

T^{le} ST_2S : DS numéro 5

16 Mai 2019

Exercice 1 Un QCM (6 points)

Cet exercice se présente sous la forme d'un questionnaire à choix multiple (QCM). Pour chaque question, trois réponses sont proposées. Une seule réponse est correcte. On demande de choisir celle que vous pensez être correcte.

On donne le tableau de variation d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-12, 20]$:

x	-12	-5	7	20	
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	7		-1		-6

Diagramme de variation :

- À $x = -12$, $f(x) = 7$.
- À $x = -5$, $f'(x) = 0$ (point d'arrêt).
- À $x = 7$, $f'(x) = 0$ (point d'arrêt).
- À $x = 20$, $f(x) = -6$.
- La fonction décroît de 7 à -4 entre $x = -12$ et $x = -5$.
- La fonction croît de -4 à -1 entre $x = -5$ et $x = 7$.
- La fonction décroît de -1 à -6 entre $x = 7$ et $x = 20$.

- (1 point) On peut dire que :
☐ f est positive sur l'intervalle $[-12; -5]$.
☐ f est positive sur l'intervalle $[7; 20]$.
☒ f est négative sur l'intervalle $[-5; 20]$.
- (1 point) L'équation $f(x) = 2$ possède
☒ une seule solution ; ☐ aucune solution ; ☐ on ne peut pas répondre.
- (1 point) On cherche à comparer $f'(0)$ et $f'(8)$:
☐ $f'(0) < f'(8)$ ☒ $f'(0) > f'(8)$ ☐ on ne peut pas répondre.
- (1 point) On cherche à comparer $f(0)$ et $f(8)$:
☐ $f(0) < f(8)$ ☐ $f(0) > f(8)$ ☒ on ne peut pas répondre.
- (1 point) Une équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction f au point d'abscisse 20 est :
☐ $y = 20x - 6$ ☐ $y = -x - 6$ ☒ $y = -x + 14$
- (1 point) On désigne par \mathcal{C} la courbe représentative de f dans un repère orthogonal.
☐ Il n'existe aucun point où la tangente à la courbe \mathcal{C} est parallèle à l'axe des abscisses.
☐ Il existe un seul point où la tangente à la courbe \mathcal{C} est parallèle à l'axe des abscisses.
☒ Il existe deux points où la tangente à la courbe \mathcal{C} est parallèle à l'axe des abscisses.

Exercice 2 Étude des variations d'une fonction polynôme de degré 3

On considère une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[0; 2, 5]$.

On note f' la fonction dérivée de la fonction f .

On donne en annexe la courbe représentative de la fonction f , appelée \mathcal{C} , dans un repère orthogonal.

La courbe \mathcal{C} possède les propriétés suivantes :

- La courbe \mathcal{C} passe par le point $A(1; 5, 5)$;
- La courbe \mathcal{C} passe par le point $B(2; 2)$;
- La tangente en B à la courbe \mathcal{C} est horizontale ;
- La tangente en A à la courbe \mathcal{C} passe par le point $T(0; 8, 5)$.

Partie A Lectures graphiques

1. (2 points) Placer les points A , B et T sur la figure 1 présente en annexe A en tenant compte des informations ci-dessus, et tracer les tangentes à la courbe \mathcal{C} en A et en B .
2. (2 points) Déterminer $f(1)$, $f(2)$ et $f'(1)$.
3. (1 point) Donner par lecture graphique une valeur approchée des solutions de l'équation $f(x) = 3$.
4. (2 points) Justifier que $f'(2) = 0$. Donner par lecture graphique une valeur approchée de la deuxième solution de $f'(x) = 0$.

