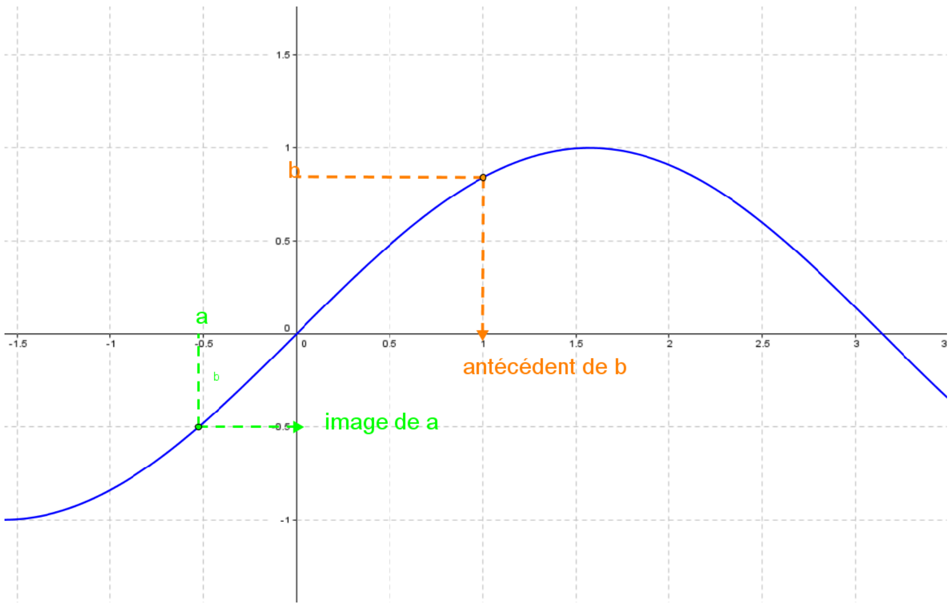
Olivier FINOT, 2 mai 2019

I. Rappels

1) Notion de fonction

Définition

Définir une fonction f sur un intervalle $[a\,;b[$, c'est fournir une **relation** qui à chaque valeur x de l'intervalle $[a\,;b[$ associe un nombre appelé **image** et noté $f(x)$. On dit que x a pour **antécédent** le nombre x.



2) Variations d'une fonction

Définitions

- Si une fonction f est **croissante** sur un intervalle I alors les images sont rangées dans le même ordre que leur antécédent ; c'est à dire que **$f(x)$ augmente quand x augmente**.
- Si une fonction f est **décroissante** sur un intervalle I alors les images sont rangées dans l'ordre inverse de leur antécédent ; c'est à dire que **$f(x)$ diminue quand x augmente**.

II. Fonctions linéaires, fonctions affines

1) Définition

Définition

a et b sont des nombres quelconques ; la fonction qui à tout nombre x, associe le nombre $\boldsymbol{ax+b}$, est une **fonction affine**.

Cas particuliers :

- Si $\boldsymbol{b=0}$, la fonction est **linéaire**.
- Si $\boldsymbol{a=0}$, la fonction est **constante**.

Exemples

On considère les fonctions f, g, h et i :

- $f(x) = 2x$
- $g(x) = -x + 2$
- $h(x) = 3x - 4$
- $i(x) = 5$

- f est une fonction **linéaire** (On a $a = 2$ et $b = 0$).
- g est une fonction **affine** (On a $a = -1$ et $b = 2$).
- h est une fonction **affine** (On a $a = 3$ et $b = -4$).
- i est une fonction **constante** (On a $a = 0$ et $b = 5$).

