

T^{le} ST_2S : DS numéro 3

14 Février 2019

Exercice 1 Taux d'évolution, ajustement affine (14 points)

Le tableau suivant donne la consommation de soins et biens médicaux (CSBM) en France de 2001 à 2008.

Année	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Rang de l'année : x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
CSBM en milliards d'euros : y_i	122	130	140	145	150	158	164	171

1) (1 point)

Calculer le taux d'évolution de la CSBM entre 2001 et 2008. Arrondir à 0,01 %.

2) (1 point)

Calculer le montant des dépenses de médicaments en 2008 sachant qu'elles représentaient 24,47 % de la CSBM. Arrondir au milliard.

3) (2 points)

Représenter par un nuage de points $M_i(x_i, y_i)$ la série statistique correspondant aux données du tableau. On utilisera un repère orthogonal du plan tel que :

- 1 cm représente une année sur l'axe des abscisses,
- 2 cm représentent 10 milliards d'euros sur l'axe des ordonnées (cet axe sera gradué de 100 à 200).

4) (5 points)

- (a) ($1\frac{1}{2}$ points) Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage. Placer le point G sur le graphique.
- (b) (2 points) Soit Δ la droite de coefficient directeur 6,7 passant par le point G ; déterminer une équation de la droite Δ . Tracer la droite Δ sur le graphique.
- (c) ($1\frac{1}{2}$ points) Cette droite vous paraît-elle représenter un bon ajustement du nuage de points ? Pourquoi ?

5) (3 points)

On admet que l'ajustement réalisé par la droite δ est valable jusqu'en 2010. En laissant apparents les traits de construction, déterminer graphiquement :

- (a) ($1\frac{1}{2}$ points) Une estimation de la CSBM en 2010.
- (b) ($1\frac{1}{2}$ points) l'année au cours de laquelle la CSBM a dépassé 175 milliards d'euros.

6) (2 points)

Justifier par le calcul les résultats de la question précédente.

Exercice 2 Boissons rafraichissantes (13 points)

M. Ka vend des boissons rafraichissantes. Il note, six jours de suite, la température maximale de la journée et les ventes réalisées au cours de la journée. Les résultats sont donnés dans le tableau suivant :

Jour	1 ^{er}	2 ^e	3 ^e	4 ^e	5 ^e	6 ^e
Température (en °C), x_i	18	20	22	26	28	30
Nombre de boissons vendues, y_i	24	44	62	100	132	148

1) ()

- (a) (2 points) Représenter le nuage de points de la série statistique (Axes orthogonaux ; unités : 1 cm pour 1°C en abscisse, en commençant à l'abscisse 17 ; 1 cm pour 10 boissons en ordonnée).
- (b) (1 point) Indiquer pourquoi un ajustement affine est envisageable.

Solution:

Un ajustement affine est envisageable car le nuage de point est allongé.

2) (2 points)

La droite Δ passe par les points du nuage de coordonnées (20 ; 44) et (30 ; 148), correspondant aux 2^e et 6^e jours. Donner son équation, et la tracer sur le graphique.

Solution:

La droite Δ passe par les points $A(20 ; 44)$ et $B(30 ; 148)$.

Calcul du coefficient directeur de la droite :

$$\begin{aligned}
 a &= \frac{Y_B - Y_A}{X_B - X_A} \\
 a &= \frac{148 - 44}{30 - 20} \\
 a &= \frac{104}{10} \\
 a &= 10,4
 \end{aligned}$$

Donc la droite Δ a pour équation $y = 10,4x + b$, calcul de l'ordonnée à l'origine, je remplace x et y par les coordonnées du point A :

$$\begin{aligned}
 y &= 10,4x + b \\
 44 &= 10,4 \times 20 + b \\
 44 &= 208 + b \\
 44 - 208 &= b \\
 -164 &= b
 \end{aligned}$$

L'équation de la droite Δ est $y = 10,4x - 164$.

3) ()

On choisit la droite d'équation comme droite d'ajustement du nuage de points.

Estimer par le calcul en utilisant l'équation de cette droite :

- (a) ($1\frac{1}{2}$ points) le nombre de boissons vendues pour une température de supérieure de 5°C à celle du 6^e jour ;

Solution:

Le 6^e jour la température était de 30°C , je recherche le nombre de boissons vendues pour une température de 35°C :

$$y = 10,4x - 164$$

$$y = 10,4 \times 35 - 164$$

$$y = 364 - 164$$

$$y = 200$$

Pour une température de 35°C , il vendrait 200 boissons.

