Objectifs

- Savoir définir un parallélogramme et connaître ses propriétés.
- Savoir caractériser les parallélogrammes particuliers.
- Savoir utiliser les propriétés des parallélogrammes.
- Savoir identifier un parallélogramme ou un parallélogramme particulier.

Compétences travaillées

- `Chercher (Ch2)` : observer, questionner, manipuler, expérimenter (sur une feuille de papier, avec des objets, à l'aide de logiciels), chercher des exemples ou des contre-exemples ;
- `Raisonner (Ra3)` : démontrer : utiliser un raisonnement logique pour parvenir à une conclusion ;
- `Communiquer (Co2)` : expliquer à l'oral ou à l'écrit sa démarche ou son raisonnement ;

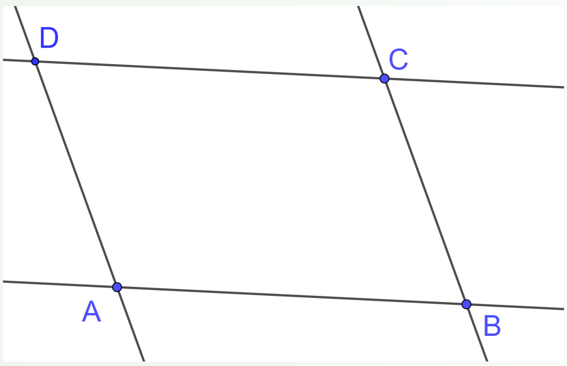
I. Le parallélogramme

1) Défintion

Définition

Un parallélogramme est un quadrilatère dont les **côtés opposés sont parallèles**.

Exemple



On a $(AB)//(CD)$ et $(BC)//(AD)$ donc le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.

2) Propriétés du parallélogramme

Côtés

Propriétés

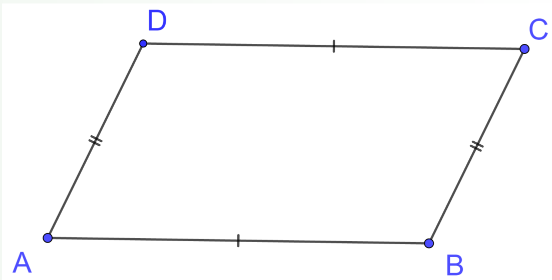
Si un quadrilatère est un parallélogramme **alors**

- ses `côtés opposés` sont `parallèles` ;
- ses `côtés opposés` ont la `même longueur`.

Exemple

Dans le parallélogramme ABCD :

- (AB) // (CD) et $(AD)//(BC)$;
- $AD = BC$ et $AB = CD$;



Diagonales

Propriétés

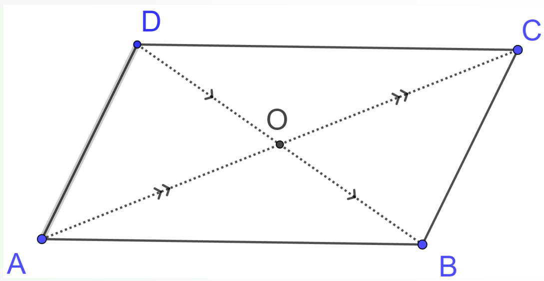
Si un quadrilatère est un parallélogramme **alors** :

- ses `diagonales se coupent en leur milieu` ;
- le point d'intersection de ses diagonales est son `centre de symétrie`.

Exemple

Dans le parallélogramme ABCD :

- $AO = OC$ et $BO = OD$;
- O est le centre de symétrie.



Angles

Propriétés

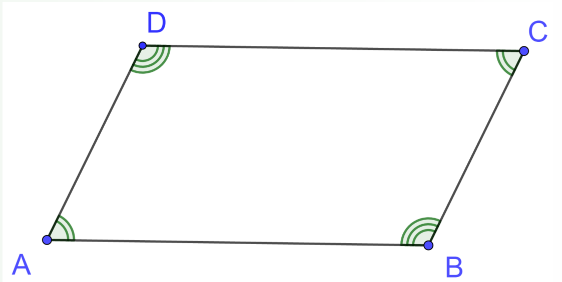
Si un quadrilatère est un parallélogramme **alors** :

- `deux angles successifs` sont `supplémentaires` (la somme de leur mesure est 180°) ;
- le point d'intersection de ses diagonales est son `centre de symétrie`.