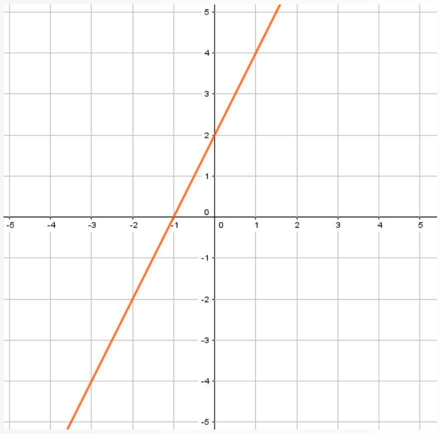
2) Représentation graphique

Propriétés

- La **représentation graphique** d'une fonction affine $f(x) = ax + b$ et **une droite**. On dit que $y = ax+b$ est l'équation de la droite. **a** est le **coefficient directeur** (ou la pente) de la droite. **b** est l'**ordonnée à l'origine**.
- La droite passe par le point de coordonnées $(0; b)$, si la fonction est linéaire elle passe par l'origine du repère.

Exemple

On considère la fonction affine $f(x) = 2x + 4$. Elle ne passe pas par l'origine du repère, elle n'est pas linéaire. Elle passe par le point de coordonnées $(0; 4)$.



3) Signe et variations

Propriétés

- Si $\boldsymbol{x > \frac{-b}{a}}$ $f(x)$ est du **signe de a**, si $\boldsymbol{x < \frac{-b}{a}}$ elle est du **signe contraire**.
- Si $\boldsymbol{a > 0}$, alors la fonction f est **strictement croissante**.
- Si $\boldsymbol{a < 0}$, alors la fonction f est **strictement décroissante**.

$a > 0$

x	$-\infty$		$\frac{-b}{a}$		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	

$a < 0$

x	$-\infty$		$\frac{-b}{a}$		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	$\nearrow$	

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	$\searrow$	

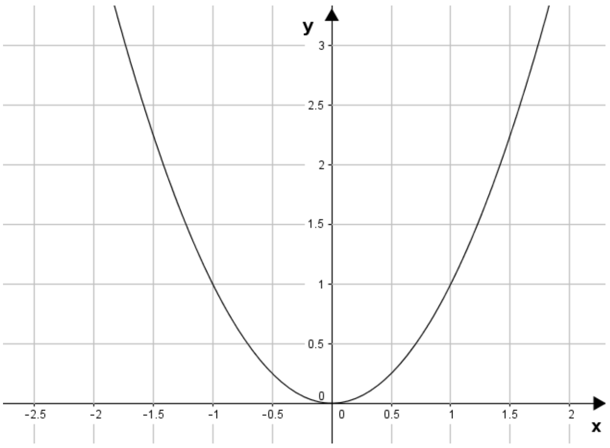
III. Fonction carré

Á retenir

La `fonction carré` est définie par $x \mapsto x^2$.
Elle est :

- définie sur $]-\infty\,;+\infty[$.
- décroissante sur $]-\infty\,;0]$ et croissante sur $[0\,;+\infty[$.

Courbe représentative de la fonction $f(x) = x^2$ et tableau de variations associé :



x	$-\infty$		0		$+\infty$
x^2		$+$	0	$+$	

x	$-\infty$		0		$+\infty$
x^2		$\searrow$	0	$\nearrow$	

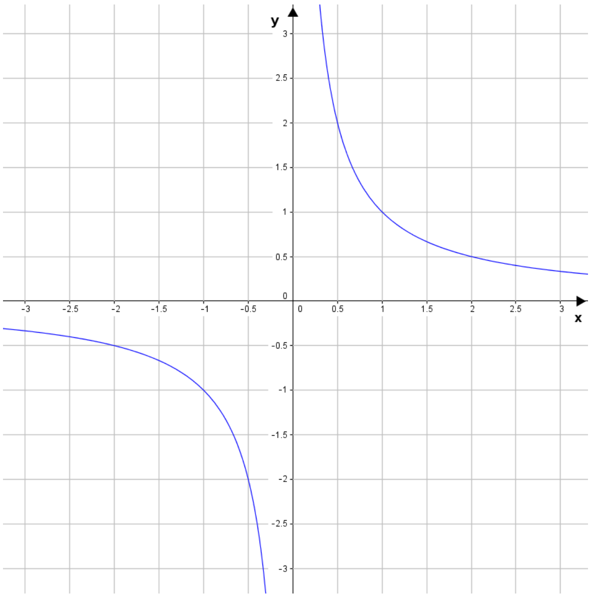
IV. Fonction inverse

Á retenir

La `fonction inverse` est définie par $x \mapsto \dfrac{1}{x}$.
Elle est :

- définie sur $]-\infty\,;0[\,\cup\,]0\,;+\infty[$.
- décroissante sur $]-\infty\,;0[$ et sur $]0\,;+\infty[$.

