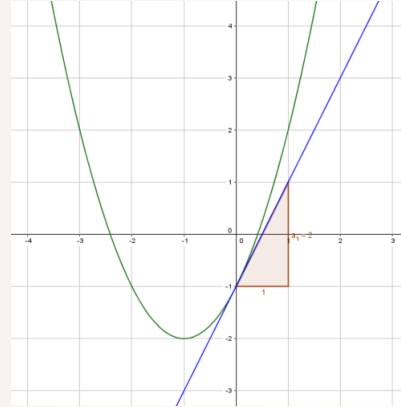


I. Tangente et nombre dérivé

Propriétés

On considère la courbe représentative de la fonction f , définie par $f(x) = x^2 + 2x - 1$; cette courbe est une parabole.

La droite d'équation $y = 2x - 1$ possède **un seul point commun avec la parabole**, le point $(0; 1)$. La droite est la **tangente** en 0 de la parabole. La **pente de la tangente** est 2, c'est le **nombre dérivé** en 0.



II. Fonction dérivée

Définition

Soit une fonction f . Pour tout x , la **fonction dérivée** f' est la fonction qui donne le nombre dérivé en x (noté **$f'(x)$**).

Une fonction est **dérivable** en x si et seulement si sa fonction dérivée f' est définie en x .

Exemple

On considère la fonction f définie par

$$f(x) = x^2 + 2x - 1$$

Sa fonction dérivée, est la fonction f' telle que :

$$f'(x) = 2x + 2$$

III. Dérivation d'une fonction

1) Dérivées des fonctions usuelles

Pour dériver une fonction, on utilise les formule du tableau ci dessous :

Fonction	Dérivée	Pour tout x appartenant à
$f(x) = k$ ($k \in \mathbb{R}$)	$f'(x) = 0$	$] -\infty ; +\infty[$
$f(x) = x$	$f'(x) = 1$	$] -\infty ; +\infty[$
$f(x) = ax + b$	$f'(x) = a$	$] -\infty ; +\infty[$
$f(x) = x^2$	$f'(x) = 2x$	$] -\infty ; +\infty[$
$f(x) = ax^2 + bx + c$	$f'(x) = ax + b$	$] -\infty ; +\infty[$
$f(x) = x^3$	$f'(x) = 3x^2$	$] -\infty ; +\infty[$
$f(x) = \frac{1}{x}$ ($x \neq 0$)	$f'(x) = -\frac{1}{x^2}$	$] -\infty ; 0[$ ou $]0 ; +\infty[$
$f(x) = \sqrt{x}$ ($x > 0$)	$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$] 0 ; +\infty]$

2) Opérations sur les fonctions dérivables

u et v sont deux fonctions dérivables.

Fonction	Dérivée
$f(x) = u + v$	$f'(x) = u' + v'$
$f(x) = ku$ (k constante)	$f'(x) = ku'$

IV. Utilisation de la dérivée

Activité 1

Exploitation du nombre dérivé :

Pour chacune des fonctions suivantes :

$$f(x) = 2x + 4 \quad (1)$$

$$g(x) = 5 - 4x \quad (2)$$

$$h(x) = -3x^2 + 6x - 4 \quad (3)$$

$$i(x) = x^2 - 2x - 2 \quad (4)$$

$$j(x) = -4x^3 - 8x^2 + 2x + 3 \quad (5)$$

$$k(x) = 5 \quad (6)$$

- 1 Tracez-la sur votre calculatrice
- 2 Dressez son tableau de variations entre -5 et 5
- 3 Dérivez la.
- 4 Calculez la valeur du nombre dérivé en -2 , -1 , 0 , 1 et 2 .
- 5 D'après-vous, y a t il un lien entre le nombre dérivé et les variations d'une fonction ?

Propriété

Les variations d'une fonction en un point sont liées au signe du nombre dérivé de la fonction en ce point :

- Si $f'(x) > 0$, alors la fonction **f est croissante** en x .
- Si $f'(x) = 0$, alors la fonction **f est constante** en x .
- Si $f'(x) < 0$, alors la fonction **f est décroissante** en x .

Exemple

On considère la fonction f , définie sur $[-2; 2]$ par $f(x) = -3x^2 + 6x - 4$.
Sa fonction dérivée f' est définie par $f'(x) = -6x + 6$.
On résout l'inéquation $f'(x) > 0$.

$$-6x + 6 > 0$$

$$-6x > -6$$

$$x < \frac{-6}{-6}$$

$$x < 1$$

Donc la fonction f est croissante avant 1 et décroissante après.
On a donc :

x	-10	0	4	9	20
$f(x)$	10	-2	3	-1	0