

interfaces-bookmark

interfaces-marksinterfaces-bookmark

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
НАУКИ ИСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ РОССИЙСКОЙ  
АКАДЕМИИ НАУК

На правах рукописи  
УДК *xxx.xxx*

Мамаев Михаил Валерьевич

**ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРАВЛЕННОГО ПОТОКА  
ПРОТОНОВ В ЯДРО-ЯДЕРНЫХ СТОЛКНОВЕНИЯХ  
ПРИ ЭНЕРГИЯХ  $E_{kin} = 1.2 - 4A$  ГЭВ**

Специальность 1.3.15 —

«Физика атомного ядра и элементарных частиц. Физика Высоких энергий»

Диссертация на соискание учёной степени  
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:  
к.ф-м. н., доцент  
Тараненко Аркадий Владимирович

Москва — 2024

## Оглавление

	Стр.
<b>Введение . . . . .</b>	<b>7</b>
<b>Глава 1. Коллективная азимутальная анизотропия в</b>	
<b>столкновениях тяжелых ионов . . . . .</b>	<b>14</b>
1.1 Обзор литературы по столкновениям тяжелых ионов . . . . .	14
1.1.1 Уравнение состояния и фазовая диаграмма КХД материи	14
1.1.2 Описание динамики столкновения тяжелых ионов . . . . .	16
1.1.3 Определение уравнения состояния	
сильновзаимодействующей материи . . . . .	19
1.2 Основные определения . . . . .	23
1.2.1 Центральность столкновения . . . . .	23
1.2.2 Вектора потоков $u_n$ и $Q_n$ . . . . .	25
1.3 Методы измерения коллективной анизотропии в столкновениях	
тяжелых ионов . . . . .	26
1.3.1 Методы плоскости события и скалярного произведения .	26
1.3.2 Разрешение плоскости симметрии . . . . .	28
1.3.3 Метод случайных подсобытий . . . . .	29
1.3.4 Метод трех подсобытий . . . . .	30
1.3.5 Метод четырёх подсобытий . . . . .	31
1.4 Эффекты, необходимые учитывать при измерении коллективной	
анизотропии . . . . .	31
1.4.1 Влияние эффективности на измеренный $v_n$ . . . . .	31
1.4.2 Влияние азимутальной неоднородности аксептанса	
детектора . . . . .	32
1.4.3 Вычисление $Q_1$ при помощи модульных детекторов . . . . .	34
1.5 Выводы к главе 1 . . . . .	35
<b>Глава 2. Экспериментальные установки HADES и BM@N . . . . .</b>	<b>36</b>
2.1 Ускорительный комплекс SIS-18 . . . . .	36
2.2 Эксперимент HADES . . . . .	37

2.2.1	Мишень . . . . .	38
2.2.2	Магнитный спектрометр . . . . .	38
2.2.3	Магнит . . . . .	39
2.2.4	Камеры MDC . . . . .	39
2.2.5	START и VETO детекторы . . . . .	40
2.2.6	Времяпролётный детекторы TOF и RPC . . . . .	41
2.2.7	Трекинговая система . . . . .	41
2.2.8	Передний гodosкоп Forward Wall . . . . .	42
2.3	Описание экспериментальной установки BM@N . . . . .	44
2.3.1	Ускорительный комплекс NUCLOTRON-NICA . . . . .	44
2.3.2	Схема установки . . . . .	44
2.3.3	Трекинговая система . . . . .	44
2.3.4	Времяпролётные детекторы TOF-400 и TOF-700 . . . . .	45
2.3.5	Передний адронный калориметр FHCAL . . . . .	46
2.4	Выводы к главе 2 . . . . .	47

<b>Глава 3. Экспериментальные методы измерения коллективной анизотропии . . . . .</b>	<b>49</b>	
3.1	Эксперимент HADES . . . . .	49
3.1.1	Критерии отбора столкновений и рожденных частиц . . . . .	49
3.1.2	Определение центральности столкновения . . . . .	50
3.1.3	Идентификация протонов времяпролётным методом . . . . .	54
3.1.4	Эффективность реконструкции протонов . . . . .	56
3.1.5	Кинематические области используемые для определения $Q_1$ векторов . . . . .	57
3.2	Вычисление статистических погрешностей . . . . .	58
3.2.1	Коррекция азимутальной анизотропии аксептанса детектора . . . . .	60
3.2.2	Вычисление поравочного коэффициента разрешения $R_1$ . .	62
3.3	Оценка вклада непотоковых корреляций в значения $v_1$ . . . . .	64
3.3.1	Сравнение методов плоскости события и скалярного произведения . . . . .	66
3.3.2	Сравнение методов случайных подсобытий и метода трёх подсобытий . . . . .	67

3.3.3	Оценка итоговой систематики в значения $v_1$ от непотоковых корреляций . . . . .	68
3.4	Модель Jet A-A Model (JAM) . . . . .	69
3.5	Эксперимент BM@N . . . . .	71
3.5.1	Моделирование отклика установки . . . . .	71
3.5.2	Определение центральности . . . . .	72
3.5.3	Идентификация протонов . . . . .	73
3.5.4	Кинематические окна, в которых были определены $Q_1$ -вектора . . . . .	74
3.5.5	Коррекция на азимутальную неоднородность аксептанса установки . . . . .	76
3.6	Выводы к главе 3 . . . . .	77
<b>Глава 4. Результаты анализа коллективной анизотропии</b>	. . . . .	<b>80</b>
4.1	Результаты анализа экспериментальных данных HADES . . . . .	80
4.1.1	Направленный поток $v_1$ протонов как функции быстроты и поперечного импульса в столкновениях Au + Au и Ag + Ag . . . . .	80
4.1.2	Проверка теоретических предсказаний эффектов масштабирования $v_1$ протонов в реалистичной модели Jet A-A Model (JAM) . . . . .	81
4.1.3	Проверка эффектов масштабирования наклона направленного потока протонов в средних быстротах $dv_1/dy _{y=0}$ . . . . .	82
4.1.4	Эффекты масштабирования для направленного потока $v_1$ протонов как функция поперечного импульса . . . . .	84
4.1.5	Сравнение измеренного наклона направленного потока протонов в средних быстротах с мировыми данными . . . . .	85
4.2	Результаты анализа Монте-Карло моделирования эксперимента BM@N . . . . .	88
4.2.1	Разрешение плоскости симметрии . . . . .	88
4.2.2	Производительность установки BM@N для измерения направленного и эллиптического потоков . . . . .	88
4.2.3	Разрешение плоскости симметрии из данных . . . . .	89
4.3	Выводы к главе 4 . . . . .	90

<b>Заключение . . . . .</b>	<b>92</b>
<b>Словарь терминов . . . . .</b>	<b>93</b>
<b>Список литературы . . . . .</b>	<b>95</b>
<b>Список рисунков . . . . .</b>	<b>101</b>
<b>Список таблиц . . . . .</b>	<b>107</b>

## Введение

Уравнение состояния (Equation Of State, EOS) — описывает фундаментальные свойства ядерной материи, ее макроскопические свойства, обусловленные лежащими в основе сильными взаимодействиями. Вблизи плотности насыщения ядерной материи  $\rho_0$ ,  $\rho_0 = 0.16^{-3}$ , EOS контролирует структуру ядер через энергию связи и несжимаемость  $K_{nm}$  [B 1]. EOS также определяет толщину нейтронной оболочки в нейтронно-избыточных ядрах, свойства ядерной материи при экстремальных плотностях и/или температурах. Предполагается, что такие условия достигаются в экспериментах по столкновению релятивистских тяжелых ядер или в нейтронных звездах и слияниях нейтронных звезд. Более того, исследования показывают, что столкновения тяжелых ионов при энергиях пучка  $E_{kin}=1.23\text{--}10A$  ГэВ (соответствующих энергиям в системе центра масс  $\sqrt{s_{NN}} = 2.4\text{--}5$  ГэВ) и слияния нейтронных звезд обнаруживают сходные температуры ( $T \sim 50\text{--}100$  МэВ) и плотности барионов  $\rho \sim (2 - 5)\rho_0$  [2; 3]. Не ограничиваясь описанием свойств материи, состоящей только из протонов и нейtronов, EOS может также отражать появление новых степеней свободы, например, странных частиц в ядрах нейтронных звезд или кварков и глюонов в ультрарелятивистских столкновениях тяжелых ионов. Считается, что столкновения ультра-релятивистских тяжелых ионов на Большом адронном коллайдере (LHC) и релятивистском коллайдере тяжелых ионов (RHIC), где плотность барионов крайне мала, привели к образованию новой формы материи с партонными степенями свободы, обычно называемой сильносвязанной кварк-глюонной материей (КГМ) [4]. После открытия КГМ на коллайдере RHIC в 2005 году изучение уравнения состояния квантовой хромодинамики (КХД) в области высоких барионных плотностей стало главной целью программ сканирования по энергии в экспериментах: STAR на коллайдере RHIC ( $\sqrt{s_{NN}} = 3\text{--}27$  ГэВ), NA61/SHINE на ускорителе SPS ( $\sqrt{s_{NN}} = 5.2\text{--}17$  ГэВ) [5], BM@N на ускорителе Nuclotron ( $\sqrt{s_{NN}} = 2.3\text{--}3.5$  ГэВ) [6] и HADES на ускорителе SIS18 ( $\sqrt{s_{NN}} = 2.3\text{--}2.55$  ГэВ) [7]. Строящиеся ускорители FAIR ( $\sqrt{s_{NN}} = 3\text{--}5$  ГэВ) и NICA ( $\sqrt{s_{NN}} = 4\text{--}11$  ГэВ) позволят изучить область высоких барионных плотностей еще более детально.

Ключевую роль в открытии КГМ и определении ее ключевых транспортных свойств сыграли измерения анизотропных коллективных потоков рожденных адронов. Величина анизотропных потоков определяется коэффициентами ряда Фурье  $v_n$  в разложении азимутального распределения частиц относительно угла плоскости реакции  $\Psi_{RP}$ , определяемой осью пучка и вектором прицельного параметра [8]:

$$\frac{dN}{d\varphi} \propto 1 + 2 \sum_{n=1} v_n \cos(n(\varphi - \Psi_{RP})), \quad (1)$$

где  $n$  – порядок гармоники и  $\varphi$  – азимутальный угол импульса частиц. Коэффициенты потоков  $v_n$  определяются как средние косинусы разности углов  $(\varphi - \Psi_{RP})$  по частицам и событиям:  $v_n = \langle \cos(n(\varphi - \Psi_{RP})) \rangle$ . Благодаря своей чувствительности к деталям начального состояния сильновзаимодействующей материи и ранним временам столкновения, первые два коэффициента разложения Фурье  $v_1$  (направленный поток) и  $v_2$  (эллиптический поток) зависят от EOS созданной материи. Основополагающее ограничение на значения несжимаемости  $K_{nm}$  ядерной материи в диапазоне плотностей  $(2\text{--}5)\rho_0$  было получено путем сравнения измерений направленного ( $v_1$ ) и эллиптического ( $v_2$ ) потоков протонов в Au+Au столкновениях при энергиях  $E_{kin} = 2\text{--}8A$  ГэВ ( $\sqrt{s_{NN}} = 2.7\text{--}4.3$  ГэВ), выполненных экспериментом E895 на ускорителе AGS, с теоретическими предсказаниями [9–11]. Однако интерпретация данных направленного потока  $v_1$  протонов требует включения в модель “мягкого” EOS с коэффициентом несжимаемости  $K_{nm} \sim 210$  МэВ. Значения для эллиптического потока  $v_2$  лучше согласуются с более “жестким” уравнением состояния  $K_{nm} \sim 380$  МэВ [1]. В дополнение, новые экспериментальные измерения первых двух гармоник коллективных потоков протонов, выполненные экспериментом STAR на коллайдере RHIC для данных энергий, не согласуются с результатами эксперимента E895. Одна из возможных причин различия в результатах измерений может заключаться в том, что стандартный метод плоскости событий для измерений потоков, использовавшийся 15–20 лет назад экспериментом E895, не учитывал влияние непотоковых корреляций на измерения  $v_n$ . К непотоковым корреляциям можно отнести следующие эффекты: адронные резонансы и вклад вторичных частиц, сохранение полного(поперечного) импульса, фемтоскопические корреляции. Высокоточные измерения направленного и эллиптического потоков в

этой области энергий современными методами анализа, подавляющими вклад непотоковых корреляций, важны для дальнейшего ограничения значения EOS симметричной сильно-взаимодействующей материи. В 2019 году эксперимент HADES (High Acceptance Di-Electron Spectrometer) [7], расположенный на ускорителе SIS-18 в GSI, набрал порядка 2 млрд событий столкновений Ag+Ag при энергиях  $E_{kin} = 1.23$  АГэВ и  $1.58$  АГэВ ( $\sqrt{s_{NN}} = 2.4$  ГэВ и  $2.55$  ГэВ), которые дополнили существующие данные для столкновений Au+Au при энергии  $E_{kin} = 1.23$  АГэВ. Это позволило впервые провести высокоточные измерения направленного потока  $v_1$  протонов, используя современные методики подавляющие вклад непотоковых корреляций. Ожидается, что сравнение результатов измерений для различных сталкивающихся систем при различных энергиях поможет оценить вклад взаимодействия рожденных частиц с нуклонами-спектаторами в наблюдаемые коллективные потоки и получить новые ограничения на значения EOS симметричной материи. В феврале 2023 года закончился набор данных на первом в России эксперименте по изучению столкновений релятивистских ядер BM@N (Барионная Материя на Нуклоне) на новом ускорительном комплексе NICA (ОИЯИ, Дубна), в ходе которого было набрано порядка 500 М событий столкновений ядер Xe+Cs(I) при энергии  $E_{kin} = 3.8$  АГэВ. Данная работа впервые показала возможности измерения коллективных потоков в эксперименте BM@N, что значительно расширило его физическую программу по изучению EOS материи в области высоких барионных плотностей.

**Целью** работы является экспериментальное исследование коллективной анизотропии протонов в ядро-ядерных столкновениях Au+Au и Ag+Ag при энергиях  $E_{kin}=1.23\text{--}1.58A$  ГэВ ( $\sqrt{s_{NN}}=2.4\text{--}2.55$  ГэВ) в эксперименте HADES (GSI), а также изучение возможности проведения измерений коллективной анизотропии в эксперименте BM@N (NICA, ОИЯИ). Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие **задачи**:

1. Усовершенствовать и применить на практике метод измерения коллективных потоков в экспериментах с фиксированной мишенью с учетом неоднородности азимутального аксептанса установки.
2. Разработать метод учета корреляций, не связанных с коллективным движением рожденных частиц (непотоковых корреляций), и изучить их влияние на результаты измерения коллективных потоков.

3. Исследовать характеристики направленного потока  $v_1$  протонов в столкновениях Au+Au и Ag+Ag при энергиях  $E_{kin}=1.23\text{--}1.58A$  ГэВ ( $\sqrt{s_{NN}}=2.4\text{--}2.55$  ГэВ) в эксперименте HADES.
4. Произвести сравнение полученных результатов измерения  $v_1$  протонов с теоретическими моделями и данными других экспериментов.
5. Исследовать влияние спектаторов налетающего ядра на формирование  $v_1$  протонов с помощью проверки законов масштабирования коллективных потоков с энергией и геометрией столкновения.
6. Изучить возможности измерения коллективных потоков протонов в эксперименте BM@N.

**Основные положения, выносимые на защиту:**

1. Зависимости коэффициента направленного потока  $v_1$  протонов от центральности столкновения, поперечного импульса ( $p_T$ ) и быстроты ( $y_{cm}$ ) для столкновений Au+Au и Ag+Ag при энергиях  $E_{kin}=1.23\text{--}1.58A$  ГэВ ( $\sqrt{s_{NN}}=2.4\text{--}2.55$  ГэВ) в эксперименте HADES.
2. Метод учета вклада непотоковых корреляций и изучения их влияния на измеренные значения коэффициентов потоков  $v_n$  для экспериментов с фиксированной мишенью в условиях сильной неоднородности азимутального акцептанса установки.
3. Результаты сравнения измеренных значений направленного потока ( $v_1$ ) с расчетами в рамках современных моделей ядро-ядерных столкновений, проверка эффекта масштабирования  $v_1$  с энергией столкновения и геометрией области перекрытия.
4. Полученные оценки эффективности измерения коллективных потоков на экспериментальной установке BM@N.

**Научная новизна:**

1. Впервые для экспериментов на фиксированной мишени разработаны и апробированы методы коррекции результатов измерения направленного потока на азимутальную неоднородность акцептанса установки и учета корреляций не связанных с коллективным движением рожденных частиц.
2. Впервые получены новые экспериментальные измерения направленного потока  $v_1$  протонов с учетом вклада непотоковых корреляций для ядро-ядерных столкновений (Au + Au, Ag + Ag) при энергиях  $E_{kin}$

= 1.23-1.58A ГэВ ( $\sqrt{s_{NN}}=2.4\text{-}2.55$  ГэВ), позволяющие оценить вклад нуклонов-спектаторов в коллективную анизотропию частиц.

**Научная и практическая значимость** данной работы заключается в том, что новые прецизионные результаты измерения направленного потока  $v_1$  протонов современными методами анализа, позволяющими оценить вклад непотоковых корреляций, являются принципиально важными для проверки и дальнейшего развития теоретических моделей ядро-ядерных столкновений, получения новых ограничений на значения EOS симметричной сильно-взаимодействующей материи в области максимальной барионной плотности. Методика измерения коллективных анизотропных потоков, опробованная впервые в эксперименте HADES (ГСИ, Дармштадт), была адаптирована к условиям установки BM@N (NICA, ОИЯИ) и усовершенствована с целью уменьшения систематической ошибки измерения. Методика была апробирована на основе моделирования детектора BM@N и анализа первых физических данных эксперимента по изучению Xe+Cs(I) столкновений при энергии  $E_{kin} = 3.8$  АГэВ. Данные результаты важны и для будущего эксперимента MPD (NICA), который также может работать в качестве эксперимента на фиксированной мишени.

**Методология и методика исследования** Экспериментальные данные столкновения ионов Au + Au и Ag + Ag были получены на установке HADES в 2017 и 2019 году. Изучение возможности измерения коллективных потоков на установке BM@N производилось посредством моделирования отклика детектора при помощи программного пакета GEANT4 с реалистичными Монте-Карло моделями столкновения тяжелых ядер JAM и DCMQGSM-SMM в качестве входных данных. Все вычисления и визуальное представление результатов выполнено с помощью программного пакета ROOT.

**Степень достоверности** полученных результатов подтверждается их согласованностью с опубликованными данными для измерения  $v_1$  протонов в столкновениях Au + Au при энергии 1.23A ГэВ. Результаты измерения наклона направленного потока  $dv_1/dy|_{y=0}$  в области средних быстрот находятся в хорошем согласии со значениями с других экспериментов (STAR, FOPI) и следуют зависимости от энергии столкновения и законам масштабирования коллективных потоков в данной области энергий. Зависимости направленного потока ( $v_1$ ) протонов от быстроты и поперечного импульса также согласуются с расчетами Монте-Карло моделей с импульсно-зависимым потенциалом [12],

такими как JAM и UrQMD. Для разработанных методов измерения коллективных анизотропных потоков была исследована эффективность их измерений в эксперименте BM@N с помощью Монте-Карло моделирования и последующей полной реконструкции событий. Хорошее согласие между величинами  $v_n$ , полученными из анализа полностью реконструированных в BM@N частиц и модельных данных, говорит о высокой эффективности установки для измерения коллективных потоков.

**Апробация работы.** Основные результаты работы докладывались на российских и международных конференциях: Международная конференция «Ядро» (2020, 2021, 2024, Россия), Международный Семинар «Исследования возможностей физических установок на FAIR и NICA» (2021, Россия), Международная научная конференция молодых учёных и специалистов «AYSS» (2022, 2023, ОИЯИ), Международная конференция по физике элементарных частиц и астрофизике «ICPPA» (2020, 2022, Россия), Ломоносовская конференция по физике элементарных частиц (2023, Россия), XXV Международный Балдинский семинар по проблемам физики высоких энергий (2023, ОИЯИ), Международный Семинар «NICA» (2022, 2023, Россия).

**Личный вклад.** Диссертация основана на работах, выполненных автором в рамках международных коллабораций: HADES (GSI) в 2019-2022 гг и BM@N (ОИЯИ) в 2022-2024 гг. Из работ, выполненных в соавторстве, в диссертацию включены результаты, полученные лично автором или при его определяющем участии в постановке задач, разработке методов их решения, анализе данных, а также в подготовке результатов измерений для публикации от лица коллабораций HADES и BM@N. Кроме того, диссидентант принимал участие в наборе экспериментальных данных и контроле их качества.

**Публикации.** Основные результаты по теме диссертации изложены в 8 статьях, которые опубликованы в периодических научных журналах, входящих в базы данных Web of Science и Scopus.

## Публикации автора по теме диссертации

1. *Mamaev M., Golosov O., Selyuzhenkov I.* Directed flow of protons with the event plane and scalar product methods in the HADES experiment at SIS18 // J. Phys. Conf. Ser. / под ред. Р. Тетерин. — 2020. — Т. 1690, № 1. — С. 012122.
2. *Mamaev M., Golosov O., Selyuzhenkov I.* Estimating Non-Flow Effects in Measurements of Anisotropic Flow of Protons with the HADES Experiment at GSI // Phys. Part. Nucl. — 2022. — Т. 53, № 2. — С. 277—281.
3. *Mamaev M.* Performance Towards Spectator Symmetry Plane Estimation Using Forward Hadron Calorimeter in the BM@N Experiment // Phys. Part. Nucl. Lett. — 2023. — Т. 20, № 5. — С. 1205—1208.
4. *Mamaev M., Taranenko A.* Toward the System Size Dependence of Anisotropic Flow in Heavy-Ion Collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 2\text{--}5 \text{ GeV}$  // Particles. — 2023. — Т. 6, № 2. — С. 622—637.
5. *Adamczewski-Musch J., Mamaev M., et. al.* Directed, Elliptic, and Higher Order Flow Harmonics of Protons, Deuterons, and Tritons in Au+Au Collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 2.4 \text{ GeV}$  // Phys. Rev. Lett. — 2020. — Т. 125. — С. 262301.
6. *Mamaev M.* Baryonic Matter @ Nuclotron: Upgrade and Physics Program Overview // Physics of Atomic Nuclei. — 2024. — Т. 87, № 1. — С. 311—318.
7. *Mamaev M.* On the Azimuthal Flow of Protons in the Heavy Ion Collisions at  $\sqrt{s_{NN}}=2\text{--}4 \text{ GeV}$  // Physics of Particles and Nuclei Letters. — 2024. — Т. 21, № 4. — С. 661—663.
8. *Mamaev M.* On the Scaling Properties of the Directed Flow of Protons in Au + Au and Ag + Ag Collisions at the Beam Energies of 1.23 and 1.58A GeV // Physics of Particles and Nuclei. — 2024. — Т. 55, № 4. — С. 832—835.

**Объем и структура работы.** Диссертация состоит из введения, четырёх глав, заключения и двух приложений. Полный объём диссертации составляет 107 страниц с 49 рисунками и 1 таблицей. Список литературы содержит 62 наименования.

# Глава 1. Коллективная азимутальная анизотропия в столкновениях тяжелых ионов

## 1.1 Обзор литературы по столкновениям тяжелых ионов

### 1.1.1 Уравнение состояния и фазовая диаграмма КХД материи

Равновесные свойства сильновзаимодействующей материи выражаются в форме уравнения состояния (Equation Of State — EOS). Уравнение состояния определяет взаимосвязь между макроскопическими характеристиками материи, такими как температура, плотность, вязкость, давление и другие. В современных моделях сильновзаимодействующей материи, основанных на гидродинамическом или статистическом подходах, уравнение состояния играет ключевую роль. Состояние сильновзаимодействующей материи зависит от температуры ( $T$ ) и барохимического потенциала ( $\mu_B$ ). Фазовая диаграмма сильновзаимодействующей материи представлена на рис. 1.1 [2].

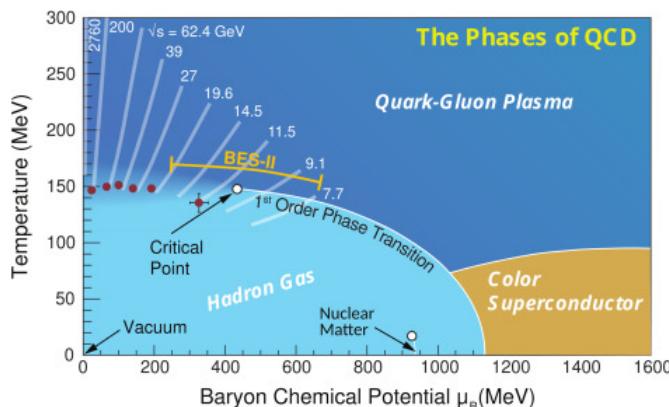


Рисунок 1.1 — Фазовая диаграмма КХД-материи [2].

