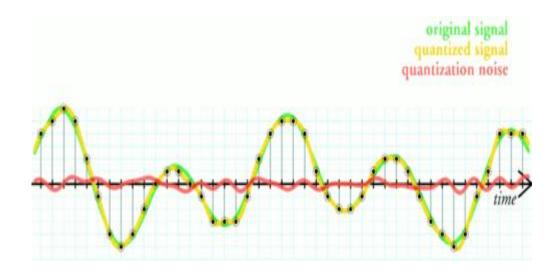
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ Η/Υ ΚΑΙ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

Ψηφιακές Τηλεπικοινωνίες



2° Ερώτημα

ΑΚΑΔΗΜΑΙΚΟ ΈΤΟΣ 2015-2016

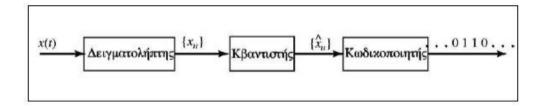
ΜΑΛΛΙΟΣ ΧΑΡΑΛΑΜΠΟΣ 5343

Λίγη Θεωρία

Η άσκηση ζητάει να υλοποιήσουμε έναν ομοιόμορφο κβαντιστή και ένα μη ομοιόμορφο κβαντιστή Ν bits δηλαδή 2^N επιπέδων χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο Lloyd-Max.

Η κωδικοποίηση PCM είναι το απλούστερο και παλιότερο σχήμα κωδικοποίησης κυματομορφής και αποτελείται από τα εξής υποσυστήματα

- ->Δειγματολήπτης
- ->Κβαντιστής
- -> Κωδικοποιητής



Κβαντισμός (Quantization) ειναι η διαδικασία της προσέγγισης ενος αναλογικού (συνεχούς) δείγματος με ενα πεπερασμένο αριθμό bits.

Ο κβαντισμός εισάγει πάντοτε **παραμάρφωση**. Μπορούμε να την μειώσουμε αν αυξήσουμε τον αριθμό των bits με τα οποία παριστάνουμε ένα δείγμα.

Παραμορφωση

• Ο κβαντισμος εισαγει παραμορφωση στο σημα

$$X \longrightarrow K$$
bantisths $\widetilde{X} = f_Q(X)$

• Θελουμε να ελαχιστοποιησουμε την μεση παραμορφωση D, οπου:

$$D = E[(X - \tilde{X})^2] = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \tilde{x})^2 f(x) dx = \sum_{k=1}^{M} \int_{x_{k-1}}^{x_k} (x - \tilde{x}_k)^2 f(x) dx$$
 οπου f(x) η pdf του σηματος.

- Αυτο το μετρο παραμορφωσης ονομαζεται και μεσο τετραγωνικο σφαλμα (MSE – Mean Square Error)
- Το MSE «μεγεθύνει» τα μεγαλα σφαλματα περισσοτερο απο τα μικρα.

Θόρυβος υπερφόρτωσης (Overload Noise):

 Εμφανίζεται όταν το σήμα εισόδου ειναι μεγαλύτερο απο το μεγαλύτερο επίεδο κβαντισμού με αποτέλεσμα τον «ψαλλιδισμό» του.

SQNR στην έξοδο του κβαντιστή:

• SNR=
$$(S/N)_{avg} = i \text{scrus} \text{ shipping shipping scrups}$$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{avg} = \frac{E[X^2]}{E[n_Q^2]} = \frac{E[X^2]}{D} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} x^2 f_X(x) dx}{\int_{-\infty}^{\infty} (x - \widetilde{x})^2 f_X(x) dx}$$

