

Учреждение образования
«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ»

Кафедра интеллектуальных информационных технологий

**Отчёт по лабораторной работе №1 по курсу «МРЗВИС»
на тему «Реализация модели решения задачи
на конвейерной архитектуре»**

Выполнили студенты гр. 821702:

Малявко Е.С.

Шишко Е.С.

Проверил:

Крачковский Д. Я.

МИНСК 2020

Вариант 1

Постановка задачи: Реализовать и исследовать модель решения на конвейерной архитектуре задачи вычисления попарного произведения компонентов двух векторов чисел.

Описание модели. Краткое описание особенностей

Алгоритм вычисления произведения пары 4-разрядных чисел умножением с младших разрядов со сдвигом множимого (частичного произведения) влево.

этапы => такты ↓	Умножение1	сумма 2	Умножение3	сумма 4	Умножение5	сумма 6	Умножение7	сумма 8
1	[1] АБ(3)							
2	[2] АБ(3)	[1] АБ(3)						
3	[3] АБ(3)	[2] АБ(3)	[1] АБ(2)					
4		[3] АБ(3)	[2] АБ(2)	[1] АБ(2)				
5			[3] АБ(2)	[2] АБ(2)	[1] АБ(1)			
6				[3] АБ(2)	[2] АБ(1)	[1] АБ(1)		
7					[3] АБ(1)	[2] АБ(1)	[1] АБ(0)	
8						[3] АБ(1)	[2] АБ(0)	[1] АБ(0)
9							[3] АБ(0)	[2] АБ(0)
10								[3] АБ(0)
11								
12								

Рисунок 1 Схема работы конвейера

Число в “[]” обозначает номер пары чисел в исходных векторах, число в “()” показывает какой по счету бит из числа в векторе “В” мы используем на текущем шаге умножения.

Входные данные:

- m – количество пар(в данном примере равно 3, но может быть любым);
- p – разрядность умножаемых попарно чисел (4);
- n – количество процессорных элементов в системе ($n = 8$);
- r – ранг задачи (количество объектов, которые в процессе решения задачи могли бы обрабатываться параллельно, $r = m$);
- $t = 1$ – время счёта на этапах сбалансированного конвейера;
- 2 числовых вектора равной длины:
 $A = \langle 2, 5, 7 \rangle,$
 $B = \langle 4, 3, 6 \rangle.$

На каждом такте мы выполняем текущее действие (либо сложение с частичным произведением либо само частичное произведение для всех объектов “находящихся” на конвейере