При больших температурах и низких барохимических потенциалах, сильновзаимодействующая материя проявляет партонные степени свободы и характеризуется деконфайнментом кварков. Открытое в 2005 году на релятивистском ускорителе тяжелых ионов RHIC [13], это состояние получило название кварк-глюонной плазмы КГП. Исследуя коллективные потоки частиц, рожденных в столкновениях тяжелых ионов, было установлено, что эта форма материи обла-

дает наименьшей известной в природе сдвиговой вязкостью. [14]. Вычисления КХД на решетке предсказывают плавный переход типа "crossover" от партонных степеней свободы к адронным, при низких бариохимических потенциалах с уменьшением температуры [15; 16]. Экспериментальные доказательства этому были обнаружены в ходе первого скана по энергии на RHIC [17]. Согласно современным представлениям, эпохе бариогенезиса предшествовало состояние горячей КГП с оклонулевым барионным числом, которое завершилось плавным "crossover" переходом в состояние материи с преимущественно адронными степенями свободы [4]

При ненулевых бариохимических потенциалах КХД-расчеты предсказывают переход первого рода из состояния с адронными степенями свободы в состояние с преимущественно кварковыми. Существование двух видов фазового перехода: плавный типа "crossover" и перехода первого рода в одной области бариохимических потенциалов и температуры предполагает наличие критической точки [17]. В области невысоких температур и сверхвысоких бариохимических потенциалов теоретически предсказано существование еще более экзотической формы материи, такой как цвето-сверхпроводящая материя [18].

В столкновениях тяжелых ионов при кинетических энергиях в несколько  $A$  ГэВ образуется сильно взаимодействующая материя при температурах  $T \approx 150$  МэВ и чистых барионных плотностях, в несколько раз превышающих плотность ядреной материи [19]. Исследование этой области фазовой диаграммы представляет интерес, поскольку предполагается, что такая материя встречается в компактных астрофизических объектах, к примеру, в нейтронных звёздах [1]. Столкновения ионов — единственный способ лабораторно воссоздать условия, существующие в сложнонаблюдаемых космологических объектах.

Направленный и эллиптический потоки являются чувствительными к уравнению состояния наблюдаемыми, поскольку отражают изначальное распределение градиентов давления в системе. Вычисления релятивистской гидродинамики предсказывают, что "смягчение" уравнения состояния должно сильно влиять на амплитуду и знак направленного потока протонов, что может являться сигналом фазового перехода первого рода при высоких барионных плотностях [20; 21]. С ростом энергии и смягчением уравнения состояния направленный поток должен менять знак с положительного на отрицательный. Такая

зависимость от энергии действительно наблюдалась в данных, опубликованных коллаборацией STAR [22].

### 1.1.2 Описание динамики столкновения тяжелых ионов

В результате столкновения тяжелых ионов в области перекрытия образуется сильно взаимодействующая материя, свойства которой сильно зависят от размера сталкивающихся ядер и от энергии столкновения. При столкновении тяжелых ядер при энергиях в несколько ГэВ на нуклон налетающего ядра время пролёта ионов сравнимо со временем существования материи в области перекрытия. Процесс столкновения двух ядер можно условно разделить на несколько этапов.

При скоростях налетающего ядра, превышающих скорость звука в ядерной материи при обычных условиях ( $\beta_S = 0.2$ ) [23], нуклоны не могут покинуть область перекрытия достаточно быстро, и образуется зона высокой плотности. В зависимости от уравнения состояния, которое связывает давление с плотностью и температурой, материя в зоне перекрытия может достигать условий, которые описываются средней плотностью и температурой. В этих условиях могут быть созданы новые частицы, а их число и характер эмиссии могут быть использованы для исследования глобальных свойств вещества. Отклонение плотным веществом в области перекрытия остатков налетающего ядра с положительной быстротой происходит в направлении  $+x$ , что приводит к  $\langle p_x \rangle > 0$ , а остатки ядра с отрицательной быстротой отклоняются в направлении  $-x$ , имея  $\langle p_x \rangle < 0$  (в предположении, что плоскость реакции столкновения совпадает с плоскостью  $x - z$ ). Таким образом, направленный поток остатков налетающего ядра является положительным для частиц с положительной быстротой и отрицательным для частиц с отрицательной быстротой. Измерения направленного потока частиц относительно плоскости симметрии, определенной спектаторами, даёт информацию о времени взаимодействия рожденных частиц с областью перекрытия. Положительный направленный поток частиц относительно плоскости симметрии остатков налетающего ядра говорит о довольно большом времени взаимодействия, при котором материя в области перекрытия успевает смешаться

ся с холодной спектаторной материей. Эллиптический поток  $v_2$  несёт информацию о давлении в области перекрытия сталкивающихся ионов. При энергиях порядка 1 ГэВ значения  $v_2$  отрицательные относительно плоскости симметрии спектаторов. Остатки сталкивающихся ядер блокируют вылет частиц в плоскости реакции, что ведет к вылету частиц перпендикулярно плоскости реакции. Чем выше давление, достигаемое в области перекрытия, тем выше будут значения  $v_2$ . Схематически эти механизмы изображены на рис. 1.2.

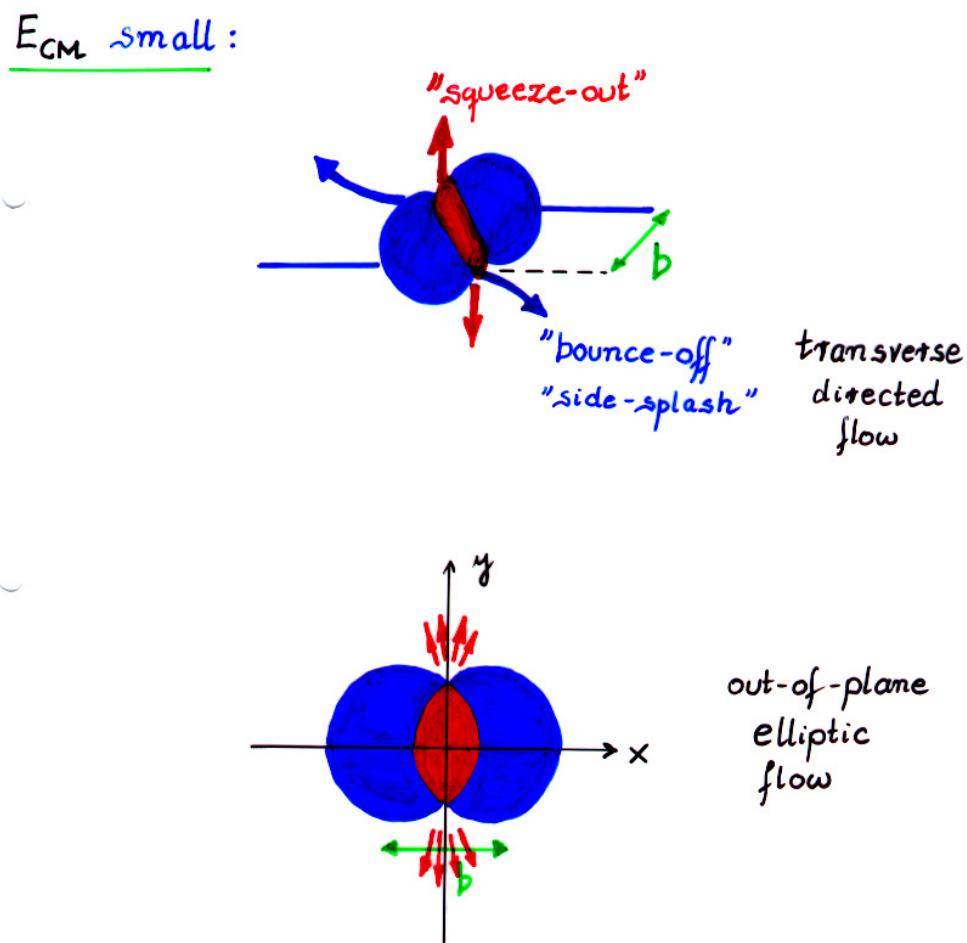


Рисунок 1.2 — Схематичное изображение механизмов рождения направленного (bounce-off) и эллиптического (squeeze-out) потоков.

Партиципанты, или нуклоны сталкивающихся ядер, претерпевают многократные рассеяния. В результате рождаются новые частицы и изменяются импульсы частиц, составляющих материю в области перекрытия. Если время взаимодействия достаточно велико, то материю в области перекрытия можно описать при помощи статистических величин: средняя плотность, средняя темпе-

ратура и т.д.. При многократном рассеянии частиц, составляющих материю в области перекрытия, может происходить подпороговое рождение частиц. Сравнивая коллективные потоки различных типов частиц, рожденных в области перекрытия, можно судить о степени термализации или релаксации энергии в области перекрытия. Чем ближе потоки различных типов сталкивающихся частиц к среднему значению, тем больше степень термализации материи. По степени термализации можно судить о времени существования материи в области перекрытия.

Реакция и развитие коллективных эффектов останавливаются на стадии столкновения, обычно называемой вымораживание ("freeze-out"). В этой фазе плотности достаточно малы, чтобы в течение типичной длины пролета больше не происходило взаимодействия. Хотя многие наблюдаемые (например, спектры рожденных частиц) теряют память о начальных условиях во время процесса эволюции, ожидается, что коллективные потоки адронов несут информацию о самых ранних этапах столкновения [24]. Коллективные потоки рожденных адронов сильно зависят от начальной геометрии столкновения. Коллективное движение рожденных адронов обусловлено взаимодействием частиц составляющих материю в области перекрытия. Характер этого взаимодействия обусловлен свойствами материи, которые описываются уравнением состояния. Поэтому, зная изначальную геометрию столкновения, которая определяется центральностью, и измеряя итоговую анизотропию рожденных частиц, можно извлечь уравнение состояния сильновзаимодействующей материи.

Коллективное движение частиц приводит к корреляции импульсов рожденных адронов. Таким образом, изучая эту корреляцию, можно количественно оценить коллективные эффекты. Однако это не единственный канал, по которому импульсы рожденных частиц могут быть скоррелированы. К примеру, импульсы частиц, рожденных в слабом или сильном распаде резонанса, относятся следующим образом:

$$P = P_1 + P_2, \quad (1.1)$$

где  $P$  — 4-импульс резонанса,  $P_{1,2}$  — импульсы рожденных в распаде частиц. Также в силу сохранения поперечного (полного) импульса системы справедливо следующее соотношение:

$$\sum_{k=1}^N \vec{p_T}^k = 0, \quad (1.2)$$

где  $N$  — множественность рожденных частиц,  $\vec{p_T}^k$  — поперечный импульс  $k$ -й частицы. Импульс частицы, рожденной в бинарном столкновении частиц, составляющих материю, тоже подчиняется законам сохранения импульса:

$$P_1 + P_2 = P_3 + P_4 + P_5. \quad (1.3)$$

Описанные выше эффекты не имеют отношения к коллективному движению частиц, однако обеспечивают корреляцию импульсов. Такие эффекты носят название непотоковых корреляций и осложняют измерение коллективных эффектов. Поэтому для подавления непотоковых эффектов чаще всего рассматривается корреляция большого количества частиц. Также для подавления корреляций, не связанных с коллективным движением частиц, можно рассматривать корреляцию областей со значительными разделением по кинематике. Оценка вклада остаточных непотоковых корреляций является важной задачей при измерении коллективных эффектов.

### 1.1.3 Определение уравнения состояния сильновзаимодействующей материи

Уравнение состояния сильновзаимодействующей материи можно восстановить путём сравнения экспериментально наблюдаемых сигналов, доступных из столкновения тяжелых ионов (таких как выходы частиц, их импульсные спектры, коллективная анизотропия рожденных частиц) с предсказаниями теоретических моделей с различными EOS. Прямые вычисления КХД возможны лишь при нулевых барохимических потенциалах и в области больших чистых барионных плотностей неприменимы. Поэтому теоретические модели в области низких энергий столкновений ограничены описанием динамики системы. Можно выделить два вида динамических моделей: релятивистская гидродинамика [25–27] и транспортные модели, основанные на релятивистском транспортном уравнении Больцмана [28; 29].

Первый подход основан на приближении, что образованная система может быть описана как расширяющаяся жидкость, достигшая локального термодинамического равновесия. Основное преимущество такого подхода заключается в

довольно лёгкой интерпретации уравнения состояния системы, которое вычисляется в термодинамическом подходе [25]. Основная проблема релятивистской гидродинамики заключается в предположении, что система успевает достичь термодинамического равновесия, что может быть неверно.

Транспортные модели лишены этого недостатка, поскольку описывают процесс столкновения ядер через многократные упругие и неупругие рассеяния адронов. Наличие или отсутствие локального равновесия не влияет на решение релятивистского транспортного уравнения Больцмана. Недостатком же такого подхода является то, что он основан на предположении, что многочастичные рассеяния можно свести к двухчастичным. До сих пор не доказано справедливо ли это предположение. Более того, для моделирования каждого вида рассеяния необходимо обладать значениями сечений взаимодействий, которые для тяжелых резонансов остаются свободными параметрами модели. Имплементация уравнения состояния системы часто выполняется путём варьирования среднего потенциала взаимодействия [30].

Транспортные модели описывают распространение частиц в образованной материи при помощи одночастичного потенциала  $U(\rho, p)$ , где  $\rho$  и  $p$  — плотность материи, достигнутая в столкновении, и импульс частицы соответственно. Этот потенциал в простейшем виде можно выразить в виде параметризации Скёрма без импульсной зависимости:

$$U(\rho) = a(\rho/\rho_0) + b(\rho/\rho_0)^\sigma \quad (1.4)$$

Параметры  $a$ ,  $b$  и  $\sigma$  подбираются таким образом, чтобы отвечать свойствам системы: энергия связи на нуклон, плотность насыщения и несжимаемость материи  $K$ . Несжимаемость материи в ядерной физике определяется следующим образом:

$$K = R^2 \frac{d^2 e / \rho}{d^2 R}, \quad (1.5)$$

где вторая производная берётся в предположении постоянного числа нуклонов и энтропии,  $e$  — плотность энергии и  $R$  — радиус ядра. Предполагается, что коллективное расширение области перекрытия чувствительно к коэффициенту несжимаемости материи  $K$ .

Сравнение теоретических предсказаний с потенциалом (1.4) для среднего импульса  $\langle p_x/A \rangle$  с экспериментальными данными показывает лучшее согласие

для очень больших значений  $K \geq 380$  MeV [31; 32]. В то же самое время феноменологический подход с импульсно- зависимым потенциалом, описанный в [33—36] показывает хорошее согласие с данными при относительно небольшой несжимаемости  $K = 215$  МэВ. Хотя теоретические модели с импульсно- зависимым потенциалом  $U(\rho, p)$  довольно хорошо описывают равновесные свойства ядерной материи, они могут довольно сильно различаться между собой в неравновесной фазе столкновения, которая доминирует в начальные моменты реакции. Это может влиять на более поздние этапы столкновения и приводить к различной достигнутой плотности.

При таком динамическом подходе параметры уравнения состояния ядерной материи быстро меняются со временем, а все наблюдаемые являются наблюдаемыми конечного состояния. Экспериментально недоступны ни начальное, ни промежуточные состояния. При энергиях столкновения  $E_{kin} < 10A$  ГэВ время расширения материи в области перекрытия, которое определяется скоростью звука, сравнимо со временем пролёта сталкивающихся ядер. Поэтому спектаторы — остатки сталкивающихся ядер — блокируют вылет рожденных частиц в плоскости реакции, что приводит к отрицательному  $v_2$  рожденных частиц. Смешивание холодной спектаторной и горячей, рожденной в столкновении материи и расширение этой материи приводят к положительным значениям  $v_1$  протонов. Уменьшение времени пролёта при увеличении энергии столкновения приводит к спаду амплитуды направленного и эллиптического потоков. С ростом энергии эллиптический поток меняет знак с отрицательного на положительный, что свидетельствует о преимущественном вылете частиц в плоскости реакции. Система, образованная в столкновении тяжелых ионов в данной области энергии, характеризуется сложной геометрией из-за присутствия спектаторов. Изучение зависимости коллективных потоков от геометрии столкновения и размеров системы может пролить свет на свойства созданной в столкновении материи.

Экспериментальные измерения направленного потока протонов в диапазоне энергий 2-10A ГэВ были выполнены коллаборацией E895 на ускорителе AGS в Национальной Лаборатории в Брукхевене [10]. Теоретический анализ этих измерений был выполнен Данилевичем, Лейси и Линчем в 2002 году [1]. Экспериментальные данные для наклона направленного потока и эллиптического потока были сопоставлены с теоретическими предсказаниями для различных коэффициентов несжимаемости материи  $K$ . Сравнение показано на рис. 1.3.

Экспериментальные данные позволили отсечь лишь экстремальные значения коэффициента несжимаемости  $K$ . Значения для наклона бокового потока  $F$  лучше согласуются с теоретическими предсказаниями с  $K = 210$  МэВ. Данные для эллиптического потока лучше описываются более жестким уравнением состояния с  $K = 300$  МэВ. Это несоответствие может быть вызвано вкладом корреляций, не связанных с коллективным движением рожденных адронов (непотоковые корреляции). Новые экспериментальные данные, выполненные методами, позволяющими учесть вклад непотоковых корреляций, позволят разрешить эту неоднозначность полученных значений  $K$ .

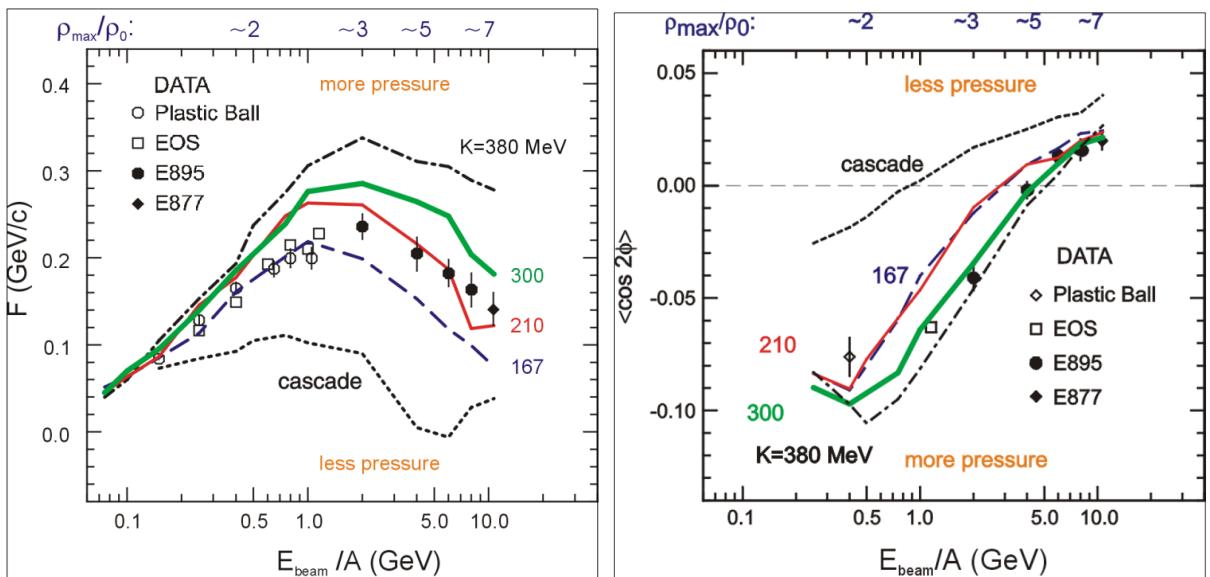


Рисунок 1.3 — Сравнение данных для наклона направленного потока (слева) и эллиптического потока (справа), как функции энергии с теоретическими расчетами для разных значений коэффициента несжимаемости [1].

На рис. 1.4 представлена зависимость наклона направленного потока протонов  $dv_1/dy|_{y=0}$  от энергии столкновения ядер золота. На рисунке показаны данные с экспериментов FOPI [37] и предварительные данные эксперимента STAR Fixed Target. Наблюдается монотонное уменьшение наклона с ростом энергии. Новые экспериментальные измерения направленного потока позволят дополнить существующие мировые данные по коллективным потокам протонов в области энергии в несколько  $A$  ГэВ.

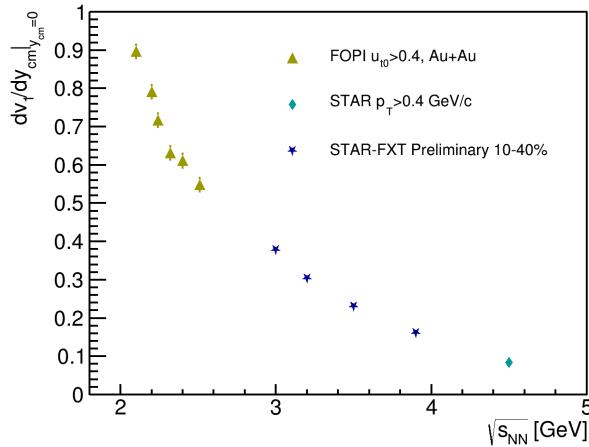


Рисунок 1.4 — Зависимость наклона направленного потока протонов  $dv_1/dy|_{y=0}$  от энергии столкновения ядер золота.

## 1.2 Основные определения

### 1.2.1 Центральность столкновения

Наблюдаемые, чувствительные к свойствам созданной в области перекрытия материи, зависят от геометрии столкновения [38; 39]. Геометрия столкновения может быть описана при помощи таких переменных, как прицельный параметр столкновения  $b$ , число бинарных нуклон-нуклонных столкновений  $N_{col}$  и число нуклонов-участников взаимодействия  $N_{part}$ . Для того чтобы характеризовать геометрию столкновения наименее зависящим от экспериментальной установки методом была введена такая величина, как центральность столкновения  $C_b$ . Центральность столкновения определяется как доля полного сечения взаимодействия сталкивающихся ядер  $\sigma_{inel}^{AA}$  при значениях прицельного параметра не превышающих  $b$ :

$$C_b = \frac{1}{\sigma_{inel}^{AA}} \int_0^b \frac{d\sigma}{db'} db', \quad (1.6)$$

где  $d\sigma/db$  — дифференциальное сечение взаимодействия ядер.

Прицельный параметр  $b$  не может быть измерен, поэтому для определения центральности в условиях эксперимента используются скоррелированные с ним величины, такие как, например, множественность рожденных частиц [40; 41].

Центральность по множественности столкновения определяется формулой:

$$C_M = \frac{1}{\sigma_{inel}^{AA}} \int_M^\infty \frac{d\sigma}{dM'} dM', \quad (1.7)$$

где  $M$  — множественность зарегистрированных рожденных частиц.

Столкновения ионов группируются в классы центральности, согласно множественности рожденных частиц. События с классом центральности 0% отвечают наиболее центральным столкновениям и 100% — наиболее периферическим. Поскольку в распределении прицельного параметра и числа рожденных частиц наблюдается ненулевая ширина, определенные по множественности, классы центральности лишь в среднем совпадают с определенными по прицельному параметру.

Для вычисления значений прицельного параметра (или других геометрических параметров) в определенных по множественности классах центральности часто используется Монте-Карло модель Глаубера [42]. Монте-Карло модель Глаубера описывает столкновения ядер следующим образом:

- Столкновение ионов рассматривается как последовательность независимых нуклон-нуклонных столкновений, вероятность которых определяется сечением неупругих нуклон-нуклонных рассеяний.
- Изначальное распределение нуклонов в ядре разыгрывается при помощи метода Монте-Карло согласно распределению Вудса-Саксона ядерной плотности:

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + e^{(r-R)/a}}, \quad (1.8)$$

где  $\rho_0$  — нормировочный коэффициент,  $r$  — расстояние от центра ядра,  $R$  — радиус ядра и  $a$  — параметр толщины оболочки. Данные параметры подбираются для каждого ядра и каждой энергии столкновения.

- Каждый нуклон движется по прямолинейной траектории во время процесса столкновения.

Множественность столкновения моделируется при помощи геометрических параметров ( $N_{part}$ ,  $N_{col}$ ), разыгранных в модели МК-Глаубера. Суммарная множественность набирается из множественности частиц, рожденных в каждом единичном источнике  $a$ :  $M = \sum_{a=1}^{N_a} M_a$ , где  $N_a$  — число источников. Число источников определяется формулой, которая моделирует жесткие процессы через

зависимость от  $N_{col}$  и мягкие процессы через зависимость от  $N_{part}$ :

$$N_a = f N_{part} + (1 - f) N_{col}. \quad (1.9)$$

Для каждого источника  $a$  число рожденных частиц  $M_a$  разыгрывается при помощи отрицательного биномиального распределения с параметрами  $\mu$  — среднее и  $k$  — ширина:

$$P_{\mu,k}(n) = \frac{\Gamma(n+k)}{\Gamma(n+1)\Gamma(k)} \frac{(\mu/k)^n}{(\mu/k+1)^{n+k}}, \quad (1.10)$$

где  $P_{\mu,k}(n)$  — вероятность источника произвести  $n$  частиц.