Ζητούμενο 1

α)Υλοποιήσαμε τον ομοιόμορφο κβαντιστή σύμφωνα με το υπόμνημα.

```
function [Ax,kentra] = my quantizer( x,N,minvalue,maxvalue )
%κάνω κανονικοποίηση στην είσοδο στην μέγιστη και ελάχιστη τιμή
input=x;
input(input>maxvalue) = maxvalue;
input(input<minvalue) = minvalue;</pre>
D = (maxvalue-minvalue) /2^{(N)}; %το βήμα Δ
akra(1) =minvalue;
for j=2:2^{(N)}+1
    akra(j)=akra(j-1)+D; % υπολογίζω τα άκρα
end
for i=1:2^N
    kentra(i) = (akra(i) +akra(i+1))/2;% τα κέντρα
    kat = normcdf([kentra(i)-D/2, kentra(i)+D/2], 0, sqrt(1));
end
mikoseis=max(size(x,1),size(x,2)); %μήκος εισόδου
Ax=zeros (mikoseis, 1); %init
for j=1:mikoseis
    flag=true;
    k=1;
    while(flag)
        if(input(j) \le akra(k+1))
            Ax(j)=k;
             flag=false;
        else
             k=k+1;
        end
    end
end
kentra=kentra';
end
```

Αφού δημιουργήσαμε τη πηγή Α

```
%erwtima a%
clear;
clc;
%δείγματα
M = 10000;
t = (randn(M,1)+j*randn(M,1))./sqrt(2);
%σήμα
Ax = abs(t).^2;
%το N
N = 4;
%N = 6;
%ελάχιστη και μέγιστη τιμή
elaxisti = 0;
megisti = 4;
```

Καλούμε τον κβαντιστή και υπολογίζουμε το SQNR

```
%καλώ τον ομοιόμορφο κβαντιστή
[xout, kentra] = my_quantizer( Ax, N, elaxisti, megisti )
%ισχύς σήματος
Psig=mean(Ax.^2);
%το κβαντισμένο σήμα
xquan=kentra(xout);
%ισχύς θορύβου
Pnois=mean((Ax-xquan).^2);
%sqnr υπολογισμένο σε db
sqnr=10*log10(Psig/Pnois)
```

β) και τέλος υπολογίζουμε τη παραμόρφωση θεωρητική και πειραματική και τη πιθανότητα υπερφόρτωσης

```
%πειραματική παραμόρφωση

paramorfwsi_peiramatiki = mean((Ax-kentra(xout)).^2);

%θεωρητική παραμόρφωση απο το ολοκλήρωμα
syms x;
```

```
paramorfwsi_theoritiki=0;

for i=1:2^N-1
apotel=int((x-kentra(i))^2*exp(-x),+(i-1)*((megisti-elaxisti)/2^(N)));
elaxisti)/2^(N)),elaxisti+(i)*((megisti-elaxisti)/2^(N)));
paramorfwsi_theoritiki=paramorfwsi_theoritiki+eval(apotel);
end
ypol=eval(int((x-kentra(length(kentra)))^2*exp(-x),x,megisti,inf));
paramorfwsi_theoritiki=paramorfwsi_theoritiki+ypol;
%b πιθανότητα να ξεπεράσει τα όρια
distortion_overload = numel(Ax(Ax>megisti | Ax<elaxisti))/numel(Ax)</pre>
```

αποτελέσματα

```
\Gamma \iota \alpha N = 4 \Gamma \iota \alpha N = 6
```

```
sgnr =
                                      sgnr =
   16.8434
                                        17.6114
distortion overload =
                                     distortion overload =
    0.0183
                                          0.0176
>>
>>
                                      >> paramorfwsi peiramatiki
>>
>>
>> paramorfwsi peiramatiki
                                     paramorfwsi peiramatiki =
paramorfwsi peiramatiki =
                                         0.0340
    0.0420
                                      >> paramorfwsi theoritiki
>> paramorfwsi theoritiki
                                     paramorfwsi theoritiki =
paramorfwsi theoritiki =
                                          0.0381
    0.0466
```

Παρατηρούμε ότι όσο αυξάνεται το N αυξάνεται και η τιμή του SQNR και έτσι μεγαλώνει και η ισχύς του σήματος σε σχέση με την ισχύ του θορύβου. Αυτό σημαίνει πως κάθε φορά προσεγγίζουμε καλύτερα το αρχικό σήμα από το κβαντισμένο.