На первом такте мы “ставим” на конвейер первый элемент и выполняем частичное произведение, на втором “ставим” на конвейер второй элемент и выполняем для него частичное произведение, а для первого элемента на этом же такте выполняем сдвиг и сложение частичного произведения. Алгоритм продолжает работать по данному принципу пока не посчитаем произведение для последних элементов.

```
Pair of numbers decimal [0] 2 4
Pair of numbers decimal [1] 5 3
Pair of numbers decimal [2] 7 6

Pair of numbers binary [0] 0010 0100
Pair of numbers binary [1] 0101 0011
Pair of numbers binary [2] 0111 0110

Tacts:1; Pair[0] Step result mul: 0000-0000;

Tacts:2; Pair[1] Step result mul: 0000-0101; Pair[0] Step result sum: 0000-0000;

Tacts:3; Pair[2] Step result mul: 0000-0000; Pair[1] Step result sum: 0000-0101; Pair[0] Step result mul: 0000-0000;

Tacts:4; Pair[2] Step result sum: 0000-0000; Pair[1] Step result mul: 0000-0101; Pair[0] Step result sum: 0000-0000;

Tacts:5; Pair[2] Step result mul: 0000-0111; Pair[1] Step result sum: 0000-1111; Pair[0] Step result mul: 0000-0010;

Tacts:6; Pair[2] Step result sum: 0000-1110; Pair[1] Step result mul: 0000-0000; Pair[0] Step result sum: 0000-1000;

Tacts:7; Pair[2] Step result mul: 0000-0111; Pair[1] Step result sum: 0000-1111; Pair[0] Step result mul: 0000-0000;

Tacts:8; Pair[2] Step result sum: 0010-1010; Pair[1] Step result mul: 0000-0000; Pair[0] Step result sum: 0000-1000;

Tacts:9; Pair[2] Step result mul: 0000-0000; Pair[1] Step result sum: 0000-1111;

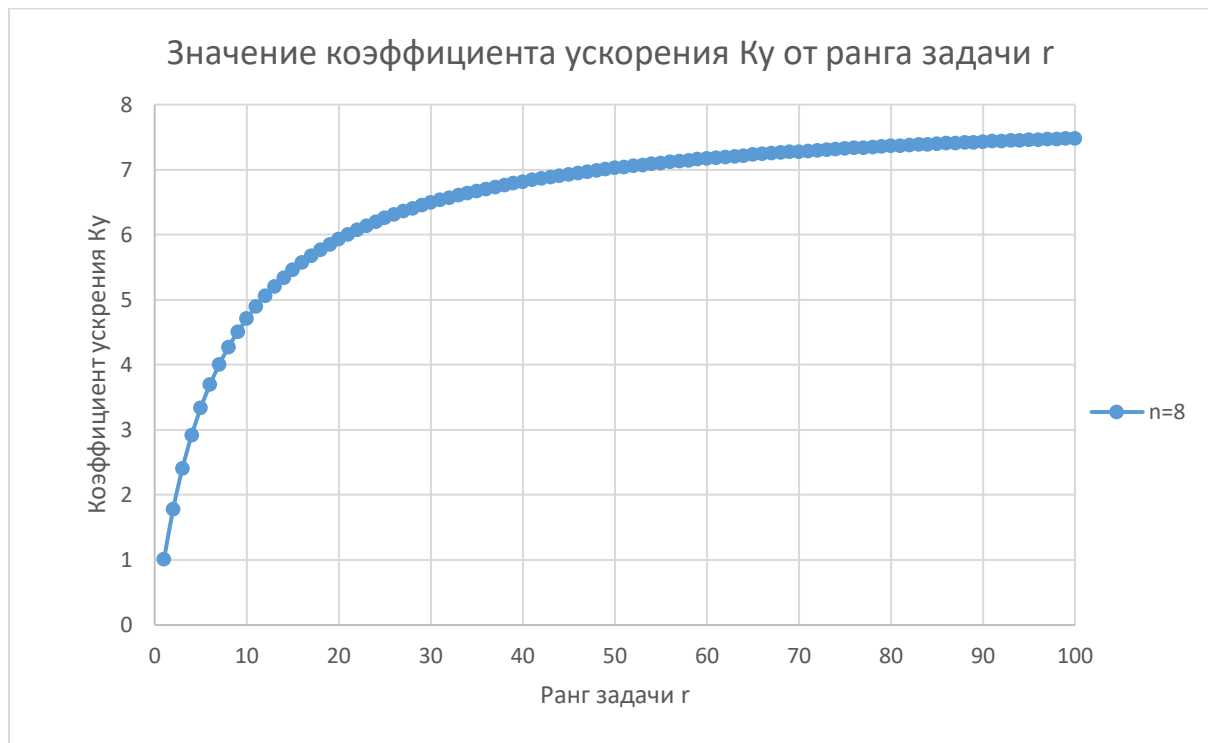
Tacts:10; Pair[2] Step result sum: 0010-1010;

Tacts for number [8] Result: 8
Tacts for number [9] Result: 15
Tacts for number [10] Result: 42
```

Рисунок 2 Результат выполнения программы

Графики:

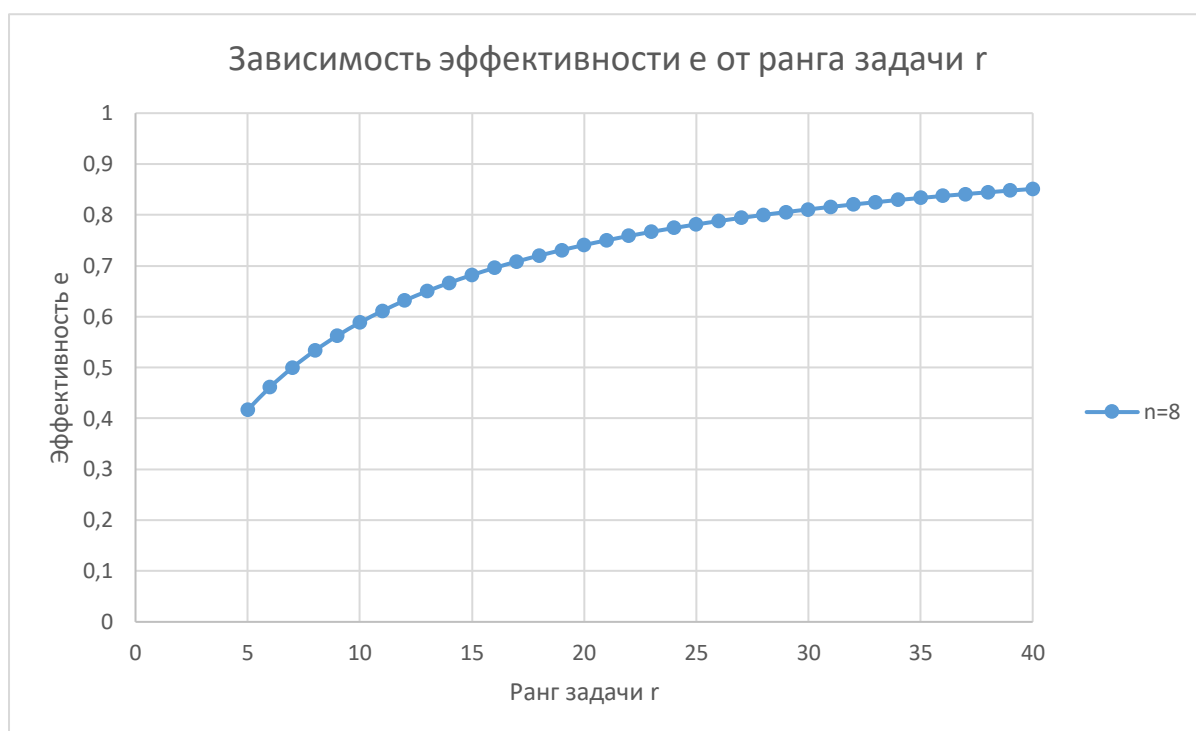
$$K_y(r) = T_1 / T_n$$



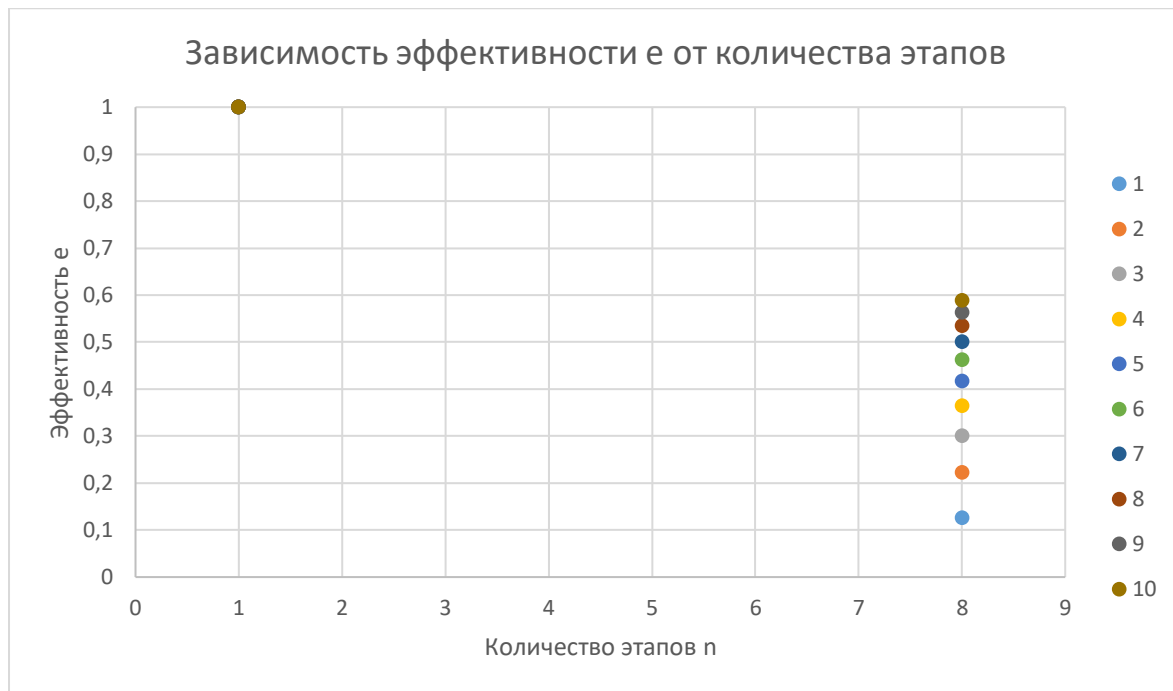
$$K_y(n) = T_1 / T_n$$



$$e(r) = K_y(r)/n$$



$$e(r) = K_y(r)/n$$



Ответы на вопросы:

1. Проверить, что модель создана верно: программа работает правильно.

Ответ:

Проверка правильности работы программы:

a. $2 * 4 = 8$;

b. $5 * 3 = 15$;

c. $7 * 6 = 42$;

Вывод: Программа работает верно.

2. Объяснить на графиках точки перегиба и асимптоты.

Асимптоты на графиках объясняются законом, по которому происходит ограничение роста характеристик конвейера (коэффициент ускорения и эффективность) с увеличением конкретного из параметров (n и r).

Асимптоты:

Для K_y :

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \frac{rn}{n + r - 1} = n$$

Эта асимптота показывает, что конвейер выполнит операцию не более, чем в n раз быстрее, чем на последовательной системе, благодаря параллельной обработке числовых векторов.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{rn}{n + r - 1} = r$$

Эта асимптота показывает, что конвейер выполнит операцию не более, чем в r раз быстрее, чем на последовательной системе, благодаря параллельной

обработке числовых векторов. При n стремящемся к бесконечности конвейер сможет обрабатывать пары одновременно.

Для e :

