BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE

SESSION 2019

Épreuve : **MATHÉMATIQUES** *Épreuve blanche*	Série : **Sciences et Technologies de la Santé et du Social (ST2S)**
Durée de l'épreuve : **2 heures**	Coefficient : **3**

ÉPREUVE DU MERCREDI 30 JANVIER 2019

L'usage de tout modèle de calculatrice, avec ou sans mode examen, est autorisé

Ce sujet comporte 10 pages numérotées de 1/10 à 10/10

Ce sujet comporte 1 annexe située page 10 /10 à remettre avec la copie.

Le candidat doit s'assurer que le sujet distribué est complet.

Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.
Cependant, le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou infructueuse, qu'il aura développée.

Exercice 1 (6 points)

La loi de financement de la Sécurité sociale comprend un objectif national de dépenses d'assurance maladie, qui est voté chaque année par le Parlement.

Le montant des dépenses d'assurance maladie a été évalué pour l'année 2016 à 185,2 milliards d'euros. Le parlement a voté une croissance de ces dépenses de 2,1 % pour l'année 2017.

1. Montrer que le montant des dépenses d'assurance maladie voté pour l'année 2017 est de 189,1 milliards d'euros *(à cent millions près)*.

Solution:
Le coefficient multiplicateur correspondant à une augmentation de 2,1 %, est 1,021.

$$185{,}2 \times 1{,}021 \approx 189{,}08$$

Le montant des dépenses d'assurance maladie voté pour l'année 2017 est donc bien de 189,1 milliards d'euros.

Pour estimer les montants des années suivantes, on suppose que le Parlement votera chaque année une augmentation de 2,1 % de ces dépenses.

On modélise à l'aide d'une suite (v_n) le montant, en milliards d'euros des dépenses d'assurance maladie voté chaque année. On note v_0 le montant voté pour l'année 2016 et v_n le montant voté pour l'année $(2016 + n)$, où n est un entier positif ou nul. On a ainsi $v_0 = 185{,}2$.

On veut utiliser la feuille de calcul automatisé ci-dessous afin d'obtenir les valeurs successives de la suite (v_n).

	A	B
1	n	v_n
2	0	185,2
3	1	189,1
4	2	
5	3	

2. Quelle formule peut-on entrer dans la cellule $B3$, de sorte que, recopiée vers le bas, elle permette d'afficher les valeurs de la suite (v_n) ?

Solution:
Pour calculer les valeurs de la suite (v_n), on rentre en $B4$ la formule suivante :

$$= B3 * 1{,}021$$

3. Indiquer sans justification la nature de la suite (v_n). Donner sa raison.

Solution:
(v_n) est une suite géométrique de raison 1,021.

4. Exprimer v_n en fonction de n.

Solution:
On a :

$$\begin{aligned} v_n &= v_0 \times q^n \\ v_n &= 185{,}2 \times 1{,}021^n \end{aligned}$$

5. Déterminer une estimation de montant des dépenses d'assurance maladie voté par le parlement l'année 2020. *(Arrondir la valeur à la centaine de millions.)*

Solution:
L'année 2020 est l'année de rang 4 (2016 + 4), je calcule v_4 :

$$\begin{aligned} v_4 &= 185{,}2 \times 1{,}021^4 \\ v_4 &\approx 201{,}4 \end{aligned}$$

Avec ce modèle, on peut estimer le montant des dépenses d'assurance maladie voté par le parlement l'année 2020 à 201,4 milliards d'euros.

6. À l'aide de la calculatrice, trouver la valeur de x telle que $185{,}2 \times 1{,}021^x \geq 210$.

Solution:
À l'aide de la calculatrice j'obtiens $v_6 \approx 2019{,}8$ et $v_7 \approx 214{,}2$. On a donc $185{,}2 \times 1{,}021^x \geq 210$ pour $x \geq 7$.

