Fonctions de référence

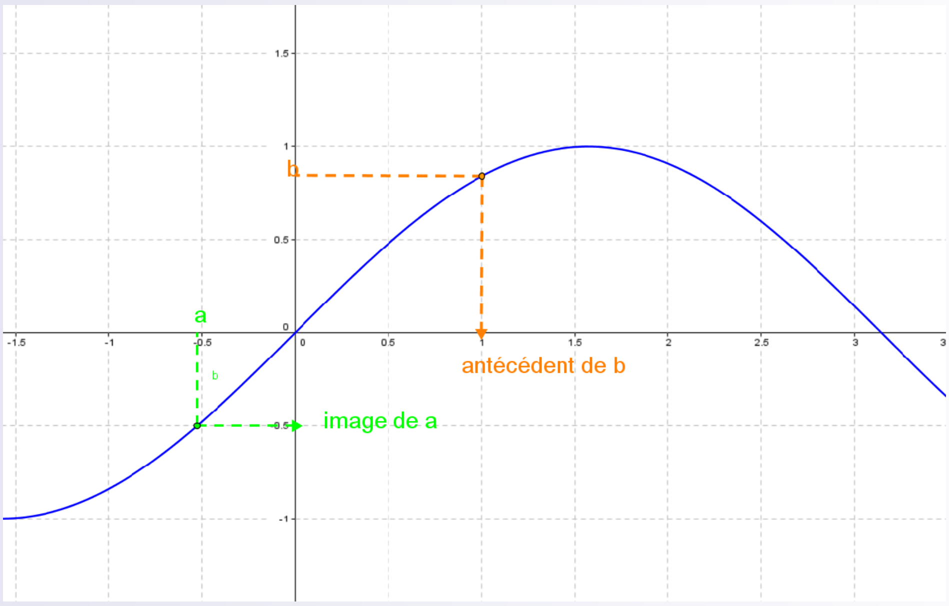
Olivier FINOT, 22 août 2015

I. Rappels

Définitions

- Toute fonction est définie sur **intervalle** I.
- Elle a un nom, souvent f.
- Le nombre de départ, **la variable** est en général appelé x. Le nombre qui lui est associé est alors noté $f(x)$.
- Le nombre $f(x)$ est appelé **image de** x par la fonction f.
- **x** est appelé **antécédentde** $f(x)$ par la fonction f
- f est **croissante** si $f(x)$ augmente quand x augmente.
- f est **décroissante** si $f(x)$ diminue quand x augmente.

Illustartion



II. Fonctions de référence

1) Fonction carré

Définition

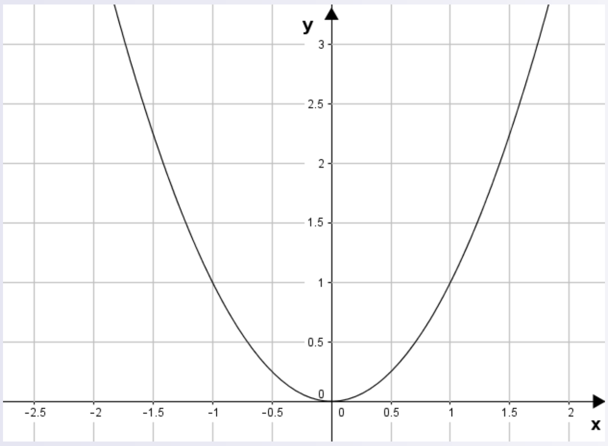
La **fonction carré** est définie par $x \mapsto x^2$.

Propriétés

- Elle est définie pour tous les nombres qui existent (sur l'intervalle $]-\infty\,;+\infty[$).
- Elle est décroissante sur $]-\infty\,;0]$.
- Elle est croissante sur $[0\,;+\infty[$.
- Sa représentation graphique est une **parabole**.

Illustartion

Courbe représentative de la fonction $f(x) = x^2$ et tableau de variations associé :



x	$-\infty$	0	$+\infty$
x^2	π $\searrow$	0	$\nearrow$ $+\infty$

2) Fonction inverse

Définition

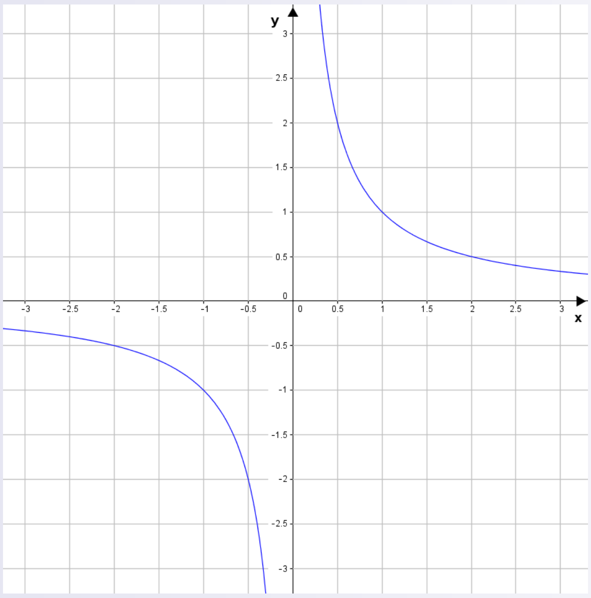
La **fonction inverse** est définie par $x \mapsto \dfrac{1}{x}$.