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \frac{r}{n + r - 1} = 1$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{r}{n + r - 1} = 0$$

Эффективность показывает «эффективную» работу процессорных элементов (этапов) в рамках системы:

1. при возрастании ранга задачи,
2. при возрастании количества самих процессорных элементов к бесконечности.

3. Спрогнозируйте, как изменится вид графиков при изменении параметров модели? Если модель позволяет, то проверьте на ней правильность ответа.

- Параметр r : при его увеличении растёт значение K_y и e ;
- Параметр n : при его увеличении растёт значение K_y , а e – уменьшается.

4. Каково соотношение между параметрами n , r , m , p модели сбалансированного конвейера?

m – задает пользователь, $p = 4$, $n = 2 \cdot p$, $r = m$.

5. Допустим: имеется некоторая характеристика h (эффективность e или ускорение K_y) и для неё выполняется:

$$h(n_1, r_1) = h(n_2, r_2) \text{ и } n_1 > n_2.$$

Каким будет соотношение между r_1 и r_2 ?

Проанализируем соотношение и сравним данные с построенными графиками характеристик. При таком соотношении для K_y - $r_1 < r_2$, для e - $r_1 > r_2$.

Ответ: K_y : $r_1 < r_2$; e : $r_1 > r_2$.

6. Дано:

- а. несбалансированный конвейер (заданы конкретные значения: $n, \{t_i\}$ – времена выполнения обработки на этапах конвейера);
- б. e_0 – некоторое фиксированное значение эффективности.