Επιπλέον παρατηρούμε ότι όσο αυξάνεται το Ν μειώνεται και η υπολογιζόμενη παραμόρφωση. Λογικό αφού είναι αντιστρόφως ανάλογη του sqnr.

Τέλος η θεωρητική παραμόρφωση που υπολόγισα προσομοιώνει αρκετά καλά τη πειραματική καθώς το σήμα ακολουθεί συμμετρική μιγαδική Gaussian κατανομή μέσης τιμής 0 και διασποράς 1

Ζητούμενο 2

α) Υλοποιήσαμε τον κβαντιστή βασισμένοι στο Loyd Max αλγόριθμο σύμφωνα με το υπόμνημα.

```
function [xq,centers,D,ranges]=lloyd_max_simple
(x,N,min value,max value)
%elegw oti brsketai se morfi vector
megethosx=size(x);
if megethosx(2) \sim = 1 \&\& megethosx(1) = = 1
   x=x';
elseif megethosx(2)~=1 && megethosx(1)>1
   error('not vector')
%kanonikopoisi sth dynamikh perioxh
if min value<min(x)</pre>
    min_value=min(x);
if max_value>max(x)
   max value=max(x);
deiktis=x; %anafora
xq=zeros(size(x)); %eksodos
centers of x=x; %ypologismos distortion
D=(max value-min value)/2^N; %bima
ranges=[min_value:D:max_value-D;min_value+D:D:max_value]';%epipeda
kbantisis
centers=zeros(size(ranges,1),1);%ypologismos kentrwn
deiktis(deiktis<min_value) = min_value;</pre>
deiktis(deiktis>max_value) = max_value;
for i=1:numel(centers)
```

```
centers(i) = mean(deiktis(deiktis> = ranges(i,1) &
deiktis<=ranges(i,2)));</pre>
    centers of x(deiktis>=ranges(i,1) &
deiktis<=ranges(i,2))=centers(i);</pre>
end
D=[0 mean((x-centers_of_x).^2)]; %mesi paramorfwsi
j=2; % th prwth fora einai 0
while abs(D(j)-D(j-1)) \ge eps
    %aristero kai deksi akro
    ranges(:,1)=[min value; (centers(1:end-1)+centers(2:end))/2];
    ranges(:,2)=[(centers(1:end-1)+centers(2:end))/2;max value];
    for i=1:numel(centers)
        %kenra kathe perioxis
        centers(i) = mean(deiktis(deiktis> = ranges(i,1) &
deiktis<=ranges(i,2)));</pre>
        xq(deiktis>=ranges(i,1) & deiktis<=ranges(i,2))=i;</pre>
%kbantismos simatos
        centers of x(deiktis>=ranges(i,1) &
deiktis <= ranges (i, 2)) = centers (i);
    end
    D=[D \text{ mean}((x-\text{centers of } x).^2)]; %nea epipeda paramorfwsis
    j=j+1; %epomeni epanalipsi
end
D=D(2:end);
xq(xq>=0 \& xq<=0)=1;%afairw midenika
```