Propriétés

- Elle est définie pour tous les nombres qui existent sauf 0, car il n'est pas possible de diviser un nombre par 0 (sur l'intervalle $]-\infty\,;0[\,\cup\,]0\,;+\infty[$).
- Elle est décroissante sur $]-\infty\,;0[$.
- Elle est croissante sur $]0\,;+\infty[$.
- Sa représentation graphique est une **hyperbole**.

Illustartion

Courbe représentative de la fonction $f(x) = \dfrac{1}{x}$ et tableau de variations associé :



x	$-\infty$		0		$+\infty$
$\dfrac{1}{x}$	0	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	0

3) Fonction racine

Définition

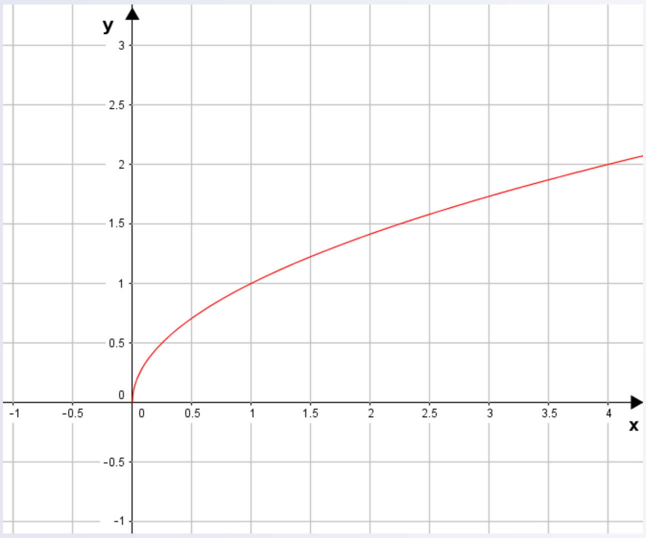
La **fonction racine carrée** est définie par $x \mapsto \sqrt{x}$.

Propriétés

- Elle est définie pour tous les nombres positifs, car on ne peut pas prendre la racine carrée d'un nombre négatif (sur l'intervalle $[0\,;+\infty[$).
- Elle est croissante sur $[0\,;+\infty[$.

Illustartion

Courbe représentative de la fonction $f(x) = \sqrt{x}$ et tableau de variations associé :



x	0	$+\infty$
$\sqrt{x}$	0 ↗	$+\infty$

4) Fonction cube

Définition

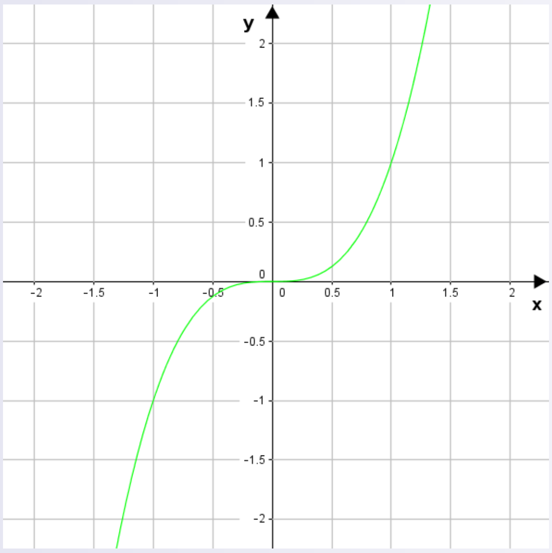
La **fonction cube** est définie par $x \mapsto x^3$.

Propriétés

- Elle est définie pour tous les nombres qui existent (sur l'intervalle $]-\infty\,;+\infty[$).
- Elle est croissante sur $[0\,;+\infty[$.

Illustartion

Courbe représentative de la fonction $f(x) = x^3$ et tableau de variations associé :



x	$-\infty$ $\qquad$ $+\infty$
x^3	$-\infty$ $\nearrow$ $+\infty$

III. Opérations avec les fonctions

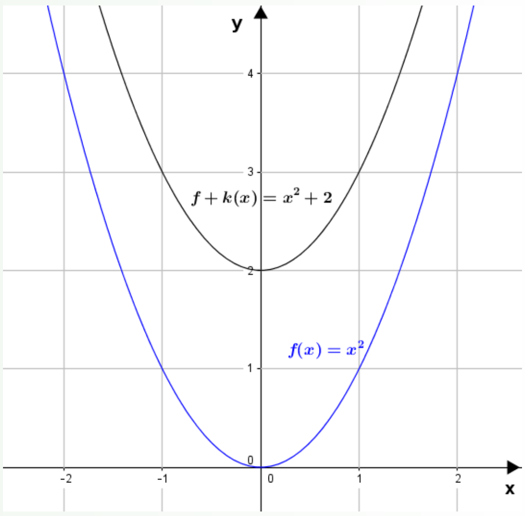
1) Somme d'une fonction et d'un nombre

Propriété

Lorsque l'on **ajoute une constante** k **à une fonction** f, on obtient une nouvelle fonction notée $f+k$ qui a **le même sens de variation que** f.

