无感 FOC 计算原理

刘贺

1. 表贴式永磁同步电机数学模型（电压方程）

$$u_\alpha = RI_\alpha + L_s\frac{dI_\alpha}{dt} + E_\alpha \tag{1.1}$$

$$u_\beta = RI_\beta + L_s\frac{dI_\beta}{dt} + E_\beta \tag{1.2}$$

$$\frac{dE_\alpha}{dt} = -\omega_e E_\beta \tag{1.3}$$

$$\frac{dE_\beta}{dt} = \omega_e E_\alpha \tag{1.4}$$

$$E_\alpha = \frac{d\psi_\alpha}{dt} = -\omega_e\psi_f \sin\theta = \tag{1.5}$$

$$E_\beta = \frac{d\psi_\beta}{dt} \tag{1.6}$$

$$\psi_\alpha = \psi_f cos\theta_e \tag{1.7}$$

$$\psi_\beta = \psi_f sin\theta_e \tag{1.8}$$

式(1.1) ~ (1.8)见图解

2. 观测器设计

2.1 英飞凌 demo：基于磁链的开环观测器

由式(1)和式(5)、式(2)和式(6)分别得到：

$$u_\alpha = RI_\alpha + L_s\frac{dI_\alpha}{dt} + \frac{d\psi_\alpha}{dt} \tag{2.1}$$

$$u_\beta = RI_\beta + L_s\frac{dI_\beta}{dt} + \frac{d\psi_\beta}{dt} \tag{2.2}$$

由此可得：

$$\psi_\alpha = \int(u_\alpha — RI_\alpha)dt - L_s I_\alpha \tag{2.3}$$

$$\psi_\beta = \int(u_\beta — RI_\beta)dt - L_s I_\beta \tag{2.4}$$

电角度通过反正切函数可得：

$$\theta_e = \mathrm{atan}\left({}^{\psi_\alpha}\!/_{\psi_\beta}\right) \tag{2.5}$$

2.2 基于反电动势的闭环观测器

由式(1)~(4)可得状态空间方程为： 全

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_\alpha \\ \dot{I}_\beta \\ \dot{E}_\alpha \\ \dot{E}_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dfrac{R}{L_s} & 0 & -\dfrac{1}{L_s} & 0 \\ 0 & -\dfrac{R}{L_s} & 0 & -\dfrac{1}{L_s} \\ 0 & 0 & 0 & -\omega_e \\ 0 & 0 & \omega_e & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_\alpha \\ I_\beta \\ E_\alpha \\ E_\beta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dfrac{1}{L_s} & 0 \\ 0 & \dfrac{1}{L_s} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \end{bmatrix} \tag{2.6}$$

进一步化简为：

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_p \\ \dot{E} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ 0 & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_p \\ E \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} \\ 0 \end{bmatrix} u \tag{2.7}$$

2.2.1 Matlab 官方 demo（降阶数）

鉴于I和u均可以采集获取，采集过程中的噪声可以忽略或者经过滤波处理。因此，实际的观测方程可以进行降阶处理：

（1）反电动势的观测方程为：

$$\dot{\hat{E}} = A_{22}\hat{E} + \xi(\dot{I}_p - (A_{11}I_p + A_{12}\hat{E} + B_{11}u)) \tag{2.8}$$

（2）误差分析：

数学模型为：

$$\dot{E} = A_{22}E + \xi(\dot{I}_p - (A_{11}I_p + A_{12}E + B_{11}u)) \tag{2.9}$$

式中：$\dot{I}_p = (A_{11}I_p + A_{12}E + B_{11}u)$为固定的。

误差方程为

$\dot{x} = -A x$

$$\dot{\hat{E}} - \dot{E} = (A_{22} - \xi A_{12})(\hat{E} - E) \tag{2.10}$$

（3）收敛分析及观测器参数设置

观测器的噪声主要来源参数不确定（包括电阻、电感）、动态参数变化（转自旋转速度ω_e以及信号中的噪声（采集的电流信号以及计算过程中的电压信号）。

忽略上述参数和信号中的误差，观测器的收敛速度由观测器的增益矩阵ξ确定。如果将误差方程中的系数矩阵设置为对角矩阵$-\alpha I$，可得：

$$A_{22} - \xi A_{12} = \omega_e J + \frac{1}{L_s}\xi I = \boxed{-\alpha I} \tag{2.11}$$

$\begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 \\ 0 & \alpha_2 \end{bmatrix}$

式中：$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$，$J = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

由此可得观测器的增益矩阵为：

$$\xi = -L_s(\alpha I + \omega_e J) \tag{2.12}$$

2.2.2 Luenberger 龙贝格全阶观测器

全阶观测器相对容易理解，相当于观测器中存在多个 model state，及也将同时估计出相应的电流信号。模型输出为I_α及I_β：

$$\begin{gathered}\begin{bmatrix}\dot{I}_p \\ \dot{E}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}A_{11} & A_{12} \\ 0 & A_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}I_p \\ E\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}B_{11} \\ 0\end{bmatrix}u \\ y = I = C\begin{bmatrix}I_p \\ E\end{bmatrix}\end{gathered} \tag{2.13}$$

式中：$C = [I \quad 0]$

（1） 观测器方程

$$\begin{bmatrix}\dot{\hat{I}}_p \\ \dot{\hat{E}}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}A_{11} & A_{12} \\ 0 & A_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\hat{I}_p \\ \hat{E}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}B_{11} \\ 0\end{bmatrix}u + K(\hat{I}_p - I_p) \tag{2.14}$$

式中：$K = [K_1 \quad K_2]^T$为观测器增益矩阵

（2） 误差分析

$$\begin{bmatrix}\dot{\hat{I}}_p - \dot{I}_p \\ \dot{\hat{E}} - \dot{E}\end{bmatrix} = \left(\begin{bmatrix}A_{11} & A_{12} \\ 0 & A_{22}\end{bmatrix} + KC\right)\begin{bmatrix}\hat{I}_p - I_p \\ \hat{E} - E\end{bmatrix} \tag{2.15}$$

（3）收敛率分析

特征值求解：$det(\lambda I - (A + KC))$=0

$$\begin{bmatrix}A_{11} & A_{12} \\ 0 & A_{22}\end{bmatrix} + KC = \begin{bmatrix}-\frac{R}{L_s}I + K_1 & -\frac{1}{L_s}I \\ K_2 & \omega_e J\end{bmatrix} \tag{2.16}$$

基于模型的对称性，K_1和K_2应当是对称矩阵，且保证式(2.16)中前两个、后两个的特征值相等。

形式 1：$K_1 = \begin{bmatrix}a & 0 \\ 0 & a\end{bmatrix}$，$K_2 = \begin{bmatrix}b & 0 \\ 0 & b\end{bmatrix}$

角度变化的最高速度 3000(机械转速) *5(极对数)/60 = 250Hz

观测器的带宽： 250 * 10

经过 matlab 仿真：$a = -10^5, b = 10^4 * L_s/L_{s0}$

$$de\,t\big(\lambda I - (A + KC)\big) = 0$$

3. 卡尔曼滤波器

可能没什么必要性，状态空间方程中系数矩阵包含w_e

4. 速度观测器