Exemple

Dans le parallélogramme ABCD :

- $\widehat{BAD} = \widehat{DCB}$ et $\widehat{ADC} = \widehat{CBA}$;
- $\widehat{BAD} + \widehat{ADC} = 180°$ et $\widehat{DCB} + \widehat{CBA} = 180°$.



II. Parallélogrammes particuliers

1) Rectangle

Définition

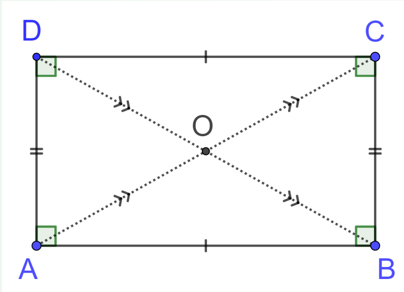
Un rectangle est un quadrilatère qui possède `quatre angles droits`.

Propriétés

Si un quadrilatère est un rectangle **alors**

- il a `quatre angles droits` ;
- ses `diagonales` ont la `même longueur`.

Exemple



ABCD est un rectangle donc :

- $\widehat{ABC} = \widehat{BCD} = \widehat{CDA} = \widehat{DAB} = 90°$;
- $AC = BD$.

2) Losange

Définition

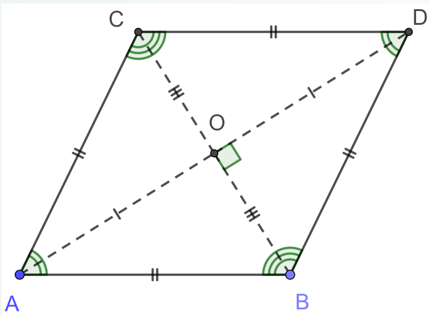
Un losange est un quadrilatère qui possède `quatre côtés de même longueur`.

Propriétés

Si un quadrilatère est un losange **alors**

- ses `quatre cotés` font la `même longueur` ;
- ses `diagonales` ont `perpendiculaires`.

Exemple



ABCD est un losange donc :

- $AB = BC = CD = DA$;
- $(AC) \perp (BD)$.

3) Carré

Définition

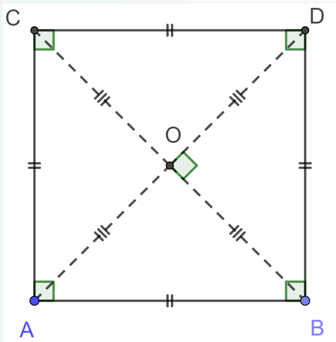
Un carré est un quadrilatère qui possède **quatre angles droits** et **quatre côtés de même longueur**.

Propriétés

Si un quadrilatère est un carré **alors**

- ses **quatre cotés** ont la **même longueur** ;
- il a **quatre angles droits** ;
- ses **diagonales** sont **perpendiculaires** et ont la **même longueur**.

Exemple



ABCD est un carré donc

- $AB = BC = CD = DA$;
- $\widehat{ABC} = \widehat{BCD} = \widehat{CDA} = \widehat{DAB} = 90°$;
- $AC = BD$;
- $(AC) \perp (BD)$.