Определить значение r_0 , при котором выполняется $e(n, r_0) > e_0$? (Получить формулу, затем подставить в неё значения параметров.)

Эффективность определяется по формуле: $e = \frac{Ky(r)}{n}$ (1)

Коэффициент ускорения определяется по формуле: $Ky(r) = \frac{T_1}{Tn}$ (2)

$$T(n) = \sum_{i=1}^n t_i + (r-1)t_{\max} \quad (3)$$

$$T_1 = r \sum_{i=1}^n t_i \quad (4)$$

Подставим (3), (4) в формулу (2):

$$Ky(n, r) = \frac{r \sum_{i=1}^n t_i}{\sum_{i=1}^n t_i + (r-1)t_{\max}} \quad (5)$$

Итоговая формула эффективности:

$$e(n, r) = \frac{Ky(r, n)}{n} = \frac{r \sum_{i=1}^n t_i}{n(\sum_{i=1}^n t_i + (r-1)t_{\max})} \quad (6)$$

Подставим полученную формулу (6) в исходное неравенство:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{r_0 \sum_{i=1}^n t_i}{n(\sum_{i=1}^n t_i + (r_0-1)t_{\max})} > e_0 \\ r_0 \geq 1, t_i \geq 1, n \geq 1, \\ t_{\max} \geq t_i \end{array} \right. \sim \left\{ \begin{array}{l} r_0 \sum_{i=1}^n t_i > e_0 n (\sum_{i=1}^n t_i + (r_0-1)t_{\max}) \\ r_0 \geq 1, t_i \geq 1, n \geq 1, \\ t_{\max} \geq t_i, e_0 > 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} r_0 \sum_{i=1}^n t_i > e_0 n \sum_{i=1}^n t_i + e_0 r_0 n t_{\max} - e_0 n t_{\max} \\ r_0 \geq 1, t_i \geq 1, n \geq 1, \\ t_{\max} \geq t_i, e_0 > 0 \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} r_0 \sum_{i=1}^n t_i - e_0 r_0 n t_{\max} > e_0 n \sum_{i=1}^n t_i - e_0 n t_{\max} \\ r_0 \geq 1, t_i \geq 1, n \geq 1, \\ t_{\max} \geq t_i, e_0 > 0 \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} r_0 (\sum_{i=1}^n t_i - e_0 n t_{\max}) > e_0 n \sum_{i=1}^n t_i - e_0 n t_{\max} \\ r_0 \geq 1, t_i \geq 1, n \geq 1, \\ t_{\max} \geq t_i, e_0 > 0 \end{array} \right. \Rightarrow$$

Т.к. для любого несбалансированного конвейера: $\sum_{i=1}^n t_i - t_{\max} \geq 0$ и

- при $\sum_{i=1}^n t_i - e_0 n t_{\max} > 0$:
$$\begin{cases} r_0 > \frac{e_0 n (\sum_{i=1}^n t_i - t_{\max})}{\sum_{i=1}^n t_i - e_0 n t_{\max}} \\ r_0 \geq 1, t_i \geq 1, n \geq 1, \\ t_{\max} \geq t_i, e_0 > 0 \end{cases}$$
- при $\sum_{i=1}^n t_i - e_0 n t_{\max} < 0$:
$$\begin{cases} r_0 < \frac{e_0 n (\sum_{i=1}^n t_i - t_{\max})}{\sum_{i=1}^n t_i - e_0 n t_{\max}} \\ r_0 \geq 1, t_i \geq 1, n \geq 1, \\ t_{\max} \geq t_i, e_0 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} r_0 > \frac{e_0 n (\sum_{i=1}^n t_i - t_{\max})}{\sum_{i=1}^n t_i - e_0 n t_{\max}} \\ r_0 \geq 1, t_i \geq 1, n \geq 1, \\ t_{\max} \geq t_i, e_0 > 0 \end{cases} \text{ т.к. 2-ое уравнение имеет решением пустое мн-во.}$$

Ответ: $r_0 > \frac{e_0 n (\sum_{i=1}^n t_i - t_{\max})}{\sum_{i=1}^n t_i - e_0 n t_{\max}}$

7. Для несбалансированного конвейера (использовать исходные данные предыдущего вопроса) определить: $\lim_{r \rightarrow \infty} e(n, r)$.

