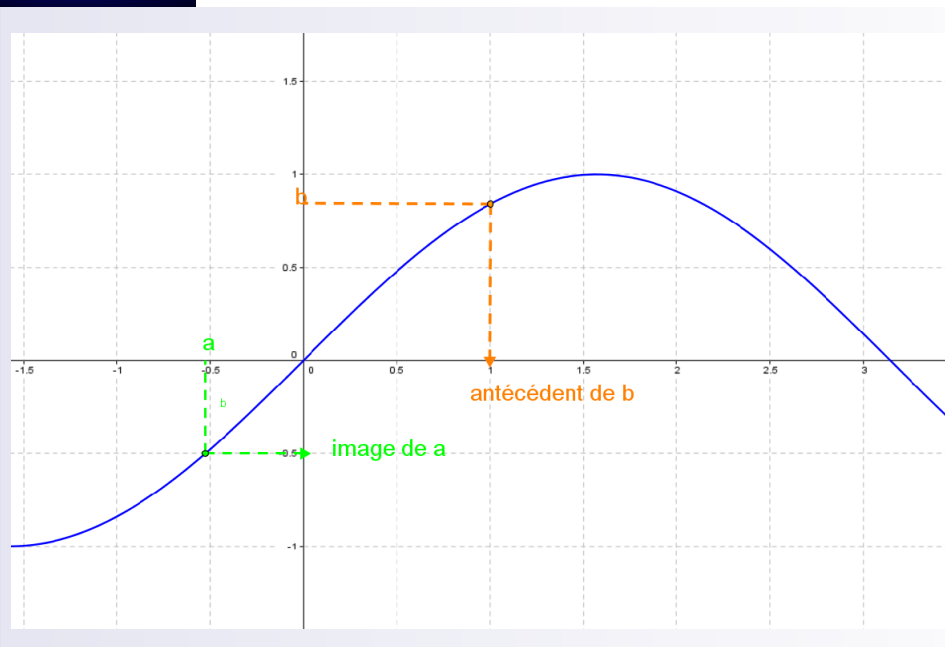


I. Rappels

Définitions

Définir une fonction f sur un intervalle $[a; b[$, c'est fournir une **relation** qui à chaque valeur x de l'intervalle $[a; b[$ associe un nombre appelé **image** et noté $f(x)$. On dit que x a pour **antécédent** le nombre x . Si $f(x)$ augmente quand x augmente, alors f est **croissante**. Si $f(x)$ diminue quand x augmente, alors f est **décroissante**.

Illustration



II. Fonctions de référence

1) Fonction carré

Définition

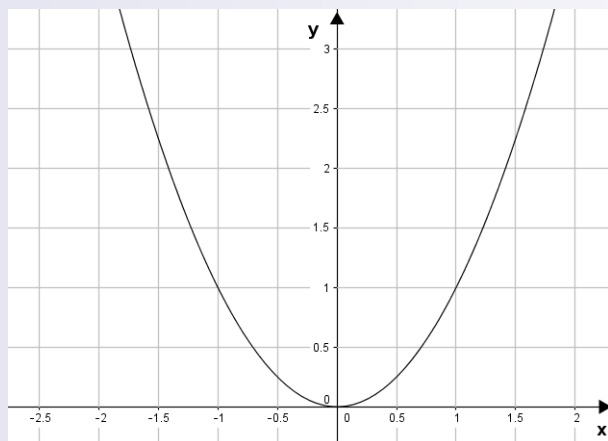
La **fonction carré** est définie par $x \mapsto x^2$.

Propriétés

- Elle est définie sur l'intervalle $]-\infty ; +\infty[$.
- Elle est décroissante sur $]-\infty ; 0]$ et croissante sur $[0 ; +\infty[$.

Illustration

Courbe représentative de la fonction $f(x) = x^2$ et tableau de variations associé :