III. Identifier un parallélogramme

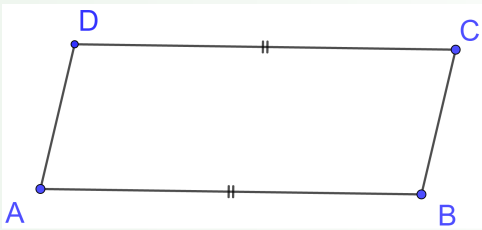
1) Du quadrilatère au parallélogramme

Propriétés

- **Si** un quadrilatère a ses `côtés opposés parallèles` **alors** c'est un parallélogramme.
- **Si** un quadrilatère (non croisé) a ses `côtés opposés de même longueur` **alors** c'est un parallélogramme.
- **Si** un quadrilatère (non croisé) a `deux côtés opposés parallèles et de même longueur` **alors** c'est un parallélogramme.
- **Si** un quadrilatère a ses `diagonales qui se coupent en leur milieu` **alors** c'est un parallélogramme.

Exemple

Déterminer la nature du quadrilatère ABCD sachant que $(AB)//(CD)$.



Je sais que $(AB)//(CD)$ et $AB = CD$.
Or si un quadrilatère (non croisé) a deux côtés opposés parallèles et de même longueur alors c'est un parallélogramme.
Donc ABCD est un parallélogramme.

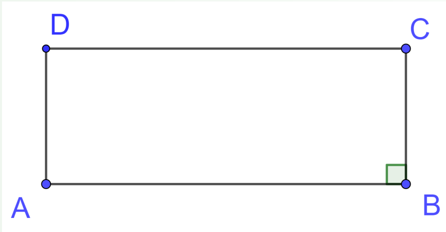
2) Du parallélogramme aux parallélogrammes particuliers

Propriété

- **Si** un parallélogramme a `deux côtés consécutifs perpendiculaires` **alors** c'est un rectangle.
- **Si** un parallélogramme a `ses diagonales de même longueur` **alors** c'est un rectangle.

Exemple

Déterminer la nature du parallélogramme ABCD.



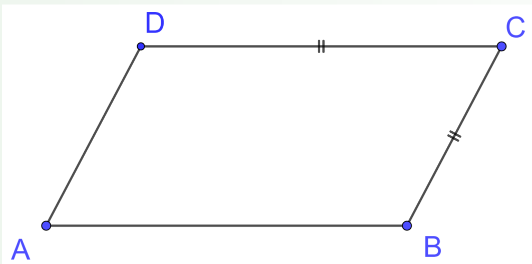
Je sais que ABCD est un parallélogramme et $(AB) \perp (BC)$.
Or si un parallélogramme a deux côtés consécutifs perpendiculaires alors c'est un rectangle.
Donc ABCD est un rectangle.

Propriétés

- **Si** un parallélogramme a `deux côtés consécutifs de même longueur` **alors** c'est un losange.
- **Si** un parallélogramme a `ses diagonales perpendiculaires` **alors** c'est un losange.

Exemple

Déterminer la nature du parallélogramme ABCD.



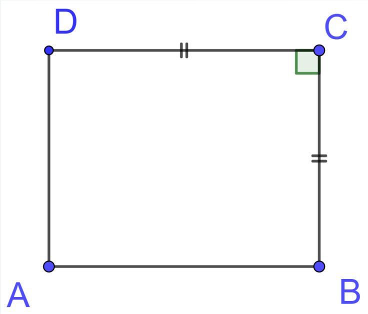
Je sais que ABCD est un parallélogramme et $BC = CD$.
Or si un parallélogramme a deux côtés consécutifs de même longueur alors c'est un losange.
Donc ABCD est un losange.

Propriété

Si un quadrilatère est `à la fois un losange et un rectangle` **alors** c'est un carré.

Exemple

Déterminer la nature du quadrilatère ABCD.



Je sais que ABCD est un parallélogramme et $BC = CD$.
Or si un parallélogramme a deux côtés consécutifs de même longueur alors c'est un losange.
Donc ABCD est un losange.

Je sais que ABCD est un parallélogramme et $(BC) \perp (CD)$.
Or si un parallélogramme a deux côtés consécutifs perpendiculaires alors c'est un rectangle.
Donc ABCD est un rectangle.

Je sais que ABCD est un losange et ABCD est un rectangle.
Or si un quadrilatère est à la fois un losange et un rectangle alors c'est un carré.
Donc ABCD est un carré.