

② Symétries et démonstration

Objectifs

- Construire le symétrique d'un point ou d'une figure par rapport à une droite à la main ou à l'aide d'un logiciel ;
- Construire le symétrique d'un point ou d'une figure par rapport à un point, à la main ou à l'aide d'un logiciel ;
- Utiliser les propriétés de la symétrie axiale ou centrale ;
- Identifier des symétries dans des figures.

Compétences

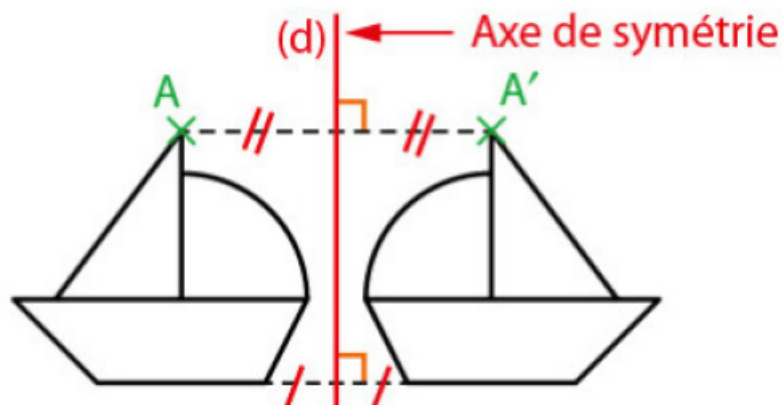
- Chercher
- Raisonner
- Communiquer

I. Symétrie axiale

Définition

Deux figures sont **symétriques par rapport à une droite** (d) si elles se superposent quand on plie le long de cette droite. La droite (d) est appelée **axe de symétrie**.

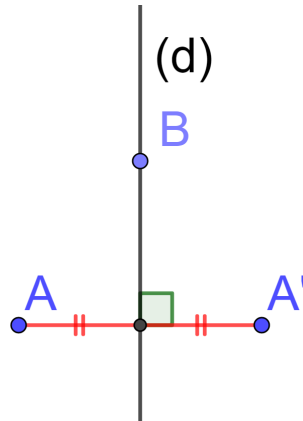
Exemple :



Propriétés

Soit (d) une droite :

- Si un point A n'appartient pas à la droite (d) , alors son symétrique par rapport à la droite (d) est le point A' tel que (d) est la médiatrice du segment $[AA']$.
- Si un point B appartient à la droite (d) , alors son symétrique par rapport à la droite (d) est **lui même**.

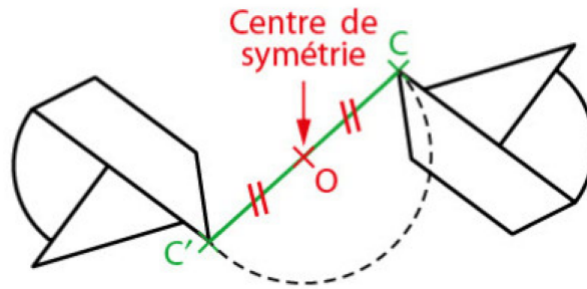


II. Symétrie centrale

Définition

Deux figures sont **symétriques par rapport à un point O** si elles se superposent lorsqu'on effectue un demi-tour autour du point O . Le point O est appelé **centre de symétrie**.

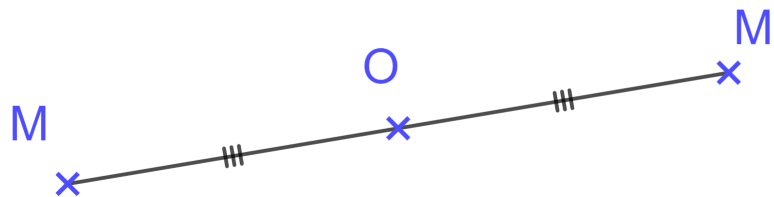
Exemple :



Définition

Dire que deux points M et M' sont symétriques par rapport à un point O signifie que le point O est le milieu du segment $[MM']$.

