Olivier FINOT, 4 mars 2018

Objectifs

Être capable :

1. d'utiliser le vocabulaire des probabilités ;
2. de reconnaître une situation d'équiprobabilité ;
3. ce calculer la probabilité d'un événement ;
4. de calculer la probabilité de l'union et/ou de l'intersection de deux événements ;
5. d'utiliser un arbre de probabilités.

I. Vocabulaire

1) Expérience aléatoire et univers

Définitions

Une expérience dont on ne peut pas prévoir en avance le résultat est une **expérience aléatoire**. Le résultat obtenu est l'**issue** de l'expérience. L'ensemble de toutes les issues possibles de l'expérience est l'**univers**, noté Ω (omega)

Exemple

Soit l'expérience suivante : lancé d'un dé cubique *non pipé* :

- 2 est une issue de l'expérience.
- L'univers est $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.

2) Événements

Définitions

Un **événement** est une partie de l'univers.

- Un événement qui contient toutes les issues de l'univers est un événement **certain**.
- Un événement qui contient une seule issue est un **événement élémentaire**.
- Un événement qui ne contient aucune issue est **impossible**
- L'événement contraire d'un événement A est noté $\bar{A}$, il contient toutes les issues qui ne correspondent pas à A.

Exemple

Dans le cas du lancé d'un dé à 6 faces non truqué, on appelle A l'événement «obtenir un 5», B l'événement «obtenir un nombre pair» et C «obtenir un résultat inférieur à 6».

- L'événement A correspond à l'ensemble $\{5\}$, c'est un événement élémentaire.
- On a $B = \{2; 4; 6\}$.
- L'événement contraire de B est «obtenir un résultat impair», on a $\bar{B} = \{1; 3; 5\}$.
- L'événement C est certain, on a $C = \Omega$.
- L'événement $\bar{C}$ est impossible, on a $\bar{C} = \emptyset$.

II. Calcul de probabilités

1) Définition

Définition

- La **probabilité** d'un événement A, notée $P(A)$ est la somme des probabilités des événements élémentaires qui le composent.
- Pour tout événement A, $0 \leq P(A) \leq 1$

2) Équiprobailité

Á retenir

Il y a **équiprobabilté** dans le cas où tous les évévnements élémentaires ont la même probabilité. Dans ce cas, la probabilité d'un événement élémentaire est :

$$\frac{1}{\textit{nombre d'éléments de } \Omega}$$

Exemple

Il y a équiprobabilité dans le cas où l'on tire une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes standard. Ici l'univers Ω contient 32 éléments, 1 pour chacune des cartes. Donc la probabilité de chaque événement élémentaire est :

$$\frac{1}{32}$$

Á retenir

Dans une situation d'équiprobabilité, la probabilité d'un événement A est :

$$P(A) = \frac{nombre\ d'\ éléments\ de\ A}{nombre\ d'éléments\ de\ \Omega} = \frac{nombre\ de\ cas\ favorbales}{nombre\ de\ cas\ possibles}$$

Exemple

Dans la situation où on tire une carte au hasard parmi 32.

- Soit A l'événement «tirer un cœur». A est constitué des 8 événements élémentaires qui correspondent aux 8 cartes de cœur. On a donc :

$$\begin{aligned} P(A) &= \frac{1}{32} + \frac{1}{32} + ... + \frac{1}{32} \\ P(A) &= \frac{8}{32} \\ P(A) &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

- Soit B l'événement «tirer un as», B est constitué des 4 événements élémentaires qui correspondent aux 4 as du jeu. On a donc :

$$\begin{aligned} P(B) &= \frac{4}{32} \\ P(B) &= \frac{1}{8} \end{aligned}$$