

Projet Inférence bayésienne

Franck Corset

M2 SSD 2025-2026

Pour ce projet, on vous demande de simuler un processus gamma non homogène et de proposer une inférence bayésienne sur les paramètres du processus.

On suppose que la dégradation d'un système est régie par un processus gamma, $\{X_t, t \geq 0\}$, avec comme paramètre de forme $a(t) = \alpha t^\beta$, $\alpha > 0$, $\beta > 0$, et un paramètre d'échelle $\theta > 0$. Un tel processus $\{X_t, t \geq 0\}$ est un processus continu en temps tel que :

- $X(0) = 0$ avec probabilité 1,
- $X(t) - X(s) \sim \mathcal{G}(a(t) - a(s), \theta)$ pour tout $t > s \geq 0$, avec comme densité $\forall x \in \mathbb{R}^+$:

$$f_{a(t)-a(s),\theta}(x) = \frac{x^{a(t)-a(s)-1}}{\theta^{a(t)-a(s)}\Gamma(a(t) - a(s))} e^{-x/\theta}, \quad (1)$$

- $\{X_t, t \geq 0\}$ a des incréments positifs indépendants.

Dans un premier temps, vous simulerez un tel processus en choisissant un pas de temps petit. On supposera que le système est inspecté à des pas de temps périodiques. Les données seront donc le niveau de dégradation du système à chaque temps d'inspection. Vous proposerez une inférence bayésienne en proposant différentes stratégies pour le choix des lois a priori et en faisant varier les différents paramètres du modèle.

Le travail peut être fait en binôme et sera rendu avec un fichier pdf contenant le script (en R ou julia par exemple) et est à envoyé à franck.corset@univ-grenoble-alpes.fr avant le vendredi 30 janvier 2026 à 17h00.

- On inspecte pas avec le même pas de temps de simulation (genre on simule 0.01 et on inspecte 0.1)
- On veut faire une étude sur l'inférence des paramètres : comparer MLE et bayésien. Faire étude de ce qu'il se passe lors de variation des vrais paramètres, des estimations de l'expert et de la confiance accordée à l'expert
- Tester plusieurs choses, regarder plusieurs possibilités.

Ne pas confondre le pas pour simuler et le pas d'inspection.

Paramètre de forme : $\beta = 1$ cas homogène, $\beta > 1$ cas convexe, $\beta < 1$ cas concave