Courbe représentative de la fonction $f(x) = \dfrac{1}{x}$ et tableau de variations associé :



x	$-\infty$	0	$+\infty$
$\frac{1}{x}$	$-$	‖	$+$

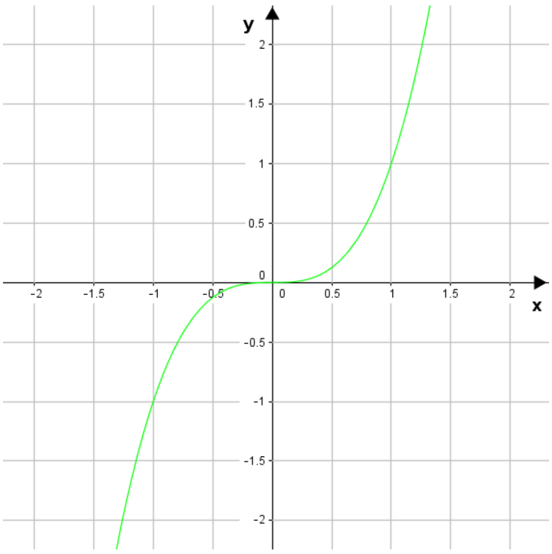
x	$-\infty$	0	$+\infty$
$\frac{1}{x}$	$\searrow$	‖	$\searrow$

V. Fonction cube

Á retenir

La **fonction cube** est définie par $\boldsymbol{x \mapsto x^3}$.
Elle est définie et croissante sur l'intervalle $]-\infty\,;+\infty[$.

Courbe représentative de la fonction $f(x) = x^3$ et tableau de variations associé :



x	$-\infty$	0	$+\infty$
x^3	$-$	0	$+$

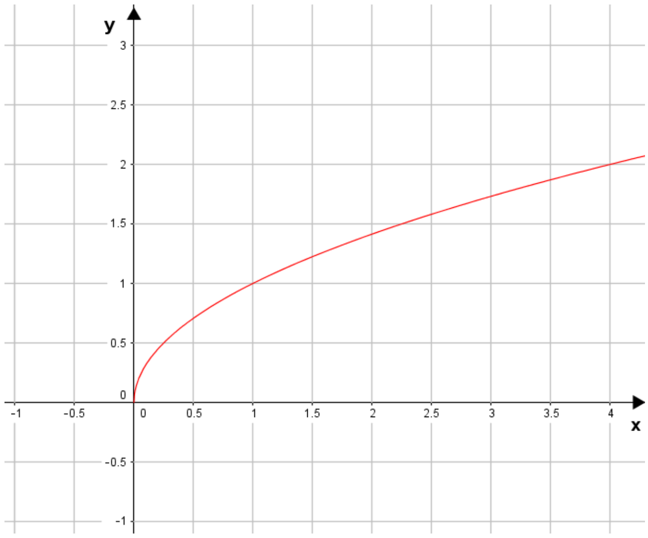
x	$-\infty$	$+\infty$
x^3	$\nearrow$	

VI. Fonction racine

Á retenir

La **fonction racine carrée** est définie par $x \mapsto \sqrt{x}$.
Elle est définie et croissante sur $[0\,;+\infty[$.

Courbe représentative de la fonction $f(x) = \sqrt{x}$ et tableau de variations associé :



x	0 $\quad +\infty$
$\sqrt{x}$	$+$

x	0 $\qquad +\infty$
$\sqrt{x}$	$\nearrow$