Физика

Лекции

(конспект по учебнику)

2 семестр

GitHub: malyinik

2024 г.

Содержание

1 Кинематика

1.1 Механическое движение

Определение 1. Совокупность тел, выделенная для рассмотрения, называется **механической системой**

Определение 2. Совокупность неподвижных друг относительно друга тел, по отношению к которым рассматривается движение, и отсчитывающих время часов образует **систему отсчёта**.

Примечание. Движение одного и того же тела относительно различных систем отсчёта может иметь разных характер.

Определение 3. Тело, размерами которого в условиях данной задачи можно пренебречь, можно пренебречь, называется **материальной точкой**.

Определение 4. **Абсолютно твёрдым телом** называется тело, деформациями которого в условиях данной задачи можно пренебречь.

1.1.1 Виды движения

Определение 5. **Поступательное движение** — это такое движение, при котором любая прямая, связанная с движущимся телом, остаётся параллельной самой себе.

Определение 6. При **вращательном движении** все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной и той же прямой, называемой **осью вращения**. Ось вращения может находиться вне тела.

1.1.2 Некоторые сведения о векторах

Определение 7. **Радиусом-вектором $\mathbf{r}$** некоторой точки называется вектор, проведённый из начала координат в данную точку. Его проекции на координатные оси равны декартовым координатам данной точки:

$$r_x = x, \quad r_y = y, \quad r_z = z$$

Радиус-вектор представим в виде линейной комбинации ортов $\mathbf{e_x}$, $\mathbf{e_y}$, $\mathbf{y_z}$:

$$\mathbf{r} = x\mathbf{e_x} + y\mathbf{e_y} + z\mathbf{e_z}$$
$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2$$

1.1.3 Производная вектора

Рассмотрим вектор, который изменяется со временем по закону $\mathbf{a}(t)$. Проекции этого вектора на координатные оси представляют собой заданные функции. Следовательно:

$$\mathbf{a}(t) = \mathbf{e_x} a_x(t) + \mathbf{e_y} a_y(t) + \mathbf{e_z} a_z(t) \tag{1}$$

Пусть за промежуток времени Δt проекции вектора получают приращения $\Delta a_x,\ \Delta a_y,\ \Delta a_z$. Тогда вектор получит приращение $\Delta \mathbf{a} = \mathbf{e_x} \Delta a_x,\ \mathbf{e_y} \Delta a_y,\ \mathbf{e_z} \Delta a_z$. Скорость изменения вектора $\mathbf{a}$ со времени можно охарактеризовать отношением $\Delta \mathbf{a}$ к Δt:

$$\frac{\Delta \mathbf{a}}{\Delta t} = \mathbf{e_x} \frac{\Delta a_x}{\Delta t} + \mathbf{e_y} \frac{\Delta a_y}{\Delta t} + \mathbf{e_z} \frac{\Delta a_z}{\Delta t} \tag{2}$$

Это отношение даёт среднюю скорость изменения $\mathbf{a}$ в течение промежутка времени Δt.

Определение 8. **Скорость изменения вектора a** в момент времени t равна пределу отношения (2), получающемуся при неограниченном уменьшении Δt:

$$\mathbf{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \mathbf{a}}{\Delta t} = \mathbf{e_x} \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta a_x}{\Delta t} + \mathbf{e_y} \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta a_y}{\Delta t} + \mathbf{e_z} \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta a_z}{\Delta t}$$

Если есть некоторая функция $f(t)$ аргумента t, то предел отношения приращения функции Δf к приращению аргумента Δt, получающийся при стремлении Δt к нулю, называется производной функции f по t и обозначается символом df/dt.

$$\frac{d\mathbf{a}}{dt} = \mathbf{e_x} \frac{da_x}{dt} + \mathbf{e_y} \frac{da_y}{dt} + \mathbf{e_z} \frac{da_z}{dt} \tag{3}$$

