Information chiffrée (révisions) 1

Olivier FINOT, 16 août 2017

Objectifs

Être capable :

1. de calculer une proportion ou un effectif ;
2. de comparer des proportions et des effectifs ;
3. d'additionner des pourcentages ;
4. d'utiliser des pourcentages relatifs à des ensembles de référence distincts ;
5. de calculer des pourcentages de pourcentages ;
6. de calculer des taux d'évolution ;
7. de calculer un coefficient multiplicatif ;
8. de calculer un pourcentage global de plusieurs évolutions successives ;
9. de calculer le pourcentage d'une évolution réciproque ;
10. d'utiliser le tableur pour calculer des pourcentages.

I. Effectifs et proportions

1) Expression d'une proportion à l'aide d'un pourcentage

TP1 p 6

1. **a)** Proportion de cyclomotoristes de 16 ans parmi les cyclomotoristes âgés de 12 à 18 ans victimes d'accidents de la route :

$$\frac{2549}{9493} \approx 0,2685 = \underline{26,85\%}$$

b) Pourcentage des utilisateurs de "deux roues" parmi les victimes d'accidents de la route de 12 à 18 ans :

$$\frac{923 + 9435 + 745}{17914} = \frac{11161}{17914} \approx 0,6230 = \underline{62,30\%}$$

c) Pourcentage de 12-16 ans parmi les victimes de "deux roues" :

$$\frac{218 + 310 + 1180 + 1897 + 2796}{11161} = \frac{6401}{11161} \approx 0,5735 = \underline{57,37\%}$$

2. Soit N le nombre total de motocyclistes accidentés. On a :

$$\begin{aligned} N \times \frac{4{,}48}{100} &= 745 \\ N &= \frac{745 \times 100}{4{,}48} \\ N &= \underline{16\,629{,}46} \end{aligned}$$

Soit environ 16 629 motocyclistes accidentés.

3. Pourcentage de «porteurs de casque » parmi les cyclistes de 12 à 18 ans accidentés :

$$8{,}6 + 14{,}6 = 13{,}2 \qquad \textit{soit } 13{,}2\%.$$

Á retenir : Proportion

La **proportion ou fréquence** d'une partie A d'une population E, est le rapport p des effectifs de A et de E :

$$p = \frac{n_A}{n_E} \quad \left(\frac{Effectif de A}{Effectif de E}\right)$$

Exemples

- exercice 1 page 14
- exercice 2 page 14
- exercice 3 page 14
- exercice 29 page 22
- exercice 30 page 23

2) Comparaison de pourcentages, pourcentage de pourcentages

TP2 Page 6.

1. **a)** Pourcentage d'hommes parmi les personnes décédées d'une tumeur :

$$\frac{28\,259}{43\,875} \approx 0{,}6441 \;=\; \underline{64{,}41\ \%}.$$

b) Pourcentage de décès par une tumeur parmi l'ensemble des personnes décédées :

$$\frac{43\,875}{113\,537} \approx 0{,}3864 \;=\; \underline{38{,}64\ \%}.$$

c) Proportion de femmes décédées d'une tumeur parmi l'ensemble des femmes décédées :

$$\frac{15\,616}{35\,101} \approx 0{,}4449 \;=\; \underline{44{,}49\ \%}.$$

d) Proportion d'hommes parmi les «décès prématurés» :

$$\frac{78\,436}{113\,537} \approx 0{,}6908 \;=\; \underline{69{,}08\ \%}.$$

2. **a)** Proportion d'hommes décédés d'une maladie du système nerveux parmi les hommes décédés avant 65 ans :

$$\frac{2011}{78\,436} \approx 0{,}0256 \;=\; \underline{2{,}56\ \%}.$$

b) Proportions de femmes décédées d'une maladie du système nerveux parmi les femmes décédées avant 65 ans :

$$\frac{1217}{35\,101} \approx 0{,}0347 \ = \underline{3{,}47\ \%}.$$

c) En terme d'effectifs il y a plus d'hommes que de femmes qui décèdent d'une maladie du système nerveux, mais en pourcentage il y a plus de femmes. Il y a moins de femmes que d'hommes qui décèdent prématurément mais en proportion elles meurent plus de maladie du système nerveux.