Υλοποιήσαμε τον κβαντιστή βασισμένοι στο Loyd Max αλγόριθμο σύμφωνα με το υπόμνημα με τη λογική του kmax επαναλήψεων.

```
function [xq,centers,D] = Lloyd_Max(x,N,minv,maxv,Kmax)
%epipeda kbantisis
```

```
epipeda = 2 ^ N;
%arxikopoihseis
new x=zeros(size(x));
xq=zeros(size(x));
centers=zeros(epipeda,1);
new_centers=zeros(epipeda,1);
oria zwnis = zeros(epipeda-1,1);
%paramorfwsi
D = zeros(Kmax, 1);
%kanonikopoihsh eisodou
for j=1:size(x),
    if (x(j) > maxv)
       new x(j) = maxv;
    elseif (x(j) < minv)
       new x(j) = minv;
        new_x(j) = x(j);
    end
end
%arxikopoioume ta oria zwnwn
for j = 1 : (epipeda-1)
    oria_zwnis(j) = j*(maxv - minv) / epipeda;
end
oria zwnis=flipud(oria zwnis);
if numel(new x(new x<=maxv & new x>oria zwnis(1))) > 0
new centers(1) = mean(new x(\text{new }x \leq \text{maxv } \& \text{ new }x > \text{oria }z \leq (1)));% an
to x anhkei sto max vres to kentro
else
    new centers(1) = (oria zwnis(1)+maxv)/2;%an oxi valto sto kentro
end
if numel(new_x(new_x<=oria_zwnis(epipeda-1) & new x>=minv))
   new_centers(epipeda) = mean(new_x(new_x<=oria_zwnis(epipeda-1) &</pre>
new_x>=minv));% an to x anhkei sto min vres to kentro
   new centers(epipeda) = (oria zwnis(epipeda-1)+minv)/2;%an oxi
valto sto kentro
for j = 2 : (epipeda-1) %gia oles tis alles zwnes >>
```

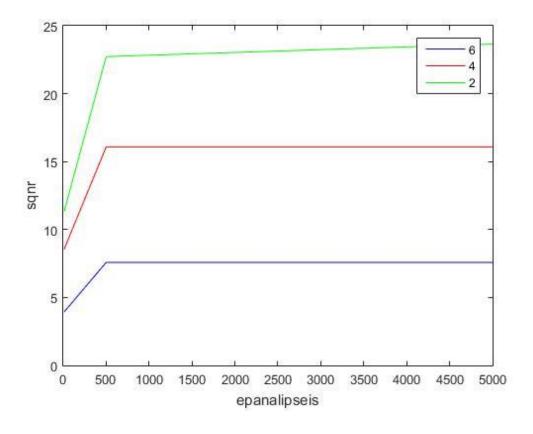
```
if numel(new_x(new_x<=oria_zwnis(j-1) & new_x>oria zwnis(j))) > 0
        new centers(j) = mean(new x(new x<=oria zwnis(j-1) &</pre>
new x>oria zwnis(j)));
    else
        new centers(j) = (oria zwnis(j-1)+oria zwnis(j))/2;
    end
end
k=2;
D(1) = 0;
D(2) = 1;
while k < Kmax && norm(D(k) - D(k-1)) >= 10^-16
                                                       %oso h diafora
de peftei katw apo to eps(10.^-16)
    k = k + 1;
    centers=new centers;
    for j = 1 : (epipeda-1),
        oria zwnis(j) = (centers(j) + centers(j+1)) / 2;
%epanaypologizw ta akra
    end
    xq(new_x \le maxv \& new_x > oria_zwnis(1)) = 1; %to kbantismeno
    xq(new x<=oria zwnis(epipeda-1) & new x>=minv) = epipeda;
    for j = 2: (epipeda-1),
        xq(new x \le oria zwnis(j-1) \& new x > oria zwnis(j)) = j;
    end
    D(k) = mean((new x - centers(xq)).^2); paramorfwsi
    if numel(new_x(new_x<=maxv & new_x>oria_zwnis(1))) > 0
        new centers(1) = mean(new x(new x<=maxv &</pre>
new x>oria zwnis(1)));%ananewnw to akrotato center
    else
        new centers(1) = centers(1);
    if numel(new x(new x<=oria zwnis(epipeda-1) & new x>=minv))
        new centers(epipeda) = mean(new x(new x<=oria zwnis(epipeda-</pre>
1) & new_x>=minv));%ananewnw to katwtato center
    else
        new_centers(epipeda) = centers(epipeda);
    end
    for j = 2: (epipeda-1),
        if numel(new x(new x<=oria zwnis(j-1) & new x>oria zwnis(j))))
> 0
            new_centers(j) = mean(new_x(new_x<=oria_zwnis(j-1) &</pre>
new_x>oria_zwnis(j))); %gia ola ta alla
       else
        end
    end
end
D = D';
```