В физике принято производные по времени обозначать символом соответствующей величины с точкой над ним, например,

$$\frac{d\varphi}{dt} = \dot{\varphi}, \quad \frac{d^2\varphi}{dt^2} = \ddot{\varphi}, \quad \frac{d\mathbf{a}}{dt} = \dot{\mathbf{a}}, \quad \frac{d^2\mathbf{a}}{dt^2} = \ddot{\mathbf{a}}$$

Воспользовавшись таким обозначением формуле (3) можно придать вид

$$\dot{\mathbf{a}} = \mathbf{e_x} \dot{a}_x + \mathbf{e_y} \dot{a}_y + \mathbf{e_z} \dot{a}_z \tag{4}$$

Если в качестве $\mathbf{a}(t)$ взять радиус-вектор $\mathbf{r}(t)$ движущейся точки, то:

$$\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{e_x} \dot{x} + \mathbf{e_y} \dot{y} + \mathbf{e_z} \dot{z}, \tag{5}$$

где x, y, z суть функции от t: $x = x(t),\ y = y(t),\ z = z(t)$.

1.2 Скорость

Определение 1. Материальная точка при своём движении описывает некоторую линию. Эта линия называется **траекторией**.

В зависимости от формы траектории различают прямолинейное движение, движение по окружности, криволинейное движение и т. п.

Пусть материальная точка переместилась вдоль некоторой траектории из точки 1 в точку 2.

> **Определение 2.** Расстояние между точками 1 и 2, отсчитанное вдоль траектории, называется **путём** s, пройденным материальной точкой.

> **Определение 3.** Прямолинейный отрезок, проведённый из точки 1 в точку 2, называется **перемещением** материальной точки. Перемещение $\mathbf{r}$ — это вектор.

> **Определение 4.** Если за равные, сколь угодно малые промежутки времени частица проходит одинаковые пути, движение частицы называют **равномерным**.

Разобьём траекторию на бесконечно малые участки длины ds. Каждому из участков сопоставим бесконечно малое перемещение $d\mathbf{r}$. Разделив это перемещение на соответствующий промежуток времени dt, получим **мгновенную скорость** в данной точке траектории.

$$\boxed{\mathbf{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \dot{\mathbf{r}}} \tag{1}$$

Вывод: *скорость* есть производная радиуса вектора материальной точки по времени.

$$\begin{matrix} \upsilon = |\mathbf{v}| = \left| \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} \right| = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{|\Delta \mathbf{r}|}{\Delta t} \\ \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta s}{|\Delta \mathbf{r}|} = 1 \end{matrix} \Rightarrow \boxed{\upsilon = \lim_{\Delta t \to} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}} \tag{2}$$

Вывод: *модуль скорости* равен производной пути по времени.

$$\begin{matrix} \mathbf{v} = \upsilon_x \mathbf{e}_x + \upsilon_y \mathbf{e}_y + \upsilon_z \mathbf{e}_z \\ \dot{\mathbf{r}} = \dot{x} \mathbf{e}_x + \dot{y} \mathbf{e}_y + \dot{z} \mathbf{e}_z \end{matrix} \Rightarrow \boxed{\begin{matrix} \upsilon_x = \dot{x}, \quad \upsilon_y = \dot{y}, \quad \upsilon_z = \dot{z} \\ \upsilon = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2} \end{matrix}}$$

Вывод: проекция вектора скорости на координатную ось равна производной по времени соответствующей координаты движущейся материальной точки.

Вектор скорости можно представить в виде $\mathbf{v} = \upsilon \mathbf{e}_\upsilon$. Введём орт касательной к траектории $\boldsymbol{\tau}$, направив его в ту же сторону, что и $\mathbf{v}$. Орты $\mathbf{e}_\upsilon$ и $\boldsymbol{\tau}$ совпадут, поэтому:

$$\mathbf{v} = \upsilon \mathbf{e}_\upsilon = \upsilon \boldsymbol{\tau} \tag{3}$$

Путь, проходимый материальной точкой за промежуток времени от t_1 до t_2 равен

$$\boxed{s = \lim_{\Delta t_i \to 0} \sum_{i=1}^{N} \upsilon_i \Delta t_i = \int_{t_1}^{t_2} \upsilon(t)\, dt} \tag{4}$$