Exemple :



Remarque :

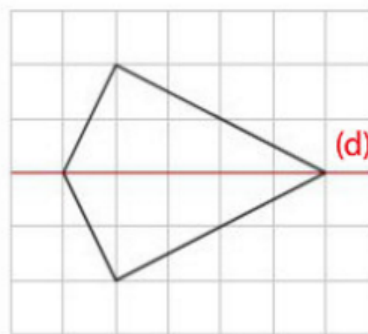
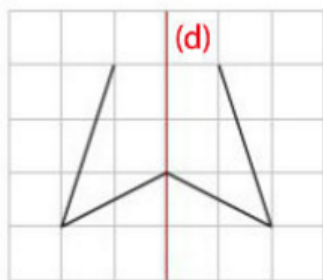
Pour construire le symétrique du point M , on reporte au compas la longueur OM sur la demi-droite $[MO)$.

III. Identifier un axe ou un centre de symétrie

Définition

Si une figure et son symétrique par rapport à une droite (d) sont confondus, alors (d) est un **axe de symétrie** de la figure.

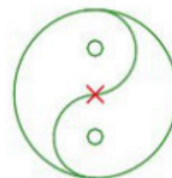
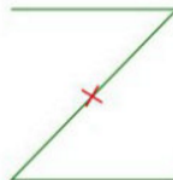
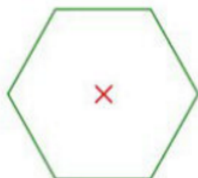
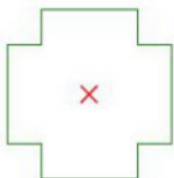
Exemples :



Définition

Si une figure et son symétrique par rapport à un point O sont confondus, alors O est un **centre de symétrie** de la figure.

Exemples :

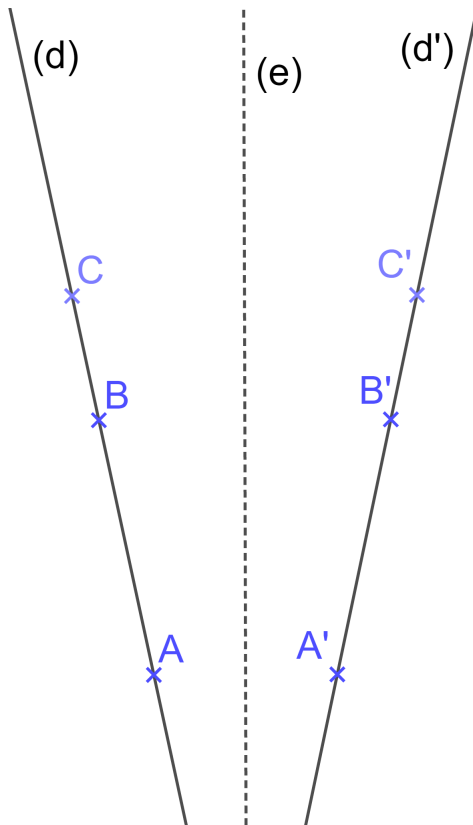


IV. Propriétés de la symétrie

Propriétés

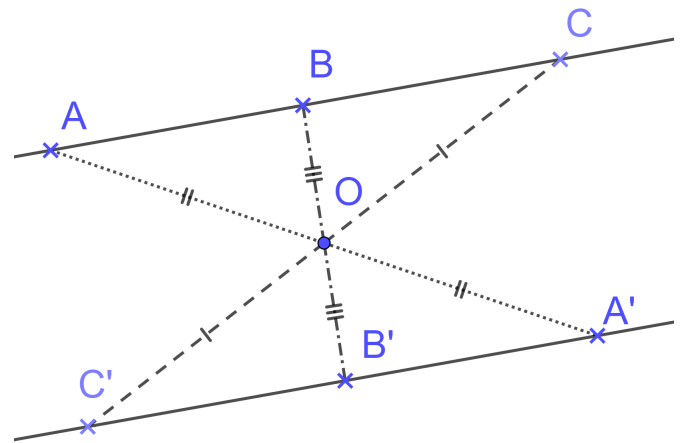
- Le symétrique d'une droite par rapport à une droite ou un point est **une autre droite**.
- Si deux droites sont symétriques **par rapport à un point** alors elles sont **parallèles**.

