NOM Prénom : **Les réponses doivent être justifiées et rédigées**

# $T^{le}$ $ST_2S$ : DS numéro 5

16 Mai 2019

## Exercice 1 Un QCM (6 points)

*Cet exercice se présente sous la forme d'un questionnaire à choix multiple (QCM). Pour chaque question, trois réponses sont proposées. Une seule réponses est correcte. On demande de choisir celle que vous pensez être correcte.*

On donne le tableau de variation d'une fonction $f$ définie et dérivable sur l'intervalle $[-12, 20]$ :

| $x$ | $-12$ | | $-5$ | | $7$ | | $20$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f(x)$ | $7$ | ↘ | $-4$ | ↗ | $-1$ | ↘ | $-6$ |

1. (1 point) On peut dire que :
   ◯ $f$ est positive sur l'intervalle $[-12; -5]$.
   ◯ $f$ est positive sur l'intervalle $[7; 20]$.
   √ **$f$ est négative sur l'intervalle $[-5; 20]$.**
2. (1 point) L'équation $f(x) = 2$ possède
   √ **une seule solution ;** ◯ aucune solution ; ◯ on ne peut pas répondre.
3. (1 point) On cherche à comparer $f'(0)$ et $f'(8)$ :
   ◯ $f'(0) < f'(8)$ √ $f'(0) > f'(8)$ ◯ on ne peut pas répondre.
4. (1 point) On cherche à comparer $f(0)$ et $f(8)$ :
   ◯ $f(0) < f(8)$ ◯ $f(0) > f(8)$ √ **on ne peut pas répondre.**
5. (1 point) Une équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction $f$ au point d'abscisse 20 est :
   ◯ $y = 20x - 6$ ◯ $y = -x - 6$ √ $y = -x + 14$
6. (1 point) On désigne par $\mathcal{C}$ la courbe représentative de $f$ dans un repère orthogonal.
   ◯ Il n'existe aucun point où la tangente à la courbe $\mathcal{C}$ est parallèle à l'axe des abscisses.
   ◯ Il existe un seul point où la tangente à la courbe $\mathcal{C}$ est parallèle à l'axe des abscisses.
   √ **Il existe deux points où la tangente à la courbe $\mathcal{C}$ est parallèle à l'axe des abscisses.**

# Exercice 2 Étude des variations d'une fonction polynôme de degré 3

On considère une fonction $f$ définie et dérivable sur l'intervalle $[0; 2,5]$.

On note $f'$ la fonction dérivée de la fonction $f$.

On donne en annexe la courbe représentative de de la fonction $f$, appelée $\mathcal{C}$, dans un repère orthogonal.

La courbe $\mathcal{C}$ possède les propriétés suivantes :

— La courbe $\mathcal{C}$ passe par le point $A(1; 5,5)$ ;

— La courbe $\mathcal{C}$ passe par le point $B(2; 2)$ ;

— La tangente en $B$ à la courbe $\mathcal{C}$ est horizontale ;

— La tangente en $A$ à la courbe $\mathcal{C}$ passe par le point $T(0; 8,5)$.

## Partie A Lectures graphiques

1. (2 points) Placer les points $A$, $B$ et $T$ sur la figure 1 présente en annexe A en tenant compte des informations ci-dessus, et tracer les tangentes à la courbe $\mathcal{C}$ en $A$ et en $B$.
2. (2 points) Déterminer $f(1)$, $f(2)$ et $f'(1)$.
3. (1 point) Donner par lecture graphique une valeur approchée des solutions de l'équation $f(x) = 3$.
4. (2 points) Justifier que $f'(2) = 0$. Donner par lecture graphique une valeur approchée de la deuxième solution de $f'(x) = 0$.

## Partie B Étude des variations

La fonction dont on connait la courbe $\mathcal{C}$ est définie sur l'intervalle $[0; 2,5]$ par :

$$f(x) = 4x^3 - 16,5x^2 + 18x.$$

1. (2 points) Compléter le tableau de valeurs suivant :

| $x$ | 0 | 0,5 | 1 | 1,5 | 2 | 2,5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | | | | | |

2. (4½ points) (a) (2 points) Calculer $f'(x)$.