В дальнейшем параметры  $f$ ,  $\mu$  и  $k$  подбираются таким образом, чтобы разыгранная множественность наилучшим образом описывала экспериментальное распределение множественности.

### 1.2.2 Вектора потоков $u_n$ и $Q_n$

Методы измерения коллективных потоков довольно просто описать в терминах векторов. Для измерения азимутальных потоков каждой частице ставится в соответствие единичный вектор  $u_n$  в плоскости, перпендикулярной оси пучка, на основании импульса частицы:

$$\vec{u}_n = (x_n, y_n) = (\cos n\varphi, \sin n\varphi), \quad (1.11)$$

где  $\varphi$  — азимутальный угол частицы,  $n$  — порядок гармоники. При очень большом количестве частиц в одном событии ( $N \gg 1$ ) сумму по всем частицам можно заменить на интеграл (аналогично, при небольшой множественности частиц и большом числе событий, можно рассматривать все события с выбранной плоскостью реакции  $\Psi^R$ ):

$$\sum_{k=1}^N \vec{u}_n = \int_{-\pi}^{\pi} \vec{u}_n(\phi) \rho(\phi - \Psi^R) d\phi \quad (1.12)$$

Рассмотрим интеграл по  $x$ -компоненте  $u_n$  вектора:

$$\int_{-\pi}^{\pi} x_n \rho(\phi - \Psi^R) d\phi = \int_{-\pi}^{\pi} \cos n(\phi - \Psi^R + \Psi^R) \rho(\phi - \Psi^R) = V_n \cos(n\Psi^R), \quad (1.13)$$

где  $V_n$  пропорционален множественности частиц  $N$  и значению  $v_n$  для данной группы частиц в данном событии. Аналогичные преобразования можно выполнить и для  $y$ -компоненты  $u_n$ -вектора, получив  $V_n \sin(n\Psi^R)$ . Таким образом, сумма  $u_n$ -векторов в одном событии даёт оценку плоскости реакции события.

Эта оценка, определяемая суммой единичных векторов частиц, носит название  $Q_n$ -вектора:

$$\vec{Q}_n = \frac{1}{C} \sum_{k=1}^N w_k u_n^k = \frac{|Q_n|}{C} (\cos(n\Psi_n), \sin(n\Psi_n)), \quad (1.14)$$

где  $k$  — индекс частицы в группе,  $w_k$  — вес  $k$ -го вектора,  $N$  — множественность частиц в группе,  $\Psi_n$  — угол плоскости симметрии данного события и данной гармоники  $n$ ,  $|Q_n|$  — модуль  $Q_n$ -вектора и  $C$  — нормировочный коэффициент. Чем больше число частиц в событии  $N$ , тем ближе оценка угла плоскости симметрии к реальной ориентации плоскости реакции:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{C} \sum_{k=1}^N w_k u_n^k = \frac{|Q_n|}{C} (\cos(n\Psi^R), \sin(n\Psi^R)). \quad (1.15)$$

### 1.3 Методы измерения коллективной анизотропии в столкновениях тяжелых ионов

#### 1.3.1 Методы плоскости события и скалярного произведения

Выбор значения нормировочного коэффициента определяет метод измерения направленного потока. В работе применяются два метода: плоскости события (event plane, EP) и скалярного произведения (scalar product, SP) [43].

Метод плоскости события требует такую нормировку, чтобы модуль каждого  $Q_1$ -вектора был равен 1, что соответствует  $C = |Q_n|$ . В работах [44; 45] было показано, что в таком случае измеренное значение потока  $v_n\{EP\}$  нелинейно зависит от множественности частиц, использованных для вычисления  $Q_n$ -вектора, а также от значения самого потока. В пределе большого количества частиц и большого значения потока ( $v_n\sqrt{M} \gg 1$ ), измеренные значения стремятся к среднему значению  $v_n$ :  $v_n\{EP\} \rightarrow \langle v_n \rangle$ . В случае малого числа частиц, использованных для построения  $Q_n$ -вектора, а также малых значениях потока ( $v_n\sqrt{M} \ll 1$ ), измерения стремятся к корню среднего квадрата  $v_n\{EP\} \rightarrow \sqrt{\langle v_n^2 \rangle}$ . Экспериментально измеренные значения  $v_1\{EP\}$  находятся между двумя пределами:  $\langle v_n \rangle \leq v_n\{EP\} \leq \sqrt{\langle v_n^2 \rangle}$ . В зависимости от реального значения  $v_n$  (который определяется энергией столкновения и размером сталкивающихся ядер) и множественности частиц (которая зависит от энергии, размера ядер и аксептанса установки) измеренные значения  $v_n\{EP\}$  могут лежать ближе к правому или левому пределам.

Второй метод, скалярного произведения (SP), требует нормировку на сумму весов  $C = \sum_{k=1}^N w_k$ . Модуль  $Q_n$ -вектора сохраняет информацию о множественности частиц, использованных для его построения, а также их  $v_n$ :  $|Q_n| \propto v_n M$ . Использование такой нормировки дает значения  $v_n\{SP\} \rightarrow \sqrt{\langle v_n^2 \rangle}$  независимо от измеренной множественности частиц, а также их  $v_n$ .

Несмотря на известные недостатки метода плоскости события, он до сих пор активно используется, поскольку более прост в реализации. В частности, измерения коэффициентов коллективных потоков  $v_n$  в коллаборации HADES [46] были выполнены методом плоскости события. В работе была произведена оценка систематической ошибки на измеренные  $v_n$ , путём сравнения результатов, полученных методами скалярного произведения и плоскости события [43].

### 1.3.2 Разрешение плоскости симметрии

Экспериментально направленный поток можно определить как проекцию  $u_n$ -вектора частиц на плоскость симметрии события:

$$v'_n = \langle u_n Q_n \rangle = V_n \langle \cos(n\phi) \cos(n\Psi_n) \rangle + V_n \langle \sin(n\phi) \sin(n\Psi_n) \rangle, \quad (1.16)$$

где диагональные члены равны нулю в силу симметрии столкновения относительно плоскости реакции, а коэффициент  $V_n$  появляется после усреднения модулей вектора  $Q_n$ . Раскрывая тригонометрические выражения в угловых скобках, можно получить:

$$\begin{aligned} \langle \cos(n\phi) \cos(n\Psi_n) \rangle &= \langle \cos n(\phi - \Psi_n) \rangle = \langle \cos n(\phi - \Psi_n + \Psi^R - \Psi^R) \rangle = \\ &\langle \cos n(\phi - \Psi^R) \cos n(\Psi_n - \Psi^R) \rangle \end{aligned} \quad (1.17)$$

Аналогичные преобразования можно выполнить и для синусов. Измеренные значения направленного потока имеют вид:

$$v'_n = \langle u_n Q_n \rangle = V_n \langle \cos n(\phi - \Psi_n) \cos n(\Psi_n - \Psi^R) \rangle. \quad (1.18)$$

Поскольку вычисленная плоскость симметрии столкновения  $\Psi_n$  лишь приблизительно описывает ориентацию плоскости реакции  $\Psi^R$ , то  $\langle \cos(\Psi_n - \Psi^R) \rangle \neq 1$ . Флуктуации распределения энергии в сталкивающихся ядрах приводят к флуктуации плоскости симметрии относительно плоскости реакции, как показано на рис. 1.5. Поэтому измеренные значения  $v'_n$  будут отличаться от действительных. Для коррекции этого эффекта необходимо ввести поправочный коэффициент разрешения:

$$R_n = V_n \langle \cos n(\Psi_n - \Psi^R) \rangle. \quad (1.19)$$

Скорректированные на разрешение значения  $v_1$  могут быть записаны следующим образом:

$$v_n = \frac{\langle u_n Q_n \rangle}{R_n}, \quad (1.20)$$

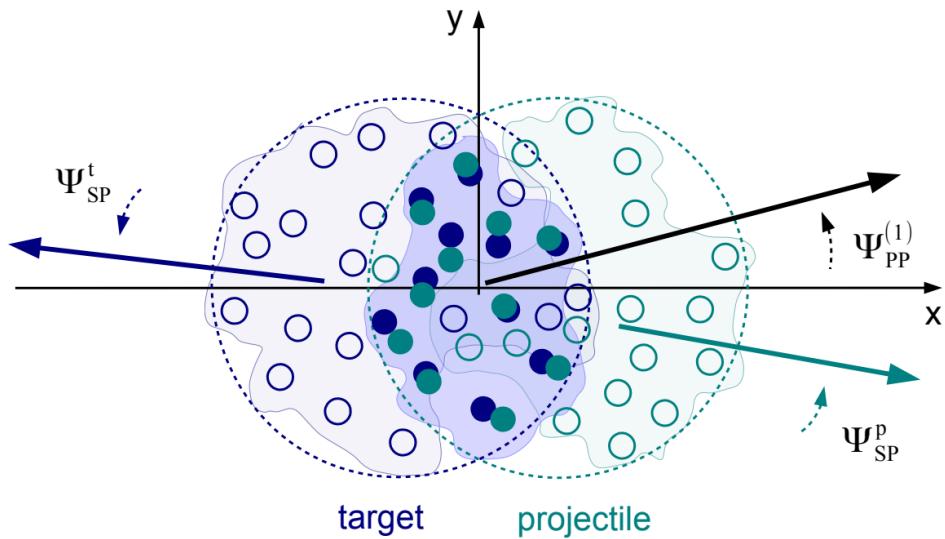


Рисунок 1.5 – Схематическое представление сталкивающихся ядер в плоскости, перпендикулярной направлению пучка.

### 1.3.3 Метод случайных подсобытий

Для вычисления  $R_n$  в эксперименте можно воспользоваться попарными корреляциями  $Q_n$ -векторов (преобразование выполнено аналогично уравнению (1.18)):

$$\langle Q_n^a Q_n^b \rangle = V_n^a V_n^b \langle \cos n(\Psi_n^a - \Psi^R) \cos(\Psi_n^b - \Psi^R) \rangle, \quad (1.21)$$

где индексами  $a$  и  $b$  обозначены две различных группы частиц, в каждой из которых  $Q_n$ -вектор вычислялся независимо.

Наиболее простым методом вычисления разрешения является метод двух подсобытий:

$$R_n\{a,b\} = \sqrt{\langle Q_n^a Q_n^b \rangle} = \sqrt{V_n^2 \langle \cos^2(\Psi_n^{a,b} - \Psi_R) \rangle}, \quad (1.22)$$

где индексами  $a$  и  $b$  обозначены две группы частиц, идентичные по множественности и значению  $v_n$ , в которых  $Q_n$ -вектор вычислялся независимо. В коллайдерных экспериментах, где аксептанс часто симметричен относительно средних быстрот, в качестве подсобытий  $a$  и  $b$  могут быть выбраны частицы в диапазонах по быстроте, симметричных относительно нуля. В экспериментах с фиксированной мишенью, где такое выполнить невозможно в силу несиммет-

ричного аксептанса, иногда пользуются методом, называемым метод случайных подсобытий. Подсобытия  $a$  и  $b$  набираются случайным образом из частиц в выбранном кинематическом окне. Этот метод прост в исполнении, однако корреляция  $Q_1$ -векторов из одной кинематической области может быть подвержена довольно большому вкладу непотоковых корреляций [43]. Экспериментальные значения  $v_n$ , полученные коллаборацией HADES [46], измерены, используя метод случайных подсобытий для коррекции на разрешение плоскости симметрии. Вычисляя  $R_n$  отличным от использованного коллаборацией HADES методом, предлагается оценить вклад непотоковых корреляций в измеренные значения  $v_n$  [43; 47].

### 1.3.4 Метод трех подсобытий

Комбинируя различные попарные корреляции векторов, можно вычислить разрешение плоскости симметрии для данного  $Q_n$ -вектора:

$$R_n\{a(b,c)\} = \sqrt{\frac{\langle Q_n^a Q_n^b \rangle \langle Q_n^a Q_n^c \rangle}{\langle Q_n^b Q_n^c \rangle}}, \quad (1.23)$$

где  $a, b$  и  $c$  — три различных группы частиц, в каждой из которых  $Q_1$ -вектор вычислялся независимо. В фигурных скобках автором обозначается комбинация, использованная для получения коэффициента разрешения. Вектор за круглыми скобками обозначает плоскость симметрии, для которой рассчитан коэффициент, а вектора внутри круглых скобок — при помощи которых происходит расчет. Этот метод вычисления  $R_n$  носит название метод трёх подсобытий. Метод трёх подсобытий не накладывает ограничений на множественность частиц в каждой группе, что даёт большую свободу в выборе кинематических диапазонов для определения  $Q_n$ . Корреляции  $Q_n$ , рассчитанных в близких кинематических диапазонах, всё еще могут быть подвержены непотоковым эффектам. Это может приводить к неверному расчету значений поправочного коэффициента  $R_n$ . Автором предлагается исследовать связанную с этим систематическую ошибку путем сравнения  $R_n$ , полученного с использованием различных комбинаций  $Q_1$  (к примеру  $R_1\{a(b,c)\}$  и  $R_1\{a(b,d)\}$ ).

Эффекты, не связанные с коллективным движением частиц, могут вносить вклад в корреляцию между  $u_n$ -векторами частиц и  $Q_n$ -векторами плоскости симметрии. Сравнивая  $v_n$ , полученные относительно различных плоскостей симметрии (к примеру,  $v_n\{a\}$  и  $v_n\{b\}$ ), предлагается вычислить вклад непотоковых корреляций в результаты для коллективного потока [47—50].

### 1.3.5 Метод четырёх подсобытий

Иногда невозможно добиться попарного разделения  $Q_n$ -векторов. К примеру рассмотрим ситуацию, когда нужно вычислить разрешение плоскости симметрии для вектора  $b$ , при условии что между векторами  $a$  и  $c$  существует достаточное разделение по быстроте, а между парами  $(a, b)$  и  $(a, c)$  — нет. Даже если ввести дополнительный вектор  $d$ , который будет разделен кинематически с  $a, b$  и  $c$ , подобрать комбинацию для вычисления  $R_1$  методом трех подсобытий без существенного вклада непотоковых корреляций невозможно. Однако, можно рассчитать  $\langle Q_n^b, Q_n^d \rangle$  и разрешение плоскости симметрии  $R_1\{d(a,c)\}$ . Таким образом, разрешение плоскости симметрии  $d$  можно записать:

$$R_1\{b\{d\}(a,c)\} = \frac{\langle Q_n^b, Q_n^d \rangle}{R_1\{d(a,c)\}}. \quad (1.24)$$

Этот метод носит название метода четырёх подсобытий [49].

## 1.4 Эффекты, необходимые учитывать при измерении коллективной анизотропии

### 1.4.1 Влияние эффективности на измеренный $v_n$

Коллективная анизотропия рожденных в столкновении частиц обычно измеряется дифференциально как функция центральности, поперечного импульса

са и быстроты. Неоднородная эффективность детектора в зависимости от этих переменных может приводить к неправильным значениям потоков при усреднении по этим переменным. К примеру, при усреднении коэффициентов потока по поперечному импульсу в границах  $p_T^{1,2}$  вклад неоднородной эффективности детектора  $e(p_T)$  можно выразить следующим образом:

$$v_n(p_T^1, p_T^2) = \int_{p_T^2}^{p_T^1} dp_T \frac{dN}{dp_T} e(p_T) v_n(p_T), \quad (1.25)$$

где  $\frac{dN}{dp_T}$  — распределение частиц по поперечному импульсу. Измеренные значения  $v_n(p_T^1, p_T^2)$  будут отличаться от настоящего среднего в данном диапазоне импульсов.

Для коррекции на этот эффект обычно вычисляется карта эффективности  $e(p_T, y)$  установки при помощи Монте-Карло моделирования отклика детектора. И усреднение по поперечному импульсу и быстроте выполняется с весом, обратным эффективности  $1/e(p_T, y)$ .

#### 1.4.2 Влияние азимутальной неоднородности аксептанса детектора

Значительный вклад в результаты измерения азимутальных потоков может вносить неоднородность аксептанса детектора. Азимутальная анизотропия аксептанса искажает распределение  $u_n$  и  $Q_n$ -векторов, которые в идеальном случае должны быть равномерными. Для коррекции этого эффекта был использован метод, описанный в работе [51]. Поскольку плоскость реакции распределена равномерно, в пределах большого количества столкновений формулу (1.20) можно преобразовать следующим образом:

$$v_n = 2 \frac{\langle x_n X_n \rangle}{R_n^X} = 2 \frac{\langle y_n Y_n \rangle}{R_n^Y}, \quad (1.26)$$

где  $x_n$  и  $y_n$  — компоненты  $u_n$ -вектора,  $X_n$  и  $Y_n$  — компоненты  $Q_n$ -вектора и  $R_n^{X,Y}$  — разрешение плоскости симметрии, вычисленное при помощи корреляций компонент  $Q_n$ -векторов. Азимутальная неоднородность детектора нарушает это равенство.

Основные эффекты, вызываемые неоднородностью аксептанса, могут быть выражены в следующем:

1. Сдвиг  $u_1 (Q_1)$  вектора из-за ненулевых средних значений компонент:

$$\langle x_1 \rangle \neq 0, \langle y_1 \rangle \neq 0 \quad (1.27)$$

Коррекция на этот эффект носит название перецентровки.

2. Поворот  $u_1 (Q_1)$  векторов. Коррекция на этот эффект называется коррекцией поворота.
3. Сужение/Расширение распределения компонент  $u_1 (Q_1)$  вектора. Коррекция носит название ремасштабирования.

Схематическое представление эффекта применения коррекций представлено на рис. 3.11.

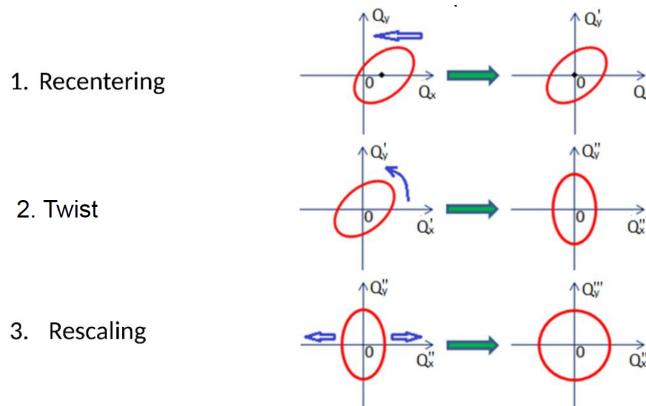


Рисунок 1.6 — Схематическое представление эффекта применения каждого этапа коррекций, описанных в [51].

Ранее, описанные выше методы коррекции, применялись лишь на коллайдерных экспериментах с относительно однородным аксептансом. Впервые коррекции перецентровки, поворота и ремасштабирования будут применяться автором для коррекции сильно неоднородного аксептанса установок HADES и BM@N. Систематический вклад остаточной азимутальной неоднородности аксептанса детектора предлагается оценить путём сравнения результатов, полученных с использованием различных компонент  $u_1$  и  $Q_1$ -векторов [47; 49].

### 1.4.3 Вычисление $Q_1$ при помощи модульных детекторов

В данной работе для восстановления плоскости симметрии используются фрагменты ядра, которые взаимодействовали с областью перекрытия лишь упруго (спектаторы). Спектаторные фрагменты отталкиваются областью перекрытия в плоскости реакции (см. 1.5), поэтому могут быть использованы для реконструкции плоскости симметрии. Часто в экспериментах по столкновению тяжёлых ионов регистрация спектаторных частиц выполняется при помощи передних детекторов, имеющих модульную структуру. В таком случае  $Q_n$ -вектор будет определяться суммарной азимутальной анизотропией распределения сигнала по модулям:

$$\vec{Q}_n = \frac{1}{C} \sum_{k=1}^M w_k (\cos n\varphi, \sin n\varphi), \quad (1.28)$$

где  $k$  — индекс модуля,  $M$  — число модулей, использованных в построении  $Q_n$ -вектора,  $w_k$  — сигнал в данном модуле,  $\varphi$  — азимутальный угол данного модуля. Нормировочный коэффициент  $C$  может также принимать значения  $C = |Q_1|$  (метод плоскости события) или  $C = \sum_{k=1}^M w_k$  (метод скалярного произведения). Взвешивание на сигнал в данном модуле необходимо, поскольку в один и тот же модуль могут попасть более одной частицы. Корреляции между  $Q_n$ -векторами, определёнными из разных групп модулей одного детектора, также могут быть подвержены непотоковым корреляциям. К примеру, между соседними модулями может происходить перетекание сигнала вследствие конструкционных особенностей детектора (например, в адронных калориметрах присутствует поперечное распространение ливней). Также при распаде осколков сталкивающихся ядер фрагменты могут вызвать отклик соседних модулей, что снова приведёт к корреляциям между модулями, которые не относятся к коллективному движению частиц. Такие корреляции могут искажать значения разрешения  $R_n$ , полученного лишь при помощи  $Q_n$ -векторов из передних детекторов. Автором предлагается дополнительно определить  $Q_n$ -вектора из треков рожденных частиц. Это позволит внести значительное разделение между  $Q_n$ -векторами из передних детекторов и треков частиц. Комбинируя различные группы  $Q_n$ -векторов, возможно оценить вклад непотоковых корреляций в значения  $R_n$  для плоскостей симметрии спектаторов [48—50].

## 1.5 Выводы к главе 1

В главе был приведён обзор существующей литературы по коллективной анизотропии рожденных в столкновении частиц. Были описаны основные механизмы образования коллективной анизотропии и представлены обоснования необходимости ее измерения. В главе изложены основные методы измерения коллективной анизотропии рожденных в столкновении частиц. Определены единичный вектор частиц  $u_n$  и вектор плоскости симметрии события  $Q_n$ . Приведены экспериментальные методы оценки плоскости реакции и измерения коэффициентов коллективного потока  $v_n$  в терминах  $u_n$  и  $Q_n$  векторов. В главе обсуждаются преимущества и недостатки методов плоскости события и скалярного произведения для оценки коллективных потоков. Автором предлагается оценить систематическую ошибку измерения коэффициентов  $v_n$  методом плоскости события, полученных коллаборацией HADES, путём сравнения со значениями, полученными методом скалярного произведения. Описаны методы вычисления поправочного коэффициента разрешения, такие как метод случайных подсобытий и метод трёх подсобытий. В главе обсуждается вклад непотоковых корреляций в вычисленные значения  $R_n$  для методов случайного подсобытия и метода трёх подсобытий. Автор диссертации предлагает сравнивать разрешение  $R_n$ , полученное с использованием различных комбинаций  $Q_n$ -векторов, для оценки и минимизации вклада непотоковых корреляций в коэффициент разрешения. Сравнивая  $v_n$ , полученный относительно различных плоскостей симметрии  $Q_n$ , предлагается оценить систематическую ошибку для измеренных значений коллективных потоков. В главе обсуждается влияние неоднородности азимутального акцептанса детектора на измерения  $v_n$ . Автором предлагается использовать коррекции, ранее опробованные на относительно однородном акцептансе коллайдерных установок, для устранения эффектов сильно неоднородного акцептанса экспериментов с фиксированной мишенью. Автор диссертации излагает особенности оценки плоскости реакции при помощи спектаторных передних детекторов, имеющих модульную структуру. Приводится описание эффектов, влияющих на корреляцию между  $Q_n$ -векторами из модульных детекторов. Автором предлагается метод учёта этих эффектов при вычислении коэффициента разрешения  $R_n$ .

## Глава 2. Экспериментальные установки HADES и BM@N

В этой главе будет рассмотрено устройство экспериментальных установок HADES, расположенной на выведенном пучке ускорителя тяжелых ионов SIS-18, Дармштадт и BM@N, на ускорителе NUCLOTRON, Дубна, Россия. В главе будут приведены схемы каждого из экспериментов и описаны главные подсистемы, информация из которых была использована в анализе.

### 2.1 Ускорительный комплекс SIS-18

Ускорительный комплекс SIS-18 состоит из линейного ускорителя UNILAC и синхротрона тяжелых ионов SIS-18. Линейный ускоритель UNILAC способен разгонять ионы в широком диапазоне массовых чисел: от протонов до ядер урана. Ускоритель оборудован инжектором ионов VARIS (Vacuum Arc Ion Source), способного достигать силы тока ионов до 6 мА. При помощи вакуумнодугового разряда тяжелые ионы испаряются с поверхности источника, а затем разделяются с помощью масс-спектрометра в подсистеме LEBT (Low Energy Beam Transport system). Затем ионы тяжелых ядер с энергией 2.2A кэВ транспортируются в инжектор High Current Injector, в котором они разгоняются до энергий 1.4A МэВ и полностью лишаются электронной оболочки с помощью сверхзвукового потока газа. В дальнейшем полностью ионизированные тяжелые ядра при энергии 11.4A МэВ подаются на вход синхротрона SIS-18.