7. Déterminer, suivant ce modèle, l'année pour laquelle sera voté, pour la première fois, un montant de dépenses de l'assurance maladie supérieur à 210 milliards d'euros.

Solution:
Selon ce modèle, un montant de dépenses de l'assurance maladie supérieur à 210 milliards d'euros, sera voté pour la première fois en 2023 (2016 + 7).

Exercice 2 Questions à choix multiple *(6 points)*

Cet exercice se présente sous la forme d'un questionnaire à choix multiple (QCM). Les six questions sont indépendantes. Pour chaque question, une seule réponse est exacte, on demande d'indiquer cette réponse sur la copie sans la justifier. Chaque bonne réponse rapporte 1 point, chaque réponse incorrecte retire 0,25 point, une question sans réponse n'apporte ni ne retire aucun point. Si le total est négatif, la note est ramenée à 0.

Partie A. En prime

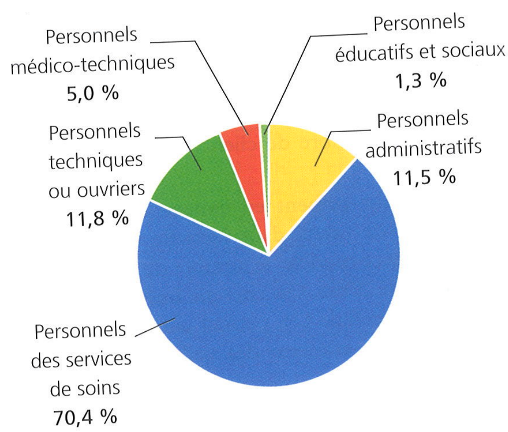
Le tableau suivant donne le montant en euros et la répartition d'une prime de fin d'année de 250 techniciens et cadres d'un laboratoire d'analyses biologiques. On suppose que dans chaque classe, tous les éléments sont situés au centre.

Montant de la prime en euros	**Effectif**
[400 ; 500[	25
[500 ; 600[	85
[600 ; 700 [	75
[700 ; 800 [	35
[800 ; 900 [	30

1. La fréquence de la classe [600 ; 700[:
   ◯ 30 ; ◯ 0,75 ; √ 0,30.
2. La fréquence d'avoir un employé ayant une prime strictement inférieure à 600 € a pour valeur :
   ◯ 0,34 ; √ 0,44 ; ◯ 0,56.
3. Une valeur approchée arrondie à l'euro de l'écart type est :
   ◯ 137 ; ◯ 173 ; √ 116.

Partie B. Avec un digramme statistique

Le diagramme suivant donne la répartition en pourcentage des personnels non médecins et des sages-femmes des établissements publics de santé, en 2005. Le nombre total de ces personnels était 773 746. Les infirmiers représentaient 40,20 % des personnels des services de soin. Les aides-soignants représentaient 34,38 % des personnels des services de soin.



1. La proportion d'infirmiers dans l'ensemble des personnels est environ :
   ◯ 30,2 % ; √ 28,3 % ; ◯ 29,6 %.

2. Les aides-soignants étaient :

   ◯ 26 586 ; ◯ 265 859 ; $\surd$ **187 274.**

3. Les personnels éducatifs et sociaux étaient :

   ◯ 26 586 ; $\surd$ **10 059 ;** ◯ 265 859.

Exercice 3 (8 points)

L'Allocation Personnalisée à l'Autonomie en établissement (APA en établissement) est une allocation destinée aux personnes âgées de plus de 60 ans en perte d'autonomie et résidant dans un établissement de santé.

Dans cet exercice, on modélise de deux façons différentes l'évolution du montant de l'APA en établissement dans un département français.

Partie A.

