NOM Prénom : **Les réponses doivent être justifiées et rédigées**

T^{le} ST_2S : DS numéro 4

29 Mars 2018

Exercice 1 Un QCM (5 points)

Cet exercice se présente sous la forme d'un questionnaire à choix multiple (QCM). Les cinq questions sont indépendantes. Pour chaque question, une seule réponse est exacte, on demande d'indiquer cette réponse sans la justifier. Chaque bonne réponse rapporte 1 point, chaque réponse incorrecte retire 0,25 point, une question sans réponse n'apporte ni ne retire aucun point.

Les 1200 élèves d'un lycée se répartissent de la façon suivante :

	Fumeurs	**Non-Fumeurs**	**Total**
Secondes	231	189	420
Premières	237	158	395
Terminales	192	193	385
Total	660	540	1200

De plus, 60 % des élèves de Seconde sont des filles, et parmi elles, 50 % fument.

On choisit au hasard un élève parmi les 1200 du lycée. Chaque élève a la même probabilité d'être choisi.

On note :

— S l'événement : «l'élève choisi est en Seconde» ;

— F l'événement : «l'élève choisi est fumeur» ;

— T l'événement : «l'élève choisi est en Terminale».

1) *(1 point)*
La probabilité $P(S)$ que l'élève choisi soit en seconde est égale à :
◯ 0,66 ◯ 0,55 $\surd$ 0,35

2) *(1 point)*
La probabilité $P_S(F)$ que l'élève soit fumeur sachant qu'il est en seconde est égale à :
$\surd$ 0,55 ◯ 0,1925 ◯ 0,45

3) *(1 point)*
Les événements S et F sont-ils indépendants ?
$\surd$ **oui** ◯ non ◯ on ne peut pas répondre

4) *(1 point)*
Les événements S et T sont :
◯ contraires $\surd$ **incompatibles** ◯ indépendants

5) *(1 point)*
Quel est le pourcentage d'élèves de seconde qui sont des filles et qui fument ?
◯ 10 % ◯ 45 % $\surd$ 30 %

Exercice 2 Un arbre pondéré est donné (7 points)

Les résulats approchés sont à arrondir à 10^{-4}.

Pour combattre les risques d'épidémie dus à une maladie, un laboratoire à mis au point un vaccin. Il a testé ce vaccin et a obtenu les données suivantes :

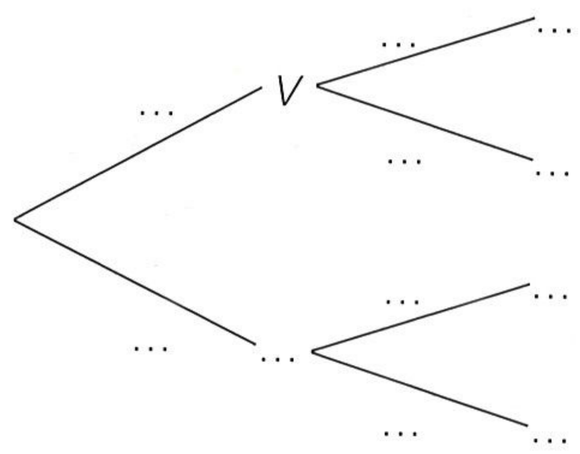
— la probabilité qu'un individu soit malade sachant qu'il a été vacciné est égale à 0,09 ;

— la probabilité qu'un individu soit malade sachant qu'il n'a pas été vacciné est égale à 0,5.

