

I. Fonction exponentielle de base q

1) Définition

Définition

q est un nombre strictement positif ($q > 0$). La fonction qui à tout nombre x associe q^x , est appelée **fonction exponentielle** de base q .

Exemple

- La fonction f , définie par $f(x) = 2^x$, est la **fonction exponentielle de base 2**.
- La fonction g , définie par $g(x) = 0,5^x$, est la **fonction exponentielle de base 0,5**.

2) Valeurs particulières et variations

Propriétés

1 Valeurs particulières :

$$q^0 = 1$$

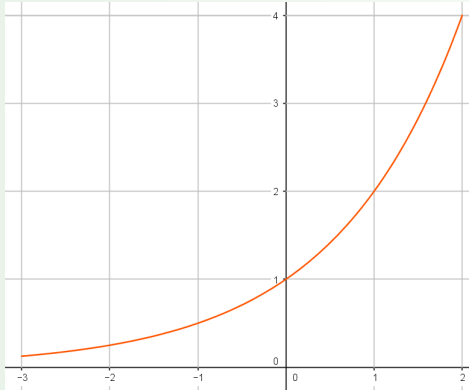
$$q^1 = q$$

2 Variations :

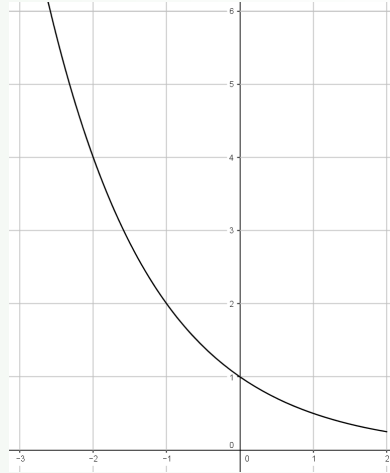
- Si $q > 0$, alors la fonction est **croissante**.
- Si $q < 0$, alors la fonction est **décroissante**.

Exemple

$f(x) = 2^x$, $2 > 1$
la fonction f est croissante



$g(x) = 0,5^x$, $0,5 > 1$
la fonction g est décroissante



3) Règles de calcul

Propriétés

Les règles de calculs sont les mêmes que pour les puissances entières.
 a et b sont deux nombres quelconques et q un nombre strictement positif.

$$q^a = q^b \Leftrightarrow a = b$$

$$q^x \times q^y = q^{a+b}$$

$$\frac{q^a}{q^b} = q^{a-b}$$

$$(q^a)^b = q^{a \times b}$$

Exemple

$$2^{-4} \times 2^{1,5} = 2^{-2,5}$$

$$\frac{0,1^3}{0,1^{1,8}} = 0,1^{1,2}$$

$$(3^{0,4})^{-2} = 3^{-0,8}$$

II. Fonction logarithme décimal

1) Définition

Définition

a est un nombre strictement positif ($a > 0$), le nombre b tel que $10^b = a$, est le **logarithme décimal**, noté $\log a$.

2) Valeurs particulières et variations

Propriétés

1 Valeurs particulières :

$$\log 1 = 0$$

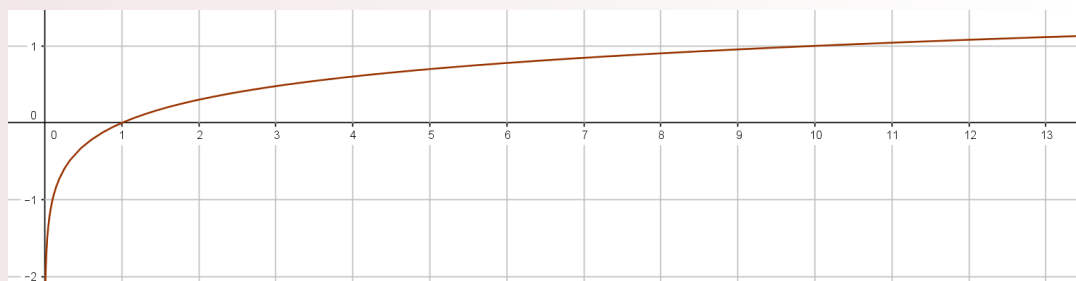
$$\log 10 = 1$$

$$\log 100 = 2$$

2 Signe et variations : La fonction $\log x$ est **croissante** pour $x > 0$.

Si $0 \leq x < 1$, alors $\log x$ est négatif.

Si $x \geq 1$, alors $\log x$ est positif.



3) Règles de calcul

Propriétés

a et b sont deux nombres strictement positifs :

$$\log a = b \Leftrightarrow a = 10^b$$

$$10^b = a \Leftrightarrow b = \log a$$

$$\log a = \log b \Leftrightarrow a = b$$

$$\log a < \log b \Leftrightarrow a < b$$

$$\log(a \times b) = \log a + \log b$$

$$\log\left(\frac{a}{b}\right) = \log a - \log b$$

$$\log(a^x) = x \times \log a$$