Le tableau suivant donne les montants en euro de l'APA en établissement de 2007 à 2015 pour le département considéré :

Année	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
Rang de l'année (x_i)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Montant, en euro de l'APA en établissement (y_i)	13 504	14 443	14 914	15 351	15 751	16 144	16 744	17 190	18 070

En annexe A, à rendre avec la copie, on a représenté, dans un repère orthogonal, le nuage de points de coordonnées $(x_i; y_i)$ associé à cette série statistique.

1. (a) Déterminer les coordonnées du point moyen G de ce nuage de points. Arrondir l'ordonnée à l'unité.

   Solution:

   $$\bar{x} = \frac{1+2+3+4+5+6+7+8+9}{9} = 5$$

   $$\bar{y} = \frac{13\,504 + 14\,443 + 14\,914 + 15\,351 + 15\,751 + 16\,144 + 16\,744 + 17\,190 + 18\,070}{9} \approx 15\,790{,}1$$

   Le point moyen du nuage est $G(5; 15\,790)$.

   (b) Placer le point G dans le repère précédent.

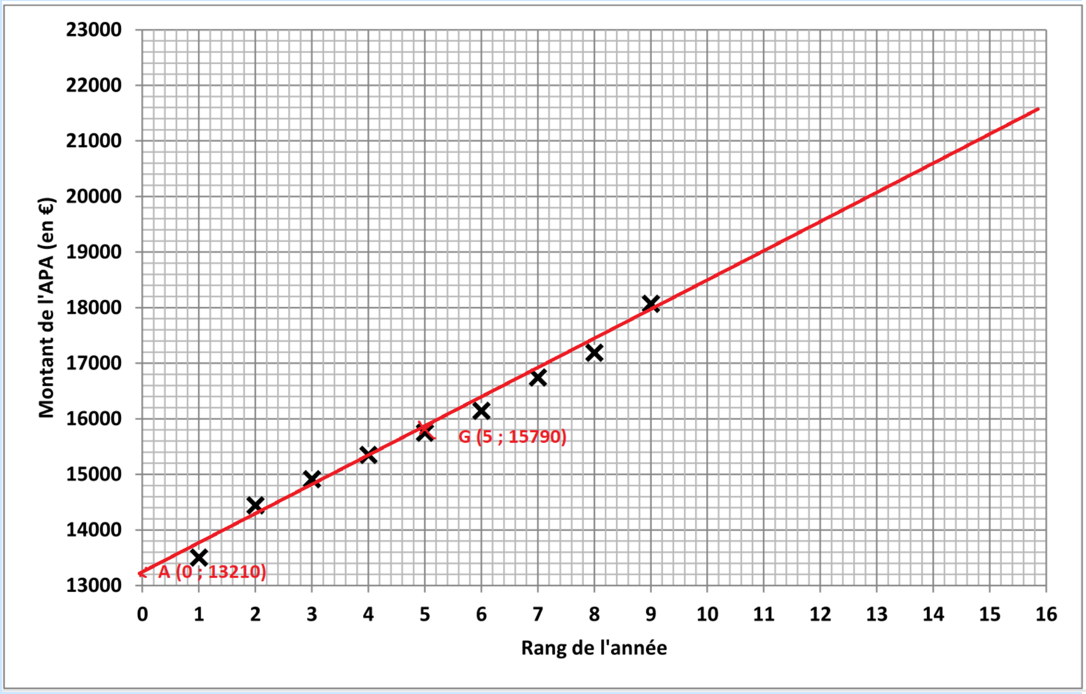
2. On admet que la droite D d'équation $y = 516x + 13\,210$ réalise un bon ajustement affine du nuage de points jusqu'en 2020.

(a) Tracer la droite D dans le repère précédent. Donner les coordonnées des points choisis pour la tracer.

Solution:
Soit A, le point de la droite D, d'abscisse 0, on a $A(0; y_A)$.

$$\begin{aligned} y_A &= 516 \times x_A + 13\,210 \\ y_A &= 516 \times 0 + 13\,210 \\ y_A &= 13\,210 \end{aligned}$$

Pour tracer la droite D, j'utilise donc les points $A(0; 13\,210)$ et $G(5; 15\,790)$.



