

Objectifs

- Savoir ce qu'est un nombre relatif et connaître le vocabulaire associé.
- Savoir comparer des nombres relatifs.
- Savoir additionner et soustraire des nombres relatifs.
- Savoir se repérer sur un axe ou dans le plan.

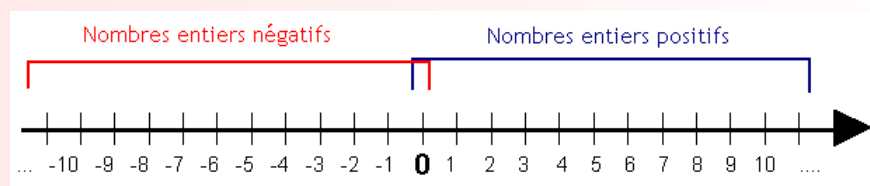
Compétences travaillées

- **Représenter (Re2)** : produire et utiliser plusieurs représentations d'un nombre ;
- **Calculer (Ca1)** : calculer avec des nombres rationnels, de manière exacte ou approchée en combinant astucieusement le calcul mental, le calcul posé et le calcul instrumenté ;
- **Raisonner (Ra1)** : résoudre des problèmes impliquant des grandeurs variées : mobiliser les connaissances nécessaires, analyser et exploiter ses erreurs, mettre à l'essai plusieurs solutions.

I. Définitions

Définitions

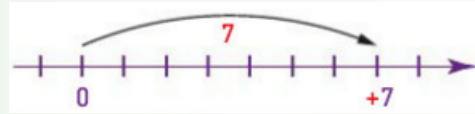
- Un nombre supérieur à 0 est un **nombre positif**, un nombre inférieur à 0 est un **nombre négatif**.



- Les nombres positifs et négatifs forment l'ensemble des **nombres relatifs**.
- Un nombre relatif est composé d'un **signe** (+ ou -) et d'une **distance à zéro**.
- Deux **nombres opposés** ont la **même distance à zéro** et des **signes différents**.

Exemples

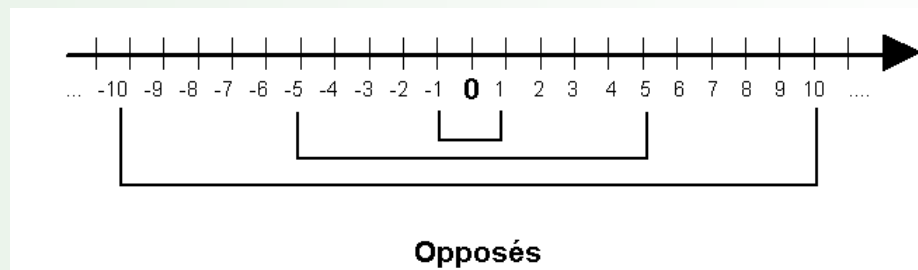
- $+7$ est un nombre positif, sa distance à zéro est 7 ;



- -4 est un nombre négatif, sa distance à zéro est 4 ;



- 0 est à la fois un nombre positif et négatif.
- -10 est l'opposé de $+10$.



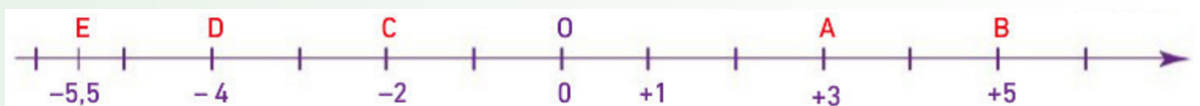
II. Des nombres pour se repérer et à comparer

1) Repérage

Définition

Sur une droite graduée, chaque point est repéré par un nombre relatif, son **abscisse**.

Exemple

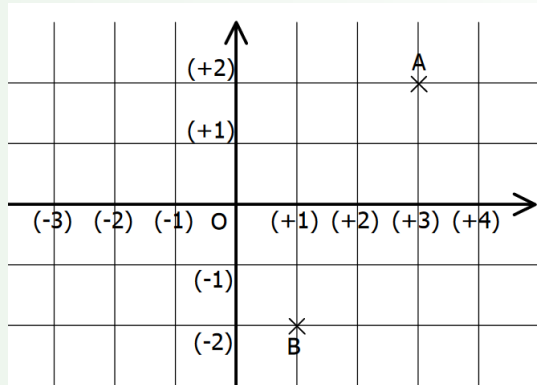


- L'abscisse du point A est $+3$;
- L'abscisse du point B est $+5$;
- L'abscisse du point C est -2 ;
- L'abscisse du point D est -4 .
- L'abscisse du point E est $-5,5$;
- L'abscisse du point O est 0 ;

Définitions

- Un repère orthogonal est formé par deux droites graduées perpendiculaires et de même origine. La droite horizontale est l'**axe des abscisses**, la verticale est l'**axe des ordonnées**.
- Un point du plan est repéré par deux nombres relatifs, ses **coordonnées**. Le premier nombre est son **abscisse**, le second son **ordonnée**. On note ces coordonnées (*abscisse ; ordonnée*).

Exemples



- L'abscisse du point A est $+3$, son ordonnée est $+2$, ses coordonnées sont $(+3; +2)$.
- L'abscisse du point B est $+1$, son ordonnée est -2 , ses coordonnées sont $(+1; -2)$.