Максимальная магнитная жесткость синхротрона достигает 18 Тлм, что позволяет разогнать ядра Au<sup>69+</sup> до 1.25A ГэВ, Ag<sup>47+</sup> до 1.5A ГэВ и протоны до 4.5A ГэВ. Длина синхротронного кольца составляет 217 м. Кольцо разделено на 12 идентичных секций. Каждая секция состоит из двух дипольных магнитов для отклонения пучка, трех квадрупольных магнитов и одного секступольного магнита для фокусировки пучка. После синхротрона ускоренные тяжелые ядра подаются на вход эксперимента HADES.

## 2.2 Эксперимент HADES

HADES (High Acceptance DiElectron Spectrometer) является многофункциональной экспериментальной установкой с фиксированной мишенью. Установка базируется на отдельном выводе ускорителя SIS-18 в центре по изучению тяжелых ионов имени Гельмгольца ГСИ, в городе Дармштадт. Физическая программа установки состоит из экспериментов по столкновению как адронов так и тяжелых ядер и направлена на изучение механизмов образования странных частиц и роли барионных резонансов в этих процессах. Схема экспериментальной установки приведена на рис. 2.1 [7]. Эксперимент состоит из 6 секторов, которые расположены радиально симметрично относительно оси пучка. Далее представлено описание основных детекторных подсистем.

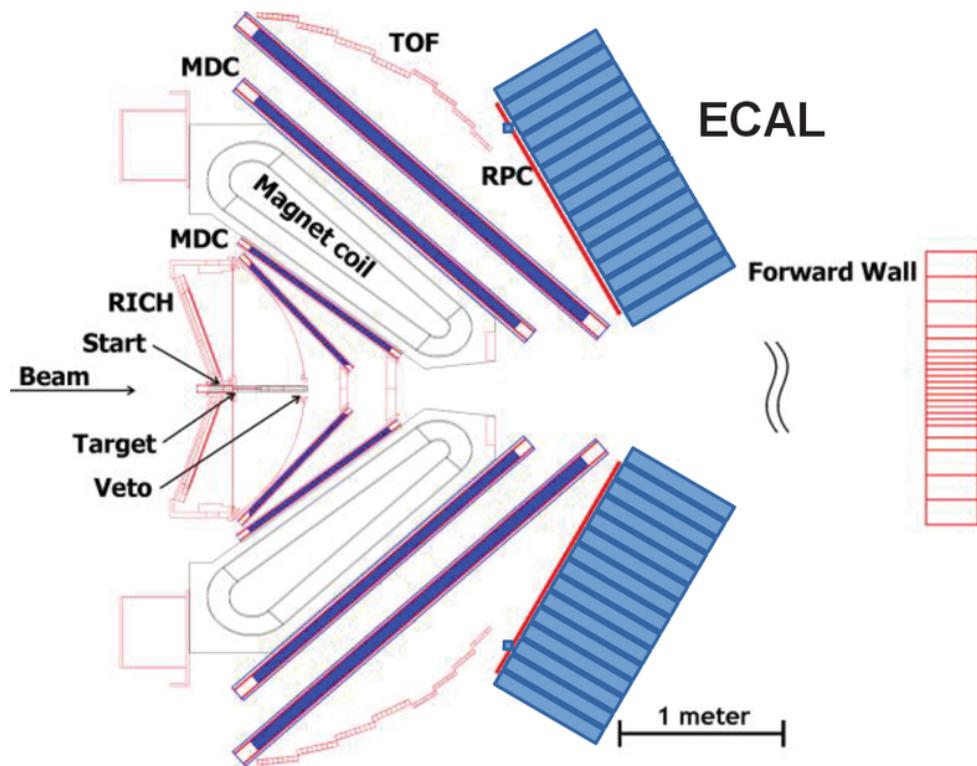


Рисунок 2.1 — Схема эксперимента HADES

### 2.2.1 Мишень

Мишень, на которой происходит взаимодействия ускоренных ядер представляет из себя 15 каптоновых полосок, закрепленных на углеволоконной трубке. На каптоновые полоски толщиной 7 мкм наклеены диски из золота (серебра) толщиной 25 мкм. Расстояние между полосками составляет 4 мм. Общая толщина мишени — 375 мкм, что соответствует общей вероятности взаимодействия в 1.5%. Фотография мишени приведена на рис. 2.2.

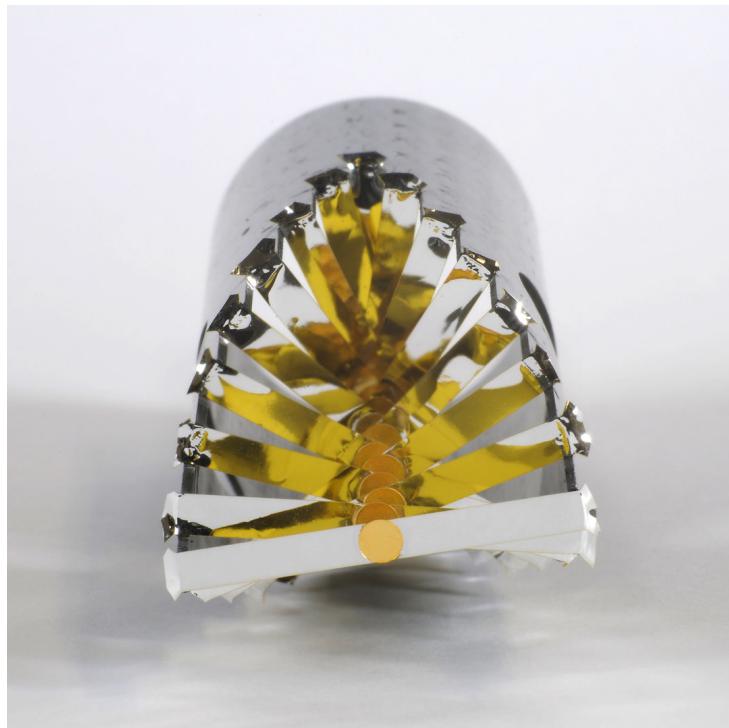


Рисунок 2.2 — Фотография мишени для сеанса  $\text{Au} + \text{Au}$  при энергии  $1.23A$  ГэВ.

### 2.2.2 Магнитный спектрометр

Магнитный спектрометр состоит из 6 тороидальных сверхпроводящих магнитов и 24 многопроволочных дрейфовых камер (MDC). В каждом из 6 секторов две плоскости MDC располагаются до магнита и две — после. Реконструкция импульса производится посредством итеративного решения уравне-

ния движения частиц в локальном магнитном поле при помощи метода Рунге-Кутта. Заряд частицы определяется по отклонению частицы в магнитном поле: положительно заряженные частицы отклоняются, уменьшая значения полярного угла  $\theta$ , отрицательно заряженные — увеличивают значения полярного угла. Реконструкция импульса может выполняться для большого окна полярных углов в широком диапазоне  $p$ : от 0.1 до 2 ГэВ/с. Магнитное поле позволяет измерять импульсы заряженных частиц с разрешением для электронов с энергией 0.15 МэВ  $\Delta p/p \approx 2\%$  и протонов с энергией около 1 ГэВ  $\Delta p/p \approx 4\%$ .

### 2.2.3 Магнит

Магнитное поле создаётся при помощи сверхпроводящего магнита ISLE, который состоит из 6 секторов, которые в первом приближении отклоняют заряженные частицы, изменяя лишь их полярный угол  $\theta$ . При максимальной силе тока  $I=3500$  А, максимум магнитного поля в 3 Тл достигается на краях магнита, а в центре сектора составляет 0.9 Тл. Магнит фокусирует положительно заряженные частицы в направлении оси Z. Сверхпроводящие катушки состоят из ниобий-титанового сплава, инкапсулированного в медную матрицу. Медная матрица необходима для механической стабильности конструкции. Вся сборка упакована в катушки, окруженные аллюминиевым корпусом, который предотвращает механические повреждения в случае внезапного отключения магнитного поля. Катушки окружены системой охлаждения работающей на жидком азоте при температуре 85 К. Токопроводящие элементы дополнительно охлаждаются однофазным гелием при температуре 4.7 К и давлении 2.8 бар.

### 2.2.4 Камеры MDC

Площадь чувствительного материала внутренних камер составляет 0.35 м<sup>2</sup>, а внешних — 3.21 м<sup>2</sup>. Наименьшая чувствительная единица называется чувствительной ячейкой и представляет из себя плоскость с одной чувствительной

и двумя потенциальными проволоками. Катод и анод сделаны из отожженного алюминия, а чувствительная проволока — из покрытого золотом вольфрама. Каждая секция состоит из порядка 1100 чувствительных ячеек, организованных в 6 слоёв, каждый из которых повернут на 20 градусов друг относительно друга ( $\pm 0^\circ$ ,  $\pm 20^\circ$ ,  $\pm 40^\circ$ ). Такая организация чувствительного объема позволяет достичь равномерного разрешения по азимутальному (85-125 мкм) и полярному (35-50 мкм) углам. Первый слой MDC заполнен смесью газов Ar+CO<sub>2</sub> в пропорциях 70:30. Оставшиеся три слоя работают на смеси аргона и изобутана. Заряженная частица, пролетая через чувствительную зону детектора ионизирует газ, и высвобожденные электроны дрейфуют в сторону чувствительной проволоки. Собранный заряд детектируется и восстанавливается пространственная координата в которой произошла ионизация газа.

### 2.2.5 START и VETO детекторы

START и VETO детекторы предназначены для детектирования событий столкновения ядер. START и VETO используются для регистрации времени столкновения  $T_0$  и выработки триггеров. Совместно с времяпролётными детекторами TOF и RPC, START и VETO позволяют измерять время пролёта заряженных частиц. Детектор VETO был разработан для подавления эффекта pile-up, когда на мишени происходит более одного взаимодействия. Детектор имеет малую толщину, приблизительно 60 мкм, и состоит из алмазов, покрытых тонкой плёнкой металла. START детектор в свою очередь собран из алмазов с металлическим напылением, нанесенных тонким слоем на полоски из хромированного золота. Всего 16 полосок шириной 200 мкм с интервалом в 90 мкм обеспечивают высокую точность регистрации налетающего ядра по  $x$  и  $y$ .

### 2.2.6 Времяпролётные детекторы TOF и RPC

Времяпролётный детектор TOF состоит из 384 сцинтилярных стержней из поливинилтолуола, который обладает малой длиной ослабления света, высоким сцинтиляционным выходом и коротким временем распада. Поперечные размеры внутренних стержней составляют  $20 \times 20 \text{ мм}^2$  и внешних —  $30 \times 30 \text{ мм}^2$ . Проходя через сцинтиляционный стержень, заряженная частица возбуждает атомы чувствительного материала, которые затем возвращаются в основное состояние через эмиссию света. Излученный свет распространяется в оба конца детектора, где считывается при помощи двух фотоумножителей. По разности времён регистрации света на двух концах сцинтиляционного стержня затем рассчитывается  $x$ -координата попадания частицы. Также по амплитуде сигнала рассчитываются энергопотери заряженной частицы при прохождении через материал детектора.

Для увеличения аксептанса времяпролётной системы, ближе к оси пучка за детекторами TOF находятся 6 резистивных плоскостных детекторов (RPC). Каждая секция состоит из двух частично перекрывающихся слоёв, в каждом из которых находится 31 полоска RPC. Каждый RPC собран из чередующихся слоев аллюминиевых электродов и изолятора — стекла — в газовом объёме, заполненном смесью  $SF_6$  и  $C_2H_2F_4$ . Заряженные частицы ионизируют газ и дельта-электроны ускоряются магнитным полем в сторону анода, создавая электронную лавину.

### 2.2.7 Трекинговая система

Трекинговая система HADES, предназначенная для реконструкции траекторий заряженных частиц, состоит из четырёх плоскостей многопроволочных дрейфовых камер (MDC). Для измерения импульса заряженных частиц, между второй и третьей плоскостями, располагается сверхпроводящий магнит, отклоняющий проходящие через него частицы. На рис. 2.3 схематически изображена трекинговая система эксперимента HADES. Треки заряженных частиц совме-

щаются из траекторий в плоскостях I и II, и III и IV методом Рунге-Кутта. Импульс заряженной частицы восстанавливается по отклонению в магнитном поле между плоскостями II и III

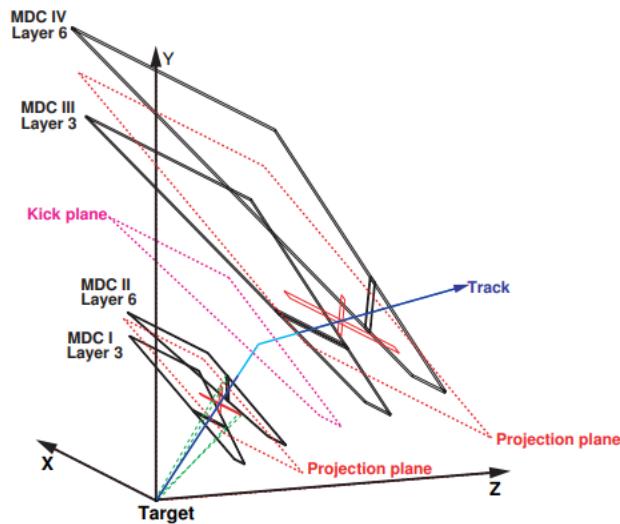


Рисунок 2.3 — Схематическое изображение трекинговой системы эксперимента HADES.

## 2.2.8 Передний годоскоп Forward Wall

Для регистрации фрагментов сталкивающихся ядер, взаимодействовавших с областью перекрытия лишь упруго (спектаторы), спектрометр HADES оборудован годоскопом FW. Детектор имеет модульную структуру и способен измерять заряд фрагментов-спектаторов. Размер модулей годоскопа увеличивается от центральных к периферическим и составляет  $40 \times 40$ ,  $80 \times 80$  и  $160 \times 160$   $\text{мм}^2$  соответственно. Схематично, расположение модулей в годоскопе представлено на рис. 2.4.

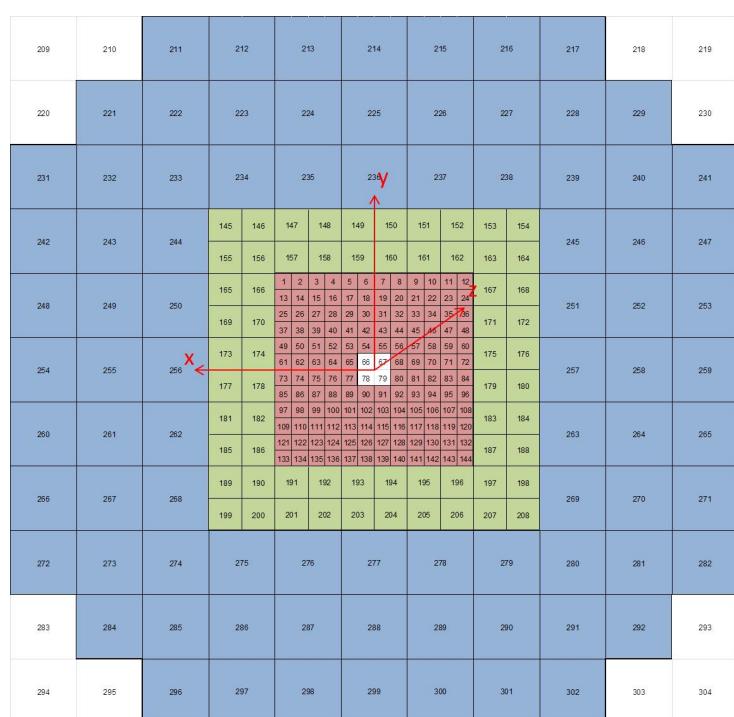


Рисунок 2.4 – Схема расположения модулей переднего годоскопа FW.

## 2.3 Описание экспериментальной установки BM@N

### 2.3.1 Ускорительный комплекс NUCLOTRON-NICA

Эксперимент BM@N располагается на выведенном пучке ускорителя NUCLOTRON, который является частью ускорительного комплекса NICA, ОИ-ЯИ, Дубна. Линейный ускоритель тяжелых ионов Linac инжектирует пучок в кольцевой ускоритель Booster. После ускорения тяжелых ионов в кольце Booster до энергии в  $0.5A$  ГэВ, пучок подаётся на NUCLOTRON. Максимальные энергии, достижимые Nuclotron составляют до  $4.5A$  ГэВ. После ускорения ядер до необходимой энергии, пучок может быть отправлен как на эксперимент BM@N, так и на коллайдер NICA.

### 2.3.2 Схема установки

BM@N является экспериментом с фиксированной мишенью. Схема экспериментальной установки представлена на рис. 2.5. Далее будут рассмотрены основные подсистемы спектрометра, информация с которых была использована для анализа.

### 2.3.3 Трекинговая система

Система реконструкции траекторий заряженных частиц в эксперименте BM@N состоит из четырех станций кремниевых детекторов (Silicon) и семи станций газо-электронных умножителей (GEM). В отличие от HADES, трекинговая система целиком находится в магнитном поле дипольного магнита что позволяет с большой точностью восстанавливать импульсы рожденных в столкновении заряженных частиц. На рис. 2.6 представлено схематическое изображение

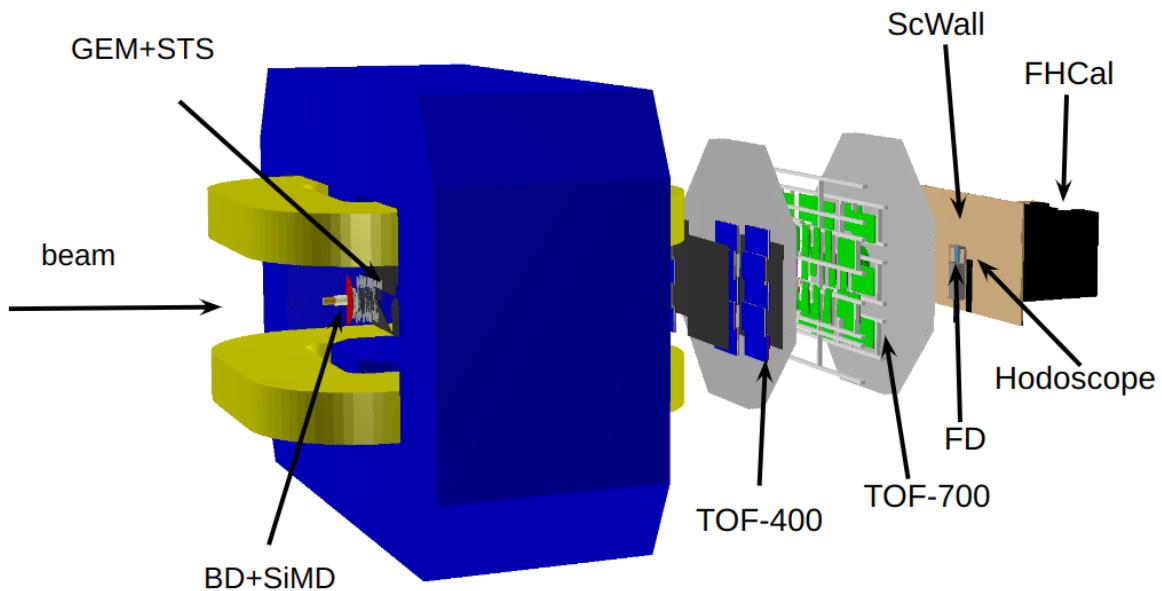


Рисунок 2.5 — Схема эксперимента BM@N.

трекинговой системы в эксперименте BM@N. Траектории заряженных частиц отклоняются магнитным полем дипольного магнита, что позволяет восстанавливать импульс заряженных частиц. Вакуумная пучковая труба позволяет минимизировать столкновения ядер цезия с атомами азота, кислорода и прочими примесями. Поскольку вакуумная труба также расположена в магнитном поле, она имеет искривлённую форму для свободного прохождения невзаимодействовавших ядер пучка.

### 2.3.4 Времяпролётные детекторы TOF-400 и TOF-700

В эксперименте BM@N идентификация заряженных частиц может выполняться только времяпролётным методом, используя информацию с двух станций времяпролётных детекторов, расположенных на расстоянии 400 и 700 см от мишени (TOF-400 и TOF-700 соответственно). Подсистема TOF-400 состоит из двух половин, размещенных симметрично относительно оси пучка. Каждая половина собрана из 5 MRPC детекторов. Каждый детектор покрывает площадь  $60 \times 30 \text{ см}^2$ . Полный геометрический акцептанс всей сборки равен  $1.1 \times 1.3 \text{ м}^2$ .

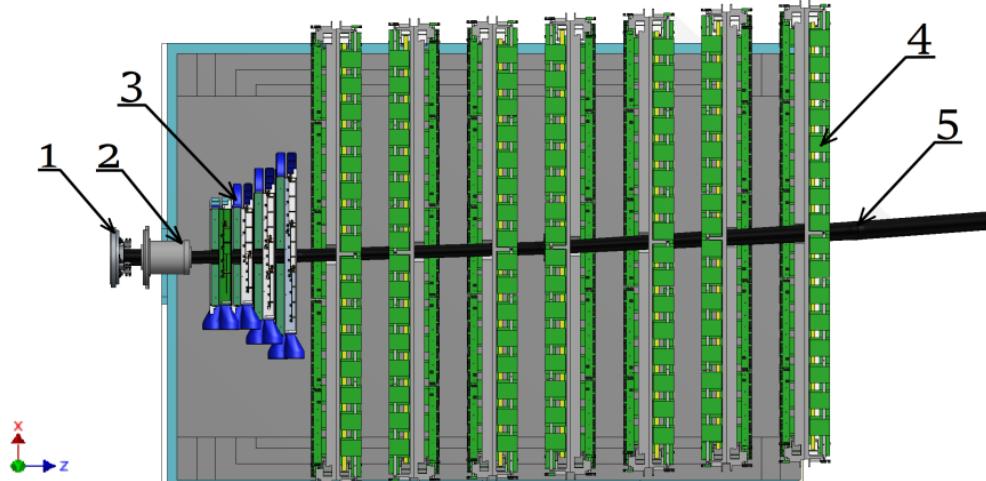


Рисунок 2.6 — Схематическое изображение трекинговой системы в эксперименте BM@N. Цифрами (1) обозначена мишень, (2) — Barell Detector, (3) — STS, (4) — GEM, (5) — Beam Pipe

Дектор TOF-700 покрывает площадь в  $3.2 \times 2.2 \text{ м}^2$ . Подсистема также собрана из MRPC детекторов.

На рис. 2.7 показано распределение заряженных частиц по относительной скорости  $\beta = v/c$  и импульсу деленному на заряд  $p/q$ .

### 2.3.5 Передний адронный калориметр FHCAL

В эксперименте BM@N энерговыделение спектаторных фрагментов измеряется при помощи переднего адронного калориметра FHCAL. Адронный калориметр состоит из 54 модулей, их размеры —  $15 \times 15$  и  $20 \times 20$  см. Схема расположения модулей калориметра представлена на рис. 2.8 справа. Большие модули ( $20 \times 20$  см) обозначены желтым цветом, малые модули ( $15 \times 15$ ) обозначены синим цветом.

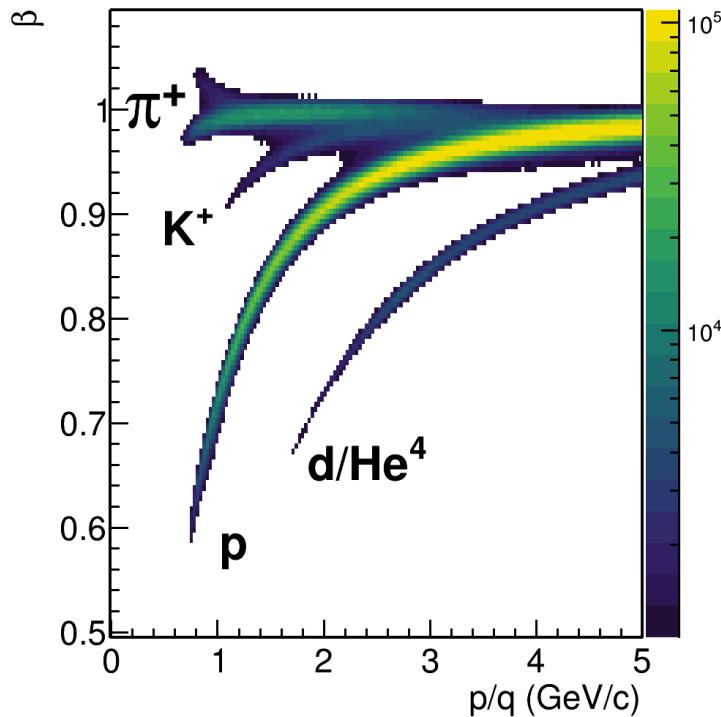


Рисунок 2.7 — Распределение заряженных частиц по относительной скорости  $\beta = v/c$  и импульсу деленному на заряд  $p/q$ .