   (b) (1 point) Montrer que :

$$f'(x) = (12x - 24)(x - 0{,}75) \tag{1}$$

   (c) (1½ points) Étudier le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de $x$, sur l'intervalle $[0; 2{,}5]$ à l'aide d'un tableau de signe.

3. (1½ points) En déduire le tableau de variation de la fonction $f$.

## A Courbe représentative de la fonction $f$ de l'Exercice 2

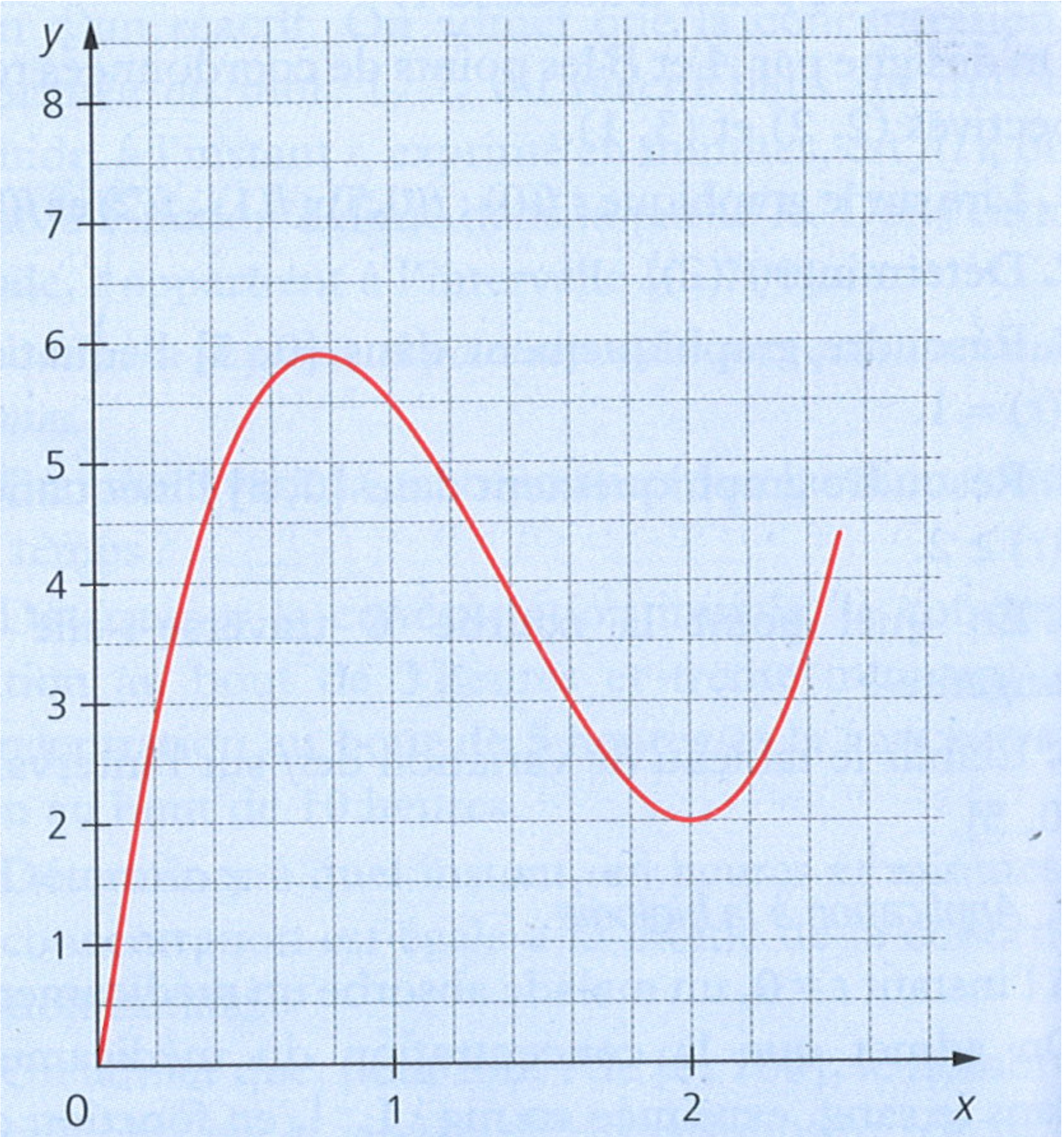


Figure 1: Courbe $\mathcal{C}$