

# 1<sup>ère</sup> ST<sub>2</sub>S : DS numéro 2

29 Novembre 2017

## 1 Comparaison de deux suites (6 points)

Les parents de Paul et Carine ont hérité d'une somme de 5000 € qu'ils offrent en deux parts égales à leurs enfants : chacun reçoit 2500 €.

Paul place la totalité de sa part sur un livret d'épargne aux taux de 2 % par an à intérêts composés.

Carine place 1200 € sur un livret d'épargne à 4 % à intérêts composés et garde le reste chez elle, dans sa tirelire.

On suppose que les deux enfants ne font plus désormais ni retrait ni versement.

*Les résultats seront donnés à l'euro près*

### 1) (2 points)

On note  $S_n$  le capital de Paul au bout de  $n$  années.

- (a) (1 point) Calculer  $S_1, S_2, S_3$ .

**Solution:**

—  $S_1 = S_0 \times 1,02 = 2550$

—  $S_2 = 2601$

—  $S_3 = 2653$

- (b) (1 point) ( $S_n$ ) est une suite géométrique, exprimer  $S_n$  en fonction de  $n$ .

**Solution:**

$S_n = 2500 \times 1,02^n$

### 2) (2 points)

On note  $T_n$ , le capital total (livret et tirelire) de Carine au bout de  $n$  années.

- (a) (1 point) Calculer  $T_1, T_2, T_3$ .

—  $T_1 = 1200 \times 1,04 + 1300 = 1243 + 1300 = 2543$

—  $T_2 = 1243 \times 1,04 + 1300 = 1298 + 1300 = 2598$

—  $T_3 = 1298 \times 1,04 + 1300 = 1350 + 1300 = 2650$

- (b) (1 point) Exprimer  $T_n$  en fonction de  $n$

**Solution:**

$S_n = 1200 \times 1,04^n + 1300$

### 3) (1 point)

Compléter le tableau suivant :

$n$	1	2	3	4	5	6	7	8
$S_n$								
$T_n$								

**Solution:**

$n$	1	2	3	4	5	6	7	8
$S_n$	2550	2601	2653	2706	2760	2815	2872	2929
$T_n$	2548	2598	2650	2703	2759	2818	2879	2942

**4) (1 point)**

En déduire, en fonction du nombre d'années, qui de Paul ou de Carine, fait le meilleur placement.

**Solution:**

Jusqu'à 6 ans, Paul a fait le meilleur placement, après 6 ans, c'est Carine.

## 2 Chiffre d'affaires (6 points)

Le chiffre d'affaires d'un laboratoire pharmaceutique augmente tous les ans de 50 000 €. En 2007, le chiffre d'affaires était de 500 000 €. On note  $C_0 = 500\,000$  et  $C_n$  le chiffre d'affaires au cours de l'année 2007 +  $n$ .

**1) (1 point)**

Donner pour tout entier  $n$ , l'expression de  $C_{n+1}$  en fonction de  $C_n$ .

**Solution:**

$$C_{n+1} = C_n + 50\,000$$

**2) (3 points)**

(a) (1 point) En déduire que les nombres  $C_0, C_1, C_2, \dots, C_n$  sont des termes successifs d'une suite arithmétique de premier terme  $C_0$  dont on précisera la raison.

**Solution:**

Tous les ans, le chiffre d'affaires augmente de 50 000 €, donc pour passer d'un terme à l'autre on ajoute 50 000. J'en déduis qu'il s'agit d'une suite arithmétique de raison  $r = 50\,000$ .

(b) (1 point) Calculer  $C_5$ . Que représente  $C_5$  ?

**Solution:**

$C_5$  représente le chiffre d'affaires du laboratoire en 2012 ( $2007 + 5 = 2012$ ).

$$\text{On a } C_5 = 500\,000 + 5 \times 50\,000 = 750\,000.$$

(c) (1 point) Calculer le chiffre d'affaires prévisible pour 2013.

**Solution:**

D'après la question (a), je sais que  $C_5$  correspond au chiffre d'affaires de l'année 2012. Donc pour 2013, il faut calculer  $C_6$ .

$$\text{On a : } C_6 = C_5 + 50\,000 = 750\,000 + 50\,000 = 800\,000$$

**3) (2 points)**

Déterminer en quelle année on peut prévoir un chiffre d'affaire de 1 050 000 €.

