

Exercice 2 Étude des variations d'une fonction polynôme de degré 3

On considère une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[0; 2,5]$.

On note f' la fonction dérivée de la fonction f .

On donne en annexe la courbe représentative de la fonction f , appelée \mathcal{C} , dans un repère orthogonal.

La courbe \mathcal{C} possède les propriétés suivantes :

- La courbe \mathcal{C} passe par le point $A(1; 5,5)$;
- La courbe \mathcal{C} passe par le point $B(2; 2)$;
- La tangente en B à la courbe \mathcal{C} est horizontale ;
- La tangente en A à la courbe \mathcal{C} passe par le point $T(0; 8,5)$.

Partie A Lectures graphiques

1) (2 points)

Placer les points A , B et T sur la figure 1 présente en annexe A en tenant compte des informations ci-dessus, et tracer les tangentes à la courbe \mathcal{C} en A et en B .

2) (2 points)

Déterminer $f(1)$, $f(2)$ et $f'(1)$.

3) (1 point)

Donner par lecture graphique une valeur approchée des solutions de l'équation $f(x) = 3$.

4) (2 points)

Justifier que $f'(2) = 0$. Donner par lecture graphique une valeur approchée de la deuxième solution de $f'(x) = 0$.

Partie B Étude des variations

La fonction dont on connaît la courbe \mathcal{C} est définie sur l'intervalle $[0; 2,5]$ par :

$$f(x) = 4x^3 - 16,5x^2 + 18x.$$

1) (2 points)

Compléter le tableau de valeurs suivant :

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5
$f(x)$						

2) ($4\frac{1}{2}$ points)

(a) (2 points) Calculer $f'(x)$.

(b) (1 point) Montrer que :

$$f'(x) = (12x - 24)(x - 0,75) \quad (1)$$

(c) ($1\frac{1}{2}$ points) Étudier le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de x , sur l'intervalle $[0; 2,5]$ à l'aide d'un tableau de signe.

3) ($1\frac{1}{2}$ points)

En déduire le tableau de variation de la fonction f .

NOM Prénom :

Les réponses doivent être justifiées et rédigées

A Courbe représentative de la fonction f de l'Exercice 2

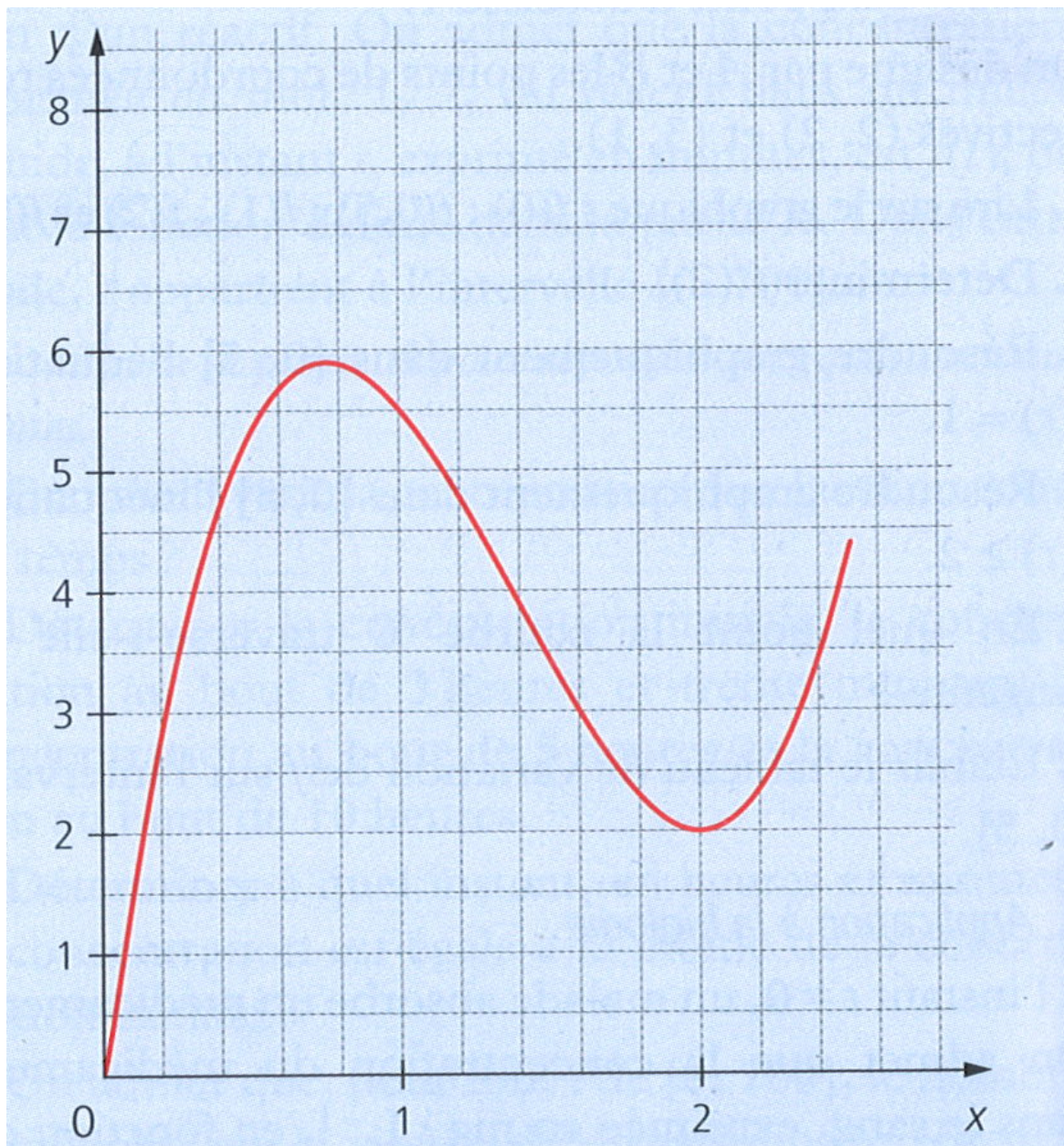


FIGURE 1: Courbe \mathcal{C}