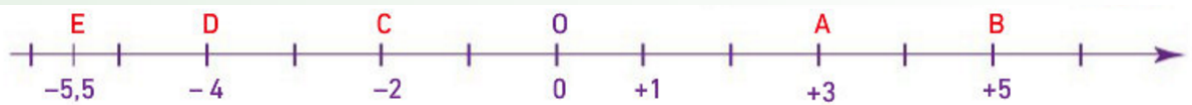
2) Comparaison

Propriétés

Pour comparer deux nombres relatifs :

- Si les deux **nombres sont positifs**, le plus grand est celui qui a la **plus grande distance à zéro** ;
- Si les deux nombres sont de **signes différents**, le plus grand est le **nombre positif** ;
- Si les deux **nombres sont négatifs**, le plus grand est celui qui a la **plus petite distance à zéro** ;

Exemples



- | | |
|------------------------------------|------------------------------------|
| • $+5 > +3$ (car $5 > 3$) | • $+5 > -4$ (car $+5$ est positif) |
| • $+5 > +1$ (car $5 > 1$) | • $-4 > -5,5$ (car $4 < 5,5$) |
| • $+1 > -2$ (car $+1$ est positif) | • $-2 > -5,5$ (car $2 < 5,5$) |

III. Addition et soustraction de deux nombres relatifs

1) Additionner deux nombres relatifs

Propriété

Si deux nombres relatifs ont **le même signe**, alors leur somme a :

- **le même signe** ;
- pour distance à zéro, **la somme** de leurs distances à zéro.

Exemples

On veut calculer $(+2,4) + (+5,2)$:

Les deux nombres sont positifs :

- leur somme est positive ;
- on ajoute les distances à zéro
 $2,4 + 5,2 = 7,6$

$$\Rightarrow (+2,4) + (+5,2) = (+7,6)$$

On veut calculer $(-4,6) + (-3,7)$:

Les deux nombres sont négatifs :

- leur somme est négative ;
- on ajoute les distances à zéro
 $4,6 + 3,7 = 8,3$

$$\Rightarrow (-4,6) + (-3,7) = (-8,3)$$

Propriété

Si deux nombres relatifs ont **des signes différents**, alors leur somme a :

- le signe du nombre qui à **la plus grande distance à zéro** ;
- pour distance à zéro, **la différence** de leurs distances à zéro.

Exemples

On veut calculer $(-2,4) + (+5,2)$:

Les deux nombres sont de signe différents :

- $(+5,2)$ a la plus grande distance à zéro, leur somme est positive ;
- on soustrait les distances à zéro
 $5,2 - 2,4 = 2,8$

$$\Rightarrow (-2,4) + (+5,2) = (+2,8)$$

On veut calculer $(-4,6) + (+3,7)$:

Les deux nombres sont de signe différents :

- $(-4,6)$ a la plus grande distance à zéro, leur somme est négative ;
- on soustrait les distances à zéro
 $4,6 - 3,7 = 0,9$

$$\Rightarrow (-4,6) + (+3,7) = (-0,9)$$

Propriété

La **somme de deux nombres opposés** est égale à 0.

Exemples

$$(+25) + (-25) = 0$$

$$(-4,2) + (+4,2) = 0$$

2) Soustraire deux nombres relatifs

Propriété

Pour soustraire un nombre relatif, on **ajoute son opposé**.

Exemples

On veut calculer $A = (-5) - (+2)$:

Pour soustraire $(+2)$, on ajoute son opposé : (-2) :

$$A = (-5) - (+2)$$

$$A = (-5) + (-2)$$

$$A = (-7)$$

On veut calculer $B = (+3) - (-6,2)$:

Pour soustraire $(-6,2)$, on ajoute son opposé : $(+6,2)$:

$$B = (+3) - (-6,2)$$

$$B = (+3) + (+6,2)$$

$$B = (+9,2)$$

IV. Simplifications d'écriture

Méthode

Pour alléger l'écriture d'une expression qui contient des nombres relatifs on peut :

- 1 Transformer les soustractions en additions ;
- 2 Supprimer les symboles d'addition et les parenthèses ;
- 3 Supprimer le signe du premier nombre s'il est positif.

Exemples

On veut simplifier et calculer les expressions suivantes :

$$\begin{aligned}A &= (+6) - (+5) + (-2) - (-4) + (+2) \\A &= (+6) + (-5) + (-2) + (+4) + (+2) \text{ (étape 1)} \\A &= +6 - 5 - 2 + 4 + 2 \text{ (étape 2)} \\A &= 6 - 5 - 2 + 4 + 2 \text{ (étape 3)} \\A &= 6 + 4 + 2 - 5 - 2 \\A &= 12 - 7 \\A &= 5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}B &= (-4) + (-3) - (+8) - (-4) - (-7) \\B &= (-4) + (-3) + (-8) + (+4) + (+7) \text{ (étape 1)} \\B &= -4 - 3 - 8 + 4 + 7 \text{ (étape 2)} \\B &= -15 + 11 \\B &= -4\end{aligned}$$

Remarque

Toute expression peut s'écrire sous la forme d'une suite d'additions, et l'ordre des termes d'une addition ne change pas le résultat. On peut donc utiliser cette propriété pour regrouper les termes d'une expression de manière à faciliter les calculs.

Exemples

$$C = -7 + 4 - 8 + 7 - 4$$

$$C = (-7 + 7) + (4 - 4) - 8$$

$$C = 0 + 0 - 8$$

$$C = -8$$

$$D = -2 + 4 - 8 + 5 + 6$$

$$D = (-2 - 8) + (4 + 6) + 5$$

$$D = -10 + 10 + 5$$

$$D = 0 + 5$$

$$D = 5$$