

Содержание

1	Теоритические вопросы	2
1.1	Сформулируйте определение наклонной асимптоты	2
1.2	Сформулируйте определение производной функции в точке	2
1.3	Сформулируйте определение односторонней производной функции	2
1.4	Сформулируйте определение производной n -го порядка	2
1.5	Сформулируйте определение дифференцируемой функции в точке	2
1.6	Сформулируйте определение дифференциала первого порядка	3
1.7	Сформулируйте определение дифференциала n -го порядка	3
1.8	Сформулируйте определение возрастающей функции	3
1.9	Сформулируйте определение невозрастающей функции	3
1.10	Сформулируйте определение убывающей функции	3
1.11	Сформулируйте определение неубывающей функции	3
1.12	Сформулируйте определение монотонной функции	3
1.13	Сформулируйте определение строго монотонной функции	3
1.14	Сформулируйте определение локального минимума	4
1.15	Сформулируйте определение строгого локального минимума	4
1.16	Сформулируйте определение локального максимума	4
1.17	Сформулируйте определение строгого локального максимума	4
1.18	Сформулируйте определение экстремума	4
1.19	Сформулируйте определение строгого экстремума	4
1.20	Сформулируйте определение стационарной точки	4
1.21	Сформулируйте определение критической точки	4
1.22	Сформулируйте определение выпуклости функции на промежутке	4
1.23	Сформулируйте определение точки перегиба графика функции	4
2	Теоретические вопросы (формулировки теорем)	5
2.1	Сформулируйте необходимое и достаточное условие наличия наклонной асимптоты	5
2.2	Сформулируйте необходимое и достаточное условие дифференцируемости функции в точке	5
2.3	Сформулируйте теорему о связи дифференцируемости и непрерывности функции	5
2.4	Сформулируйте теорему о производной произведения	5
2.5	Сформулируйте теорему о производной частного	5
2.6	Сформулируйте свойство инвариантности формы записи дифференциала первого порядка	5
2.7	Сформулируйте теорему Ферма	6
2.8	Сформулируйте теорему Ролля	6
2.9	Сформулируйте теорему Лагранжа	6
2.10	Сформулируйте теорему Коши	6

1 Теоритические вопросы

1.1 Сформулируйте определение наклонной асимптоты

Определение 1.

1.2 Сформулируйте определение производной функции в точке

Определение 2. Производной функции $y = f(x)$ в точке x_0 называется предел отношения приращения функции к приращению аргумента при стремлении последнего к нулю.

$$y'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

1.3 Сформулируйте определение односторонней производной функции

Определение 3. Производной функции $y = f(x)$ в точке x_0 справа(слева) или **правосторонней(левосторонней) производной** называется предел отношения приращения функции к приращению аргумента при стремлении к нулю справа(слева).

$$y'_+(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0+} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$$y'_-(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0-} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

1.4 Сформулируйте определение производной n -го порядка

Определение 4. Производной n -го порядка или n -ой производной функции $y = f(x)$ называется производная от $(n - 1)$ -ой производной функции $y = f(x)$

$$y^{(n)} = (y^{(n-1)})'$$

1.5 Сформулируйте определение дифференцируемой функции в точке

Определение 5. Функция $y = f(x)$ называется **дифференцируемой в точке** x_0 , если существует константа A такая, что приращение функции в этой точке представимо в виде:

$$\Delta y = A \cdot \Delta x + \alpha(\Delta x) \cdot \Delta x$$

где $\alpha(\Delta x)$ – б.м.ф. при $\Delta x \rightarrow 0$

1.6 Сформулируйте определение дифференциала первого порядка

Пусть функция $y = f(x)$ определена в окрестности точки x_0 и дифференцируема в точке x_0 .

Тогда по определению дифференцируемой функции:

$$\Delta y = f'(x_0) \cdot \Delta x + \alpha(\Delta x) \cdot \Delta x \quad (1)$$

где $\alpha(\Delta x)$ – б.м.ф. при $\Delta x \rightarrow 0$

Определение 6. Дифференциалом функции $y = f(x)$ в точке x_0 называется главная часть приращения функции Δy или первое слагаемое в равенстве (1).

$$\boxed{dy = f'(x_0) \cdot \Delta x} \quad (2)$$

1.7 Сформулируйте определение дифференциала n -го порядка

Определение 7. n -ым дифференциалом или дифференциалом n -го порядка называется дифференциал от дифференциала $(n - 1)$ -го порядка.

$$d^n y = d(d^{n-1} y), \quad n = 2, 3, \dots$$

1.8 Сформулируйте определение возрастающей функции

Определение 8.

