

## ② Symétries et démonstration

### Objectifs

- Construire le symétrique d'un point ou d'une figure par rapport à une droite à la main ou à l'aide d'un logiciel ;
- Construire le symétrique d'un point ou d'une figure par rapport à un point, à la main ou à l'aide d'un logiciel ;
- Utiliser les propriétés de la symétrie axiale ou centrale ;
- Identifier des symétries dans des figures.

### Compétences

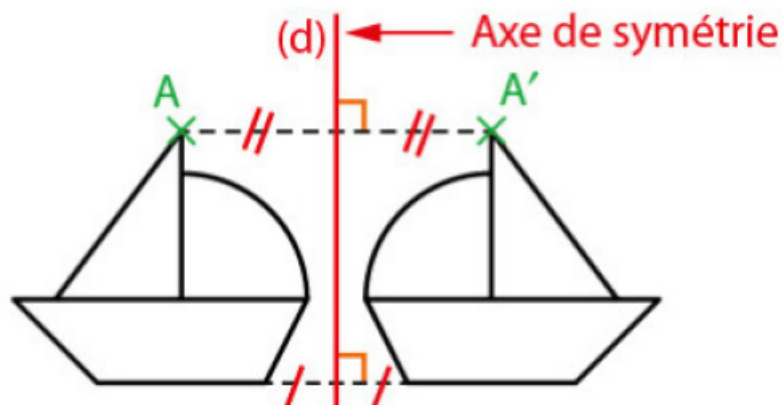
- Chercher
- Raisonner
- Communiquer

## I. Symétrie axiale

### Définition

Deux figures sont **symétriques par rapport à une droite** ( $d$ ) si elles se superposent quand on plie le long de cette droite. La droite ( $d$ ) est appelée **axe de symétrie**.

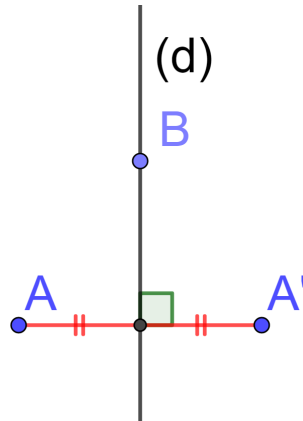
### Exemple :



## Propriétés

Soit  $(d)$  une droite :

- Si un point  $A$  n'appartient pas à la droite  $(d)$ , alors son symétrique par rapport à la droite  $(d)$  est le point  $A'$  tel que  $(d)$  est la médiatrice du segment  $[AA']$ .
- Si un point  $B$  appartient à la droite  $(d)$ , alors son symétrique par rapport à la droite  $(d)$  est lui même.

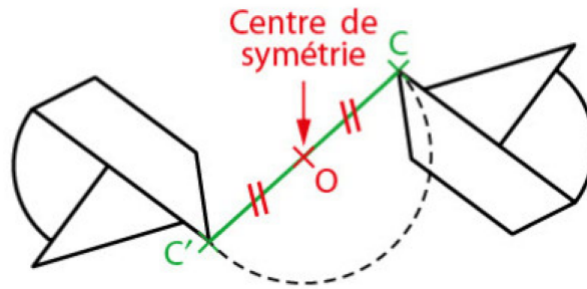


## II. Symétrie centrale

### Définition

Deux figures sont **symétriques par rapport à un point  $O$**  si elles se superposent lorsqu'on effectue un demi-tour autour du point  $O$ . Le point  $O$  est appelé **centre de symétrie**.

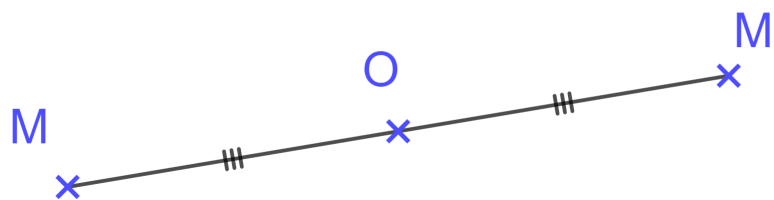
### Exemple :



### Définition

Dire que deux points  $M$  et  $M'$  sont symétriques par rapport à un point  $O$  signifie que le point  $O$  est le milieu du segment  $[MM']$ .

