

## Parte 1

- *An unsolvable problem of elementary number theory* pode ser obtido [aqui](#), enquanto existem apenas excertos de *The Calculi of Lambda-Conversion* na internet.
- A principal diferença entre uma variável, em funções matemáticas, e um argumento, no cálculo- $\lambda$ , é a limitação em relação ao domínio da função. Na sintaxe usual, tem-se uma função  $f(x)$  qualquer onde apenas elementos que respeitam a  $x$  devem ser manipulados. De outro modo, argumentos podem ser usados livremente para modificar a expressão no cálculo- $\lambda$ .
- Abaixo segue um pequeno resumo sobre os três tipos de reduções no cálculo- $\lambda$ .
  - **conversão- $\alpha$**  (ou conversão alfa): responsável por renomear variáveis se assim for necessário para o escopo da expressão. Por exemplo:  $\lambda x.x \xrightarrow{\alpha} \lambda y.y$ .
  - **redução- $\beta$**  (ou redução beta): a mais comum das operações de redução por uma grande margem, habilita o processo de calcular um resultado da aplicação de uma função a uma expressão. Por exemplo:  $\lambda x.x + y (7) \xrightarrow{\beta} 7 + y$ .
  - **conversão- $\eta$**  (ou conversão eta): elimina redundâncias nas abstrações, no caso de uma função ser utilizada apenas para passar seu argumento a outras expressões. Por exemplo:  $\lambda x.Mx \xrightarrow{\eta} M$ , onde  $x$  não pode ser uma variável livre em  $M$ .

## Parte 2

Utilizando o interpretador Haskell online [ghc.io](#), as resoluções para os problemas apresentados seguem abaixo. O módulo `Data.List` precisou ser importado para utilização das funções sugeridas.

- Utilizando aritmética modular simples, deleta-se o primeiro elemento da lista sugerida que responde ao requerimento necessário (divisibilidade por três).

```
Prelude> deleteBy(\x y -> y `mod` x == 0) 3 [5..10]
[5,7,8,9,10]
```

- De modo semelhante à estratégia anterior, mas agora filtrando os elementos que respeitam à regra imposta, tem-se a segunda resolução.

```
Prelude> filter(\x -> x `mod` 4 == 0) [4..19]
[4,8,12,16]
```

- O resultado da expressão apresentada segue abaixo.

```
Prelude> [x | x <- [1..4], y <- [x..5], (x+y) `mod` 2 == 0]
[1,1,1,2,2,3,3,4]
```

## Lista de exercícios 1

1.  $y = \frac{x+1}{x^2}$   
 $f(y) = ?$

$$yx^2 = x + 1$$

$$yx^2 - x - 1 = 0$$

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4y(-1)}}{2y}$$

$$\mathbf{x} = \frac{\mathbf{1} \pm \sqrt{4\mathbf{y} + 1}}{2\mathbf{y}}, \mathbf{y} \neq \mathbf{0}$$

2.  $f(x-1) = x^2 - 1$   
 $f(x) = ?$

$$f((x+1)-1) = (x+1)^2 - 1$$

$$f(x) = x^2 + 2x + 1 - 1$$

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^2 + 2\mathbf{x}$$

3.  $f(x) = x + \frac{1}{x}$   
 $(f(x))^3 \stackrel{?}{=} f(x^3) + 3f(\frac{1}{x})$

$$(f(x))^3 = (x^3 + \frac{1}{x^3}) + 3(\frac{1}{x} + \frac{1}{x})$$

$$(f(x))^3 = (x^3 + \frac{1}{x^3}) + 3(\frac{1}{x} + x)$$

$$(x + \frac{1}{x})^3 = x^3 + \frac{1}{x^3} + \frac{3}{x} + 3x$$

$$x^3 + \frac{3x^2}{x} + \frac{3x}{x^2} + \frac{1}{x^3} = x^3 + \frac{1}{x^3} + \frac{3}{x} + 3x$$

$$\mathbf{x}^3 + 3\mathbf{x} + \frac{3}{\mathbf{x}} + \frac{1}{\mathbf{x}^3} = \mathbf{x}^3 + \frac{1}{\mathbf{x}^3} + \frac{3}{\mathbf{x}} + 3\mathbf{x}$$

