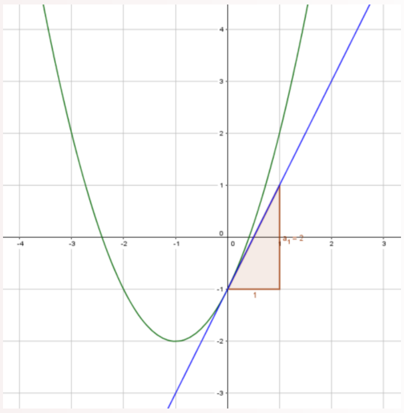
I. Tangente et nombre dérivé

Propriétés

On considère la courbe représentative de la fonction f, définie par $f(x) = x^2 + 2x - 1$; cette courbe est une parabole.

La droite d'équation $y = 4x - 2$ possède **un seul point commun avec la parabole**, le point $(0; 1)$. La droite est la **tangente** en 0 de la parabole. La **pente de la tangente** est 4, c'est le **nombre dérivé** en 0.



II. Fonction dérivée

Définition

Soit une fonction f. Pour tout x, la **fonction dérivée** f' est la fonction qui donne le nombre dérivé en x (noté $f'(x)$)

Exemple

On considère la fonction f définie par

$$f(x) = x^2 + 2x - 1$$

Sa fonction dérivée, est la fonction f' telle que :

$$f'(x) = 2x + 2$$

III. Dérivation d'une fonction

Pour dériver une fonction, on utilise les formule du tableau ci dessous :

Fonction	Dérivée
$f(x) = ax + b$	$f'(x) = a$
$f(x) = x^2$	$f'(x) = 2x$
$f(x) = x^3$	$f'(x) = 3x^2$
$f(x) = \frac{1}{x}(x \neq 0)$	$f'(x) = -\frac{1}{x^2}$
$f(x) = \sqrt{x}(x > 0)$	$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
$f(x) = u(x) + v(x)$	$f'(x) = u'(x) + v'(x)$
$f(x) = a \times u(x)$	$f'(x) = a \times u'(x)$

IV. Utilisation de la dérivée

Activite 1

Exploitation du nombre dérivé :
Pour chacune des fonctions suivantes :

$$f(x) = 2x + 4 \quad (1)$$
$$g(x) = 5 - 4x \quad (2)$$
$$h(x) = -3x^2 + 6x - 4 \quad (3)$$
$$i(x) = x^2 - 2x - 2 \quad (4)$$
$$j(x) = -4x^3 - 8x^2 + 2x + 3 \quad (5)$$
$$k(x) = 5 \quad (6)$$

1. Tracez-la sur votre calculatrice
2. Dressez son tableau de variations entre -5 et 5
3. Dérivez la.
4. Calculez la valeur du nombre dérivé en -2, -1, 0, 1 et 2.
5. D'après-vous, y a t il un lien entre le nombre dérivé et les variations d'une fonction ?

Propriété

Les variations d'une fonction en un point sont liées au signe du nombre dérivé de la fonction en ce point :

- Si $f'(x) > 0$, alors la fonction f **est croissante** en x.
- Si $f'(x) = 0$, alors la fonction f **est constante** en x.
- Si $f'(x) < 0$, alors la fonction f **est décroissante** en x.

Exemple

On considère la fonction f, définie sur $[-2;2]$ par $f(x) = -3x^2 + 6x - 4$.
Sa fonction dérivée f' est définie par $f'(x) = -6x + 6$.
On résous l'inéquation $f'(x) > 0$.

$$\begin{aligned} -6x + 6 &> 0 \\ -6x &> -6 \\ x &< \frac{-6}{-6} \\ x &< 1 \end{aligned}$$

Donc la fonction f est croissante avant 1 et décroissante après.
On a donc :

x	-2		1		2
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	-28	$\nearrow$	-1	$\searrow$	-4