I. Fonctions affines, fonctions linéaires

Définitions

a et b sont des nombres quelconques ; la fonction qui à tout nombre x, associe le nombre $\boldsymbol{ax + b}$, est une `fonction affine`.

Cas particuliers :

- Si $\boldsymbol{b = 0}$, la fonction est `linéaire`.
- Si $\boldsymbol{a = 0}$, la fonction est `constante`.

Exemples

On considère les fonctions f, g, h et i :

- $f(x) = 2x$
- $g(x) = -x + 2$
- $h(x) = 3x - 4$
- $i(x) = 5$

- f est une fonction `linéaire (On a` $\boldsymbol{a = 2}$ `et` $\boldsymbol{b = 0}$`)`.
- g est une fonction `affine (On a` $\boldsymbol{a = -1}$ `et` $\boldsymbol{b = 2}$`)`.
- h est une fonction `affine (On a` $\boldsymbol{a = 3}$ `et` $\boldsymbol{b = -4}$`)`.
- i est une fonction `constante (On a` $\boldsymbol{a = 0}$ `et` $\boldsymbol{b = 5}$`)`.

II. Représentation graphique et variations

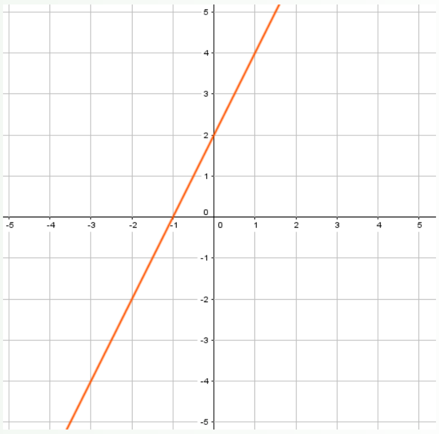
1) Représentation graphique d'une fonction affine

Propriétés

- La `représentation graphique` d'une fonction affine $f(x) = ax + b$ et `une droite`. On dit que $y = ax+b$ est l'équation de la droite. `a` est le `coefficient directeur` (ou la pente) de la droite. `b` est l'`ordonnée à l'origine`.
- La droite passe par le point de coordonnées $(0; b)$, si la fonction est linéaire elle passe par l'origine du repère.

Exemple

On considère la fonction affine $f(x) = 2x + 4$. Elle ne passe pas par l'origine du repère, elle n'est pas linéaire. Elle passe par le point de coordonnées $(0; 4)$.



2) Sens de variation

Propriété

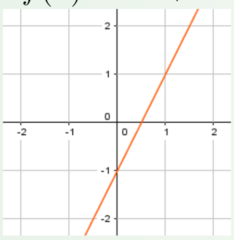
Le sens de variation d'une fonction affine dépend du signe de a :

- Si $\boldsymbol{a > 0}$, le droite **"monte"**, la fonction est **croissante** ;
- Si $\boldsymbol{a < 0}$, la droite **"descend"** la fonction est **décroissante** ;
- Si $\boldsymbol{a = 0}$, la droite est **horizontale**, la fonction est **constante**.

Exemples

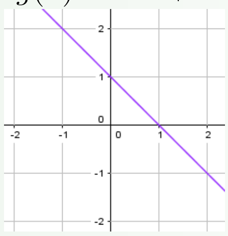
f, g et h sont des fonctions affines telles que :

$f(x) = 2x + 1$



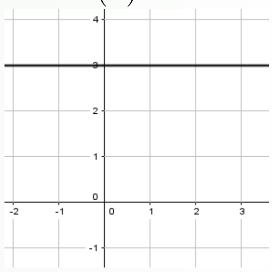
$a = 2$; $a > 0$, la droite "monte", la fonction est croissante.

$g(x) = -x + 1$



$a = -1$; $a < 0$, la droite "descend", la fonction est décroissante.

$h(x) = 3$



$a = 0$, la droite est horizontale, la fonction est constante.

3) Calcul du coefficient directeur

Méthode

Pour calculer le coefficient directeur d'une fonction affine f, on a besoin de deux nombres distincts x_1 et x_2 et de leurs images par f, $f(x_1)$ et $f(x_2)$. On a alors :

$$a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

Exemple

La fonction passe par les points de coordonnées $(2;4)$ et $(4;8)$, on a :

$$a = \frac{8-4}{4-2}$$
$$a = \frac{4}{2}$$
$$a = 2$$

III. Résolution graphique