概要

$$\frac{d^2R}{dt^2} \sim -\frac{4\pi G\rho R}{3} + \frac{3\gamma P}{\rho R} + R(\tau_{exp} + \frac{3}{2}t)^{-2}$$

について、密度や圧力V_{exp}がこの値の時にRがこれくらいという図を作りたい

$$\frac{d^2R}{dt^2} \sim -\frac{4\pi}{3}G\rho_0 R_0^3 (R(t))^{-2} + 3\gamma K \rho_0^{\gamma-1} R_0^{3(\gamma-1)} (R(t))^{-3\gamma+2} + (\tau_{exp} + \frac{3}{2})^{-2} R(t)$$

と変形できるので

$$\frac{d^2x}{dt^2} = Ax^{-2} + Bx^{-4} + (C + \frac{3}{2}t)^{-2} x$$

$$A = -\frac{4\pi}{3}G\rho_0 R_0^3,$$

$$B = 3\gamma K \rho_0^{\gamma-1} R_0^{3(\gamma-1)},$$

$$C = \tau_{exp} = \frac{r_c}{V_{exp}}$$

としてルンゲクッタ法で方程式を解く。

ルンゲクッタ法とは

関数$x = x(t)$に対して、微分方程式$\frac{dx}{dt} = f(t,x)$が定義されているとする。tの刻み幅をh、現在の時刻をt_i、次の時刻を$t_{i+1} = t_i + h$とする。

ルンゲクッタ法では微小時間h経過後の関数の値x_{i+1}を

$$x_{i+1} = x_i + k, k = \frac{h}{6}(k_0 + 2k_1 + 2k_2 + k_3)$$

として算出する。 ここでk_0 k_3はそれぞれ、

$$k_0 = f(t_i, x_i)$$

$$k_1 = f(t_i + \frac{h}{2}, x_i + k_0\frac{h}{2})$$

$$k_2 = f(t_i + \frac{h}{2}, x_i + k_1\frac{h}{2})$$

$$k_3 = f(t_i + h, x_i + k_2 h)$$

である。 今回は二階微分方程式なので、$y = dx/dt$として、

$$\frac{dy}{dt} = f(x, y, t)$$

$$\frac{dx}{dt} = y$$

として連立して解いた。