x	$-\infty$	0	$+\infty$
x^2	π	0	$+\infty$

2) Fonction inverse

Définition

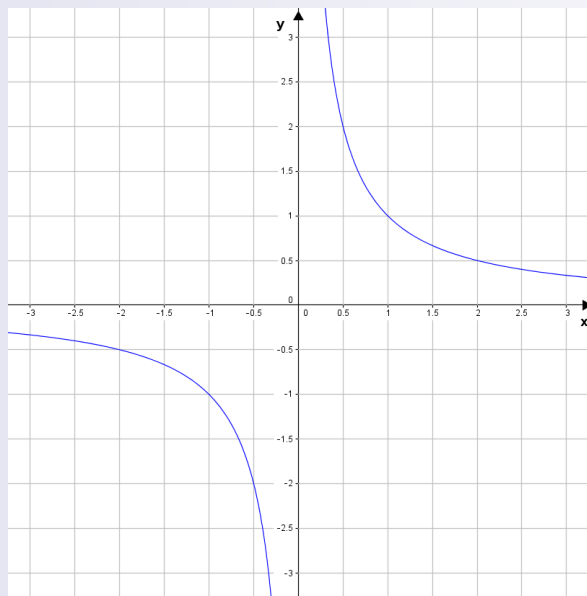
La **fonction inverse** est définie par $x \mapsto \frac{1}{x}$.

Propriétés

- Elle est définie sur $]-\infty ; 0[\cup]0 ; +\infty[$.
- Elle est décroissante sur $]-\infty ; 0[$ et croissante sur $]0 ; +\infty[$.

Illustration

Courbe représentative de la fonction $f(x) = \frac{1}{x}$ et tableau de variations associé :



x	$-\infty$	0	$+\infty$
$\frac{1}{x}$	0	$+\infty$	0
	\searrow		\searrow
		$-\infty$	

3) Fonction racine

Définition

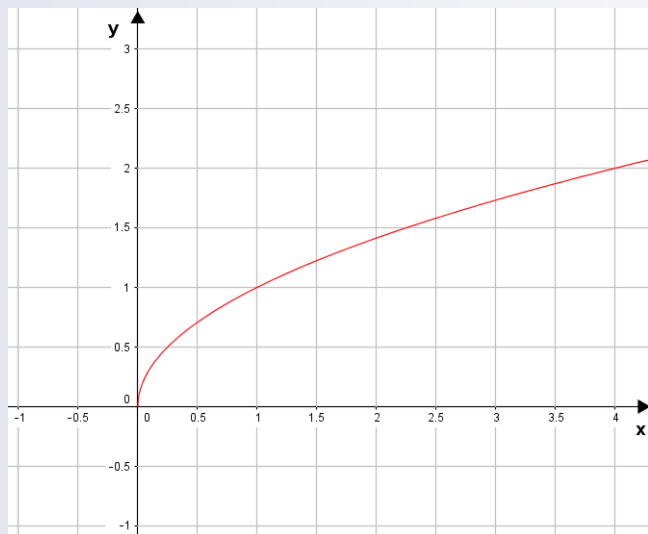
La **fonction racine carrée** est définie par $x \mapsto \sqrt{x}$.

Propriétés

Elle est définie et croissante sur $[0; +\infty[$.

Illustration

Courbe représentative de la fonction $f(x) = \sqrt{x}$ et tableau de variations associé :



x	0	$+\infty$
\sqrt{x}	0	$+\infty$

4) Fonction cube

Définition

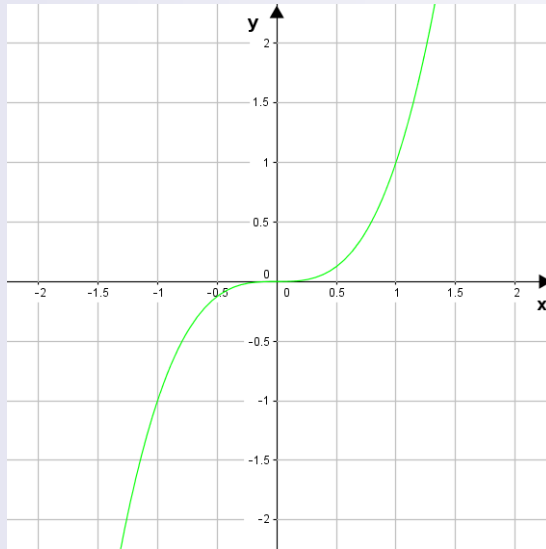
La **fonction cube** est définie par $x \mapsto x^3$.

Propriétés

Elle est définie et croissante sur l'intervalle $] -\infty ; +\infty [$.