Partie B Étude des variations

La fonction dont on connaît la courbe \mathcal{C} est définie sur l'intervalle $[0; 2, 5]$ par :

$$f(x) = 4x^3 - 16,5x^2 + 18x.$$

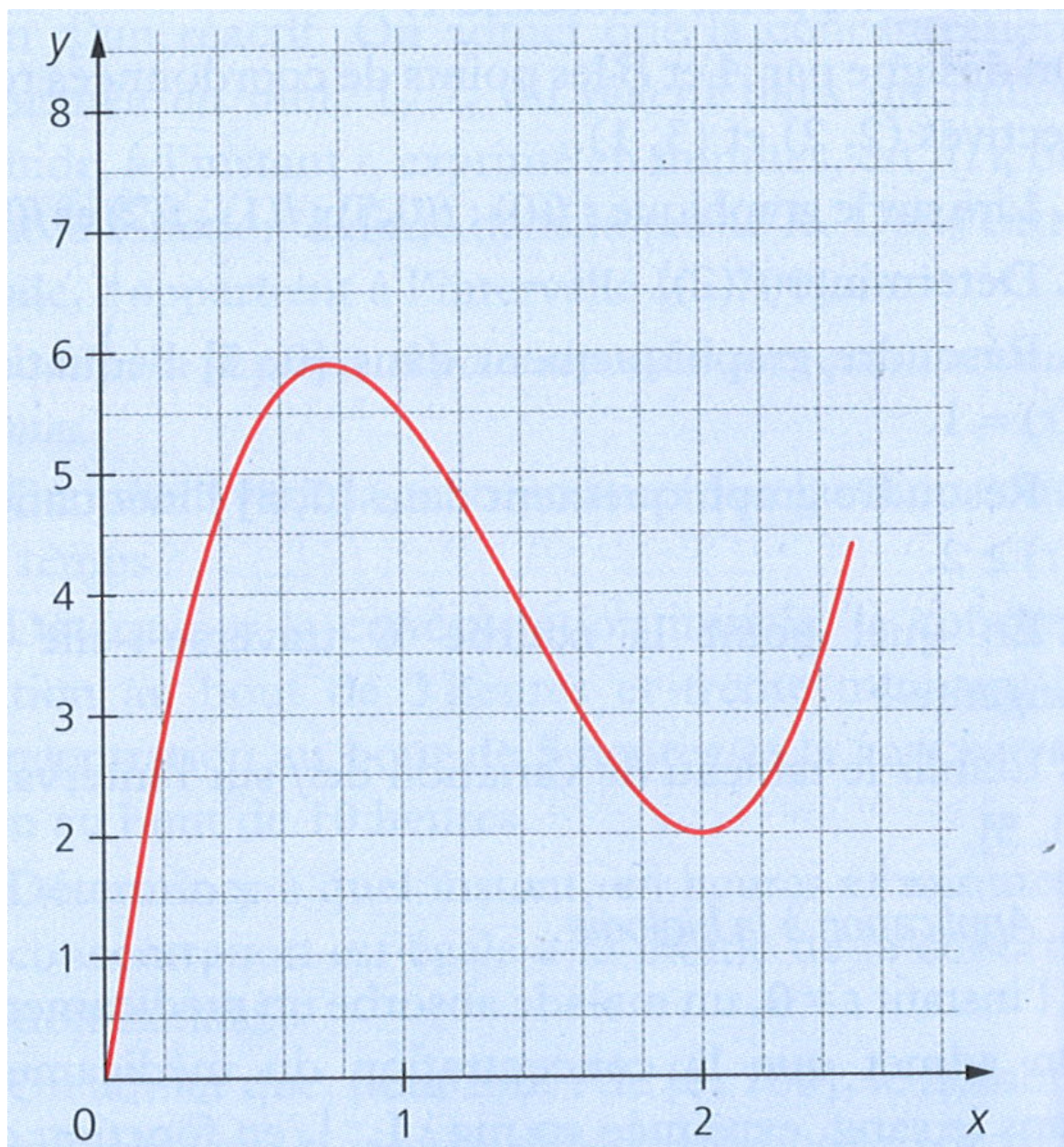
1. (2 points) Compléter le tableau de valeurs suivant :

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5
$f(x)$						

2. (4½ points) (a) (2 points) Calculer $f'(x)$.
(b) (1 point) Montrer que :

$$f'(x) = (12x - 24)(x - 0,75) \quad (1)$$

- (c) (1½ points) Étudier le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de x , sur l'intervalle $[0; 2,5]$ à l'aide d'un tableau de signe.
3. (1½ points) En déduire le tableau de variation de la fonction f .

A Courbe représentative de la fonction f de l'Exercice 2FIGURE 1: Courbe \mathcal{C}