

① Opérations sur les relatifs

Objectifs

- Savoir additionner et soustraire des nombres relatifs.
- Savoir multiplier et diviser des nombres relatifs.

Compétences

Représenter, Calculer, Raisonner

I. Addition et soustraction de deux nombres relatifs

1) Additionner deux nombres relatifs

Propriété

Si deux nombres relatifs ont **le même signe**, alors leur somme a :

- **le même signe** ;
- pour distance à zéro, **la somme** de leurs distances à zéro.

Exemples :

On veut calculer $(+2,4) + (+5,2)$:

Les deux nombres sont positifs :

- leur somme est positive ;
- on ajoute les distances à zéro
 $2,4 + 5,2 = 7,6$

$$\Rightarrow (+2,4) + (+5,2) = (+7,6)$$

On veut calculer $(-4,6) + (-3,7)$:

Les deux nombres sont négatifs :

- leur somme est négative ;
- on ajoute les distances à zéro
 $4,6 + 3,7 = 8,3$

$$\Rightarrow (-4,6) + (-3,7) = (-8,3)$$

Propriété

Si deux nombres relatifs ont **des signes différents**, alors leur somme a :

- le signe du nombre qui à **la plus grande distance à zéro** ;
- pour distance à zéro, **la différence** de leurs distances à zéro.

Exemples :

On veut calculer $(-2,4) + (+5,2)$:

Les deux nombres sont de signe différents :

— $(+5,2)$ a la plus grande distance à zéro, leur somme est positive ;

— on soustrait les distances à zéro

$$5,2 - 2,4 = 2,8$$

$$\Rightarrow (-2,4) + (+5,2) = (+2,8)$$

On veut calculer $(-4,6) + (+3,7)$:

Les deux nombres sont de signe différents :

— $(-4,6)$ a la plus grande distance à zéro, leur somme est négative ;

— on soustrait les distances à zéro

$$4,6 - 3,7 = 0,9$$

$$\Rightarrow (-4,6) + (+3,7) = (-0,9)$$

2) Soustraire deux nombres relatifs

Propriété

Pour soustraire un nombre relatif, on **ajoute son opposé**.

Exemples :

$$A = (-5) - (+2)$$

$$A = (-5) + (-2)$$

$$A = (-7)$$

$$B = (+3) - (-6,2)$$

$$B = (+3) + (+6,2)$$

$$B = (+9,2)$$

II. Produits de nombres relatifs

Propriétés

- Le produit de deux nombres de **même signe** est **positif**.
- Le produit de deux nombres de **signes différents** est **négatif**.

Méthode :

Pour calculer un produit on détermine le signe puis on multiplie les distances à zéro.

Exemples :

$$A = 5 \times 2$$

$$A = 10$$

Les deux facteurs sont positifs,
le résultat est positif.

$$B = (-12,2) \times (-3)$$

$$B = 36,6$$

Les deux facteurs sont négatifs,
le résultat est positif.

$$C = -12,2 \times (5)$$

$$C = -61$$

$$D = 5,4 \times (-1,5)$$

$$D = -8,1$$

Les deux facteurs sont de signe différent, le résultat est négatif.

Méthode :

Pour déterminer le signe d'un produit de plusieurs facteurs on compte le nombre de facteurs négatifs :

- s'il est pair, le résultat est positif;
- s'il est impair, il est négatif;

Exemples :

$$A = -3 \times 2 \times (-1) \times 6$$

$$A = 36$$

Il y a deux facteurs négatifs, le produit est positif.

$$B = -5 \times 2 \times (-4) \times (-1) \times 8$$

$$B = -320$$

Il y a trois facteurs négatifs, le produit est négatif.

III. Quotients de nombres relatifs

Propriétés

- Le quotient de deux nombres de **même signe** est **positif**.
- Le quotient de deux nombres de **signes différents** est **négatif**.

Méthode :

Pour calculer un quotient on détermine le signe puis on divise les distances à zéro.

Exemples :

$$\begin{aligned} A &= -6 \div 3 \\ A &= -2 \end{aligned}$$

Les deux nombres sont de signe différent,
le résultat est négatif

$$\begin{aligned} A &= \frac{-18}{-6} \\ A &= 3 \end{aligned}$$

Les deux nombres sont de même signe,
le résultat est positif.

Propriété

a et b sont des nombres relatifs ($b \neq 0$) :

$$\frac{a}{b} = \frac{-a}{-b}$$

$$\frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}$$

Exemples :

$$\frac{-3}{-9} = \frac{3}{9}$$

Les deux quotients sont positifs.

$$\frac{-5}{7} = \frac{5}{-7} = -\frac{5}{7}$$

Les trois quotients sont négatifs.