Exemples :



- Les points A , B et C sont alignés,

donc A' , B' et C' leur symétriques par rapport à la droite (e) sont aussi alignés.

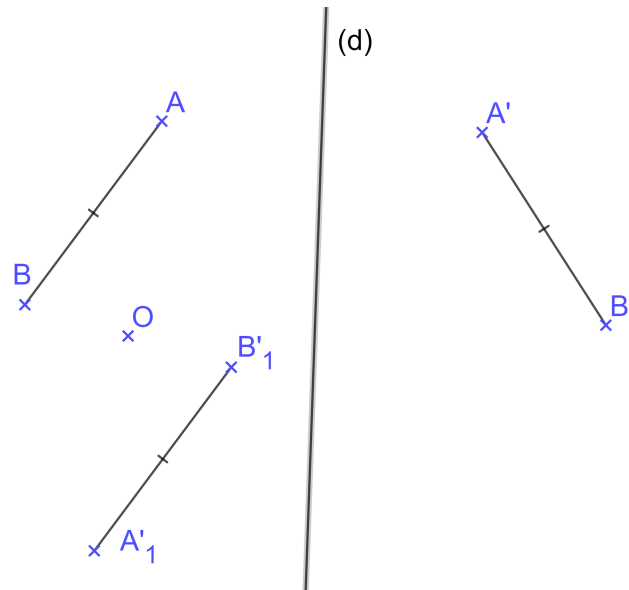


- Les points A , B et C sont alignés, donc A' , B' et C' leur symétriques par rapport au point O sont alignés.
- La droite (AB) est parallèle à la droite $(A'B')$.

Propriété

Le symétrique d'un segment par rapport à une droite ou un point est un segment **de même longueur**.

Exemple :

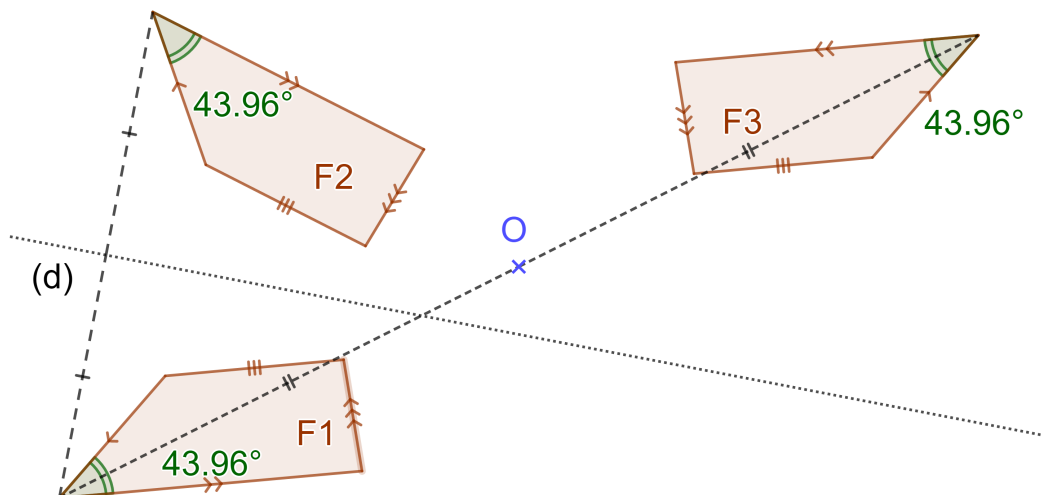


Le segment $[A'B']$ est le symétrique du segment $[AB]$ par rapport à la droite (d) et $[A_1B_1]$ est le symétrique de $[AB]$ par rapport au point O . On a $AB = A'B' = A_1B_1$.

Propriété

- Le symétrique d'une figure par rapport à une droite ou un point est une figure **de même forme**.
- La symétrie conserve : **les longueurs, l'alignement, les mesures d'angles et les aires**.

Exemple :



$F2$ et $F3$ sont les symétriques de $F1$ respectivement par rapport à la droite (d) et au point O . Elles ont les mêmes angles, le même périmètre et la même aire.