Exemple

Soit la fonction f, telle que $f(x) = x^2$.
f est décroissante sur l'intervalle $]-\infty\,;0]$ et croissante sur $[0\,;+\infty[$.
Donc la fonction $f + k(x) = x^2 + 2$ est décroissante sur l'intervalle $]-\infty\,;0]$ et croissante sur $[0\,;+\infty[)$.



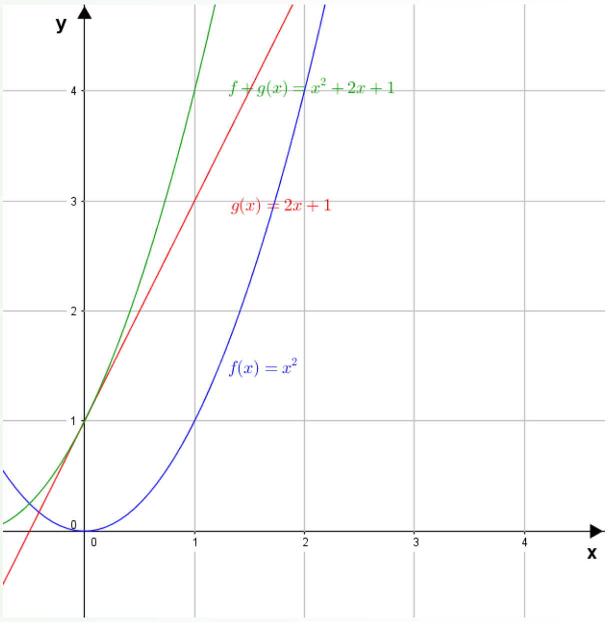
2) Somme de deux fonctions

Propriété

Si on **ajoute deux fonctions f et g** qui possèdent le **même sens de variation**, on obtient alors une fonction $f+g$ qui a **le même sens de variation que f ou g**.

Exemple

Soient les fonctions f et g, telles que $f(x) = x^2$ et $g(x) = 2x + 1$.
f et g sont croissantes sur l'intervalle $[0\,;+\infty[$.
Donc la fonction $f + g(x) = x^2 + 2x + 1$ est croissante sur $[0\,;+\infty[$.



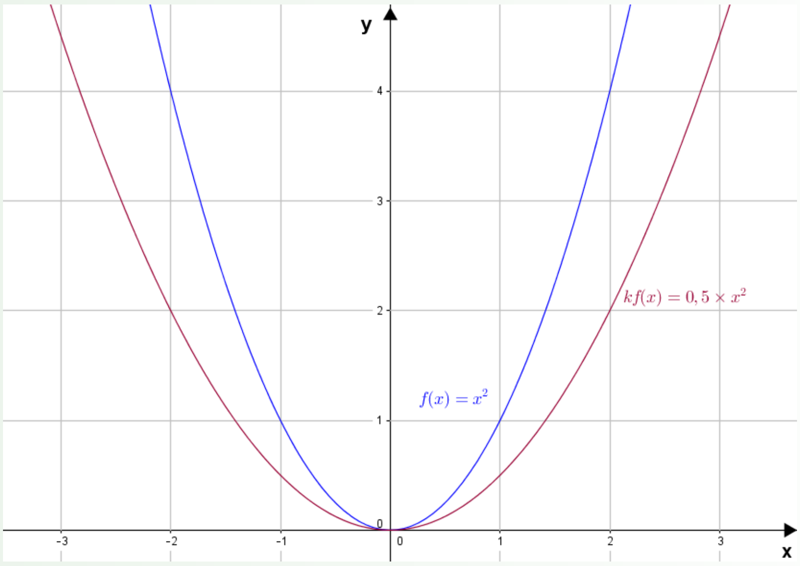
3) Produit d'une fonction et d'un nombre

Propriétés

- Lorsque l'on **multiplie une fonction f par une constante positive k**, on obtient alors une fonction kf qui a **le même sens de variation que f**.
- Lorsque l'on **multiplie une fonction f par une constante négative k**, on obtient alors une fonction kf qui **varie en sens contraire de f**.

Exemple

Soit la fonction f, telle que $f(x) = x^2$.
f est décroissante sur l'intervalle $]-\infty\,;0]$ et croissante sur $[0\,;+\infty[$.
Donc la fonction $kf(x) = 0,5 \times x^2$ est décroissante sur l'intervalle $]-\infty\,;0]$ et croissante sur $[0\,;+\infty[$.



Exemple

Soit la fonction f, telle que $f(x) = x^2$. f est décroissante sur l'intervalle $]-\infty\,;0]$ et croissante sur $[0\,;+\infty[$. Donc la fonction $kf(x) = -2 \times x^2$ est croissante sur l'intervalle $]-\infty\,;0]$ et décroissante sur $[0\,;+\infty[$.