- (b) (1 point) le nombre de boissons que vendrait M. Ka pour une température de 25°C ;

Solution:

Je recherche le nombre de boissons vendues pour une température de 25°C :

$$y = 10,4x - 164$$

$$y = 10,4 \times 25 - 164$$

$$y = 260 - 164$$

$$y = 96$$

Pour une température de 25°C , il vendrait 96 boissons.

- (c) ($1\frac{1}{2}$ points) à partir de quelle température M. Ka vendrait au moins 160 boissons.

Solution:

Je recherche la température correspondant à la vente de 160 boissons :

$$y = 10,4x - 164$$

$$160 = 10,4x - 164$$

$$160 + 164 = 10,4x$$

$$324 = 10,4x$$

$$\frac{324}{10,4} = x$$

$$31,2 \approx x$$

Pour vendre au moins 160 boissons, il faudra que la température atteigne les 32°C .

4) (2 points)

Contrôler graphiquement les résultats de la question précédente en faisant apparaître les tracés utiles.

NOM Prénom :

Les réponses doivent être justifiées et rédigées

5) ()

En fait, le 7^e jour, la température a augmenté de 20% par rapport au 6^e jour.

(a) (1 point) Calculer la température du 7^e jour.

Solution:

Le coefficient multiplicateur correspondant à une hausse de 20 % est 1,2. Donc la température le 7^e jour est de 36°C ($30 \times 1,2 = 36$).

(b) (1 point) En déduire une estimation du nombre de boissons vendues le 7^e jour à l'aide de l'équation de la droite d'ajustement.

Solution:

Je recherche le nombre de boissons vendues pour une température de 36°C :

$$y = 10,4x - 164$$

$$y = 10,4 \times 36 - 164$$

$$y = 374,4 - 164$$

$$y = 210,4$$

Pour une température de 36°C, il vendrait 210 boissons.

Exercice 3 Une épidémie (7 points)

Une épidémie affecte une île du Pacifique, depuis le mois d'avril 2013. Nous disposons des données du nombre de personnes infectées sur les mois d'avril à septembre 2013. Ces données sont récapitulées dans le tableau suivant :

Mois	Avril	Mai	Juin	Juillet	Août	Septembre
Rang du mois x_i	0	1	2	3	4	5
Nombre de malades en milliers y_i	17,5	27,5	35	42,5	49	51

1) (1 point)

En observant le nuage de points correspondant au tableau, tracé ci-dessous, un ajustement affine est-il envisageable ?

Solution:

Oui, un ajustement affine est envisageable car le nuage de point est allongé.

2) ($1\frac{1}{2}$ points)

Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage de points et l'ajouter sur le nuage de points.

Solution:

Calcul des coordonnées du point moyen G :

$$\bar{X} = \frac{0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5}{6}$$

$$\bar{X} = \frac{14}{6}$$

$$\bar{X} = 2,5$$

$$\bar{Y} = \frac{17,5 + 27,5 + 35 + 42,5 + 49 + 51}{6}$$

$$\bar{Y} = \frac{222,5}{6}$$

$$\bar{Y} \approx 37$$

Donc les coordonnées du point G sont $(2,5; 37)$.

3) (2 points)

On considère la droite (d) , d'équation $y = 6,8x + 20$, réalise un bon ajustement du nuage de points. Tracer la droite (d) .

4) ()

En utilisant l'approximation affine précédente, déterminer par le calcul :

(a) ($1\frac{1}{2}$ points) le nombre de personnes atteintes en février 2014 ;

Solution:

Le mois 0 est avril 2013, il y a 10 mois entre avril 2013 et février 2014. Je cherche le nombre de malades pour le mois de rang 10 :

$$y = 6,8x + 20$$

$$y = 6,8 \times 10 + 20$$

$$y = 68 + 20$$

$$y = 88$$

En février 2014 il y aura 88 000 personnes atteintes.

- (b) ($1\frac{1}{2}$ points) le mois à partir duquel la population atteinte dépassera 10 000 personnes.

Solution:

Je cherche le rang du mois où on dépassera les 10 000 malades :

$$y = 6,8x + 20$$

$$100 \leq 6,8 \times x + 20$$

$$100 - 20 \leq 6,8 \times x$$

$$80 \leq 6,8 \times x$$

$$\frac{80}{6,8} \leq x$$

$$11,7 \leq x$$

Il faudra attendre plus de 11 mois pour dépasser les 100 000 personnes atteintes, soit avril 2014.

NOM Prénom :

Les réponses doivent être justifiées et rédigées