a) Αφού διαβάσαμε το σήμα φωνής υπολογίζουμε για καθε n = 2,4,6 τα αντίστοιχα sqnr

```
clear
clc
        %-----loyd -----
bn = [10 500 5000]
[y,Fs] = audioread('speech.wav');
%----- n =2 -----
[Aq1,centers1,D]=Lloyd_Max(y,2,min(y),max(y),10);
Psig1=mean(y.^2);
ykbant1=centers1(Aq1); %to kvantismeno shma
Pnois1 = mean((y-ykbant1).^2);
%upologismos tou sqnr se db
loydsqnr1=10*log10(Psig1/Pnois1);
 [Aq2, centers2, D] = Lloyd Max(y, 2, min(y), max(y), 500);
Psig2=mean(y.^2);
ykbant2=centers2(Aq2); %to kvantismeno shma
Pnois2 = mean((y-ykbant2).^2);
 %upologismos tou sqnr se db
loydsqnr2=10*log10(Psig2/Pnois2);
 [Aq3,centers3,D]=Lloyd Max(y,2,min(y),max(y),5000);
Psig3=mean(y.^2);
ykbant3=centers3(Aq3); %to kvantismeno shma
Pnois3 = mean((y-ykbant3).^2);
%upologismos tou sqnr se db
loydsqnr3=10*log10(Psig3/Pnois3);
loydsqnr 2 = [loydsqnr1 loydsqnr2 loydsqnr3 ];
```

```
%----- n =4 -----
[y,Fs] = audioread('speech.wav');
[Aq1,centers1,D]=Lloyd Max(y,4,min(y),max(y),10);
Psig1=mean(y.^2);
ykbant1=centers1(Aq1); %to kvantismeno shma
Pnois1 = mean((y-ykbant1).^2);
%upologismos tou sgnr se db
loydsqnr1=10*log10(Psig1/Pnois1);
[Aq2, centers2, D] = Lloyd Max(y, 4, min(y), max(y), 500);
Psig2=mean(y.^2);
ykbant2=centers2(Aq2); %to kvantismeno shma
Pnois2 = mean((y-ykbant2).^2);
%upologismos tou sqnr se db
loydsqnr2=10*log10(Psig2/Pnois2);
[Aq3, centers3, D]=Lloyd Max(y, 4, min(y), max(y), 5000);
Psig3=mean(y.^2);
ykbant3=centers3(Aq3); %to kvantismeno shma
Pnois3 = mean((y-ykbant3).^2);
%upologismos tou sqnr se db
loydsqnr3=10*log10(Psig3/Pnois3);
loydsqnr_4 = [loydsqnr1 loydsqnr2 loydsqnr3 ];
%----- n = 6 -----
[y,Fs] = audioread('speech.wav');
[Aq1,centers1,D]=Lloyd Max(y,6,min(y),max(y),10);
Psig1=mean(y.^2);
ykbant1=centers1(Aq1); %to kvantismeno shma
Pnois1 = mean((y-ykbant1).^2);
%upologismos tou sqnr se db
loydsqnr1=10*log10(Psig1/Pnois1);
[Aq2, centers2, D] = Lloyd Max(y, 6, min(y), max(y), 500);
Psig2=mean(y.^2);
ykbant2=centers2(Aq2); %to kvantismeno shma
```

τα κάνουμε plot για να δούμε τι συμβαίνει γραφικά



Καθώς αυξάνεται ο αριθμός των bits(N) αυξάνεται και το sqnr καθώς μεγαλώνει και η ισχύς του σήματος σε σχέση με την ισχύ του θορύβου.