Illustration

Courbe représentative de la fonction $f(x) = x^3$ et tableau de variations associé :



x	$-\infty$	$+\infty$
x^3	$-\infty$	$+\infty$

III. Opérations avec les fonctions

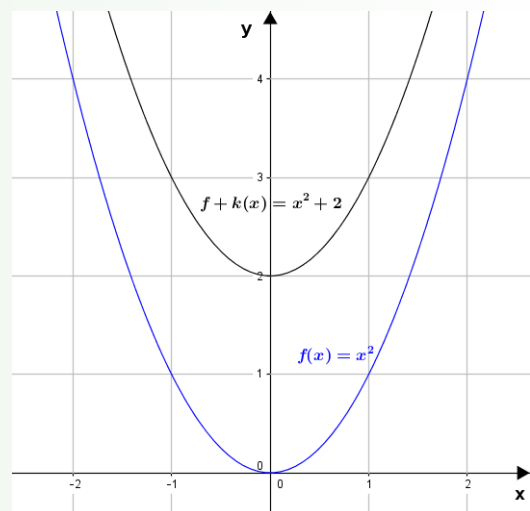
1) Somme d'une fonction et d'un nombre

Propriété

Lorsque l'on **ajoute une constante k à une fonction f** , on obtient une nouvelle fonction notée $f+k$ qui a **le même sens de variation que f** .

Exemple

Soit la fonction f , telle que $f(x) = x^2$.
 f est décroissante sur l'intervalle $]-\infty ; 0]$
et croissante sur $[0 ; +\infty[$.
Donc la fonction $f + k(x) = x^2 + 2$ est
décroissante sur l'intervalle $]-\infty ; 0]$ et
croissante sur $[0 ; +\infty[$.



2) Somme de deux fonctions

Propriété

Si on **ajoute deux fonctions f et g** qui possèdent le **même sens de variation**, on obtient alors une fonction $f+g$ qui a **le même sens de variation** que f ou g .

Exemple

Soient les fonctions f et g , telles que $f(x) = x^2$ et $g(x) = 2x + 1$.
 f et g sont croissantes sur l'intervalle $[0; +\infty[$.
Donc la fonction $f + g(x) = x^2 + 2x + 1$ est croissante sur $[0; +\infty[$.



3) Produit d'une fonction et d'un nombre

Propriétés

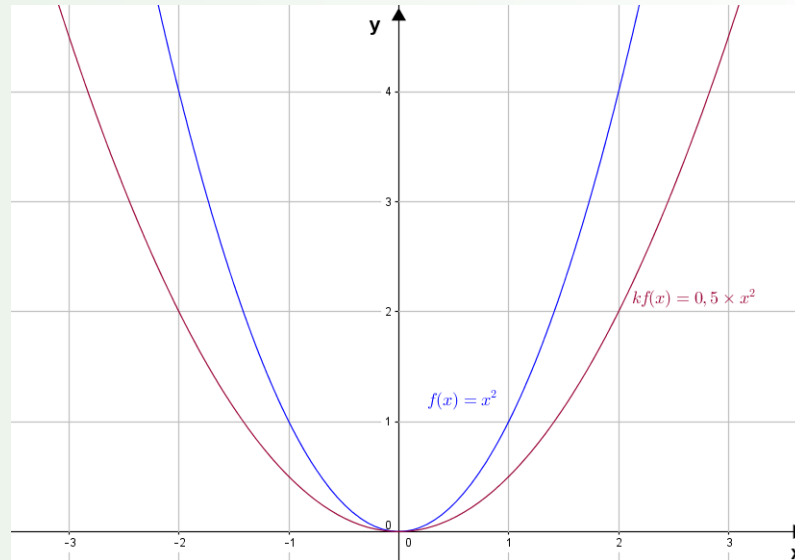
- Lorsque l'on **multiplie une fonction f** par une **constante positive k** , on obtient alors une fonction kf qui a **le même sens de variation** que f .
- Lorsque l'on **multiplie une fonction f** par une **constante négative k** , on obtient alors une fonction kf qui **varie en sens contraire** de f .

Exemple

Soit la fonction f , telle que $f(x) = x^2$.

f est décroissante sur l'intervalle $]-\infty; 0]$ et croissante sur $[0; +\infty[$.

Donc la fonction $kf(x) = 0,5 \times x^2$ est décroissante sur l'intervalle $]-\infty; 0]$ et croissante sur $[0; +\infty[$.



Exemple

Soit la fonction f , telle que $f(x) = x^2$. f est décroissante sur l'intervalle $]-\infty; 0]$ et croissante sur $[0; +\infty[$. Donc la fonction $kf(x) = -2 \times x^2$ est croissante sur l'intervalle $]-\infty; 0]$ et décroissante sur $[0; +\infty[$.