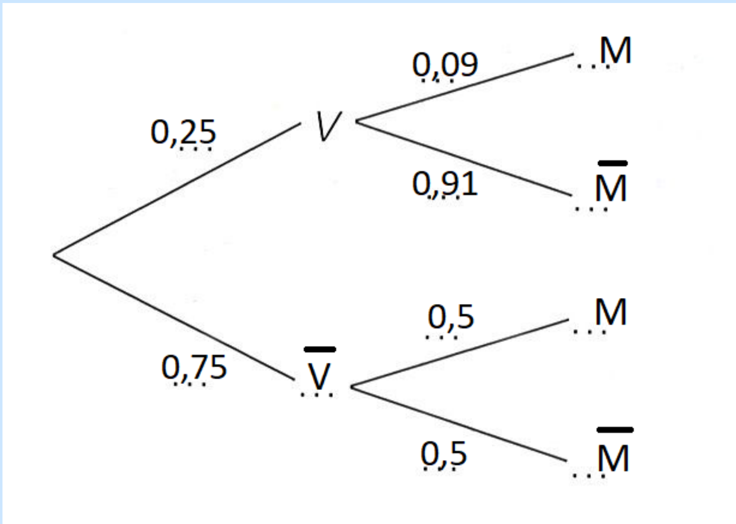
Un quart de la population a été vaccinée contre la maladie. Une épidémie survient. Pour une personne choisie au hasard dans la population, on notera Ml'événement «être malade», $\bar{M}$ l'événement contraire, V l'événement «être vaccine», $\bar{V}$ l'événement contraire.

1) *(2 points)*

Compléter l'arbre de probabilité traduisant les informations de l'énoncé :



Solution:



2) *(1 point)*

Calculer la probabilité des événements $M \cap V$ et $M \cap \bar{V}$.

Solution:
Calcul de $P(M \cap V)$:

$$\begin{array}{rcl} P(M \cap V) & = & P(V) \times P_V(M) \\ P(M \cap V) & = & 0{,}25 \times 0{,}09 \\ P(M \cap V) & = & 0{,}0225 \end{array}$$

Calcul de $P(M \cap \bar{V})$:

$$\begin{array}{rcl} P(M \cap \bar{V}) & = & P(\bar{V}) \times P_{\bar{V}}(M) \\ P(M \cap \bar{V}) & = & 0{,}75 \times 0{,}5 \\ P(M \cap \bar{V}) & = & 0{,}375 \end{array}$$

La probabilité de l'événement $M \cap V$ est 0,0225 et celle de $M \cap \bar{V}$ est 0,375.

3) *(2 points)*
Calculer la probabilité de l'événement M puis de l'événement $\bar{M}$.

Solution:
Calcul de $P(M)$:

$$\begin{array}{rcl} P(M) & = & P(M \cap V) + P(M \cap \bar{V}) \\ P(M) & = & 0{,}0225 + 0{,}375 \\ P(M) & = & 0{,}3975 \end{array}$$

Calcul de $P(\bar{M})$:

$$\begin{array}{rcl} P(\bar{M}) & = & 1 - P(M) \\ P(\bar{M}) & = & 1 - 0{,}3975 \\ P(\bar{M}) & = & 0{,}6025 \end{array}$$

La probabilité de l'événement M est 0,3975 et celle de $\bar{M}$ est 0,6025.

4) *(2 points)*
Sachant qu'un individu choisi au hasard dans la population n'est pas malade, quelle est la probabilité qu'il ait été vacciné ?

Solution:

Calcul de la probabilité qu'un individu soit vacciné sachant qu'il n'est pas malade :

$$\begin{aligned}
P_{\bar{M}}(V) &= \frac{P(V \cap \bar{M})}{P(\bar{M})} \\
P_{\bar{M}}(V) &= \frac{P(V) \times P_V(\bar{M})}{P(\bar{M})} \\
P_{\bar{M}}(V) &= \frac{0{,}25 \times 0{,}91}{0{,}6025} \\
P_{\bar{M}}(V) &\approx 0{,}3776
\end{aligned}$$

La probabilité qu'un individu non malade ait été vacciné est 0,3776.

Exercice 3 Des paires de chaussures

Dans une grande surface, il y a en stock, 500 paires de chaussures de sport dont 375 ont été fabriquées à l'étranger, 1000 paires de bottes dont 75 % ont ont été fabriquées à l'étranger et 2500 paires de chaussons dont 625 ont été fabriquées en France.

1) *(2 points)*
Compléter le tableau suivant.

