Exercices Angles Orientés & Trigonométrie

Olivier FINOT

30 janvier 2015

Exercice 1. Questions diverses. Le but de cet exercice est de répondre à des questions simples pour montrer que le cours est compris.

- a. Que peut-on dire des vecteurs qui forment un angle nul?
- **b.** Que peut-on dire des vecteurs qui forment un angle plat ?
- c. Á quelle mesure d'angle correspond le cosinus 1?
- ${f d.}$ Á quelle mesure d'angle correspond le sinus 1 ?
- e. Quel est le cosinus d'un angle de valeur $\frac{\pi}{4}$?
- f. Quel est le cosinus d'un angle de valeur π ?

Exercice 2. Démonstrations. Le but de cet exercice est de démontrer que certaines affirmations sont valides ou que certaines formules sont valides.

- $\pmb{a}.$ Soit ABC un triangle quel conque, démontrer que la somme des valeurs des angles de ce triangle est égale à π radians.
- **b.** Monter que la formule suivante est valide : $(\vec{u}, -\vec{v}) = (\vec{u}, \vec{v}) + \pi [2\pi]$
- c. Montrer que la formule suivante est valide : $\cos(\frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.
- **d.** Monter que la formule suivante est valide : $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$

Exercice 3. $\'{E}quations$. Résoudre les équations suivantes :

a.
$$\cos(x) = \frac{1}{2}$$
.

b.
$$\cos(x) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$
.

c.
$$\sin(x - \frac{\pi}{3}) = -\frac{1}{2}$$
.

d.
$$\cos(x) = \pi$$
.

e.
$$\sin(x-1) = \sin(2)$$
.

$$f. \cos(2x) = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

g.
$$\cos(\frac{x}{2}) = \cos(\frac{\pi}{3} - x)$$
.

$$h. \cos(x) = \sin(x).$$

$$i. \sin(x) = -\sin(2x).$$

j.
$$\cos^2(x) - \frac{3}{2}\cos(x) - 1 = 0$$

Exemples de rédaction Exemples de rédaction pour la résolution d'équations.

(Rappeler les deux formules utilisées pour les équations au début de l'exercice comme ça ce sera fait.) Pour résoudre une équation il faut se ramener à une égalité de cosinus ou de sinus pour ensuite pouvoir appliquer une des deux formules suivantes :

$$(\cos(x) = \cos(a)) \Leftrightarrow (x = a[2\pi] \text{ ou } x = -a[2\pi])$$

$$(1)$$

$$(\sin(x) = \sin(b)) \Leftrightarrow (x = b [2\pi] \text{ ou } x = \pi - b [2\pi])$$

$$(2)$$

$$\cos(x) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos(x) = \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right)(\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2})$$

$$3\pi$$

$$3\pi$$

On applique la formule 1 : $x = \frac{3\pi}{4}$ ou $x = -\frac{3\pi}{4}$

On obtient l'ensemble de solutions
$$S = \left\{ \frac{3\pi}{4} [2\pi], -\frac{3\pi}{4} [2\pi] \right\}$$

$$\sin(x-1) = \sin(2)$$

On applique la formule 2:

$$x - 1 = 2[2\pi]$$

$$x = 3[2\pi]$$

ou

$$x - 1 = \pi - 2[2\pi]$$

$$x = \pi - 1[2\pi]$$

On obtient l'ensemble de solutions $S = \{3[2\pi], \pi - 1[2\pi]\}$

Exercice 4. Cercle Trigonométrique. Compléter