β) Για τη πηγή Β χρησιμοποιώ τώρα και τον ομοιόμορφο προκειμένου να υπολογίσω τα sqnr και να τα συγκρίνω με τον μη ομοιόμορφο

```
%omoiomorfo
%diabazw to sima
[y,fs]=audioread('speech.wav');
 %-----% =2 -----%
%gia ton omoiomorfo me min = -1 max = 1
[xq1,centers1]=my quantizer(y,2,min(y),max(y));
%ypologismos toy sqnr
Psig=mean(y.^2);
ykbant=centers1(xq1); %to kvantismeno shma
Pnois = mean((y-ykbant).^2);
%upologismos tou sqnr se db
omoiomsqnr1=10*log10(Psig/Pnois);
 %-----% = 4 -----%
[xq2,centers2]=my quantizer(y,4,min(y),max(y));
%ypologismos toy sqnr
Psig=mean(y.^2);
ykbant=centers2(xq2); %to kvantismeno shma
Pnois = mean((y-ykbant).^2);
%upologismos tou sqnr se db
omoiomsqnr2=10*log10(Psig/Pnois);
 %----% = 6 ----%
[xq3,centers3]=my_quantizer(y,6,min(y),max(y));
%ypologismos toy sqnr
Psig=mean(y.^2);
ykbant=centers3(xq3); %to kvantismeno shma
Pnois = mean((y-ykbant).^2);
```

```
%upologismos tou sqnr se db
omoiomsqnr3=10*log10(Psig/Pnois);
omoiomsqnr = [omoiomsqnr1, omoiomsqnr2, omoiomsqnr3];
bn = [10,15,25];
```

Αποτελέσματα

```
omoiomsqnr =

1.3280 11.9372 25.0258

>> loydsqnr
loydsqnr =

3.9338 7.5779 7.5779 8.5443 16.0772 16.0772 11.3215 22.7231 23.6484

; >> |
```

Βλέπουμε ότι ο μη ομοιόμορφος αποδίδει καλύτερα απο τον ομοιόμορφο Το φαινόμενο αυτό είναι αναμενόμενο γιατί η αύξηση του αριθμού διαστημάτων όσο το εύρος τιμών παραμένει σταθερό έχει σαν αποτέλεσμα το μήκος τους να είναι μικρότερο και άρα το σφάλμα κβάντισης(που στη χειρότερη περίπτωση είναι ίση με το μισό του μήκους του διαστήματος) να είναι μικρότερο. Επίσης, το γεγονός ότι ο μη ομοιόμορφος κβαντιστής πετύχαίνει μεγαλύτερο SQNR σημαινει ότι πετυχαίνει και καλύτερα αποτελέσματα.

γ) Δημιουργώ τη συνάρτηση pithanotita_stathmis η οποία υπολογίζει θεωρητικά τη πιθανότηα εμφάνισης κάθε στάθμης.

function[pithanotita,entropia] = pithanotita_stathmis(x,N,min_value,max_value)

```
%αρχικοποίηση
syms s;
pithanotita = zeros(2^N-1,1);

[~, ~, ~, oria] = lloyd_max_simple(x, N, min_value, max_value);
%ολοκλήρωμα απο 1 μέχρι +άπειρο
pithanotita(end) = double(int(exp(-s),1,Inf));

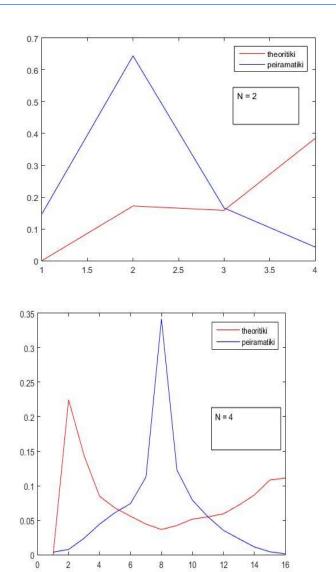
j = 1;
while j <= size(oria,1)
pithanotita(j) = double(int(exp(-s),oria(j,1),oria(j,2)));
%υπόλοιπες πιθανότητες
j = j+1;
end

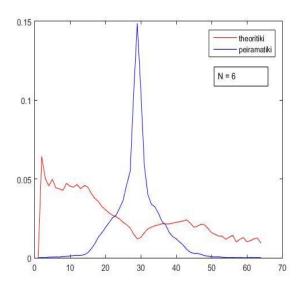
pithanotita(1) = 0;%μέχρι το 0 η πιθανότητα είναι 0</pre>
```

end

Υπολογίζω πειραματικά τη πιθανότηα εμφάνισης κάθε στάθμης όπως ζητείται στην εκφώνηση.