(b) À l'aide de cet ajustement, donner une estimation du montant de l'APA en établissement dans ce département pour l'année 2018.

Solution:
2018 est l'année de rang 12. Dans l'équation de la droite, je remplace donc x par 12.

$$\begin{aligned} y &= 516 \times 12 + 13\,210 \\ y &= 19\,402 \end{aligned}$$

On peut donc estimer que le montant de l'APA en établissement dans ce département en 2018 sera de 19 402 €.

Partie B.

On a recopié le tableau précédent dans une feuille de calcul d'un tableur. Les cellules de la ligne 4 sont au format pourcentage.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Année	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
2	Rang de l'année	1	2	3	4	5	6	7	8	9
3	Montant, en euro, de l'APA en établissement	13 504	14 443	14 914	15 351	15 751	16 144	16 744	17 190	18 070
4	Taux d'évolution									

1. (a) Calculer le taux d'évolution de montant de l'APA en établissement dans ce département entre 2014 et 2015. Arrondir le résultat à 0,1 %.

Solution:

$$\begin{aligned} t &= \frac{v_{arrivée} - v_{départ}}{v_{départ}} \\ t &= \frac{18\,070 - 17\,190}{17\,190} \\ t &\approx 0{,}051 \end{aligned}$$

Entre 2014 et 2015; l'APA en établissement a augmenté de 5,1 % dans ce département.

(b) Quelle formule doit-on entrer dans la case $C4$ pour obtenir, par recopié vers la droite, les taux d'évolution en pourcentage du montant de l'APA en établissement dans ce département, entre deux années consécutives ?

Solution:
Pour calculer le taux d'évolution on rentre en $C4$ la formule suivante :
$= (C3 - B3)/B3$.

2. On suppose maintenant que le montant de l'APA en établissement dans ce département augmente de 5,1 % par an après 2015. On décide de modéliser ce montant par une suite numérique (u_n).
Pour tout entier naturel n ; u_n désigne le montant de l'APA en établissement dans ce département, en euro, pour l'année $(2015 + n)$. Ainsi $u_0 = 18\,070$.
(a) Calculer u_1. Arrondir le résultat à l'unité. Interpréter la valeur de u_1 dans le contexte de l'exercice.

Solution:
L'APA en établissement augmente chaque année de 5,1 %, donc pour passer d'une année à l'autre, on multiplie le montant par 1,051. On a donc :

$$
\begin{aligned}
u_1 &= u_0 \times 1{,}051 \\
u_1 &= 18\,070 \times 1{,}051 \\
u_1 &\approx 18\,991{,}6
\end{aligned}
$$

u_1 représente le montant de l'APA en établissement dans ce département en 2016, soit 18 992 euros.

(b) Donner, sans justification, la nature de la suite (u_n) et sa raison.

Solution:
(u_n) est une suite géométrique de raison 1,051.

(c) Exprimer, pour tout entier naturel n, u_n en fonction de n.

Solution:
On a :

$$
\begin{aligned}
u_n &= u_0 \times q^n \\
u_n &= 18\,070 \times 1{,}051^n
\end{aligned}
$$

3. Parmi les deux modèles (l'ajustement affine de la partie A et la suite (u_n) de la partie B), quel est celui qui prévoit le plus haut montant de l'APA en établissement pour l'année 2018 ?

Solution:
L'année 2018 est l'année de rang 3 (2015 + 3), je calcule u_3 :

$$
\begin{aligned}
u_3 &= 18\,070 \times 1{,}051^3 \\
u_3 &\approx 20\,978
\end{aligned}
$$

$20\,978 > 19\,402$, c'est donc la suite (u_n) qui prévoit le plus haut montant de l'APA en établissement en 2018.

Annexe A.

Á rendre avec la copie
Exercice 3