Если взять интеграл не от модуля скорости, а от самой скорости $\mathbf{v}(t)$, то получится **вектор перемещения** материальной точки из точки, в которой она была в момент t_1, в точку, в которой она оказалась в момент t_2:

$$\boxed{\int_{t_1}^{t_2} \mathbf{v}(t)\, dt = \int_{t_1}^{t_2} d\mathbf{r} = \mathbf{r_{12}}} \tag{5}$$

Среднее значение модуля скорости за время от t_1 до t_2 по определению равно

$$\boxed{\langle \upsilon \rangle = \frac{s}{t_2 - t_1} = \int_{t_1}^{t_2} \upsilon(t)\, dt} \tag{6}$$

Аналогично вычисляются средние значения любых скалярных или векторных функций. Например, **среднее значение скорости** равно

$$\boxed{\langle \mathbf{v} \rangle = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{v}(t)\, dt = \frac{\mathbf{r_{12}}}{t_2 - t_1}} \tag{7}$$

1.3 Ускорение

Определение 1. Быстрота изменения вектора $\mathbf{v}$, как и быстрота изменения любой функции времени, определяется производной вектора $\mathbf{v}$ по t.

$$\boxed{\mathbf{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \dot{\mathbf{v}} = \ddot{\mathbf{r}}} \tag{1}$$

Эта величина называется **ускорением**.

Ускорение $\mathbf{a}$ играет по отношению к $\mathbf{v}$ такую же роль, какую вектор $\mathbf{v}$ играет по отношению к радиусу-вектору $\mathbf{r}$.

$$\begin{matrix} a_x = \dfrac{d\upsilon_x}{dt} = \dot{\upsilon}_x \\ \upsilon_x = \dot{x} = \dfrac{dx}{dt} \end{matrix} \Rightarrow a_x = \frac{d\upsilon_x}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x} \Rightarrow \boxed{a_x = \ddot{x}, \quad a_y = \ddot{y}, \quad a_z = \ddot{z}}$$

Подставим в формулу (1) выражение для $\mathbf{v}$:

$$\boxed{\mathbf{a} = \dot{\upsilon}\boldsymbol{\tau} + \upsilon\dot{\boldsymbol{\tau}}} \tag{2}$$

Следовательно, вектор $\mathbf{a}$ можно представить в виде суммы двух составляющих.

Определение 2. Первая из составляющих ускорения коллинеарна с $\boldsymbol{\tau}$, то есть направлена по касательной к траектории, и поэтому обозначается $\mathbf{a}_\tau$ и называется **тангенциальным ускорением**.

$$\boxed{\mathbf{a}_\tau = \dot{\upsilon}\boldsymbol{\tau}} \tag{3}$$

Определение 3. Вторая из составляющих ускорения направлена по нормали к траектории и поэтому обозначается $\mathbf{a_n}$ и называется **нормальным ускорением**.

$$\boxed{\mathbf{a_n} = \upsilon\dot{\boldsymbol{\tau}} = \frac{\upsilon^2}{R}\mathbf{n}} \tag{4}$$

где $\mathbf{n}$ — орт нормали к траектории, направленный в ту сторону, в которую поворачивается вектор $\boldsymbol{\tau}$ при движении материальной точки по траектории.

Определение 4. Степень искривлённости плоской кривой характеризуется **кривизной $\boldsymbol{C}$**, которая определяется выражением:

$$C = \lim_{\Delta s \to 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta s} = \frac{d\varphi}{ds} \tag{5}$$

где $\Delta\varphi$ — угол между касательными к кривой в точках, отстоящих друг от друга на Δs. Кривизна определяется скорость поворота касательной при перемещении вдоль кривой.

Определение 5. Величина, обратная кривизне C, называется **радиусом кривизны $\boldsymbol{R}$**.

$$R = \frac{1}{C} = \lim_{\Delta\varphi \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta\varphi} = \frac{ds}{d\varphi} \tag{6}$$

Определение 6. Радиус кривизны представляет собой радиус окружности, которая сливается в данном месте с кривой на бесконечно малом её участке. Центр такой окружности называется **центром кривизны** для данной точки кривой.