τα συγκρίνω με plot για να δώ πόσο διαφέρουν





Παρατηρούμε ότι οι θεωρητικές με τις πειραματικές πιθανότητες έχουν αισθητή απόκλιση, γεγονός που οφείλεται στην Laplace κατανομή του σήματος και όχι γκαουσιανή. Τέλος υπολογίζω την εντροπία:

```
%υπολογισμός εντροπίας
Entropia_peiramatiki = -
pithanotita_peiramatiki1*log2(pithanotita_peiramatiki1)';
entropia_theoritiki= -
pithanotita_theoritiki*log2(pithanotita_theoritiki)';% εντροπία

N = 2
Entropia_peiramatiki =

1.4401

N = 4

>> Entropia_peiramatiki
Entropia_peiramatiki =

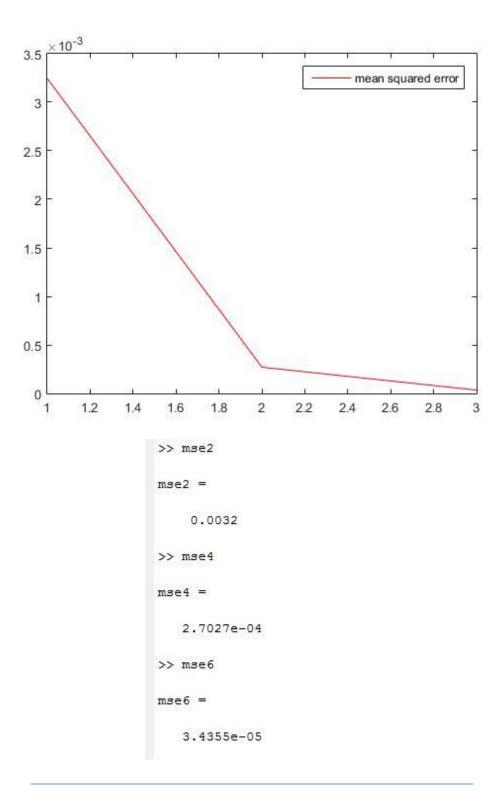
3.1206
```

```
N = 6
Entropia_peiramatiki =
    4.4997
>>> |
```

Όσο λοιπόν αυξάνεται το η αυξάνεται και η εντροπία, πράγμα λογικό αφού αυξάνεται η απόδοση του κβαντιστή.

δ)υπολογίζω το Mean square error για κάθε N από το κβαντισμένο και τα επίπεδα κβάντισης

```
[y,Fs] = audioread('speech.wav');
%----- n =2 -----
[Aq1,centers1,D]=lloyd max simple(y,2,-1,1);
ykbant1=centers1(Aq1); %to kvantismeno shma
mse2 = mean((y-ykbant1).^2);
%----- n =4 -----
[Aq2,centers2,D2]=lloyd max simple(y, 4, -1, 1);
 ykbant2=centers2(Aq2); %to kvantismeno shma
mse4 = mean((y-ykbant2).^2);
 %----- n = 6 -----
[Aq3,centers3,D3]=lloyd_max_simple(y,6,-1,1);
ykbant3=centers3(Aq3); %to kvantismeno shma
mse6 = mean((y-ykbant3).^2);
mse = [mse2 mse4 mse6]
plot(mse','r')
hold on
legend('mean squared error')
```



Παρατηρώ ότι το MSE μειώνεται όσο αυξάνονται τα επίπεδα κβάντισης. Άρα η PCM είναι πιο αποδοτική καθώς αυξάνεται το n .Αυτό είναι λογικό καθώς μειώνεται η διαφορά μεταξύ του σήματος και του κβαντισμένου.