## 2.4 Выводы к главе 2

В главе описывается устройство экспериментальной установки HADES. Рассмотрены принципы работы основных детекторных подсистем, таких как трекинговая система, триггерная система, времяпролётная система и передний гадоскоп Forward Wall. В главе приведено краткое описание установки BM@N и ее детекторов. Рассмотрены принципы работы трекинговой системы, описано устройство времяпролётной системы и переднего адронного калориметра FHCAL.

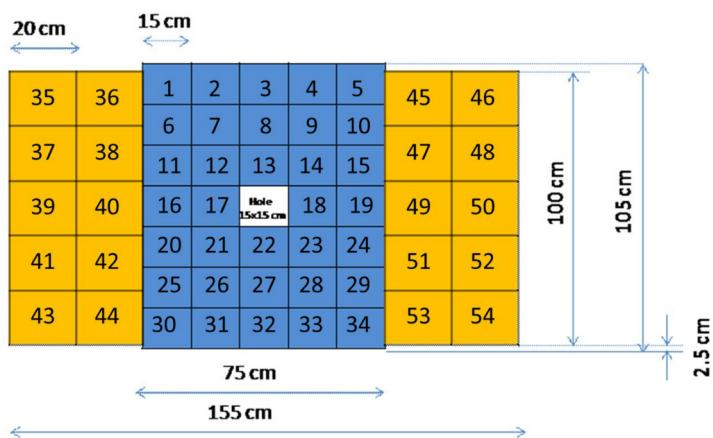


Рисунок 2.8 — Схема расположения модулей переднего адронного калориметра FHCAL.

## Глава 3. Экспериментальные методы измерения коллективной анизотропии

В этой главе рассматриваются детали анализа экспериментальных данных с установки HADES, и данных Монте-Карло моделирования установки BM@N. В главе приведены критерии отбора данных, обсуждаются процедуры определения центральности и идентификации заряженных частиц. Приводятся детали анализа азимутальной анизотропии рожденных в столкновении протонов, вычисления поправок на разрешение плоскости симметрии и азимутальную неоднородность детектора.

### 3.1 Эксперимент HADES

#### 3.1.1 Критерии отбора столкновений и рожденных частиц

В работе приводятся результаты анализа экспериментальных данных, полученные из столкновений ядер Au+Au при энергии  $E_{kin} = 1.23A$  ГэВ а также ядер Ag+Ag при энергиях  $E_{kin} = 1.23A$  и  $1.58A$  ГэВ, полученные на установке HADES. Всего было проанализировано около 100 миллионов столкновений Au+Au и по 500 миллионов столкновений для Ag+Ag при обеих энергиях. Для исследования использовались столкновения разделенные по времени и восстановленной вершиной лежащей в области мишени. Траектории заряженных частиц были отобраны на основании качества аппроксимации трека. Для отбора первичных частиц использовался критерий на минимальное расстояние между ее траекторией и первичной вершиной.

Для анализа использовались события столкновений тяжелых ядер, вершина которых лежала в следующих границах:  $\sqrt{x_v^2 + y_v^2} < 3$  мм и  $z_v \in (-60, 0)$  мм. Распределение событий по восстановленной вершине показано на рис. 3.1. Слева представлено распределение восстановленной вершины по оси  $z$ , справа — в плоскости  $x - y$  для столкновений Au + Au при  $E_{kin} = 1.23A$  ГэВ.

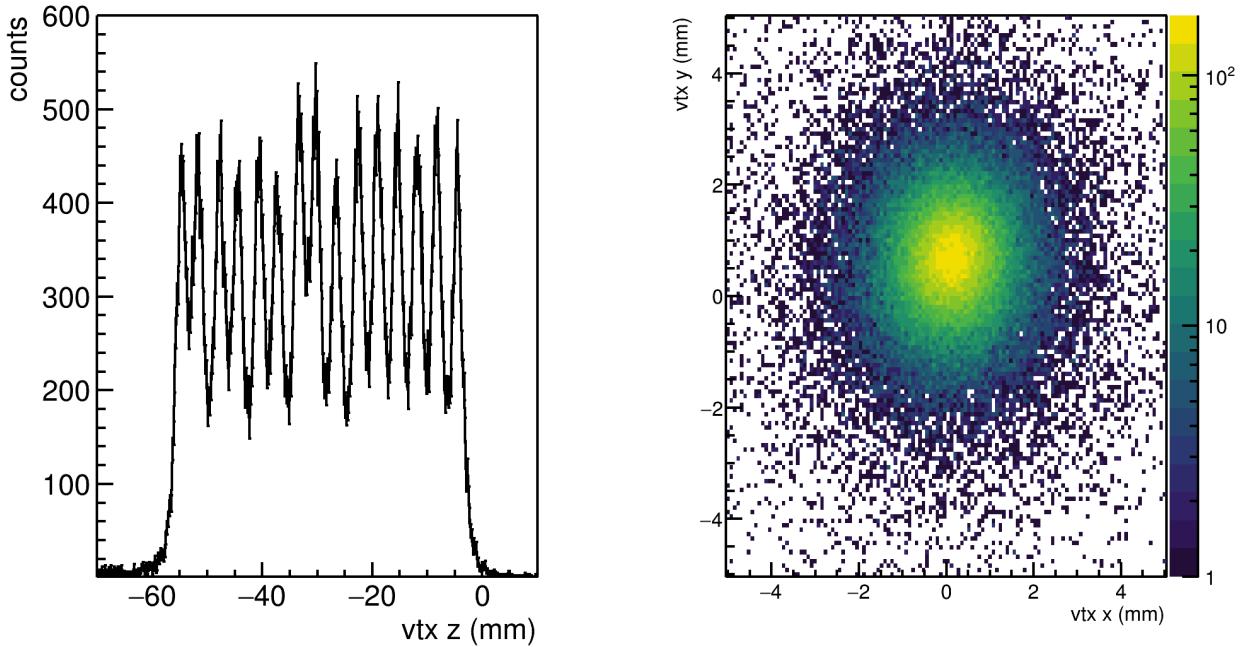


Рисунок 3.1 — Слева: распределение восстановленной вершины по оси  $z$ , справа: в плоскости  $x - y$  для столкновений Au + Au при  $E_{kin} = 1.23A$  ГэВ.

Отбор событий для сеанса Au+Au состоит из следующих флагов:

- kGoodTrigger: Этот флаг используется для выбора событий, соответствующих триггеру множественности РТЗ, что соответствует более чем 20 попаданиям в детектор TOF. С точки зрения центральности это соответствует максимальному значению центральности 45%, однако этот срез не резкий.
- kGoodVertexClust: Требуется, чтобы реконструкция вершины события была выполнена успешно ( $\chi^2_{vert} > 0$ ) хотя бы по одному треку. Положение вершины должно быть в области мишени, т.е.  $65 \text{ мм} < z < 0 \text{ мм}$  вдоль пучка и  $R_{Vert} \leq 4 \text{ мм}$ .
- kGoodVertexCand: Этот флаг подразумевает те же ограничения, что и предыдущий, за исключением того, что теперь требуется не менее двух идентифицированных частиц.
- kGoodSTART: Существует хотя бы одно попадание в один из двух модулей детектора START, чтобы была возможна возможность произвести измерение времени пролета.
- kNoPileUpSTART: В START обнаружен только один кластер попаданий в пределах временного окна  $5 \text{ нс} < T_{START} < 15 \text{ ns}$  вокруг измеренного

времени START. Второе столкновение может привести к наложению событий и неправильным результатам в определении времени пролета.

- kNoVETO: Если было обнаружено попадание START, но столкновение не произошло, вероятность того, что этот ион также сгенерирует попадание VETO, очень высока. Поэтому  $\pm 15$  нс вокруг времени START не должно быть попадания в детектор VETO. Попадание в VETO также может сигнализировать о наложении событий.
- kGoodSTARTVETO: События не рассматриваются, если  $15 \text{ нс} < T_{\text{START}} < 350 \text{ нс}$  после времени START было обнаружено второе попадание в START без соответствующего попадания VETO.
- kGoodSTARTMETA: Поскольку VETO имеет умеренную эффективность, чтобы дополнительно исключить наложение событий, то же условие kGoodSTARTVETO также применяется для корреляции второго попадания START с попаданиями в систему детектора META. Считается, что корреляция найдена, если более четырех попаданий META обнаружено в пределах временного окна 712 нс после второго попадания START.

Для сеанса пучка Ag+Ag выбор событий был улучшен, и поэтому некоторые флаги были обновлены. Чтобы не повторяться, далее будут кратко изложены только изменения по сравнению с сеансом пучка Au+Au:

- kGoodSTART: Условие, что три самых быстрых времени пролета находятся между  $5 \text{ нс} < T_{\text{TOF}} < 9 \text{ нс}$  для длины трека 2.1м.
- kNoSTART: Этот флаг заменяет старый kNoPileUpSTART. Это то же самое условие, применяемое для детектора START, как и в флаге kNoVETO.
- kGoodSTARTVETO: Условие исключения событий со вторичным попаданием START без корреляции с попаданием VETO в пределах  $15 \text{ нс} < T_{\text{START}} < 350 \text{ нс}$ .

Каждый заряженный трек состоит из трех частей: внутреннего и внешнего сегмента трека, а также попадания в детектор META. Особенно в столкновениях тяжелых ионов, когда плотности треков высоки, это приводит к множественным комбинациям, из которых необходимо выбрать наиболее вероятный кандидат на трек.

Чтобы уменьшить количество возможных комбинаций в качестве первого шага применяются минимальные требования к качеству трека. Кандидат на трек должен иметь реконструированный импульс  $p > 0$  ГэВ/с и качество аппроксимации траектории  $\chi^2_{RK} < 1000$ . Кроме того, аппроксимация внутреннего сегмента траектории должна сходиться, т.е.  $chi^2_{inner} > 0$ . Время пролета должно быть ниже 60 нс, в то время как скорость  $\beta > 0$ . Последнее требование касается сопоставления с попаданием во времяпролётный детектор:  $\chi^2_{TOF} < 3$  и расстояние между траекторией и попаданием менее 4 мм.

После этого отбора внутренние и внешние сегменты треков объединяются в соответствии с принципом, что одному внешнему сегменту трека может отвечать только один внутренний сегмент. Однако один внутренний сегмент может быть объединен с двумя внешними сегментами, имеющими отдельные или общее попадание во времяпролётную систему. Также может быть, что два различных внутренних и внешних сегмента указывают на одно и то же МЕТА-попадание. Количество комбинаций сильно зависит от количества попаданий в MDC и, следовательно, от центральности столкновения. Задача состоит в том, чтобы выбрать правильный трек из всех этих комбинаций. Это делается процедурой, называемой сортировкой треков. Трекки сортируются в соответствии с их качеством реконструкции, т.е. по  $\chi^2_{RK}$ . Выбирается комбинация с лучшим  $\chi^2_{RK}$ , и все ее компоненты помечаются флагом kIsUsed. Затем они удаляются из списка, и процедура продолжается для оставшихся комбинаций треков. Следуя этой процедуре, гарантируется, что ни один компонент трека не используется дважды в анализе. Выбор правильной комбинации треков имеет решающее значение, поскольку он может повлиять как на определение импульса, так и на определение времени пролета. Например, когда трек пиона сопоставляется с попаданием во времяпролётную систему от протона, это приводит к неправильно рассчитанным массам.

Для измерения направленного потока использовались траектории заряженных частиц которые были экстраполированы в вершину столкновения. Траектории которые имели расстояние до восстановленной точки взаимодействия более 10 мм не использовались в анализе. На рис. 3.2 показано распределение восстановленных траекторий заряженных частиц по расстоянию наименьшего сближения с вершиной столкновения для Au + Au при  $E_{kin} = 1.23A$  ГэВ.

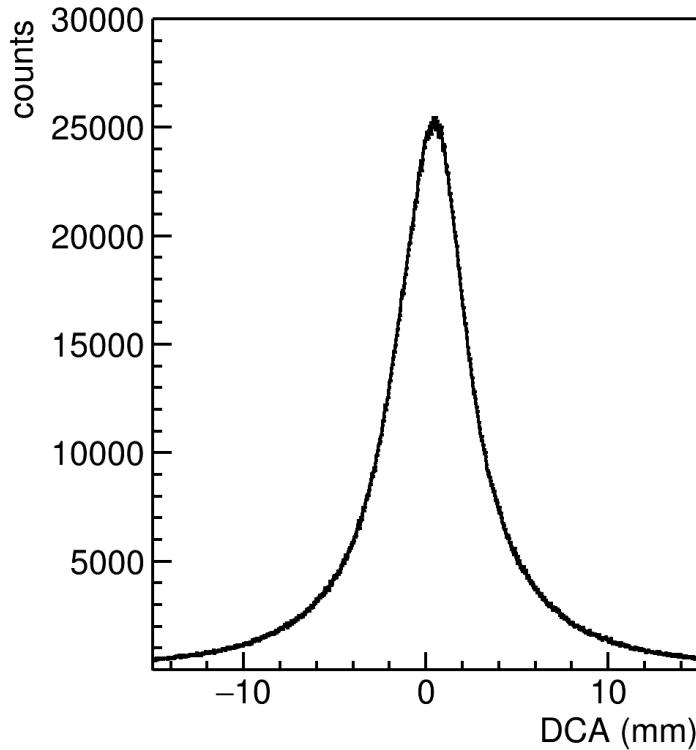


Рисунок 3.2 — Распределение восстановленных траекторий заряженных частиц по расстоянию наименьшего сближения с вершиной столкновения для  $\text{Au} + \text{Au}$  при  $E_{kin} = 1.23A$  ГэВ.

### 3.1.2 Определение центральности столкновения

Центральность столкновений в эксперименте HADES была определена на основе числа срабатываний времязадержки системы. Регистрация столкновения выполняется по величине, пропорциональной множественности рожденных в столкновении частиц. Триггер столкновения вырабатывается при превышении сигналом заданного порога. Наиболее вероятными являются периферические столкновения, однако в силу малой множественности эти столкновения могут не вырабатывать необходимый сигнал для срабатывания триггера. Это приводит к тому, что экспериментальное распределение множественности смещается в сторону более центральных столкновений. Определенные классы центральности по такому распределению множественности тоже будут смещены. К примеру, на рис. 3.3 представлено сравнение множественности срабатываний времязадержки системы TOF+RPC для центрального триггера в столкновениях  $\text{Au} + \text{Au}$  при  $E_{kin} = 1.23$  и  $\text{Ag} + \text{Ag}$  при  $E_{kin} = 1.23$  и  $E_{kin} = 1.58A$  ГэВ.

Максимальная множественность в столкновениях ядер золота почти в 2 раза превышает максимальную множественность в столкновениях ядер серебра при одной энергии. Для всех систем и энергий заметен спад в распределении для небольших значений множественности, который объясняется ограниченной эффективностью центрального триггера.

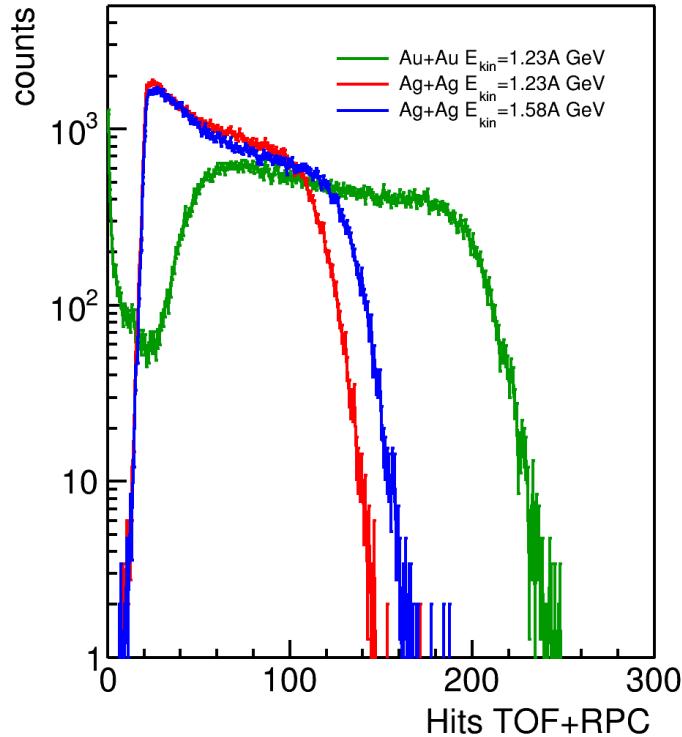


Рисунок 3.3 — Сравнение множественности срабатываний времязадерживающей системы TOF+RPC для центрального триггера в столкновениях Au + Au при  $E_{kin} = 1.23$  и Ag + Ag при  $E_{kin} = 1.23$  и  $E_{kin} = 1.58A$  ГэВ.

Для восстановления истинного распределения множественности с полным сечением неупругого взаимодействия и сопоставления классов центральности со средними значениями геометрических параметров в этих классах использовался метод МК-Глаубера [41]. При помощи модели МК-Глаубера (параметры распределения Вудса-Саксона (1.8):  $R = 6.55$  фм и  $a = 0.52$  фм [52]) разыгрывалось число нуклонов-участников  $N_{part}$  и число нуклон-нуклонных столкновений  $N_{col}$ . Затем, варьируя параметры отрицательного биномиального распределения  $f$ ,  $\mu$  и  $k$ , моделированное распределение множественности подгонялось под экспериментально измеренное распределение числа срабатываний времязадерживающей системы TOF+RPC. Подгонка выполнялась в области высокой эффективности триггера. Восстановленное распределение множественности из связки МК-Глаубера

бера и отрицательного биномиального распределения было разбито на классы центральности. В каждом классе центральности из модели МК-Глаубера были извлечены средние значения геометрических параметров.

На рис. 3.4 слева представлено распределение множественности срабатываний системы TOF-RPC в сеансе Au + Au при энергии 1.23A ГэВ. Макрерами разных цветов обозначены данные, собранные с различными триггерами: "min-bias" — триггер минимального смещения множественности и "central" — триггер центральных событий. Красная линия обозначает восстановленное методом МК-Глаубера распределение множественности с полным сечением. Вертикальные линии обозначают границы классов центральности по множественности. Для триггера центральных событий (зеленые маркеры) наблюдается хорошее согласие с восстановленной множественностью (красная линия) для классов центральности 0-30%. Триггер минимального смещения множественности (синие маркеры) эффективен для классов центральности 0-60%. Справа представлено распределение столкновений по множественности и прицельному параметру из модели МК-Глаубера. Горизонтальными пунктирными линиями обозначены границы классов центральности. Для каждого из классов центральности было рассчитано среднее значение прицельного параметра.

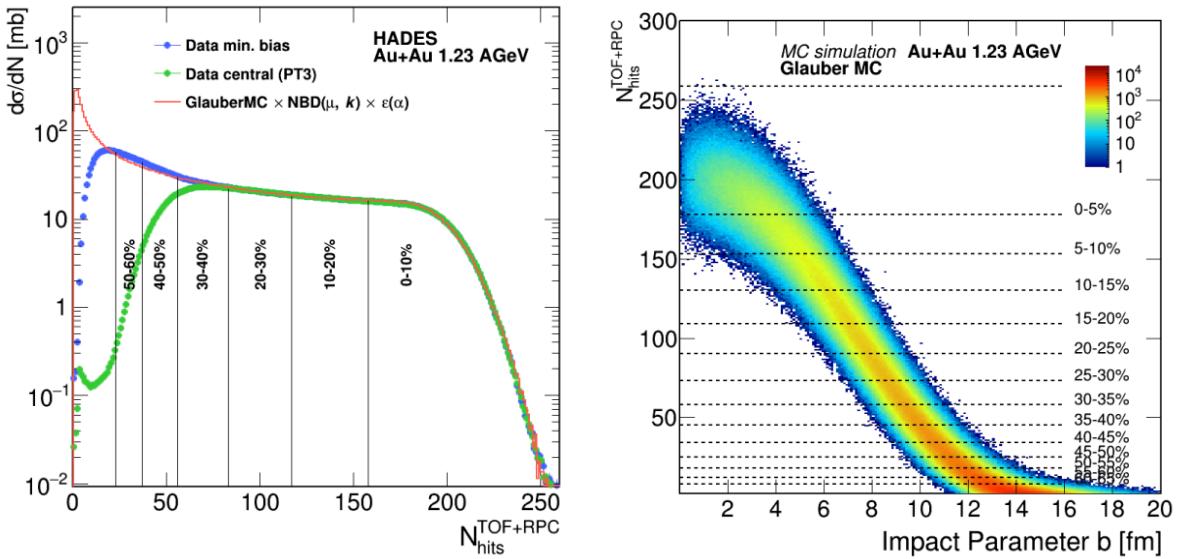


Рисунок 3.4 — Слева: распределение множественности срабатывающих систем TOF-RPC в сеансе Au + Au при энергии 1.23A ГэВ. Справа: распределение разыгранной множественности методом МК-Глаубера и прицельного параметра для столкновений Au + Au при энергии 1.23A ГэВ.

centrality	Au+Au 1.23AGeV		Ag+Ag 1.23AGeV		Ag+Ag 1.58AGeV	
	$N_{min}^{TOF+RPC}$	$N_{max}^{TOF+RPC}$	$N_{min}^{TOF+RPC}$	$N_{max}^{TOF+RPC}$	$N_{min}^{TOF+RPC}$	$N_{max}^{TOF+RPC}$
0–5%	180	-	102	-	116	-
5–10%	157	180	90	102	101	116
10–15%	136	157	79	90	89	101
15–20%	117	136	68	79	77	89
20–25%	99	117	58	68	66	77
25–30%	82	99	49	58	57	66
30–35%	68	82	41	49	48	57
35–40%	55	68	34	41	41	48

Таблица 1 — Границы классов центральности по множественности срабатываний времяпролётной системы TOF+RPC для столкновений Au + Au при  $E_{kin} = 1.23A$  ГэВ и Ag + Ag при  $E_{kin} = 1.23A$  ГэВ и  $E_{kin} = 1.23A$  ГэВ.

### 3.1.3 Идентификация протонов времяпролётным методом

Для измерения времени пролёта, установка HADES оборудована времяпролётными системами TOF и RPC, которые располагаются за трекинговой системой (см. рис. 2.1). Детектор TOF состоит из сцинтиляционных стержней, ориентированных радиально. Детекторная подсистема RPC представляет из себя набор резистивных камер. Идентификация частиц проводилась одновременно времяпролётным методом и по энерговыделению в камерах MDC. На рис. 3.5 представлено распределение заряженных частиц, зарегистрированных трекинговой системой HADES по относительной скорости  $\beta$  и импульсу делённому на заряд  $p/q$ . Используя соотношение:

$$p = \frac{m\beta}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad (3.1)$$

где  $p$  — импульс частицы,  $m$  — ее масса,  $\beta = v/c$ , ее относительная скорость, можно рассчитать массу частицы.