**Solution:**

Je sais que  $C_n = 500\,000 + n \times 50\,000$ . Je cherche la valeur de  $n$  pour laquelle  $C_n = 1\,050\,000$  :

$$\begin{aligned} 1\,050\,000 &= 500\,000 + n \times 50\,000 \\ 1\,050\,000 - 500\,000 &= n \times 50\,000 \\ 550\,000 &= n \times 50\,000 \\ \frac{550\,000}{50\,000} &= n \\ 11 &= n \end{aligned}$$

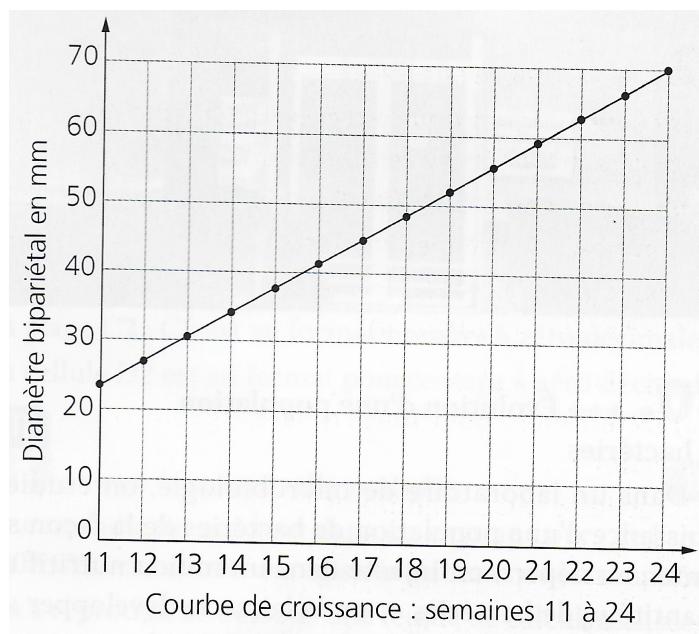
Donc le chiffre d'affaires de 1 050 000 est atteint la 11<sup>e</sup> année, c'est à dire 2018.

### 3 La croissance du fœtus (8 points)

Lors de la grossesse d'une femme, les médecins surveillent à l'aide de l'échographie, les médecins surveillent la croissance du fœtus durant les 39 semaines de grossesse.

Voici quelques indicateurs de cette surveillance :

- Durant les premières semaines, on mesure la longueur du fœtus (longueur tête-fesses).
- Ensuite, lorsque le fœtus est trop grand pour être visualisé complètement sur l'écran et donc être mesuré, on s'intéresse à la dimension de sa tête. On mesure le diamètre bipariétal (l'écartement entre les deux os qui se trouvent de chaque côté de la face, au dessus des oreilles). Le graphique ci-dessous donne le diamètre bipariétal d'un fœtus entre les semaines 11 à 24.



1) (2 points)

(a) (1 point) Déterminer graphiquement le diamètre bipariétal au bout de 11 semaines.

**Solution:**

Le diamètre bipariétal à 11 semaines est d'environ 25 mm.

- (b) (1 point) On désigne par  $u_{11}, u_{12}, \dots, u_{24}$  les valeurs du diamètre bipariétal pour les semaines 11 à 24. Quelle semble être la nature de la suite formée par ces termes successifs ?

**Solution:**

Les points représentant les termes de la suite sont alignés, donc la suite est arithmétique.

**2) (2 points)**

Dans cette question, on étudie la croissance du fœtus durant les semaines 4 à 10. Dans un tableau, on saisit les données concernant la taille du fœtus et on fait calculer le rapport entre deux valeurs consécutives. Les résultats sont donnés dans le tableau suivant :

Semaine n°	Longueur du fœtus en mm	Rapport calculé	Résultat du quotient
4	7		
5	10	10/7	1,428 571 429
6	14	14/10	1,4
7	20	20/14	1,428 571 429
8	28,5	28,5/20	1,425
9	41	41/28,5	1,438 596 491
10	58	58/41	1,414 634 146

Pour simplifier, on retient 1,42 comme valeur approchée des résultats de la dernière colonne. Quelle est l'augmentation en pourcentage de la taille du fœtus en une semaine ?

**Solution:**

$$1,42 - 1 = 0,42$$

Donc chaque semaine, la taille du fœtus augmente de 42 %.

**3) (4 points)**

On considère la suite géométrique  $(u_n)$  de raison 1,42 et telle que  $u_0 = 7$ . Le terme  $u_n$  de rang  $n$  représenterait la taille du fœtus en mm la semaine  $4 + n$ .

- (a) (1 point) Que représenterait  $u_{16}$  ?

**Solution:**

$u_{16}$  représenterait la taille du fœtus en mm la semaine 20 ( $4 + 16$ ).

- (b) (1 point) Calculer une valeur approchée à l'unité de  $u_{16}$ .

**Solution:**

NOM Prénom :

**Les réponses doivent être justifiées et rédigées**

$$\begin{aligned} u_{16} &= 7 \times 1,42^{16} \\ u_{16} &= 1913 \end{aligned}$$

- (c) (2 points) Le modèle «suite géométrique» est-il pertinent au bout de 20 semaines ?

**Solution:**

Si on suit ce modèle, à la vingtième semaine le foetus mesurerait 1913 millimètres, soit presque 2 mètres. Ce n'est pas réaliste, donc le modèle n'est pas pertinent.