概要

$$rac{d^2R}{dt^2} \sim -rac{4\pi G
ho R}{3} + rac{3\gamma P}{
ho R} + R(au_{exp} + rac{3}{2}t)^{-2}$$

について、密度や圧力 V_{exp} がこの値の時にRがこれくらいという図を作りたい

$$rac{d^2R}{dt^2} \sim -rac{4\pi}{3}G
ho_0R_0^3(R(t))^{-2} + 3\gamma K
ho_0^{\gamma-1}R_0^{3(\gamma-1)}(R(t))^{-3\gamma+2} + (au_{exp} + rac{3}{2})^{-2}R(t)$$

と変形できるので

$$egin{align} rac{d^2x}{dt^2} &= Ax^{-2} + Bx^{-4} + (C + rac{3}{2}t)^{-2}x \ A &= -rac{4\pi}{3}G
ho_0R_0^3, \ B &= 3\gamma K
ho_0^{\gamma-1}R_0^{3(\gamma-1)}, \ C &= au_{exp} = rac{r_c}{V_{exp}} \end{aligned}$$

としてルンゲクッタ法で方程式を解く。

ルンゲクッタ法とは

関数x=x(t)に対して、微分方程式 $rac{dx}{dt}=f(t,x)$ が定義されているとする。tの刻み幅をh、現在の時刻を t_i 、次の時刻を $t_{i+1}=t_i+h$ とする。

ルンゲクッタ法では微小時間h経過後の関数の値 x_{i+1} を

$$x_{i+1} = x_i + k, k = rac{h}{6}(k_0 + 2k_1 + 2k_2 + k_3)$$

として算出する。 ここで k_0 k_3 はそれぞれ、

$$egin{align} k_0 &= f(t_i,x_i) \ &k_1 = f(t_i + rac{h}{2},x_i + k_0rac{h}{2}) \ &k_2 = f(t_i + rac{h}{2},x_i + k_1rac{h}{2}) \ &k_3 = f(t_i + h,x_i + k_2h) \ \end{dcases}$$

である。 今回は二階微分方程式なので、y=dx/dtとして、

$$rac{dy}{dt} = f(x, y, t)$$
 $rac{dx}{dt} = y$

として連立して解いた。

memo.md 2021/5/13