### Exemple :



### Remarque :

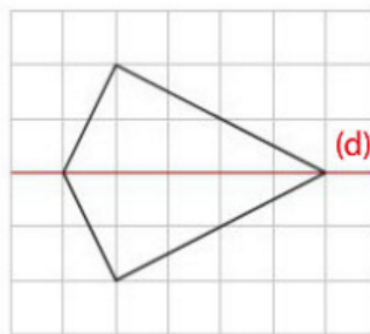
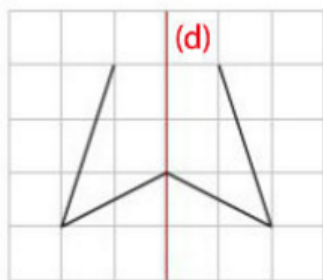
Pour construire le symétrique du point  $M$ , on reporte au compas la longueur  $OM$  sur la demi-droite  $[MO)$ .

### III. Identifier un axe ou un centre de symétrie

#### Définition

Si une figure et son symétrique par rapport à une droite  $(d)$  sont confondus, alors  $(d)$  est un **axe de symétrie** de la figure.

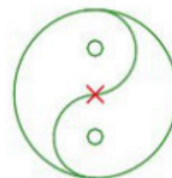
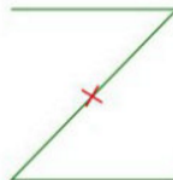
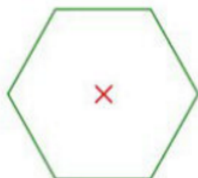
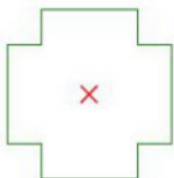
#### Exemples :



#### Définition

Si une figure et son symétrique par rapport à un point  $O$  sont confondus, alors  $O$  est un **centre de symétrie** de la figure.

#### Exemples :

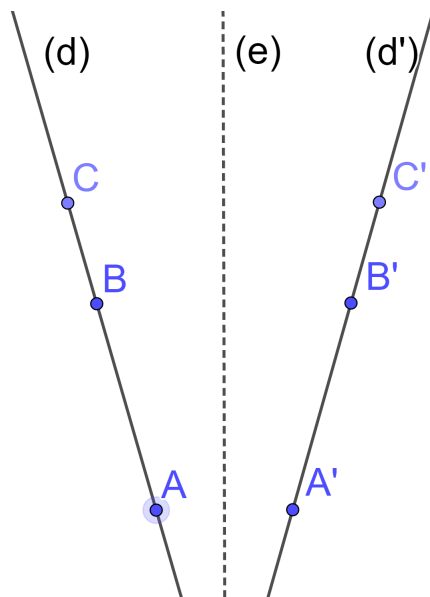


## IV. Propriétés de la symétrie

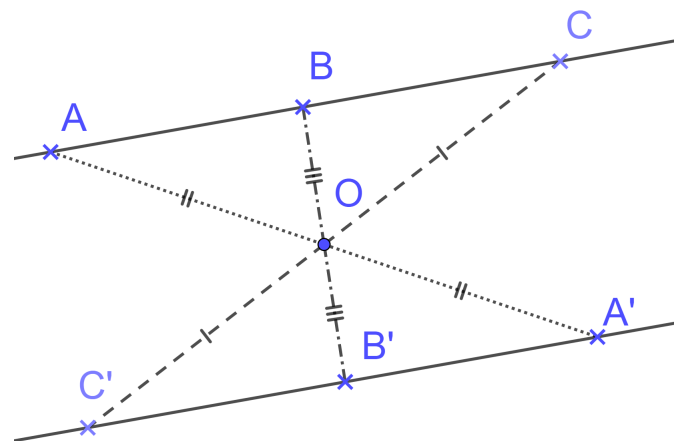
### Propriétés

- Le symétrique d'une droite par rapport à une droite ou un point est une autre droite. La symétrie
- Si deux droites sont **symétriques par rapport à un point** alors elles sont