3. **a)** Proportion p_1 de femmes décédées d'une maladie infectieuse ou parasitaire parmi l'ensemble des des personnes décédées d'une maladie infectieuse ou parasitaire :

$$p_1 = \frac{747}{2568} \approx 0{,}2909 = \underline{29{,}09\ \%}.$$

b) Proportion p_2 de personnes décédées d'une maladie infectieuse ou parasitaire parmi l'ensemble des personnes décédées avant 65 ans :

$$p_2 = \frac{2568}{113\,537} \approx 0{,}0226 = \underline{2{,}26\ \%}.$$

c) Proportion p_2 de femmes décédées d'une maladie infectieuse ou parasitaire parmi l'ensemble des personnes décédées avant 65 ans :

$$p_3 = \frac{747}{113\,537} \approx 0{,}0066 = \underline{0{,}66\ \%}.$$

d) On a $p_1 \times p_2 = p_3$.

Remarque

$$\frac{747}{2568} \times \frac{2568}{113\,537} = \frac{747}{113\,537}, \textit{ donc } p_1 \times p_2 = p_3.$$

On peut aussi calculer 2,26 % de 29,09 % :

$$\frac{2{,}26}{100} \times \frac{29{,}09}{100} = 0{,}006\,574\,34 \qquad \textit{soit environ } 0{,}66\%.$$

Exemples

- exercice 4 page 19
- exercice 17 page 19
- exercice 33 page 24
- exercice 34 page 24

3) Additionner et comparer des pourcentages

1. Pourcentage d'enfants en surpoids dans les zones rurales :

$$100 - 87{,}2 = \underline{12{,}8\ \%}$$

2. Pourcentage d'enfants obèses dans les zones rurales :

$$12{,}8 - 9{,}2 = \underline{3{,}6\ \%}$$

3. a) Dans l'agglomération parisienne, il y a 5 % d'enfants obèses et 16 % en surpoids ; la proportion d'enfants obèses parmi ceux en surpoids est donc égale à $\frac{5}{16} = 0{,}301\%$, soit environ un peu plus de 3 enfants souffrant d'obésité pour 10 en surpoids. L'affirmation est donc juste.

   b) Les effectifs pour les différents types d'agglomération ne sont pas connus. On ne peut donc rien affirmer concernant le nombre d'enfants en surpoids.

Exemples

- exercice 4 page 15
- exercice 35 page 24
- exercice 36 page 25
- exercice 37 page 25

II. Pourcentage d'évolution, coefficient multiplicateur

1) Variation relative, taux d'évolution

TP4 page 8

1) Entre 1990 et 2005, le nombre de médecins généralistes en France à **augmenté** de 8,45 %. $\left(\frac{1\,012\,067-93\,380}{93\,380}\right)$

2) Entre 2005 et 2015, le nombre de médecins généralistes en France devrait **diminuer** de 1,58 %.$\left(\frac{99\,670-1\,012\,067}{1\,012\,067}\right)$

3) Nombre de médecins des spécialités chirurgicales en 2005 :

en 1990	$+$ 14,21 % $\longrightarrow$	en 2005
21 390 médecins	$\times 1{,}1421$	? médecins

D'où : $21\,390 \times 1{,}1421 = 24\,429{,}519$, soit environ 24 430 médecins.

4) Nombre de médecins des spécialités médicales en 2015

en 2005	- 6,90 % $\longrightarrow$	en 2015
58 489 médecins	$\times 0{,}931$	? médecins

D'où : $58\,489 \times 0{,}931 = 54\,453{,}259$, soit environ 54 453 médecins.

5) Nombre de médecins des spécialités médicales en 1990

en 1990	+ 21,77 % $\longrightarrow$ $\times 1{,}2177$	en 2005
? médecins	$\longleftarrow$ $\div 1{,}2177$	58 489 médecins

D'où : $58\,489 \div 1{,}2177 = 48\,032{,}35...$, soit environ 48 032 médecins.

