$$1^{\grave{e}re}~ST_2S: \mathbf{DS}~\mathbf{num\'ero}~\mathbf{3}$$

Exercice 1 Moyennes trimestrielles (11 points)

Dans un lycée, on étudie les moyennes trimestrielles du premier trimestre de deux classes appelées respectivement Jaune et Rouge.

Partie A

Les 24 élèves de la classe Jaune ont obtenu les moyennes trimestrielles suivantes au premier trimestre:

1. (2 points) Déterminer la médiane Me, le premier quartile Q_1 et le troisième quartile Q_3 de cette série statistique de moyennes trimestrielles.

Solution:

Il y a 24 valeurs dans la série, donc la médiane sera entre la 12^e et la 13^e , le premier quartile la 6^e $(24 \times 0.25 = 6)$ et le troisième quartile la 18^e $(24 \times 0.75 = 18)$. On a donc :

- $-Q_1 = 10;$ -Me = 11.5;
- $-Q_3 = 13.$
- 2. (1 point) Représenter le diagramme en boite correspondant en faisant apparaître les valeurs extrêmes.
- 3. (1 point) Calculer la moyenne trimestrielle de la classe Jaune.

$$\bar{x} = \frac{3+4+5+2\times7+5\times10+2\times11+5\times12+3\times13+14+15+16+18}{24} = \frac{260}{24} = 10,83$$

La moyenne trimestrielle de la classe est 10,83.

Partie B

Les indicateurs de la classe Rouge permettant de de résumer la série statistique du premier trimestre sont les suivants :

- Minimum = 3;
- premier quartile $Q'_1 = 8$;
- médiane Me' = 10;
- troisième quartile $Q_3' = 12$;
- Maximum = 17.
- 1. (1 point) Représenter le diagramme en boite correspondant.
- 2. (6 points) Parmi les informations suivantes, lesquelles sont vraies, fausses ou indécidables (Indécidable signifie que l'on ne peut pas conclure avec les éléments connus). Justifier votre réponse dans chacun des cas.

(a) (2 points) 50% des élèves de la classe Rouge ont une note comprise entre 10 et 12.

Solution:

Faux, 10 est la médiane et 12 le troisième quartile donc 25 % des élèves de la classe ont une note comprise entre 10 et 12.

(b) (2 points) 75% des élèves de la classe Rouge ont une note inférieure ou égale à 12.

Solution:

Vrai, 12 est le troisième quartile.

(c) (2 points) Au moins 50% des élèves de la classe Rouge ont une note inférieure ou égale à la note médiane de la série Jaune.

Solution:

Vrai, a médiane de la classe rouge est inférieure à celle de la classe jaune.

Exercice 2 Intervalle de confiance (4 points)

Un automobiliste est souvent confronté aux embouteillages de l'heure de pointe. Il a relevé pendant un trimestre la durée de son trajet habituel pour se rendre au travail. Pour chaque classe on considérera que l'ensemble de l'effectif se trouve au centre.

Durée en minutes	Nombre de trajets
[15; 20[10
[20; 25[17
[25; 30[24
[30; 35[7
[35; 40[4
[40; 45[2
[45; 50[1

1. (2 points) Calculer la moyenne et l'écart type de la série (arrondis à 10^{-1}).

Solution:

En rentrant les valeurs dans la calculatrice, on obtient $\bar{x} = 26.6$, et $\sigma = 6.6$.

2. (2 points) L'automobiliste considère qu'il doit prévoir pour son trajet la durée moyenne plus une marge de deux fois l'écart type : «ainsi, dit-il, je serai à l'heure au travail, au moins dans 95~% des cas».

Vérifier ses prévisions. (On arrondira à la minute la durée à prévoir pour son trajet.)

Solution:

$$\bar{x} + 2 \times \sigma = 26.6 + 2 \times 6.6 = 39.8$$

Il prévoit donc un temps de trajet d'environ 40 minutes. Calcul du nombre de trajets inférieurs à 40 minutes :

$$10 + 17 + 24 + 7 + 4 = 62$$

Calcul du nombre total de trajets :

$$10 + 17 + 24 + 7 + 4 + 2 + 1 = 65$$

62 des 65 trajets se sont déroulés en moins de 40 minutes, soit 95,4 % (62 \div 65 \times 100). Il a donc raison.

Exercice 3 Un vrai-faux (5 points)

Répondez par VRAI ou FAUX aux affirmations suivantes. Une justification est demandée lorsque la réponse est FAUX, aucune justification n'est demandée lorsque la réponse est VRAI.

Les réponses doivent être justifiées et rédigées

1. (1 point) Pour une série ordonnée comptant 512 nombres, la médiane n'existe pas car 512 est pair.

Solution:

Faux, s'il y a un nombre pair de valeurs dans la série, la médiane n'est pas forcément une valeur de la série, mais elle existe.

2. (1 point) En France, le salaire mensuel moyen s'élève à 2500 € et le salaire mensuel médian s'élève à 1600 €. Plus de 50 % des salariés gagnent moins de 2500 € par mois.

Solution:

Vrai, la moitié des salariés gagne moins de 1600 €, donc plus de la moitié gagne moins de 2500 €.

3. (1 point) Le couple médiane et écart interquartile est peu sensible aux valeurs extrêmes de la série statistique.

Solution:

Vrai, la moyenne est sensible aux valeurs minimales et maximales, mais pas la médiane et les quartiles.

4. (1 point) La moyenne rend compte de la dispersion de la série statistique.

Solution:

Faux, l'étendue, l'écart type et les quartiles sont des indicateurs de dispersion et la moyenne un indicateur de tendance centrale.

5. (1 point) Si une série statistique compte 10 valeurs, les quartiles sont toujours des valeurs de la série.

Solution:

Vrai, les quartiles sont toujours des valeurs de la série.