4.  $f(x) = \frac{|x|}{x}, x \neq 0$   
 $|f(a) - f(-a)| = ?$

$$\frac{|a|}{a} - \frac{|-a|}{-a} = \frac{|a|}{a} + \frac{|a|}{a} = 2\frac{|a|}{a} = \pm 2$$

5.  $f(x) = x^4, g(x) = \sqrt{1+x^3}, h(x) = \frac{x^2+1}{2x+1}; f, g, h : \mathbb{R} \rightarrow [0, \infty)$

(a)  $f \circ g$   
 $i(x) = (\sqrt{1+x^3})^4 = (x^3+1)^2; i : \mathbb{R} \rightarrow [0, \infty)$

(b)  $f \circ g \circ h$   
 $j(x) = \left( \sqrt{1 + \left( \frac{x^2+1}{2x+1} \right)^3} \right)^4 = \left( 1 + \left( \frac{x^2+1}{2x+1} \right)^3 \right)^2; j : \mathbb{R} \rightarrow [0, \infty)$

## Lista de exercícios 2

1. (a)  $f(x) = x^2 + 4$   
 $\lambda \mathbf{x}.\mathbf{x}^2 + 4$  (**x**)

(b)  $f(x) = \sum_{x=1}^{x=10} x$   
 $\lambda \mathbf{x}.\mathbf{x}[1..10]$  (**x**)

(c)  $f(a, b) = a + b$   
 $\lambda \mathbf{a} \mathbf{b}.\mathbf{a} + \mathbf{b}$  (**a**)(**b**)

(d)  $f(x) = x.x^{-1}$   
 $\lambda \mathbf{x}.\mathbf{1}$  (**x**)

2. (a)  $\lambda x.(\lambda y.y^2 - (\lambda z.(z + x)4)3)2$   
 $\lambda x.(\lambda y.y^2 - (4 + x)3)2$   
 $\lambda x.(3^2 - (4 + x))2$   
 $9 - 4 - 2 = \mathbf{3}$

(b)  $\lambda x.x + (\lambda y.y^2(b))(a)$   
 $\lambda x.x + b^2(a)$   
 $\mathbf{a} + \mathbf{b}^2$

(c)  $\lambda x.(\lambda y.(x + (\lambda x.8) - y)6)5$   
 $\lambda x.(\lambda y.(x + 8 - y)6)5$   
 $\lambda x.(x + 8 - 6)5$   
 $5 + 8 - 6 = \mathbf{7}$

(d)  $\lambda xy.x + y$  (3)(7)  
 $3 + 7 = \mathbf{10}$

3. (a)  $\lambda x.x(xy)(\lambda u.u)$   
 $\lambda u.u(\lambda u.uy)$   
 $\lambda \mathbf{u}.\mathbf{u} \mathbf{y}$

(b)  $\lambda y.(\lambda x.y \times y + x)(z)$   
 $\lambda \mathbf{x}.\mathbf{z}^2 + \mathbf{x}$

(c)  $\lambda x.(\lambda y.(yx)\lambda i.i)\lambda p.\lambda q.p$   
 $\lambda x.(\lambda i.ix)\lambda p.\lambda q.p$   
 $\lambda i.i(\lambda p.\lambda q.p)$   
 $\lambda \mathbf{p}.\lambda \mathbf{q}.\mathbf{p}$

(d)  $\lambda x.x(\lambda y.(\lambda x.xy)x)$   
 $\lambda x.x(\lambda x.xx)$   
 $\lambda \mathbf{x}.\mathbf{xx}$

(e)  $(\lambda x.xx)(\lambda y.y)$   
 $\lambda y.y(\lambda y.y)$   
 $\lambda \mathbf{y}.\mathbf{y}$