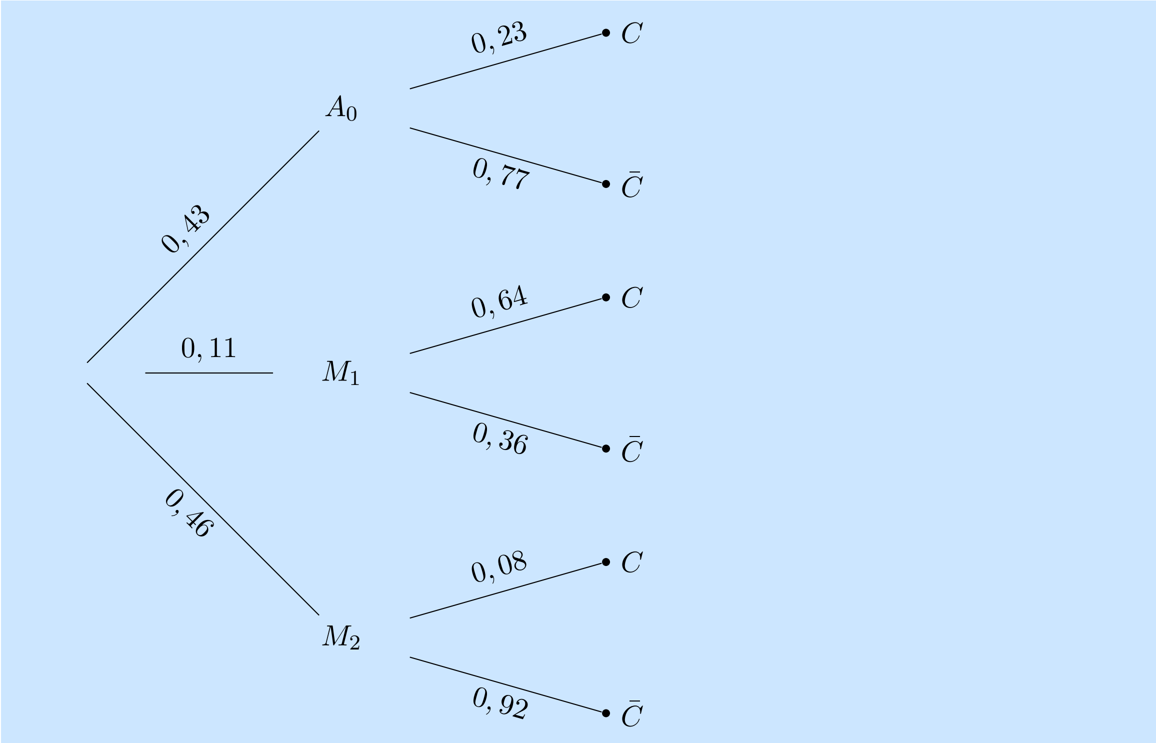
Solution:
$P_{M_1}(C) = \frac{64}{100} = 0{,}64$

2) (*1 point*)

Recopier et compléter l'arbre ci-dessous :



Solution:



3) (*1 point*)

Définir par une phrase l'événement $A_0 \cap C$ puis calculer la probabilité $P(A_0 \cap C)$.

Solution:

$A_0 \cap C$: «La femme est une primipare et elle a accouché par césarienne à la clinique.»

$$\begin{array}{rcl} P(A_0 \cap C) & = & 0{,}43 \times 0{,}23 \\ P(A_0 \cap C) & = & 0{,}0989 \end{array}$$

4) (*1 point*)

Montrer que la probabilité qu'une femme accouche par césarienne dans cette clinique est égale à 0,2061.

Solution:

Calcul de $P(M_1 \cap C)$ et $P(M_2 \cap C)$.

$$\begin{array}{rcl} P(M_1 \cap C) & = & 0{,}11 \times 0{,}64 \\ P(M_1 \cap C) & = & 0{,}0704 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} P(M_2 \cap C) & = & 0{,}08 \times 0{,}23 \\ P(M_2 \cap C) & = & 0{,}0368 \end{array}$$

Calcul de $P(C)$:

$$\begin{aligned} P(C) &= P(A_0 \cap C) + P(M_1 \cap C) + P(M_2 \cap C) \\ P(C) &= 0{,}0989 + 0{,}0704 + 0{,}0368 \\ P(C) &= 0.2061 \end{aligned}$$

5) (*1 point*)
La clinique étudiée respecte-t-elle les recommandations de l'OMS ? Des experts français ?

Solution:
Dans cette clinique, le taux de césarienne est de 20,61 %, donc elle respecte les recommandations des experts français mais pas celles de l'OMS.