Распределение заряженных частиц, зарегистрированных трекинговой системой HADES по квадрату массы  $m^2$  и импульсу делённому на заряд  $p/q$  представлено на рис. 3.6 (слева). Ожидается, что массы рожденных частиц, измеренные времяпролётным методом будут распределены согласно нормальному распределению. Среднее этого распределения для каждого типа частиц не должно зависеть от импульса частицы, однако в эксперименте наблюдается сдвиг в сто-

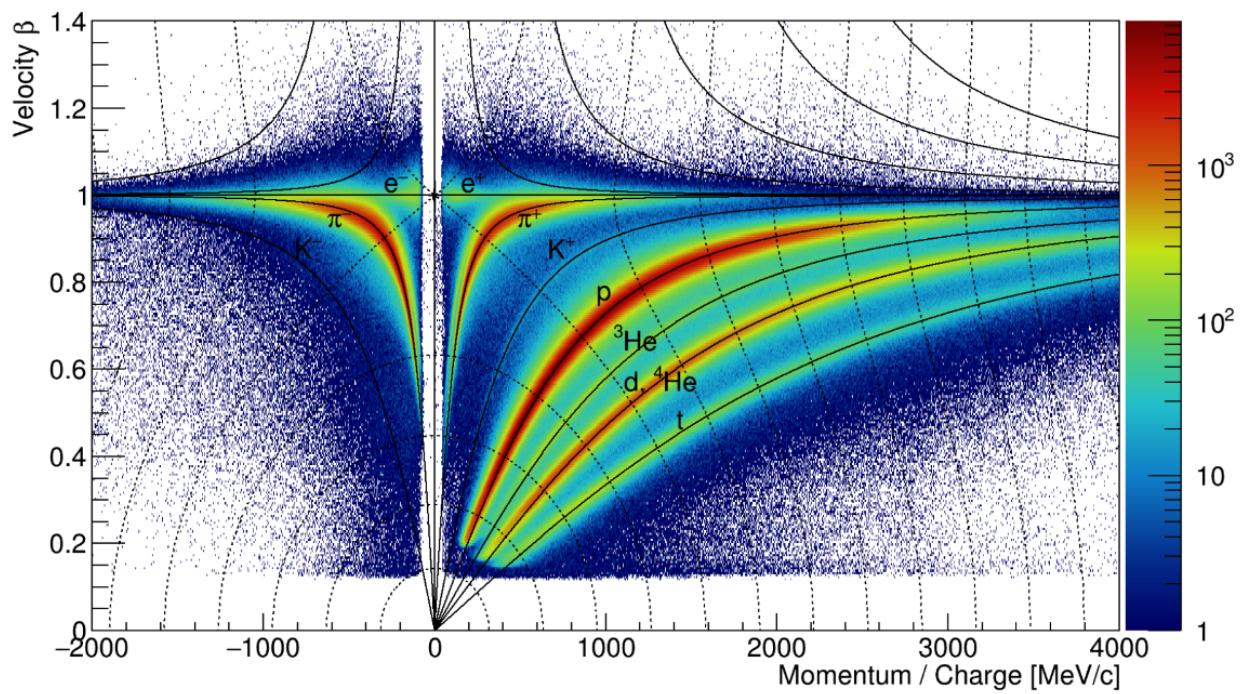


Рисунок 3.5 — Распределение заряженных частиц, зарегистрированных трекинговой системой HADES по относительной скорости  $\beta$  и импульсу делённому на заряд  $p/q$ .

рону меньших значений для протонного пика. Этот систематический сдвиг может быть объяснён ошибкой при измерении частиц с малыми импульсами. Большая кривизна траектории может приводить к ошибкам при ее реконструкции. Ширина распределения для каждого вида частиц увеличивается с ростом импульса. Этот эффект объясняется ограниченным разрешением времепролётной системы, в которой при больших импульсах время пролёта восстанавливается с большей относительной ошибкой. Каждый из пиков для разных типов частиц аппроксимируется функцией гаусса в узких диапазонах импульса. Затем на основании этих аппроксимаций происходит отбор кандидатов в частицы для каждого типа. Отобранные протоны представлены на рис. 3.6 (справа).

### 3.1.4 Эффективность реконструкции протонов

Эффективность реконструкции протонов была рассчитана при помощи Монте-Карло моделирования отклика детектора. В качестве входных дан-

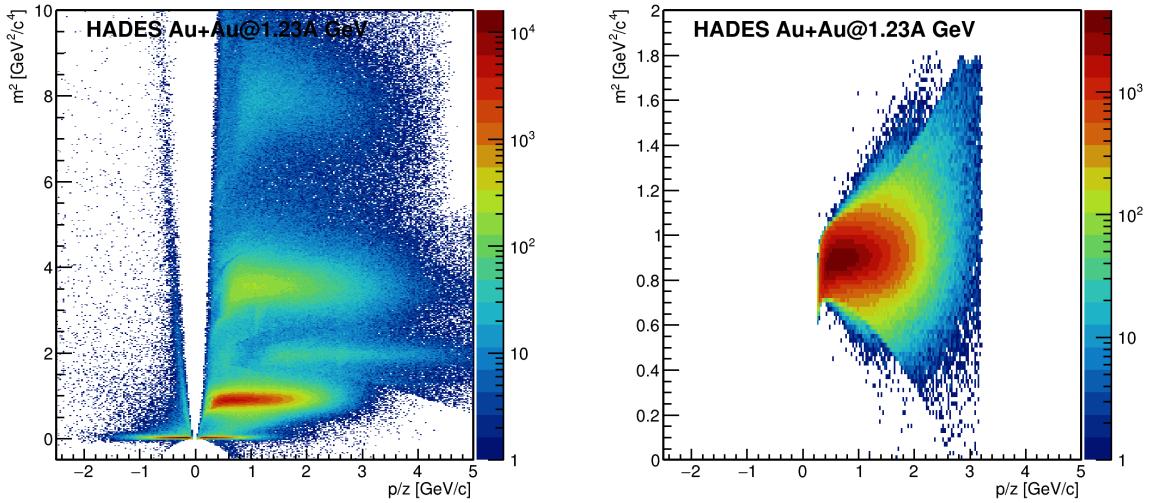


Рисунок 3.6 — Распределение заряженных частиц, зарегистрированных трекинговой системой HADES по квадрату массы деленному на квадрат заряда  $m^2/q^2$  и импульсу делённому на заряд  $p/q$ : Для всех заряженных частиц (слева), для отобранных протонов (справа).

ных использовалась физическая модель DCM-QGSM-SMM [53; 54]. Реалистичный отклик детекторов был смоделирован при помощи программного пакета GEANT3. Далее по модели отклика детектора была произведена реалистичная реконструкция. Эффективность реконструкции определяется формулой:

$$e(y, p_T) = \frac{N_{rec}(y, p_T)}{N_{sim}(y, p_T)}, \quad (3.2)$$

где  $e(y, p_T)$  — эффективность реконструкции для данных значений поперечного импульса ( $p_T$ ) и быстроты ( $y$ ),  $N_{rec}$  — число реконструированных частиц,  $N_{sim}$  — число смоделированных частиц. На рис. 3.7 представлена эффективность реконструкции протонов как функция быстроты ( $y$ ) и поперечного импульса ( $p_T$ ) для столкновений Au + Au при энергии  $E_{kin}=1.23A$  ГэВ (слева), Ag + Ag при энергии  $E_{kin}=1.23A$  ГэВ (посередине) и  $E_{kin}=1.58A$  ГэВ (справа).

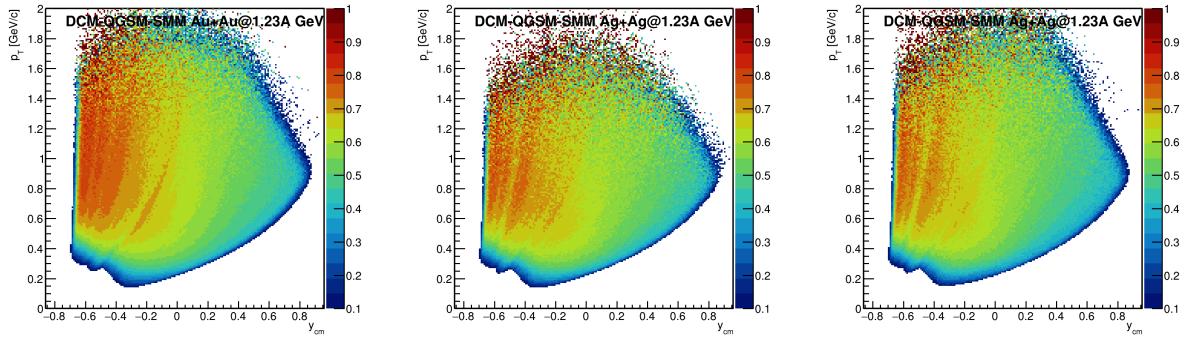


Рисунок 3.7 — Эффективность реконструкции протонов как функция быстроты ( $y$ ) и поперечного импульса ( $p_T$ ) для столкновений Au + Au при энергии  $E_{kin}=1.23A$  ГэВ (слева), Ag + Ag при энергии  $E_{kin}=1.23A$  ГэВ (посередине) и  $E_{kin}=1.58A$  ГэВ (справа).

### 3.1.5 Кинематические области используемые для определения $Q_1$ векторов

Оценка плоскости симметрии в работе производилась по асимметрии распределения заряда спектаторов в детекторе FW. В качестве веса при вычислении  $Q_1$ -вектора использовался сигнал, зарегистрированный в модуле. На рис. 3.8 представлено распределение сигнала в модулях сцинтиляционной стенки FW для столкновений Au + Au при  $E_{kin}=1.23A$  ГэВ (слева), Ag + Ag при  $E_{kin}=1.23A$  ГэВ (посередине) и  $E_{kin}=1.58A$  ГэВ (справа). Наиболее выраженный пик отвечает заряду  $Z = 1$  (signal=100). Также наблюдаются пики для зарядов  $Z = 2$  и  $Z = 3$ . События срабатывания модулей стенки с большими зарядами фрагментов редки.

$Q_1$ -вектора из сцинтиляторной стенки вычислялись согласно формуле (1.28) с  $n = 1$ :

$$\begin{aligned} Q_1^x &= \frac{1}{C} \sum_{k=1}^N w_k \cos \phi_k \\ Q_1^y &= \frac{1}{C} \sum_{k=1}^N w_k \sin \phi_k, \end{aligned} \quad (3.3)$$

где  $\phi$  — азимутальный угол и  $w_k$  — сигнал в  $k$ -м модуле. Номировочный коэффициент в случае метода скалярного произведения был равен  $C = \sum_{k=1}^N w_k$ , а в случае метода плоскости события:  $C = \sqrt{(Q_1^x)^2 + (Q_1^y)^2}$ . Модули детектора

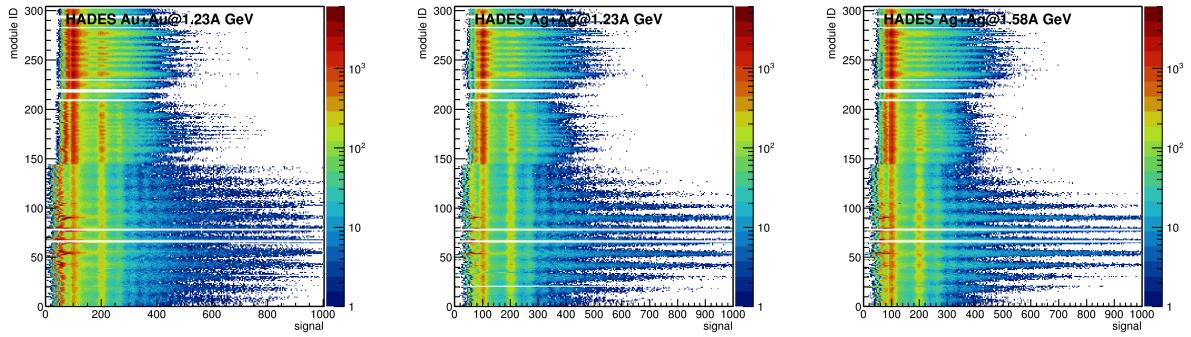


Рисунок 3.8 — Распределение сигнала в модулях сцинтиляционной стенки FW для столкновений Au + Au при  $E_{kin}=1.23A$  ГэВ (слева), Ag + Ag при  $E_{kin}=1.23A$  ГэВ (посередине) и Ad+Ad@1.58A ГэВ (справа).

FW были разделены на 3 группы: центральные (W1), средние (W2) и периферические (W3).

Для оценки систематической ошибки вызванной непотоковыми корреляциями были введены 2 дополнительных  $Q_1$ -вектора из треков заряженных частиц. Векторы  $Q_1$  были построены из протонов с поперечным импульсом  $p_T < 2.0$  ГэВ с быстротами  $0.35 < y_{cm} < 0.55$  (Mf) и  $-0.55 < y_{cm} < -0.35$  (Mb). Для  $Q_1$ -векторов из треков заряженных частиц вычисления производились согласно формуле (1.14):

$$\begin{aligned} Q_1^x &= \frac{1}{C} \sum_{k=1}^N \cos \phi_k \\ Q_1^y &= \frac{1}{C} \sum_{k=1}^N \sin \phi_k, \end{aligned} \quad (3.4)$$

где  $\phi_k$  — азимутальный угол импульса  $k$ -й частицы. Для метода скалярного произведения нормировочный коэффициент  $C = N$ , в случае метода плоскости события:  $C = \sqrt{(Q_1^x)^2 + (Q_1^y)^2}$ .

Схематически расположение полученных векторов в плоскости  $\eta$ - $p_T$  изображено на рис 3.9.

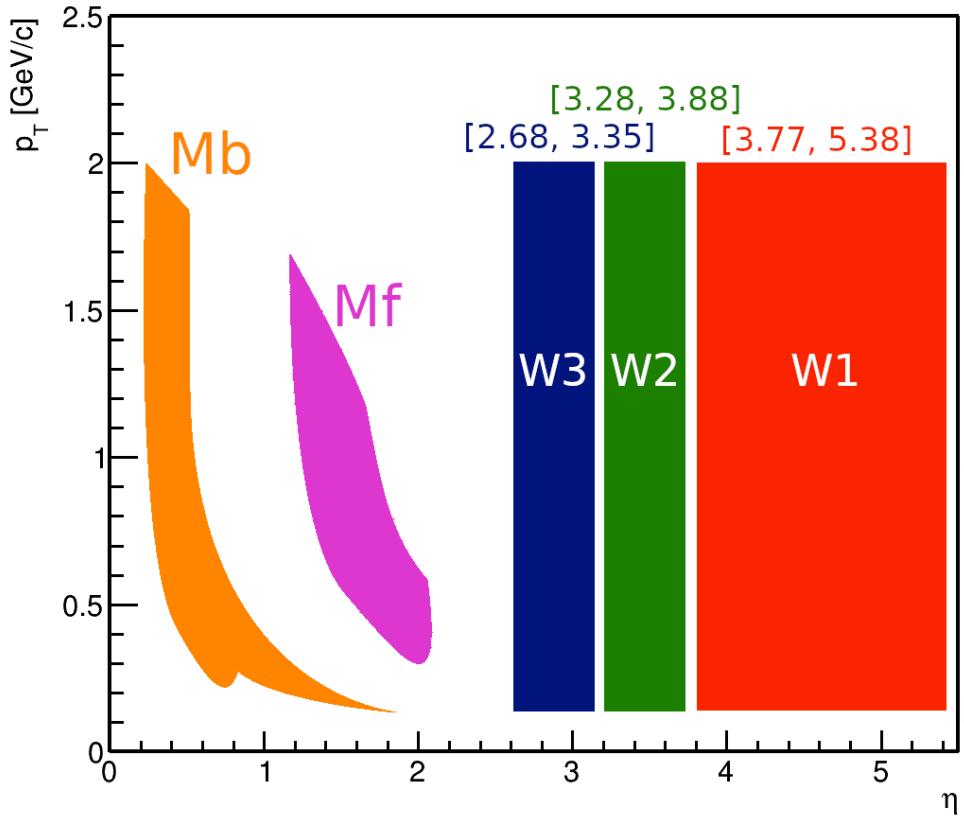


Рисунок 3.9 — Аксептанс по псевдобыстроте  $\eta$  для подсобытий из FW и поперечному импульсу  $p_T$  для подсобытий из MDC, использованных для расчета направленного потока протонов в столкновениях ядер золота и серебра.

### 3.2 Вычисление статистических погрешностей

Некоторые  $Q_n$ -вектора участвуют одновременно в нескольких корреляциях, к примеру как в уравнении (1.14). Корреляции  $\langle Q_1^a, Q_1^b \rangle$ ,  $\langle Q_1^a, Q_1^c \rangle$  и  $\langle Q_1^b, Q_1^c \rangle$  не являются независимыми измерениями, поэтому ошибки этих измерений скоррелированы. В этом случае погрешность косвенных измерений, описываемая формулой ниже не является правильной:

$$\Delta f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial a} \delta a\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial b} \delta b\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial c} \delta c\right)^2}, \quad (3.5)$$

где  $f$  — некоторая величина, вычисленная при помощи измеряемых  $a$ ,  $b$  и  $c$ .

В данной работе для подавления корреляции ошибок использовался метод Bootstrap [55]. Суть этого метода заключается в разбиении выборки на неэквивалентные поднаборы. Тогда статистическая ошибка будет выражаться как среднеквадратичное отклонение распределения величины  $f$ , вычисленной в каждом поднаборе:

$$\Delta f = \sqrt{\frac{\sum_k w_k (f_k - \langle f \rangle)^2}{\sum_k w_k - 1}}, \quad (3.6)$$

где  $w_k$  — множественность данного поднабора,  $f_k$  — величина, вычисленная в данном поднаборе,  $\langle f \rangle$  — величина, вычисленная по всей выборке.

### 3.2.1 Коррекция азимутальной анизотропии аксептанса детектора

Азимутальный аксептанс трекинговой системы в зависимости от быстроты частицы приведён на рис. 3.10. Азимутальный аксептанс трекинговой системы не является однородным, поскольку стыки секций трекинговой системы не способны регистрировать заряженные частицы. Неоднородность увеличивается с ростом быстроты, поскольку площадь нечувствительного объёма по отношению к чувствительному уменьшается с ростом полярного угла  $\theta$ .

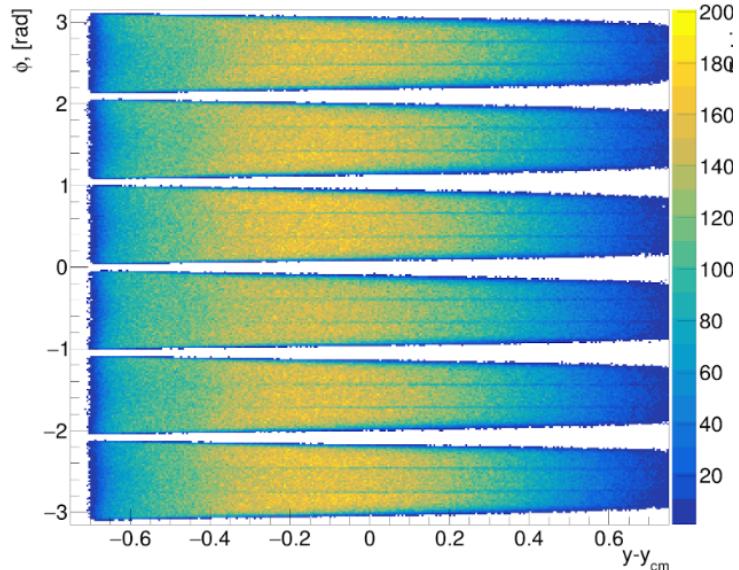


Рисунок 3.10 — Азимутальный аксептанс трекинговой системы эксперимента HADES в зависимости от быстроты частицы.

Для коррекции азимутальной неоднородности аксептанса был использован метод, предложенный в [51]. Данный метод основан на том, что азимутальное распределение частиц, рожденных в столкновениях, должно быть изотропным, поскольку угол плоскости реакции от события к событию распределен равномерно. Азимутальная неоднородность чувствительного объема детектора вносит искажения в азимутальное распределение зарегистрированных частиц. Для коррекции на этот эффект, в статье [51] вводятся поправки перецентровки, поворота и ремасштабирования. Схематически, действие этих поправок представлено на рис. 3.11.

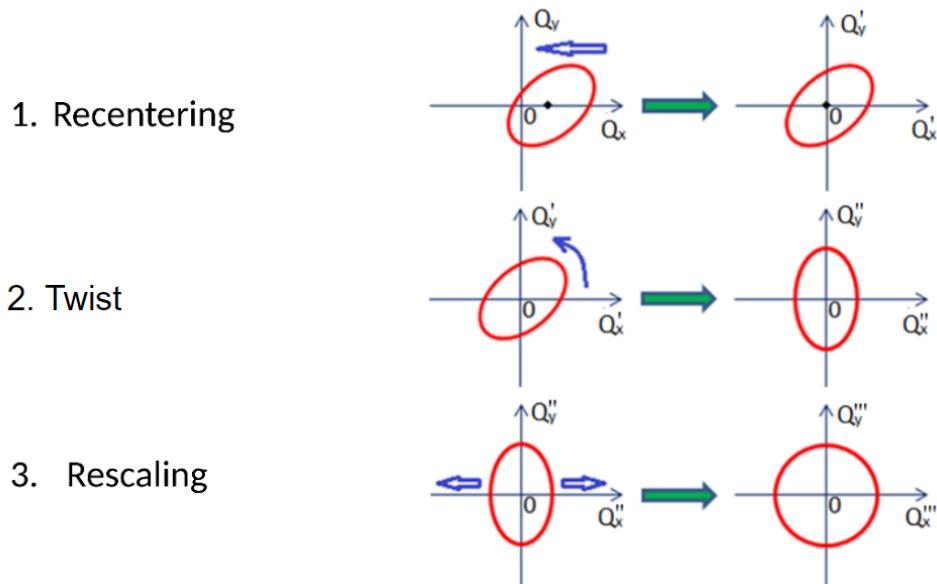


Рисунок 3.11 — Схематическое изображение поправок предложенных в [51].

Описанные выше поправки применялись для коррекции азимутальной неоднородности аксептанса детектора мультидифференциально. Для  $Q_1$ -векторов коррекции применялись в каждом классе центральности от 0% до 40% с шагом 5%. Для поправок на азимутальную неоднородность трекинга, коррекции на  $u_1$ -вектор применялись аналогично в каждом классе центральности а также дифференциально по поперечному импульсу  $p_T$  и быстроте  $y_{cm}$ . Остаточные эффекты азимутальной неоднородности аксептанса в данной работе оцениваются как разность между корреляцией компонент  $u_1$  и  $Q_1$ -векторов:

$$\delta_{acc.} = |\langle x_1 X_1 \rangle - \langle y_1 Y_1 \rangle|, \quad (3.7)$$

где  $\delta_{acc.}$  — остаточная ошибка после применения коррекций,  $x_1$  и  $y_1$ , и  $X_1$  и  $Y_1$  — компоненты  $u_1$  и  $Q_1$ -векторов соответственно.

Сравнение  $v_1^{uncorr.}$ , полученного с использованием различных компонент  $u_1$  и  $Q_1$ -векторов, представлено на рис 3.12. Направленный поток не корректирован на разрешение плоскости симметрии для оценки вклада неоднородного аксептанса трекинговой системы. После применения поправок на азимутальную анизотропию аксептанса, остаточный эффект составляет 2%.

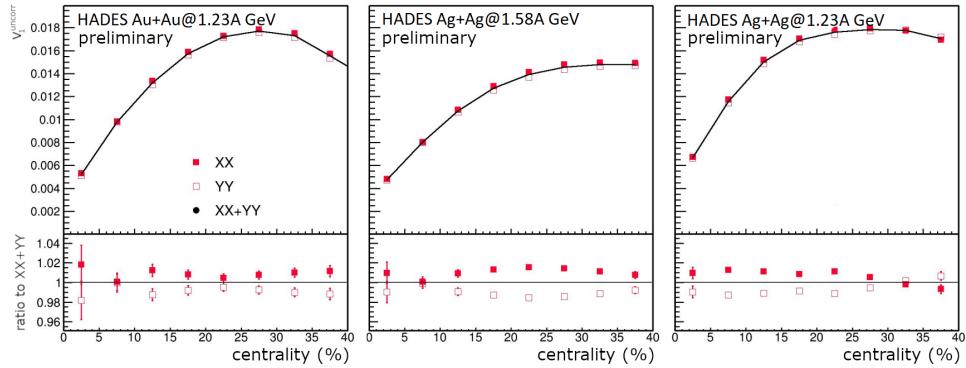


Рисунок 3.12 — Сравнение компонент корреляции  $\langle u_1 Q_1 \rangle$  после применения поправок на азимутальную неоднородность детектора для столкновений Au+Au@1.23A ГэВ (слева), Ag+Ag@1.23A ГэВ (посередине) и Ag+Ag@1.58A ГэВ (справа)

### 3.2.2 Вычисление поравочного коэффициента разрешения $R_1$

Для расчета разрешения методом случайных подсобытий два вектора были определены из модулей детектора FW. Модули были распределены в две группы случайным образом для каждого события. Разрешение вычислялось согласно формуле (1.22) с  $n = 1$ :

$$R_1 = \sqrt{\langle Q_1^a, Q_1^b \rangle} \quad (3.8)$$

На рис. 3.13 представлено разрешение плоскости симметрии рассчитанное методом случайных подсобытий как функция центральности столкновения. Основным недостатком данного метода является отсутствие возможности срав-

нить полученные значения с другими оценками разрешения плоскости симметрии.

