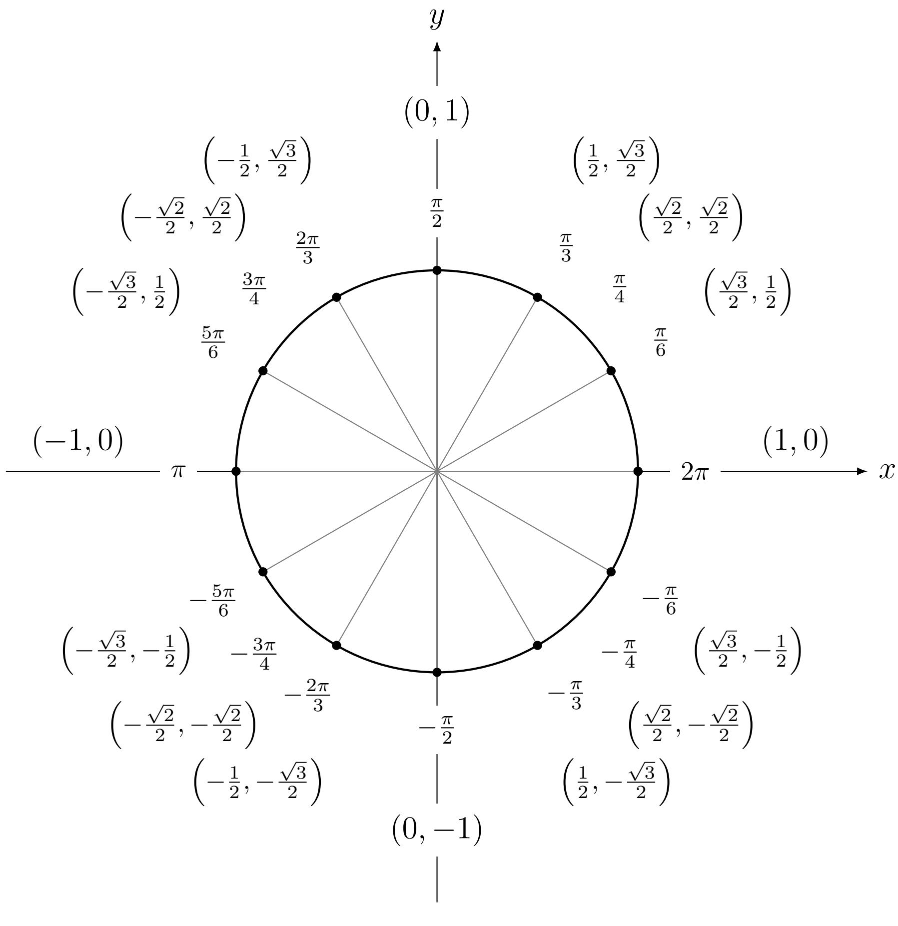
# Angles Orientés & Trigonométrie

Olivier FINOT

## 1 Définitions

1. Un angle orienté est défini par un couple de vecteurs non nuls $(\vec{u}, \vec{v})$
2. Angles particuliers :
   — l'angle **nul** : $\hat{0} = (\vec{u}, \vec{v}), \forall \vec{u} \neq \vec{0}$ (0°, 0 $rad$)
   — l'angle **plat** : $\mathcal{P} = (\vec{u}, -\vec{u})(180°, \pi rad)$
   — l'angle **droit direct** : $(\vec{i}, \vec{j}) \left(90°, \frac{\pi}{2}\, rad\right)$
   — l'angle **droit indirect** : $(\vec{i}, -\vec{j}) \left(90°, -\frac{\pi}{2}\, rad\right)$
3. La **mesure principale** d'un angle $(\vec{u}, \vec{v})$ est **l'unique réel** de l'intervalle $]-\pi, \pi]$.
4. Deux angles orientés sont **égaux** lorsqu'ils ont **la même mesure principale, modulo** $2\pi$.
5. **L'opposé** de $(\vec{u}, \vec{v})$ est l'angle $(\vec{v}, \vec{u})$.
6. En remplaçant **les deux vecteurs par leurs opposés** on ne **change pas l'angle**. .

## 2 Cercle Trigonométrique



## 3 Formules utiles

### Angles orientés

$$-(\vec{u},\vec{v}) = (\vec{v},\vec{u}) \tag{1}$$
$$(\vec{u},\vec{v}) = (-\vec{u},-\vec{v}) \tag{2}$$
$$(\vec{u},\vec{v}) + (\vec{v},\vec{w}) = (\vec{u},\vec{w})[2\pi] \tag{3}$$
$$(\vec{u},-\vec{v}) = (-\vec{u},\vec{v}) = (\vec{u},\vec{v}) + \pi[2\pi] \tag{4}$$

### Trigonométrie

$$-1 \leq \cos(x) \leq 1 \quad \forall x \in \mathbb{R} \tag{5}$$
$$-1 \leq \sin(x) \leq 1 \quad \forall x \in \mathbb{R} \tag{6}$$
$$\cos(\pi + x) = -\cos(x) \tag{11}$$
$$\sin(\pi + x) = -\sin(x) \tag{12}$$

$$\cos(-x) = \cos(x) \tag{7}$$
$$\sin(-x) = -\sin(x) \tag{8}$$
$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin(x) \tag{13}$$
$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos(x) \tag{14}$$

$$\cos(\pi - x) = -\cos(x) \tag{9}$$
$$\sin(\pi - x) = \sin(x) \tag{10}$$
$$\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1 \tag{15}$$

$$\forall x \in \mathbb{R}, \forall k \in \mathbb{Z} \quad \cos(x + 2k\pi) = \cos(x) \tag{16}$$
$$\forall x \in \mathbb{R}, \forall k \in \mathbb{Z} \quad \sin(x + 2k\pi) = \sin(x) \tag{17}$$

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b \tag{18}$$
$$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b \tag{19}$$

### Équations

Pour résoudre une équation il faut se ramener à une égalité de *cosinus* ou de *sinus* pour ensuite pouvoir appliquer une des deux formules suivantes :

$$(\cos(x) = \cos(a)) \quad \Leftrightarrow \quad (x = a\,[2\pi] \;\mathit{ou}\; x = -a\;[2\pi]) \tag{20}$$
$$(\sin(x) = \sin(b)) \quad \Leftrightarrow \quad (x = b\,[2\pi] \;\mathit{ou}\; x = \pi - b\;[2\pi]) \tag{21}$$

### Dérivée & primitive

$$\cos'(a) = -\sin(a) \tag{22}$$
$$\sin'(a) = \cos(a) \tag{23}$$
$$\int \cos(a)\,da = \sin(a) + c \tag{24}$$
$$\int \sin(a)\,da = -\cos(a) + c \tag{25}$$