### Exemples :



- Les points  $A$ ,  $B$  et  $C$  sont alignés, donc  $A'$ ,  $B'$  et  $C'$  leur symétriques par rapport à la droite  $(e)$  sont

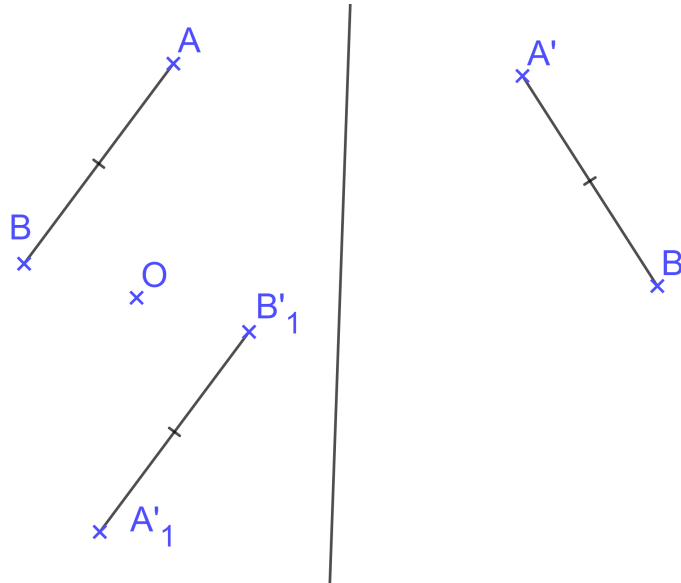


- Les points  $A$ ,  $B$  et  $C$  sont alignés, donc  $A'$ ,  $B'$  et  $C'$  leur symétriques par rapport à la droite  $(e)$  sont
- La droite  $(AB)$  est à la droite  $(A'B')$ .

### Propriété

Le symétrique d'un segment par rapport à une droite ou un point est un segment

### Exemple :

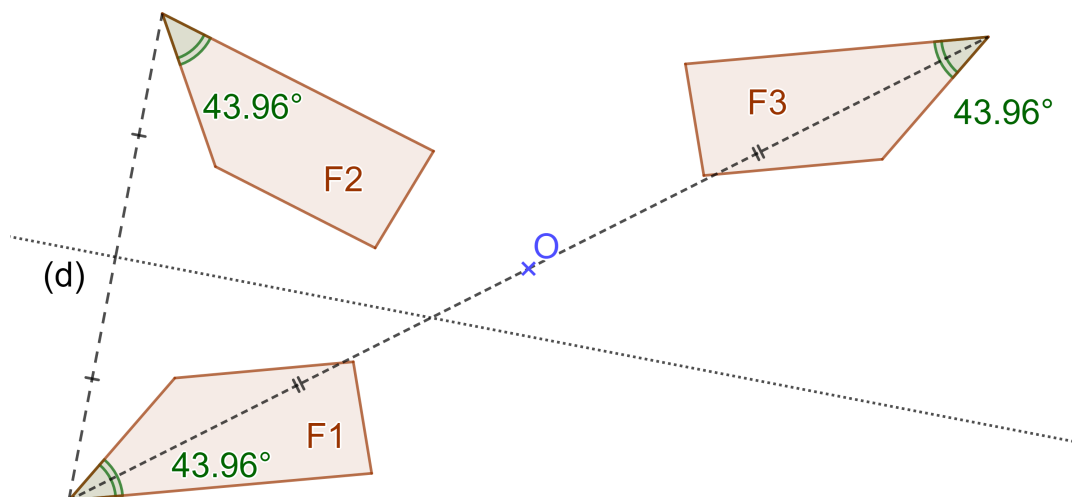


Le segment  $[A'B']$  est le symétrique du segment  $[AB]$  par rapport à la droite  $(d)$  et  $[A'_1B'_1]$  le symétrique de  $[AB]$  par rapport au point  $O$ . Ils ont tous

#### Propriété

Le symétrique d'une figure par rapport à une droite ou un point est une figure de même forme. La symétrie **conserve** .

### Exemple :



La figure  $F2$  est le symétrique de  $F1$  par rapport à la droite  $(d)$  ;  $F3$  est le symétrique de  $F1$  par rapport au point  $O$ . Elles ont