

T^{le} ST_2S : DS numéro 3

14 Février 2019

Exercice 1 Boissons rafraichissantes (13 points)

M. Ka vend des boissons rafraichissantes. Il note, six jours de suite, la température maximale de la journée et les ventes réalisées au cours de la journée. Les résultats sont donnés dans le tableau suivant :

| Jour | 1 ^{er} | 2 ^e | 3 ^e | 4 ^e | 5 ^e | 6 ^e |
|-----------------------------------|-----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| Température (en °C), x_i | 18 | 20 | 22 | 26 | 28 | 30 |
| Nombre de boissons vendues, y_i | 24 | 44 | 62 | 100 | 132 | 148 |

1) ()

- (a) (2 points) Représenter le nuage de points de la série statistique (Axes orthogonaux ; unités : 1 cm pour 1°C en abscisse, en commençant à l'abscisse 17 ; 1 cm pour 10 boissons en ordonnée).
- (b) (1 point) Indiquer pourquoi un ajustement affine est envisageable.

Solution:

Un ajustement affine est envisageable car le nuage de point est allongé.

2) (2 points)

La droite Δ passe par les points du nuage de coordonnées (20 ; 44) et (30 ; 148), correspondant aux 2^e et 6^e jours. Donner son équation, et la tracer sur le graphique.

Solution:

La droite Δ passe par les points $A(20 ; 44)$ et $B(30 ; 148)$.

Calcul du coefficient directeur de la droite :

$$\begin{aligned}
 a &= \frac{Y_B - Y_A}{X_B - X_A} \\
 a &= \frac{148 - 44}{30 - 20} \\
 a &= \frac{104}{10} \\
 a &= 10,4
 \end{aligned}$$

Donc la droite Δ a pour équation $y = 10,4x + b$, calcul de l'ordonnée à l'origine, je remplace x et y par les coordonnées du point A :

$$\begin{aligned}
 y &= 10,4x + b \\
 44 &= 10,4 \times 20 + b \\
 44 &= 208 + b \\
 44 - 208 &= b \\
 -164 &= b
 \end{aligned}$$

L'équation de la droite Δ est $y = 10,4x - 164$.

3) ()

On choisit la droite d'équation comme droite d'ajustement du nuage de points.

Estimer par le calcul en utilisant l'équation de cette droite :

- (a) ($1\frac{1}{2}$ points) le nombre de boissons vendues pour une température de supérieure de 5°C à celle du 6^e jour ;

Solution:

Le 6^e jour la température était de 30°C , je recherche le nombre de boissons vendues pour une température de 35°C :

$$\begin{aligned}y &= 10,4x - 164 \\y &= 10,4 \times 35 - 164 \\y &= 364 - 164 \\y &= 200\end{aligned}$$

Pour une température de 35°C , il vendrait 200 boissons.

- (b) (1 point) le nombre de boissons que vendrait M. Ka pour une température de 25°C ;

Solution:

Je recherche le nombre de boissons vendues pour une température de 25°C :

$$\begin{aligned}y &= 10,4x - 164 \\y &= 10,4 \times 25 - 164 \\y &= 260 - 164 \\y &= 96\end{aligned}$$

Pour une température de 25°C , il vendrait 96 boissons.

- (c) ($1\frac{1}{2}$ points) à partir de quelle température M. Ka vendrait au moins 160 boissons.

Solution:

Je recherche la température correspondant à la vente de 160 boissons :

$$\begin{aligned}y &= 10,4x - 164 \\160 &= 10,4x - 164 \\160 + 164 &= 10,4x \\324 &= 10,4x \\\frac{324}{10,4} &= x \\31 &\approx x\end{aligned}$$

Pour une température d'environ 31°C , il vendrait 160 boissons.

NOM Prénom :

Les réponses doivent être justifiées et rédigées

4) (2 points)

Contrôler graphiquement les résultats de la question précédente en faisant apparaître les tracés utiles.

5) ()

En fait, le 7^e jour, la température a augmenté de 20% par rapport au 6^e jour.

(a) (1 point) Calculer la température du 7^e jour.

Solution:

Le coefficient multiplicateur correspondant à une hausse de 20 % est 1,2. Donc la température le 7^e jour est de 36°C ($30 \times 1,2 = 36$).

(b) (1 point) En déduire une estimation du nombre de boissons vendues le 7^e jour à l'aide de l'équation de la droite d'ajustement.

Solution:

Je recherche le nombre de boissons vendues pour une température de 36°C :

$$y = 10,4x - 164$$

$$y = 10,4 \times 36 - 164$$

$$y = 374,4 - 164$$

$$y = 210,4$$

Pour une température de 36°C, il vendrait 210 boissons.

Exercice 2 Une épidémie (7 points)

Une épidémie affecte une île du Pacifique, depuis le mois d'avril 2013. Nous disposons des données du nombre de personnes infectées sur les mois d'avril à septembre 2013. Ces données sont récapitulées dans le tableau suivant :

| Mois | Avril | Mai | Juin | Juillet | Août | Septembre |
|-------------------------------------|-------|------|------|---------|------|-----------|
| Rang du mois x_i | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Nombre de malades en milliers y_i | 17,5 | 27,5 | 35 | 42,5 | 49 | 51 |

1) (1 point)

En observant le nuage de points correspondant au tableau, tracé ci-dessous, un ajustement affine est-il envisageable ?

Solution:

Oui, un ajustement affine est envisageable car le nuage de point est allongé.

2) ($1\frac{1}{2}$ points)

Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage de points et l'ajouter sur le nuage de points.

Solution:

Calcul des coordonnées du point moyen G :

$$\bar{X} = \frac{0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5}{6}$$

$$\bar{X} = \frac{14}{6}$$

$$\bar{X} = 2,5$$

$$\bar{Y} = \frac{17,5 + 27,5 + 35 + 42,5 + 49 + 51}{6}$$

$$\bar{Y} = \frac{222,5}{6}$$

$$\bar{Y} \approx 31$$

Donc les coordonnées du point G sont $(2,5; 31)$.

3) (2 points)

On considère la droite (d) , d'équation $y = 6,8x + 20$, réalise un bon ajustement du nuage de points. Tracer la droite (d) .

4) ()

En utilisant l'approximation affine précédente, déterminer par le calcul :

(a) ($1\frac{1}{2}$ points) le nombre de personnes atteintes en février 2014 ;

Solution:

Le mois 0 est avril 2013, il y a 10 mois entre avril 2013 et février 2014. Je cherche le nombre de malades pour le mois de rang 10 :

$$y = 6,8x + 20$$

$$y = 6,8 \times 10 + 20$$

$$y = 68 + 20$$

$$y = 88$$

En février 2014 il y aura 88 000 personnes atteintes.

- (b) ($1\frac{1}{2}$ points) le mois à partir duquel la population atteinte dépassera 10 000 personnes.

Solution:

Je cherche le rang du mois où on dépassera les 10 000 malades :

$$y = 6,8x + 20$$

$$100 \leq 6,8 \times x + 20$$

$$100 - 20 \leq 6,8 \times x$$

$$80 \leq 6,8 \times x$$

$$\frac{80}{6,8} \leq x$$

$$11,7 \leq x$$

Il faudra attendre plus de 11 mois pour dépasser les 100 000 personnes atteintes, soit avril 2014.

NOM Prénom :

Les réponses doivent être justifiées et rédigées