	Nombre d'articles fabriqués en France	**Nombre d'articles fabriqués à l'étranger**	**Total**
Nombre de paires de chaussures de sport			
Nombre de paires de bottes			
Nombre de paires de chaussons			
Total			4000

Solution:

	Nombre d'articles fabriqués en France	Nombre d'articles fabriqués à l'étranger	Total
Nombre de paires de chaussures de sport	125	375	500
Nombre de paires de bottes	250	750	1000
Nombre de paires de chaussons	625	1875	2500
Total	1000	3000	4000

2) *(5 points)*
On prélève un article au hasard parmi les articles de ce stock. Tous les articles ont la même probabilité d'être choisis. On considère les événements suivants :

— A : «l'article prélevé a été fabriqué à l'étranger» ;
— B : «l'article prélevé est une paire de bottes» ;
— C : «l'article prélevé est une paire de chaussons».

Dans cet exercice, sauf indication contraire, on demande les valeurs exactes des probabilités sous forme décimale.

(a) (1 point) Traduire par une phrase chacun des trois événements : $\bar{A}$, $A \cap B$ et $\bar{A} \cap C$.

Solution:
Les événements demandés sont les suivants :

— $\bar{A}$: «l'article prélevé n'a pas été fabriqué à l'étranger» ;
— $A \cap B$: «l'article prélevé a été fabriqué à l'étranger et est une paire de bottes» ;
— $\bar{A} \cap C$: «l'article prélevé n'a pas été fabriqué à l'étranger et est une paire de chaussons».

(b) (1 point) Calculer les probabilités $P(A)$, $P(B)$ et $P(A \cap B)$.

Solution:
Calcul de $P(A)$:

$$P(A) = \frac{3000}{4000}$$
$$P(A) = 0{,}75$$

Calcul de $P(B)$:

$$\begin{aligned} P(B) &= \frac{1000}{4000} \\ P(B) &= 0{,}25 \end{aligned}$$

Calcul de $P(A \cap B)$:

$$\begin{aligned} P(A) &= \frac{750}{4000} \\ P(A) &= 0{,}1875 \end{aligned}$$

La probabilité de l'événement A est 0,75, celle de B est 0,25 et celle de $A \cap B$ est 0,1875.

(c) (1 point) Calculer la probabilité que l'article prélevé ait été fabriqué à l'étranger ou que ce soit une paire de bottes.

Solution:
Calcul de $P(A \cup B)$:

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ P(A \cup B) &= 0{,}75 + 0{,}25 - 0{,}1875 \\ P(A \cup B) &= 0{,}8125 \end{aligned}$$

La probabilité qu'un article pris au hasard ait été fabriqué à l'étranger ou soit une paire de bottes est 0,8125.

(d) (1 point) Calculer les probabilités conditionnelles $P_B(A)$ et $P_C(A)$.

Solution:
Calcul de $P_B(A)$:

$$\begin{aligned} P_B(A) &= \frac{750}{1000} \\ P_B(A) &= 0{,}75 \end{aligned}$$

Calcul de $P_B(A)$:

$$\begin{aligned} P_C(A) &= \frac{1875}{2500} \\ P_C(A) &= 0{,}75 \end{aligned}$$

On a donc $P_B(A) = 0,75$ et $P_C(A) = 0,75$.

(e) (1 point) Calculer la probabilité que sachant qu'il provient de France, l'article prélevé soit une paire de chaussures de sport.

Solution:
Calcul de la probabilité qu'un article soit une paire de chaussures de sport sachant qu'il provient de France :
Soit S l'événement : «l'article prélevé est une paire de chaussures de sport».

$$\begin{array}{rcl} P_{\bar{A}}(S) & = & \dfrac{125}{1000} \\ P_B(A) & = & 0{,}125 \end{array}$$

La probabilité que sachant qu'il provient de France, l'article prélevé soit une paire de chaussures de sport est 0,125.

3) *(1 point)*
Les événements A et B sont-ils indépendants ?

Solution:
On a $P(A) = P_B A$ donc les événements A et B sont indépendants.