1.9 Сформулируйте определение невозрастающей функции

Определение 9.

1.10 Сформулируйте определение убывающей функции

Определение 10.

1.11 Сформулируйте определение неубывающей функции

Определение 11.

1.12 Сформулируйте определение монотонной функции

Определение 12.

1.13 Сформулируйте определение строго монотонной функции

Определение 13.

1.14 Сформулируйте определение локального минимума

Определение 14.

1.15 Сформулируйте определение строгого локального минимума

Определение 15.

1.16 Сформулируйте определение локального максимума

Определение 16.

1.17 Сформулируйте определение строгого локального максимума

Определение 17.

1.18 Сформулируйте определение экстремума

Определение 18.

1.19 Сформулируйте определение строгого экстремума

Определение 19.

1.20 Сформулируйте определение стационарной точки

Определение 20.

1.21 Сформулируйте определение критической точки

Определение 21.

1.22 Сформулируйте определение выпуклости функции на промежутке

Определение 22.

1.23 Сформулируйте определение точки перегиба графика функции

Определение 23.

2 Теоретические вопросы (формулировки теорем)

2.1 Сформулируйте необходимое и достаточное условие наличия наклонной асимптоты

Теорема 1.

2.2 Сформулируйте необходимое и достаточное условие дифференцируемости функции в точке

Теорема 2 (Необходимое и достаточное условие дифференцируемости функции).
Функция $y = f(x)$ дифференцируема в точке x_0 тогда и только тогда, когда она имеет в этой точке конечную производную.

2.3 Сформулируйте теорему о связи дифференцируемости и непрерывности функции

Теорема 3 (Связь дифференцируемости и непрерывности функции).
Если функция дифференцируема в точке x_0 , то она в этой точке непрерывна.

2.4 Сформулируйте теорему о производной произведения

Теорема 4 (Производная произведения).
Пусть функции $u = u(x)$, $v = v(x)$ дифференцируемы в точке x .
Тогда в этой точке дифференцируемо их произведение и справедливо равенство:

$$(u \cdot v)' = u' \cdot v + v' \cdot u$$

2.5 Сформулируйте теорему о производной частного

Теорема 5 (Производная частного).
Пусть функции $u = u(x)$, $v = v(x)$ дифференцируемы в точке x .
Тогда в этой точке дифференцируемо их частное и справедливо равенство:

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - v' \cdot u}{v^2}$$

2.6 Сформулируйте свойство инвариантности формы записи дифференциала первого порядка

Теорема 6 (Инвариантность формы первого дифференциала).
Форма записи первого дифференциала не зависит от того, является ли x независимой переменной или функцией другого аргумента.

2.7 Сформулируйте теорему Ферма

Теорема 7 (Теорема Ферма (о нулях производной)).

Пусть функция $y = f(x)$ определена на промежутке X и во внутренней точке c этого промежутка достигает наибольшего или наименьшего значения. Если в этой точке существует производная $f'(c)$, то $f'(c) = 0$.

2.8 Сформулируйте теорему Ролля

Теорема 8 (Теорема Ролля).

Пусть $y = f(x)$

1. непрерывна на $[a; b]$
2. дифференцируема на $(a; b)$
3. $f(a) = f(b)$

Тогда $\exists c \in (a; b): f'(c) = 0$

2.9 Сформулируйте теорему Лагранжа

Теорема 9 (Теорема Лагранжа).

Пусть функция $y = f(x)$

1. непрерывна на $[a; b]$
2. дифференцируема на $(a; b)$

Тогда $\exists c \in (a; b): \boxed{f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)}$

2.10 Сформулируйте теорему Коши

Теорема 10 (Теорема Коши).

Пусть функции $f(x)$ и $\varphi(x)$

1. непрерывны на $[a; b]$
2. дифференцируемы на $(a; b)$
3. $\forall x \in (a; b): \varphi'(x) \neq 0$

Тогда $\exists c \in (a; b):$

$$\boxed{\frac{f(b) - f(a)}{\varphi(b) - \varphi(a)} = \frac{f'(c)}{\varphi'(c)}}$$