

Objectifs

Être capable :

- 1 de reconnaître une suite arithmétique ou géométrique ;
- 2 de calculer le terme de rang n d'une suite arithmétique ou géométrique ;
- 3 de représenter graphiquement une suite arithmétique ou géométrique ;
- 4 de calculer la somme de termes consécutifs d'une suite arithmétique ou géométrique.
- 5 de déterminer le sens de variation d'une suite arithmétique ou géométrique.

I. Suites numériques

Définition

Une **suite numérique** est constituée de **plusieurs nombres rangés dans un certain ordre**. Ces nombres sont les **termes** de la suite. u_1 est le premier terme de la suite, u_2 le deuxième, u_n est le n -ième. Le terme suivant est noté u_{n+1} .

II. Suites arithmétiques

1) Définition et terme de rang n

Activité La suite des nombres impairs

On considère la suite des nombres impairs, 1, 3, 5, 7, ..., que l'on note successivement $u_1, u_2, u_3, u_4, \dots$. Donc $u_1 = 1, u_2 = 3, u_3 = 5, \dots$

- 1 Compléter : $u_4 = \dots, u_7 = 15, u_{10} = \dots$
- 2 Quel est le premier terme de la suite ?
- 3 Comment passe-t-on d'un terme au suivant ?
- 4 n est un nombre entier positif non nul, on s'intéresse au terme de rang n (donc le $n^{\text{ième}}$ nombre impair). Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n .
- 5 Exprimer u_n en fonction de n .
- 6 Calculer $u_{100}, u_{150}, u_{1000}$.

À retenir

- Une **suite arithmétique** est une suite de nombres, où chaque terme, à partir du deuxième est obtenu en ajoutant au précédent un même nombre, la **raison** de la suite (notée r). On note :

$$u_{n+1} = u_n + r$$

- Dans une suite arithmétique de raison r , le terme u_n est obtenu à partir du premier terme par la relation :
 - $u_n = u_0 + nr$ (lorsque le terme initial est u_0)
 - $u_n = u_1 + (n-1)r$ (lorsque le terme initial est u_1)

2) Somme des termes d'une suite arithmétique

Activité Somme de nombres impairs

On note $S_1 = u_1 = 1$; $S_2 = u_1 + u_2 = 1 + 3 = 4$; puis, plus généralement $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n$.

- 1 Compléter le tableau suivant :

n	1	2	3	4	5	6	7	8
u_n	1	3	5					
S_n	1	4						

- 2 En déduire une relation entre S_{n+1} , S_n , et u_{n+1} .
- 3 En observant les résultats du tableau conjecturer une expression de S_n en fonction de n .

À retenir

S_n est la somme des termes d'une suite arithmétique jusqu'à u_n , on a :

- $S_n = \frac{(n+1) \times (u_0 + u_n)}{2} + nr$ (lorsque le terme initial est u_0)
- $S_n = \frac{n \times (u_1 + u_n)}{2} + nr$ (lorsque le terme initial est u_1)

III. Suites Géométriques

1) Définition et terme de rang n

Activité Augmentation d'un loyer

Le loyer d'un appartement augmente chaque année de 3%. En 2005, le loyer annuel s'élève à 6000 €. On note v_n , le montant du loyer annuel en 2005 + n

- 1 Calculer le montant du loyer en 2006, 2007, 2008 et 2009.
- 2 Quel est le premier terme de la suite ?
- 3 Comment passe-t-on d'un terme au suivant ?
- 4 Exprimer v_{n+1} en fonction de v_n .
- 5 Exprimer v_n en fonction de n .
- 6 Calculer v_{10} , u_{15} , u_{35} .

À retenir

Une **suite géométrique** est une suite de nombres, où chaque terme, à partir du deuxième est obtenu multipliant le précédent par un même nombre, la **raison** de la suite (notée q).

On note :

$$u_{n+1} = u_n \times q$$

Dans une suite géométrique de raison q , le terme u_n est obtenu à partir du premier terme par la relation :

- $u_n = u_0 \times q^n$ (lorsque le terme initial est u_0)
- $u_n = u_1 \times q^{n-1}$ (lorsque le terme initial est u_1)

2) Sens de variation

À retenir

Une suite géométrique de raison q positive et de premier terme positif est :

- croissante, si $q > 1$;
- décroissante, si $q < 1$;
- constante, si $q = 1$.

3) Somme de termes consécutifs d'une suite géométrique

À retenir

(u_n) est une suite géométrique de raison q , S_n est la somme de ses termes jusqu'à u_n ; on a :

- $S_n = u_0 \times \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$ (lorsque le terme initial est u_0)
- $S_n = u_1 \times \frac{1 - q^n}{1 - q}$ (lorsque le terme initial est u_1)

Exemples

1 (u_n) est la suite des puissances de 2 ($u_0 = 1$ et $q = 2$), on a :

$$S_8 = u_0 \times \frac{1 - q^{8+1}}{1 - q}$$

$$S_8 = 1 \times \frac{1 - 2^9}{1 - 2}$$

$$S_8 = 1 \times \frac{1 - 512}{1 - 2}$$

$$S_8 = 511$$

2 (v_n) est la suite définie par ($u_0 = 100\,000$ et $q = 1,2$), on a :

$$S_4 = u_0 \times \frac{1 - q^{4+1}}{1 - q}$$

$$S_4 = 100\,000 \times \frac{1 - 1,2^5}{1 - 1,2}$$

$$S_4 = 100\,000 \times \frac{1 - 2,488\,32}{1 - 1,2}$$

$$S_4 = 744\,160$$