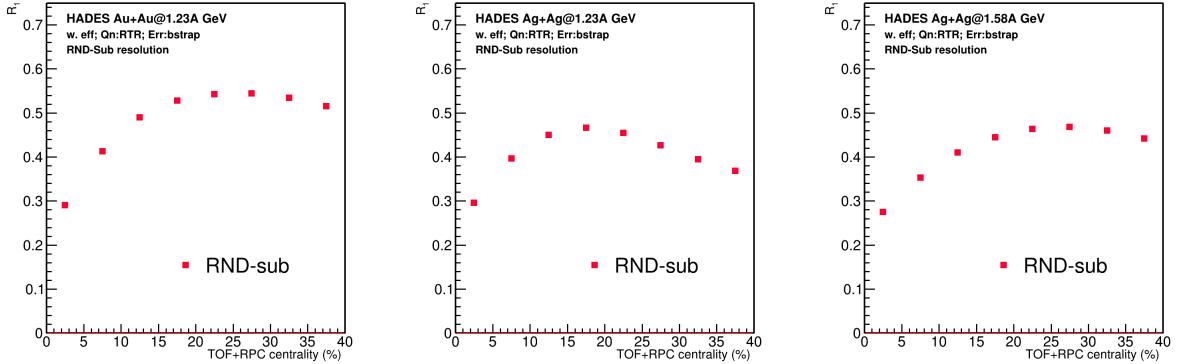


Рисунок 3.13 — Разрешение плоскости симметрии рассчитанное методом случайных подсобытий как функция центральности столкновения. Слева: для столкновений Au + Au при  $E_{kin}=1.23A$  ГэВ; посередине: для столкновений Ag + Ag при  $E_{kin}=1.23A$  ГэВ; справа: для столкновений Ag + Ag при  $E_{kin}=1.58A$  ГэВ;

Вычисление разрешения методом трех подсобытий производилось согласно формуле (1.23):

$$R_1\{a(b,c)\} = \sqrt{\frac{\langle Q_1^a Q_1^b \rangle \langle Q_1^a Q_1^c \rangle}{\langle Q_1^b Q_1^c \rangle}}. \quad (3.9)$$

Для расчета разрешения методом трёх подсобытий в работе введены 5  $Q_1$ -векторов. Используя в методе трех подсобытий различные комбинации векторов, можно оценить остаточные эффекты из-за непотоковых корреляций. Очевидно, что разрешение плоскости симметрии, посчитанное с использованием различных комбинаций, должны совпадать, а возможная разница будет связана с эффектами не относящимися к коллективному движению частиц. Исключая из анализа разрешение полученное при помощи комбинаций, в которых два или более векторов коррелируют по непотоковому каналу, можно значительно уменьшить вклад непотоковых корреляций в полученные результаты. Таким образом, систематическая ошибка из-за эффектов, не связанных с коллективным движением частиц может быть рассчитана следующим образом:

$$\delta_{NF} = R_1\{a(b,c)\} - R_1\{a(d,e)\}, \quad (3.10)$$

где  $\delta_{NF}$  — ошибка из-за непотоковых корреляций, а буквами от  $a$  до  $e$  обозначены различные  $Q_1$ -вектора.

Разрешение плоскости симметрии  $W1$ , полученное с использованием различных комбинаций  $Q_1$ -векторов, показано на рис 3.14 [47]. Разрешение  $R_1\{W1(W2,W3)\}$  заметно отличается от значений, полученных при помощи других комбинаций. Этот эффект может быть объяснён наличием непотоковых корреляций между парами  $Q_1$ -векторов  $W1$  и  $W2$ ,  $W2$  и  $W3$ . Эти векторы не имеют достаточного разделения по быстроте, поэтому в значительной степени могут быть подвержены непотоковым корреляциям. В столкновениях  $\text{Ag}+\text{Ag}$  при обеих энергиях,  $R_1\{W1(Mf,Mb)\}$  также значительно отклоняется от среднего результата. Это может быть вызвано наличием корреляций из-за закона сохранения импульса между векторами  $Mf$  и  $Mb$ . В столкновениях  $\text{Au}+\text{Au}$  этот эффект менее выражен в силу большей множественности рожденных частиц.

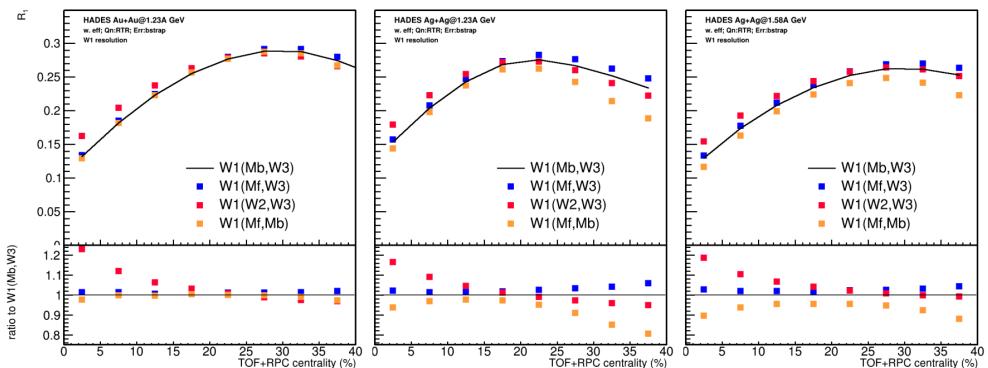


Рисунок 3.14 — Сравнение разрешений плоскости симметрии  $W1$  полученное с использованием различных комбинаций  $Q_1$ -векторов для  $\text{Au}+\text{Au}@1.23\text{A}$  ГэВ (слева),  $\text{Ag}+\text{Ag}@1.23\text{A}$  ГэВ (посередине) и  $\text{Ag}+\text{Ag}@1.58\text{A}$  ГэВ (справа)

### 3.3 Оценка вклада непотоковых корреляций в значения $v_1$

Направленный поток  $v_1$  измерялся как проекция вектора частиц  $u_1$  на плоскость симметрии  $Q_1$ , усредненная по частицам и событиям в данной области поперечного импульса  $p_T$  и быстроты  $y$ :

$$v_1(p_T, y) = \frac{\langle u_1(p_T, y) Q_1 \rangle}{R_1}, \quad (3.11)$$

где  $R_1$  — разрешение плоскости симметрии для данного  $Q_1$ -вектора, а угловые скобки обозначают усреднение по всем частицам в данной кинематической области и всем событиям.

Для оценки систематики из-за непотоковых корреляций в полученных результатах  $v_1$ , был использован аналогичный метод, что и для разрешения плоскости симметрии. Для каждой плоскости симметрии, направленный поток может быть скорректирован на поправочный коэффициент разрешения рассчитанный с использованием различных комбинаций  $Q_1$ -векторов. Сравнивая значения поправочного коэффициента, полученного при помощи различных комбинаций, можно оценить вклад непотоковых корреляций между  $Q_1$ -векторами. Для проверки величины непотоковых корреляций между векторами частиц  $u_1$  и вектором плоскости симметрии  $Q_1$ , можно сравнить значения  $v_1$ , полученные относительно различных плоскостей симметрии. Таким образом, сравнивая направленный поток  $v_1$ , полученный относительно различных плоскостей симметрии и деленный на поправочный коэффициент разрешения, вычисленный с использованием различных комбинаций  $Q_1$ -векторов можно оценить вклад непотоковых корреляций в измеренные значения  $v_1$ .

На рис. 3.15 представлен направленный поток протонов  $v_1$ , рожденных в столкновении Au+Au при энергии  $E_{kin} = 1.23A$  ГэВ, как функция центральности столкновения, измеренный относительно различных  $Q_1$ -векторов [47]. Коррекция на поправочный коэффициент разрешения выполнена с использованием различных комбинаций  $Q_1$ -векторов. Слева представлены значения  $v_1$  протонов измеренные относительно внутреннего подсобытия W1, справа — внешнего подсобытия W3 и подсобытия из треков заряженных частиц Mf. Результаты для комбинаций подсобытий, разделенных по быстроте, таких как например,  $W1(Mf, W3)$  и  $W1(Mb, W3)$  согласуются между собой в пределах 2%, за исключением наиболее центральных событий. Результаты для  $v_1$ , полученные с использованием комбинации не разделенных по быстроте  $Q_1$ -векторов (например  $W1(W2, W3)$ ) значительно отличаются. Направленный поток протонов  $v_1$ , измеренный относительно различных плоскостей симметрии  $W1$  и  $W3$ , так же согласуется в пределах 2%. Значения  $v_1$  протонов, полученные относительно треков заряженных частиц  $Mf$ , систематически отличается от результатов полученных относительно плоскостей  $W1$  и  $W3$ . Отсюда можно сделать вывод о недостаточном разделении по быстроте между подсобытием  $Mf$  и рожденными

протонами, для которых производились измерения. В то же самое время, разделение по быстроте между зарегистрированными протонами и подсобытиям  $W1$  и  $W3$  достаточно. В дальнейшем, в качестве значений  $v_1$  протонов будет использовано среднее по всем комбинациям  $Q_1$ -векторов, разделенных по быстроте.

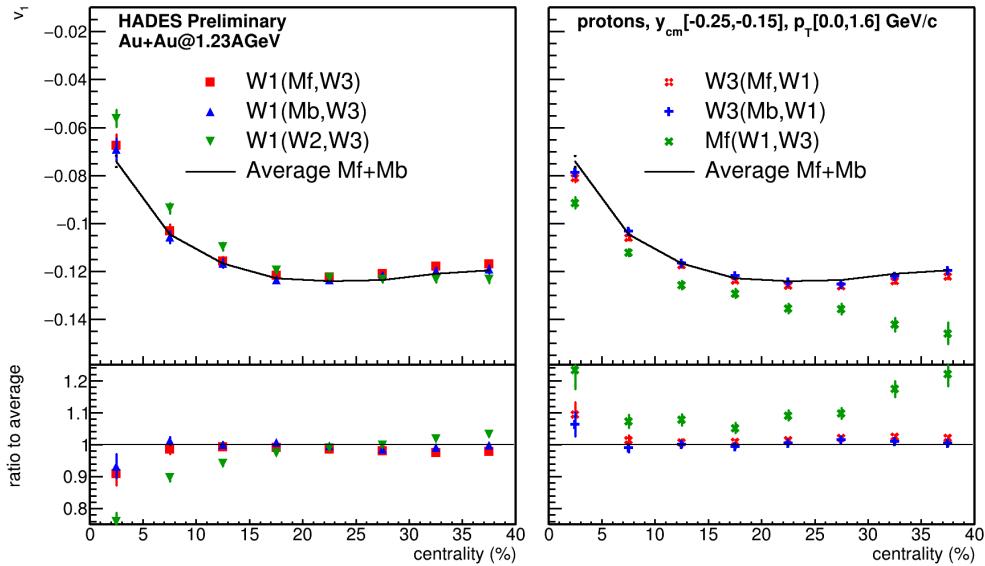


Рисунок 3.15 — Направленный поток протонов  $v_1$  рожденных в столкновении Au+Au при энергии  $E_{kin} = 1.23A$  ГэВ как функция центральности столкновения, измеренный при помощи различных комбинаций  $Q_1$ -векторов.

Слева представлены значения  $v_1$  протонов измеренные относительно внутреннего подсобытия W1, справа — внешнего подсобытия W3 и подсобытия из треков заряженных частиц Mf. Чёрной линией представлено среднее результатов полученных при помощи разделенных по быстроте комбинаций.

### 3.3.1 Сравнение методов плоскости события и скалярного произведения

Измерения направленного потока в [46] были выполнены используя метод плоскости события, в котором вводится нормировка модуля  $Q_1$ -вектора на единицу. Такая нормировка может приводить к тому, что измеренные значения  $v_1$ , в зависимости от числа частиц, которые были использованы для построения

$Q_1$ -вектора, будут лежать между двумя пределами:  $(\langle v_1 \rangle, \sqrt{\langle v_1^2 \rangle})$ . В то же самое время, метод скалярного произведения в независимости от числа частиц даёт иммеренный  $v_1 = \sqrt{\langle v_1^2 \rangle}$ . Для оценки возможной систематики, связанной с этим методом измерения  $v_1$ , направленный поток был рассчитан методом скалярного произведения. Сравнение результатов полученных этими двумя методами позволит оценить вклад нелинейной зависимости  $v_1\{EP\}$  от акцептанса установки и реального значения  $v_1$ .

На рисунке 3.16 представлен направленный поток протонов рожденных в столкновениях Au+Au при энергии  $E_{kin} = 1.23A$  ГэВ как функция центральности, измеренный методом плоскости события и скалярного произведения [43]. Значения  $v_1$ , полученные различными методами, хорошо согласуются между собой с учетом статистической ошибки.

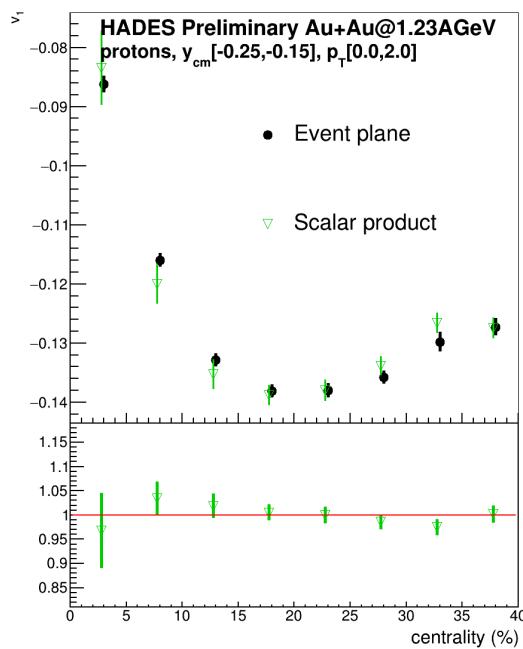


Рисунок 3.16 — Направленный поток протонов  $v_1$ , рожденных в столкновении Au+Au при энергии  $E_{kin} = 1.23A$  ГэВ как функция центральности столкновения. Результаты показаны для методов скалярного произведения (SP) и плоскости события (EP).

### 3.3.2 Сравнение методов случайных подсобытий и метода трёх подсобытий

На рис. 3.17 показан направленный поток  $v_1$  протонов, рожденных в столкновении Au+Au при энергии  $E_{kin} = 1.23A$  ГэВ (слева), Ag + Ag при энергии  $E_{kin} = 1.23A$  ГэВ (посередине) и Ag + Ag при энергии  $E_{kin} = 1.58A$  ГэВ (справа) как функция центральности столкновения. Результаты представлены для методов трех подсобытий и метода случайных подсобытий. Для столкновений Au + Au при энергии  $E_{kin} = 1.23A$  ГэВ (слева) разница между двумя методами вычисления корректировочного коэффициента разрешения составляет менее 5% для среднечентральных столкновений. Однако для меньшей системы столкновения, разница значительно больше. Это может быть объяснено меньшей множественностью рожденных частиц и спектаторов, и большим относительным вкладом непотоковых корреляций между  $Q_1$ -векторами, используемыми для расчета разрешения плоскости симметрии. Наибольшая разница между двумя методами наблюдается для столкновений Ag + Ag при энергии  $E_{kin} = 1.58A$  ГэВ (справа). Этот факт объясняется меньшим значением направленного потока  $v_1$  спектаторов, отсюда больший относительный вклад непотоковых корреляций. На основании этого наблюдения, можно сделать вывод о ненадёжности метода случайных подсобытий для более лёгких систем.

### 3.3.3 Оценка итоговой систематики в значения $v_1$ от непотоковых корреляций

На рис. 3.18 представлено сравнение направленного потока измеренного для столкновений Au + Au при энергии  $E_{kin}=1.23A$  ГэВ с опубликованными данными [46]. Направленный поток  $v_1$  как функция быстроты (слева) и попечного импульса (справа) хорошо согласуется с опубликованной зависимостью для протонов. Получение независимого измерения направленного потока  $v_1$  и вычисленные значения ошибки из-за непотоковых корреляций позволило коллаборации позволило опубликовать имеющиеся результаты [43; 48].

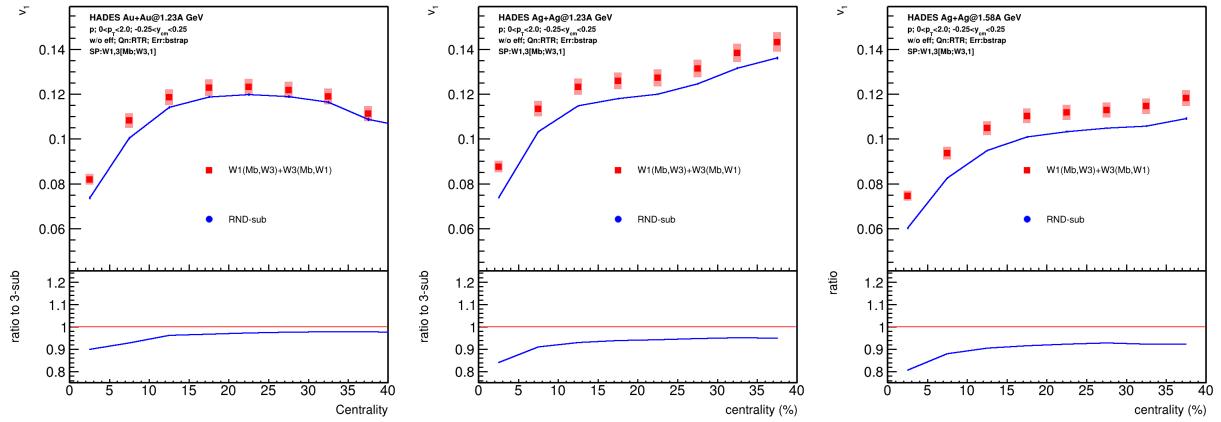


Рисунок 3.17 — Направленный поток  $v_1$  протонов, рожденных в столкновении  $\text{Au}+\text{Au}$  при энергии  $E_{kin}=1.23\text{A}$  ГэВ (слева),  $\text{Ag}+\text{Ag}$  при энергии  $E_{kin}=1.23\text{A}$  ГэВ (посередине) и  $\text{Ag}+\text{Ag}$  при энергии  $E_{kin}=1.58\text{A}$  ГэВ (справа) как функция центральности столкновения. Результаты показаны для методов трех подсобытий и метода случайных подсобытий.

### 3.4 Модель Jet A-A Model (JAM)

В работе представлено сравнение экспериментальных данных для  $v_1$  протонов с предсказаниями теоретических моделей. В [56] приведено детальное сравнение существующих экспериментальных данных для направленного потока протонов с теоретическими вычислениями транспортных моделей. Обнаружено, что в области энергий  $\sqrt{s_{NN}} = 2.2 - 2.4$  ГэВ лучше всего экспериментальные измерения  $v_1$  и  $v_2$  протонов описываются моделью Jet A-A Model (JAM) с импульсно-зависимым потенциалом MD3, который отвечает коэффициенту несжимаемости  $K = 380$  МэВ. Более подробное описание параметров EOS для данного потенциала можно найти в [57]. Для сравнения полученных данных с теоретическими предсказаниями была использована модель JAM с импульсно- зависимым потенциалом MD3.

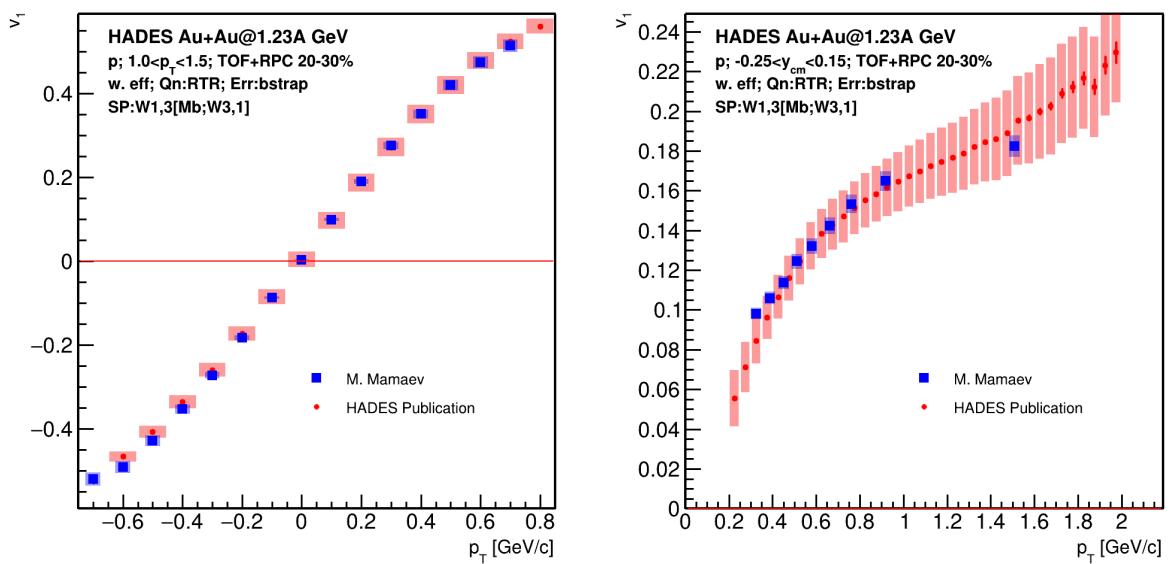


Рисунок 3.18 — Направленный поток ( $v_1$ ) протонов рожденных в столкновении Au+Au при энергии  $E_{kin} = 1.23A$  ГэВ как функция быстроты (справа) и поперечного импульса (слева). Сравнение полученных результатов с опубликованными данными [46].

### 3.5 Эксперимент BM@N

#### 3.5.1 Моделирование отклика установки

Разработанная физическая программа измерения коллективных потоков в эксперименте BM@N была проверена на реалистичном Монте-Карло моделировании отклика детектора. В качестве входных данных моделирования были использованы две физические модели столкновения тяжелых ионов. Модель DCM-QGSM-SMM (Dubna Cascade Model, Quark-Gluon String Model, Statistical Multifragmentation Model) [53; 54] реалистично описывает выход спектаторных фрагментов, однако неудовлетворительно воспроизводит коллективную анизотропию рожденных частиц. Эта модель была использована для проверки разработанных методов вычисления поправочного коэффициента разрешения в эксперименте BM@N.

Модель JAM (Jet-A-A Model) [30; 57; 58] с импульсно-зависимым потенциалом MD3 дает реалистичный сигнал коллективной анизотропии рожденных барионов, однако в модели отсутствуют фрагменты с массовым номером  $A > 1$ . Данная модель была использована для проверки коррекций на неоднородность детектора и возможности алгоритмов реконструкции восстановить сигнал коллективной анизотропии.

В плоскости поперечной направлению пучка аксептанс установки имеет прямоугольную форму, что ведёт к значительной неоднородности аксептанса. На рис. 3.19 представлен азимутальный аксептанс заряженных частиц в зависимости от псевдобыстроты.

На рис. 3.20 показано импульсное разрешение трекинговой системы как функция импульса частицы. Различными цветами и маркерами показаны различные энергии столкновения ядер Xe и Cs. Разрешение падает с уменьшением энергии столкновения. Этот эффект связан с уменьшением магнитного поля, при уменьшении энергии столкновения. При энергии  $E_{kin}=2A$  ГэВ, экспериментальная установка работает с магнитным полем 0.4 Тл, при энергии  $E_{kin}=3A$  ГэВ магнитное поле 0.6 Тл и при энергии  $E_{kin}=4A$  ГэВ — 0.8 Тл.

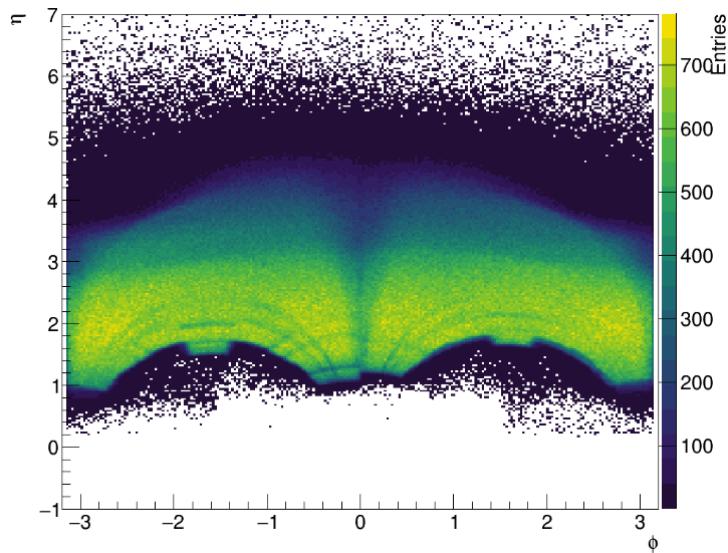


Рисунок 3.19 — Азимутальный аксептанс заряженных частиц в зависимости от псевдобыстроты.

### 3.5.2 Определение центральности

В эксперименте BM@N центральность была определена при помощи метода Монте-Карло Глаубера, в качестве множественности использовалось число восстановленных траекторий заряженных частиц [59]. В качестве параметров распределения Вудса-Саксона (1.8) использовались следующие значения: Xe ( $A = 129$ ,  $Z = 54$ ,  $R = 5.46$  фм,  $a = 0.57$  фм) и Cs ( $A = 133$ ,  $Z = 55$ ,  $R = 6.125$  фм,  $a = 0.5$  фм). Далее согласно процедуре, описанной в секции 1.2.1, были разыграны параметры  $N_{part}$ ,  $N_{col}$  и путем варьирования  $f$ ,  $\mu$  и  $k$  достигалось наилучшее согласие смоделированной множественности с экспериментальной. Восстановленное методом МК-Глаубера распределение множественности при полном сечении неупругого взаимодействия было разбито на классы центральности по 5% и 10%.