Á retenir : Taux d'évolution et coefficient multiplicateur

Le taux d'évolution t (ou variation relative) d'une quantité passant de la valeur y_1 à une valeur y_2 est égal à :

$$t = \frac{y_2 - y_1}{y_1} \left(\frac{V_{arrivée} - V_{départ}}{V_{départ}}\right)$$

Remarque : Un taux d'évolution positif traduit une hausse, un taux d'évolution négatif traduit une baisse.

Coefficients multiplicateurs :

- **Augmenter** une grandeur de $t\%$ revient à multiplier cette grandeur par $(1 + \frac{t}{100})$.
- Exemple : $+5\% = \times 1{,}05$; $+20\% = \times 1{,}20$
- **Diminuer** une grandeur de $t\%$ revient à multiplier cette grandeur par $(1 - \frac{t}{100})$.
- Exemple : $-12\% = \times 0{,}88$; $-3\% = \times 0{,}97$
- Dans le cas d'une **hausse**, le coefficient multiplicateur est **supérieur à 1**.
- Dans le cas d'une **baisse**, le coefficient multiplicateur est **inférieur à 1**.

Exemples

- exercice 10 page 17
- exercice 11 page 17
- exercice 40 page 25-26
- exercice 42 page 26
- exercice 43 page 26
- exercice 45 page 26

2) Évolutions successives, évolution réciproque

TP5 page 8

A. Évolutions successives

1)

$P_1 \xrightarrow[\times 1{,}25]{+\,25\ \%} P_2$ 16 \$ → ? \$	$P_2 = 16 \times 1{,}25 = 20$, soit 20 \$.

2)

$P_2 \xrightarrow[\times 1{,}30]{+\,30\ \%} P_3$ 20 \$ → ? \$	$P_2 = 20 \times 1{,}30 = 26$, soit 26 \$.

3)

$P_1 \xrightarrow[\times\ldots]{+\,\ldots\ \%} P_3$ 16 \$ → 26 \$	$\dfrac{26-16}{16} = 0{,}625$ Soit une hausse globale de 62,5 %

Calcul du coefficient multiplicateur :

$$k = \frac{26}{16} = 1{,}625$$

On peut aussi calculer indépendamment des prix : $1{,}25 \times 1{,}30 = 1{,}625$, soit une hausse globale de 62,5 %.

Remarque

Le pourcentage de hausse globale 62,5 % n'est pas égal à la somme des deux pourcentages de hausse successives 25 % et 30 %, car ces deux pourcentages ne s'appliquent pas sur le même prix, donc ne s'additionnent pas.

Á retenir : Évolutions successives

Deux évolutions (hausse ou baisse) successives de coefficients multiplicateurs c et c' correspondent une évolution globale (hausse ou baisse) de $c \times c'$ (on multiplie).

B. Évolution réciproque

1) a)

P_1	$\xrightarrow{+25\ \%}$	P_2	$\xrightarrow{-25\ \%}$	P_3'
16 \$	$\times 1{,}25$	20 \$	$\times 0{,}75$	15 \$

b) On constate que la baisse de 25 % n'annule pas la hausse de 25 %.

Remarque

$$\begin{aligned} P_3' &= 16 \times 1{,}25 \times 0{,}75 \\ P_3' &= 16 \times 0{,}9375 \\ On\ a &\quad 0{,}9375 \neq 1 \end{aligned}$$

2)

P_1	$\xrightarrow{+25\ \%}$	P_2	$\xrightarrow{-25\ \%}$	P_1
16 \$	$\times 1{,}25$	20 \$	$\times 0{,}75$	15 \$

Á retenir : Évolution réciproque

Deux évolutions (hausse et baisse) successives sont réciproques si et seulement si leur **coefficients multiplicateurs c et c' sont inverses** : $c \times c' = 1$

Exemples

- exercice 14 page 18
- exercice 19 page 19-20
- exercice 55 page 28
- exercice 56 page 29