Так как $e(n, r) = \frac{r \sum_{i=1}^n t_i}{n(\sum_{i=1}^n t_i + (r-1)t_{\max})}$,
то, предел находим по правилу Лопиталя $\lim_{r \rightarrow \infty} e(n, r)$

$$= \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{r \sum_{i=1}^n t_i}{n(\sum_{i=1}^n t_i + (r-1)t_{\max})} = \lim_{r \rightarrow \infty} \left(\frac{r' \sum_{i=1}^n t_i}{r' n t_{\max}} \right) = \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{n t_{\max}}$$

8. Дан несбалансированный конвейер (использовать исходные данные предыдущего вопроса). Каким образом можно перестроить данный конвейер, чтобы для заданного r_0 выполнялось $e(n, r_0) > e_0$?

Т.к. e функция от двух переменных, и r_0 задано, то необходимо найти при каком n будет выполняться заданное условие.

Т.к. $e(n, r) = \frac{r_0 \sum_{i=1}^n t_i}{n(\sum_{i=1}^n t_i + (r_0-1)t_{\max})} > e_0$

$n < \frac{r_0 \sum_{i=1}^n t_i}{e_0 (\sum_{i=1}^n t_i + (r_0-1)t_{\max})}$, но т.к. $n \geq 1$, то

Ответ: необходимо перестроить конвейер путем объединения этапов конвейера таким образом, чтобы $1 \leq n < \frac{r_0 \sum_{i=1}^n t_i}{e_0 (\sum_{i=1}^n t_i + (r_0-1)t_{\max})}$ выполнялось.

9. Дан несбалансированный конвейер (использовать исходные данные предыдущего вопроса) и значение минимального кванта времени t_0 (условной временной единицы). Каким образом нужно перестроить

**данный конвейер, чтобы получить максимально быстрый конвейер?
Получить для него формулы $K_y(n,r)$, $e(n,r)$?**

Конвейер нужно перестроить так, чтобы он был сбалансированным и каждый этап выполнялся за минимальную по емкости единицу времени t_0 . Это значит, что нужно разделить этапы конвейера, которые длятся дольше, чем t_0 , на более мелкие этапы, которые будут длиться t_0 .

Выразим N - время выполнения для обработки одной пары чисел:

$$\begin{cases} T_0 = Nt_0 \\ T_0 = \sum_{i=1}^n t_i \\ t_i > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N = \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{t_0} \\ t_i > 0 \end{cases}$$

Числовые характеристики полученного конвейера:

$$K_y(N, r) = \frac{T_1}{T_N} = \frac{\frac{\sum_{i=1}^n t_i}{t_0} r t_0}{\left(\frac{\sum_{i=1}^n t_i}{t_0} + (r-1) \right) t_0} = \frac{\frac{\sum_{i=1}^n t_i}{t_0} r}{\frac{\sum_{i=1}^n t_i}{t_0} + (r-1)}$$

$$e(N, r) = \frac{T_1}{NT_N} = \frac{N r t_0}{N \left(\frac{\sum_{i=1}^n t_i}{t_0} + (r-1) \right) t_0} = \frac{r}{\frac{\sum_{i=1}^n t_i}{t_0} + (r-1)}$$

Вывод:

В результате выполнения лабораторной работы была реализована модель сбалансированного конвейера для вычисления произведения четырех разрядных двоичных пар чисел умножением с младших разрядов со сдвигом частичной суммы влево. Реализованная модель была проверена на работоспособность и правильность получаемых результатов. Данная модель позволяет ускорить процесс вычисления результата для векторов значений (нескольких пар).

Были исследованы числовые характеристики конвейерной архитектуры: коэффициент ускорения и эффективность - в решении поставленной задачи.