На рис. 3.21 слева представлено распределение множественности заряженных частиц для Монте-Карло моделирования столкновений Xe+Cs(I) при энергии  $E_{kin}=4A$  ГэВ. Открытыми маркерами обозначено распределение множественности заряженных траекторий после полной цепочки реконструкции событий модели DCM-QGSMSSM. Синими треугольниками представлено распределение множественности полученное методом МК-Глаубера. Вертикальны-

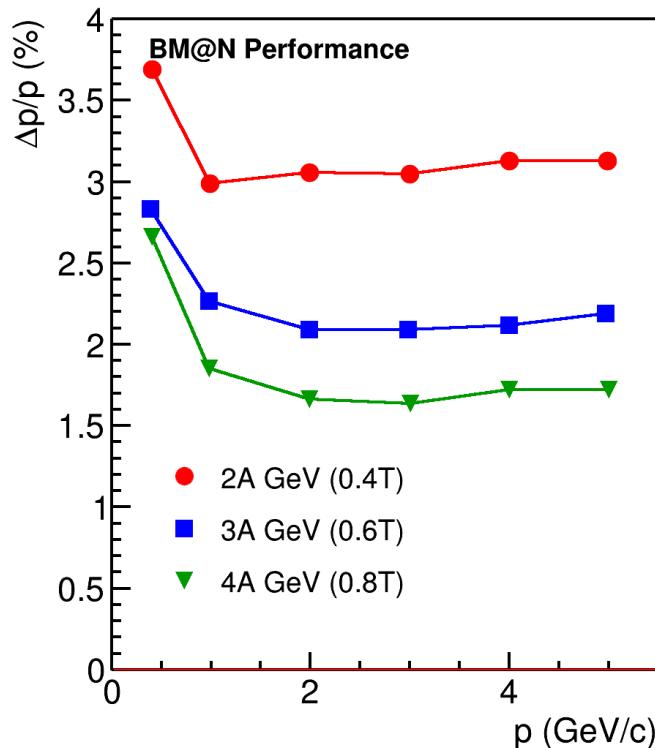


Рисунок 3.20 — Разрешение трекинговой системы по импульсу в эксперименте BM@N. Различными цветами и маркерами показана различная энергия столкновения.

ми линиями обозначены границы классов центральности. Модель Монте-Карло Глаубера хорошо описывает распределение множественности в границах 0–80% класса центральности. Справа представлены значения среднего прицельного параметра в каждом классе центральности по множественности. Открытые символы обозначают значения, полученные из модели DCM-QGSMSMM. Синие треугольники — значение, извлеченные из модели МК-Глаубера. Наблюдается хорошее согласие между реконструированными значениями прицельного параметра и настоящими из DCM-QGSMSMM.

### 3.5.3 Идентификация протонов

Для каждого из детекторов была построена зависимость квадрата массы делённого на квадрат заряда  $m^2/q^2$  от импульса  $p/q$ . На рис. 3.22 сверху, представлено распределение квадрата массы заряженной частицы в зависимости от

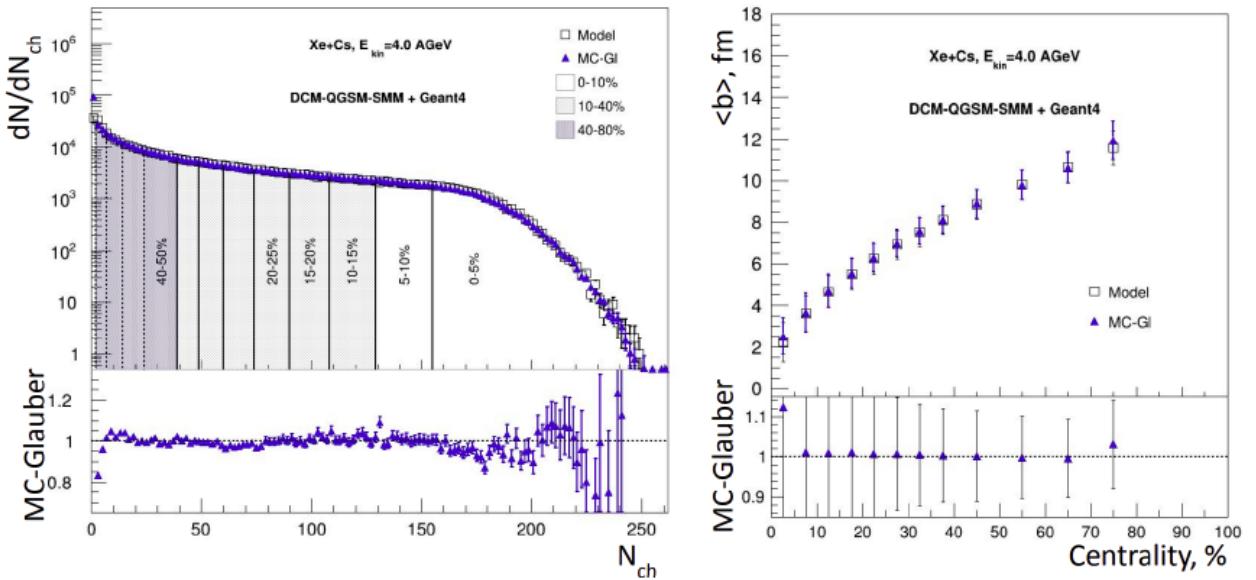


Рисунок 3.21 — Слева: распределение множественности заряженных частиц в эксперименте BM@N. Вертикальными линиями изображены границы классов центральности. Справа: значения среднего прицельного параметра в классах центральности, определенных по множественности.

импульса  $p/q$  для TOF-400 (слева) и TOF-700 (справа). В узких диапазонах поперечного импульса распределение частиц по квадрату массы было аппроксимировано гауссовой функцией. На рис. 3.22 снизу, представлены кандидаты в протоны, которые лежат не дальше  $2\sigma$  от пика квадрата массы.

На рис. 3.23 представлено распределение протонов по быстроте  $y_{cm}$  и поперечному импульсу  $p_T$  идентифицированных при помощи TOF-400 (слева сверху), TOF-700 (слева снизу), с использованием обоих TOF-детекторов (справа).

### 3.5.4 Кинематические окна, в которых были определены $Q_1$ -вектора

Для восстановления плоскости симметрии в эксперименте BM@N была использована информация с калориметра FHCAL. Модули детектора были разделены на 3 группы согласно их псевдобыстроте (F1, F2 и F3). Схематические группы модулей изображены различными цветами на рис. 3.24 слева.

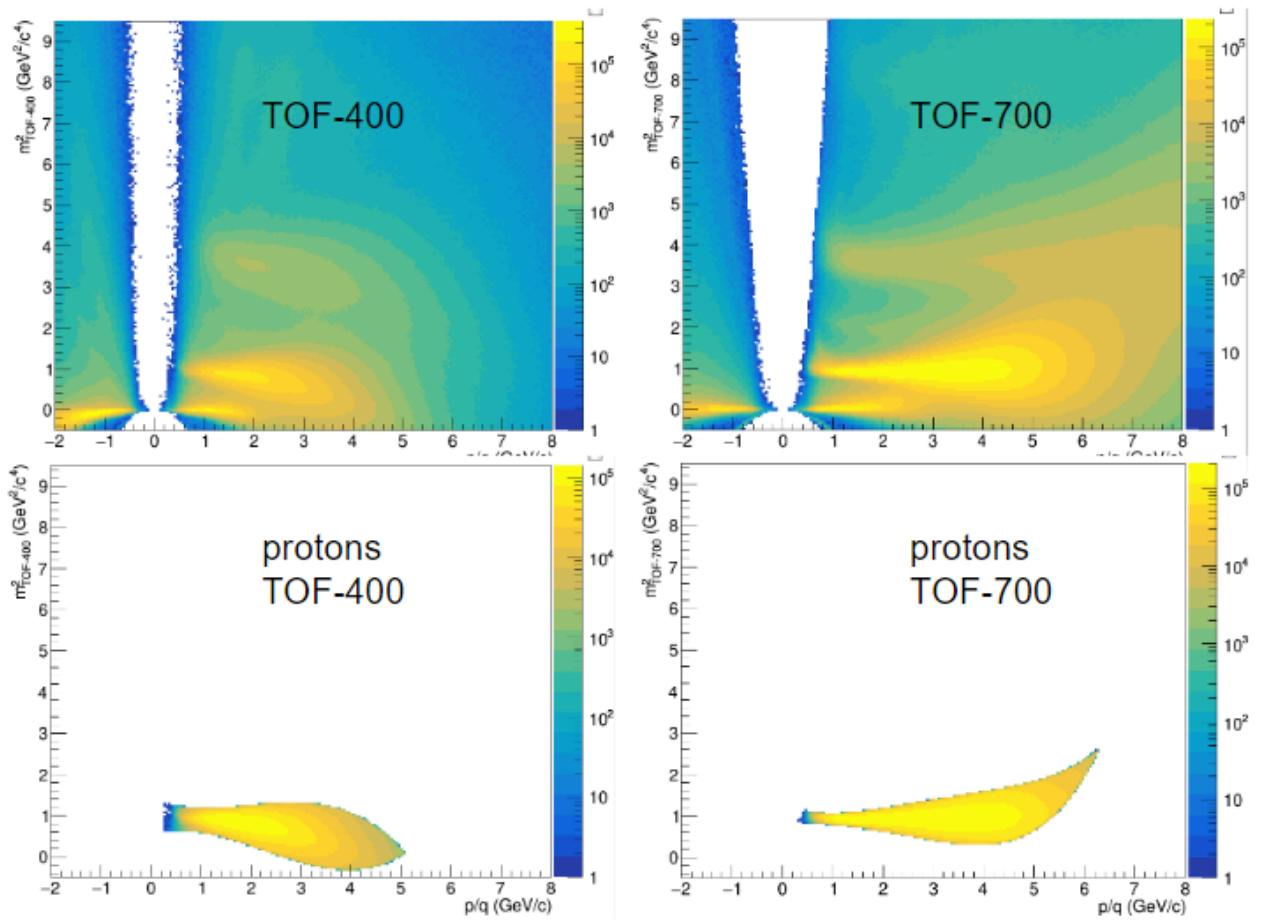


Рисунок 3.22 — Распределение квадрата массы деленного на квадрат заряда заряженной частицы в зависимости от импульса  $p/q$  для TOF-400 (слева) и TOF-700 (справа). Сверху представлены распределения для всех заряженных частиц, снизу — для отобранных протонов.

Дополнительно для исследования вклада непотоковых корреляций в измеренные значения коллективной анизотропии были введены два  $Q_1$ -вектора из треков заряженных частиц. Вектор  $Tp$  построен для протонов со значениями быстроты  $0.4 < y_{cm} < 0.6$  и поперечным импульсом  $0.2 < p_T < 2.0 \text{ GeV}/c$ . Вектор  $T\pi$  формировался для отрицательных пионов с быстротой и поперечным импульсом  $0.2 < y_{cm} < 0.8$  и  $0.1 < p_T < 0.5 \text{ GeV}/c$  соответственно. Соответствующие кинематические области изображены красными прямоугольниками на рис. 3.24 справа.

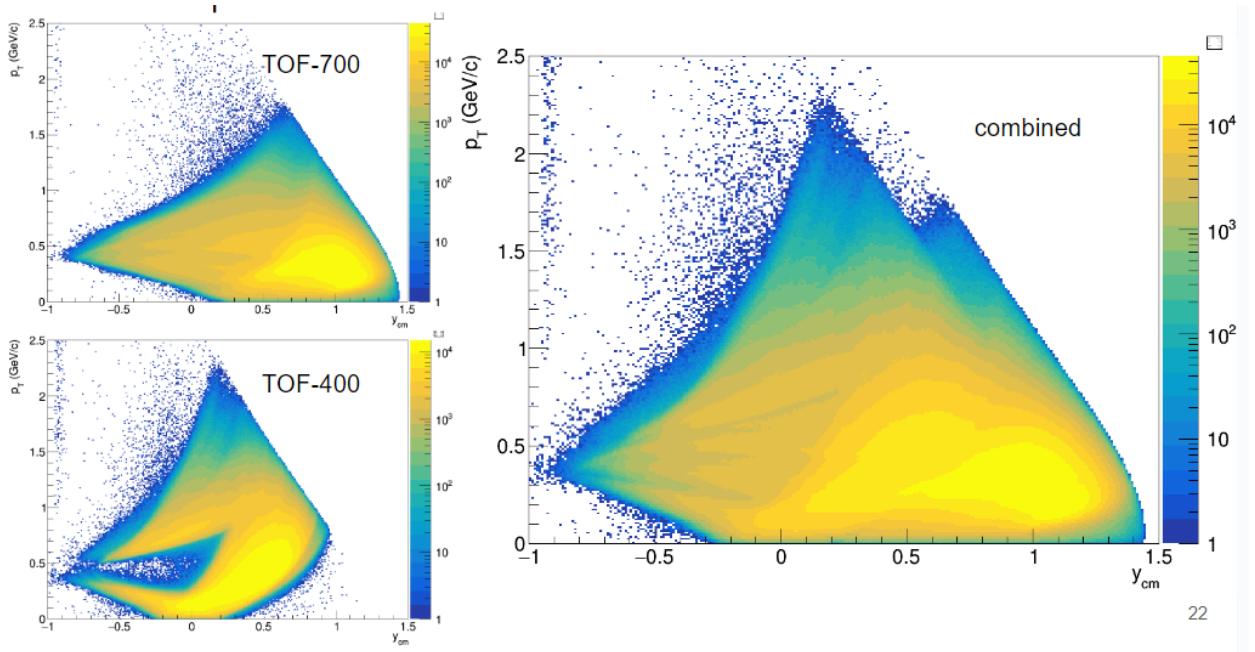


Рисунок 3.23 — Распределение протонов по быстроте  $y_{cm}$  и поперечному импульсу  $p_T$ , идентифицированных при помощи TOF-400 (слева сверху), TOF-700 (слева снизу), с использованием обоих TOF-детекторов (справа).

### 3.5.5 Коррекция на азимутальную неоднородность аксептанса установки

Эффект применения коррекций на азимутальную неоднородность детектора представлен на рис 3.25 [49].

Результаты получены для реалистичного моделирования отклика детектора с использованием программного пакета GEANT4. Разными цветами обозначен результат  $v_1$  протонов, полученный с использованием различных компонент  $u_1$ -вектора. Маркеры обозначают результаты до и после коррекции на азимутальную неоднородность детектора. Черной линией обозначена зависимость  $v_1$  протонов извлеченная напрямую из модели без реконструкции. После применения 3 ступеней коррекции, результаты полученные при помощи  $YY$  корреляции  $u_1$  и  $Q_1$ -векторов, хорошо согласуются с результатами извлеченными напрямую из модели. Напротив,  $v_1$ , посчитанный с использованием  $XX$ -компонент, расходится с модельной зависимостью  $v_1$  от быстроты. Причиной может служить отклонение частиц в направлении оси  $x$  в магнитном поле. В связи с этим, в

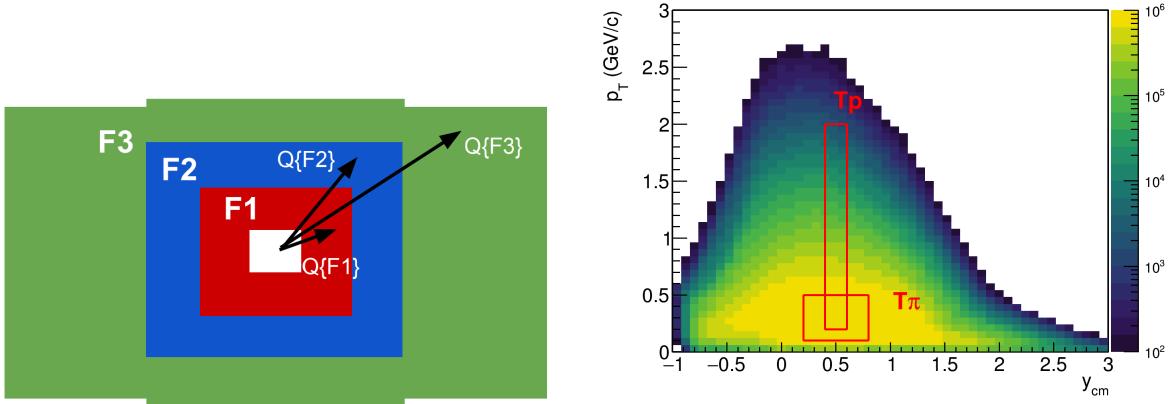


Рисунок 3.24 — Слева: Схема разделения модулей переднего адронного калориметра по группам для определения плоскости симметрии события.

Справа: Кинематические окна для подсчета  $Q_1$ -векторов из треков заряженных частиц.

далнейшем для анализа будет использованы лишь корреляции  $YY$ -компонент  $u_1$  и  $Q_1$ -векторов.

### 3.6 Выводы к главе 3

В главе описаны методы определения центральности и идентификации протонов с помощью экспериментальной установки HADES. Представлены критерии отбора столкновений Au+Au и Ag+Ag а также заряженных частиц, рожденных в этих столкновениях. Описаны способы вычисления эффективности реконструкции протонов при помощи программного пакета GEANT3. В главе обсуждаются методы определения плоскости симметрии столкновения а также способы вычисления разрешения плоскости симметрии при помощи переднего гаммоскопа FW в эксперименте HADES. Приводятся результаты применения коррекций на азимутальную анизотропию акцептанса установки HADES и обсуждаются остаточные систематические погрешности, связанные с этим эффектом. В главе приводится детальное описание процесса вычисления систематической ошибки, связанной с непотоковыми корреляциями, включенными в финальный опубликованный результат [46]. Произведено сравнение методов вычисления  $v_1$ : методов плоскости события и скалярного произведения и систематическая раз-

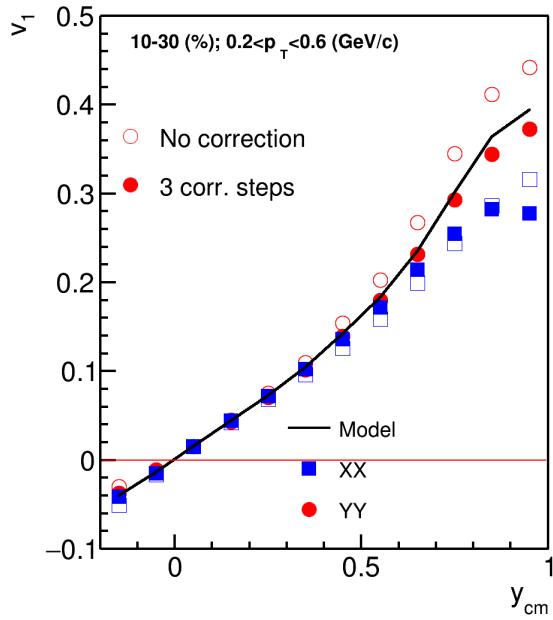


Рисунок 3.25 — Сравнение направленного потока  $v_1$  протонов рожденных в Монте-Карло моделировании столкновений Xe+Cs в эксперименте BM@N.

Направленный поток получен с использованием различных компонент  $u_1$ -вектора. Разными маркерами обозначены результаты до и после коррекции на азимутальную неоднородность аксептанса детектора.

ница оказалась в пределах статистической ошибки. Сравнение направленного потока протонов, измеренных при помощи метода случайных и метода трех подсобытий показывает систематическую разницу порядка 5% для среднекентральных столкновений ядер Au+Au. Использование метода случайных подсобытий для вычисления  $v_1$  протонов в столкновениях ядер Ag+Ag даёт большую систематическую ошибку, которая может достигать 15%. На основании этих оценок, была вычислена систематическая ошибка на измеренные значения коллективных потоков протонов, включенная в публикацию [46].

Для экспериментальной установки BM@N описываются методы измерения центральности столкновения по числу треков заряженных частиц. В главе обсуждаются способы измерения производительности установки BM@N для измерения направленного и эллиптического потоков протонов с помощью физических Монте-Карло моделей столкновений тяжелых ионов и программного пакета GEANT4. В главе представлены значения поправочного коэффициента разрешения  $R_1$  для плоскостей симметрии, определенных при помощи переднего гадоскопа FW. Обсуждаются методы минимизации систематической ошибки

связанной с непотоковыми корреляциями и вычисляется остаточная систематическая ошибка. В главе представлены кинематические диапазоны, использованные для вычисления  $Q_1$ -векторов в Монте-Карло симуляции эксперимента BM@N.

## Глава 4. Результаты анализа коллективной анизотропии

В первой части главы приводятся результаты анализа азимутальной анизотропии протонов, рожденных в столкновениях ядра серебра и золота. Рассматриваются эффекты масштабирования направленного потока  $v_1$  с энергией столкновения и размером системы. Производится сравнения экспериментально измеренных значений  $v_1$  протонов с теоретическими предсказаниями. Во второй части главы представлены результаты исследования возможности измерения направленного и эллиптического потока протонов на установке BM@N.

### 4.1 Результаты анализа экспериментальных данных HADES

#### 4.1.1 Направленный поток $v_1$ протонов как функции быстроты и поперечного импульса в столкновениях Au + Au и Ag + Ag

На рис. 4.1 приведен направленный поток  $v_1$  протонов рожденных в столкновениях ядер золота при кинетической энергии пучка  $E_{kin} = 1.23A$  ГэВ как функция быстроты и поперечного импульса [46]. Результатом данной работы является систематическая ошибка в связи с непотоковым корреляциями, которая позволила коллаборации опубликовать данные.

На рисунке 4.2 представлен направленный поток протонов  $v_1$  как функция (слева) быстроты в системе центра масс  $y_{cm}$  и (справа) поперечного импульса  $p_T$  для столкновений Au+Au при энергии  $E_{kin} = 1.23A$  ГэВ и Ag+Ag при энергиях  $E_{kin} = 1.23A$  и  $1.58A$  ГэВ [60; 61]. Значения  $v_1$  протонов, в столкновениях Au+Au и Ag+Ag при одной энергии, хорошо согласуются с учетом систематической ошибки. Протоны, рожденные в столкновениях Ag+Ag при большей энергии  $E_{kin} = 1.58A$  ГэВ обладают меньшим  $v_1$ , поскольку направленный поток чувствителен ко времени взаимодействия области перекрытия и остатков сталкивающихся ядер. Чем меньше время взаимодействия (чем больше энергия столкновения) тем меньше итоговое значение направленного потока.

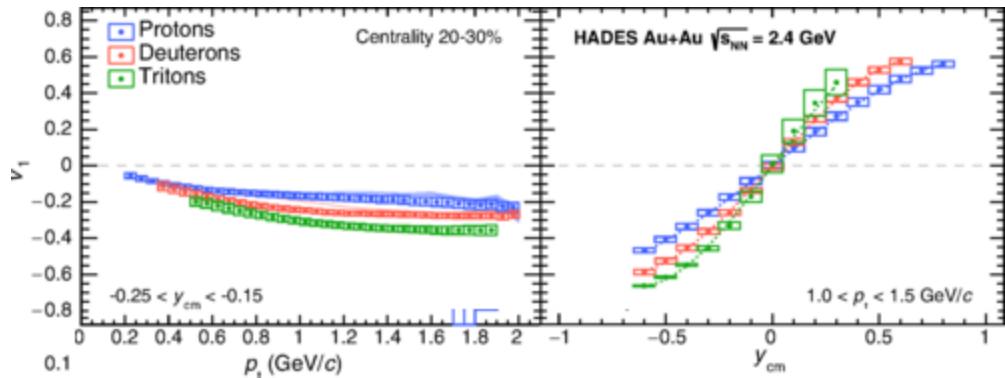


Рисунок 4.1 — Направленный поток ( $v_1$ ) протонов, дейтронов и тритонов рожденных в столкновении Au+Au при энергии  $E_{kin} = 1.23A$  ГэВ как функция быстроты (справа) и поперечного импульса (слева).

Модель JAM [12] с импульсно зависимым потенциалом хорошо описывает магнитуду  $v_1$  протонов и зависимость наблюдаемой от быстроты  $y_{cm}$ . Однако модель не способна описать зависимость  $v_1$  от поперечного импульса  $p_T$ .

#### 4.1.2 Проверка теоретических предсказаний эффектов масштабирования $v_1$ протонов в реалистичной модели Jet A-A Model (JAM)

На рис. 4.3 представлены теоретические предсказания значений направленного потока протонов  $v_1$  как функция быстроты столкновения  $y_{cm}$  (слева) и быстроты, нормированной на быстроту пучка  $y' = y_{cm}/y_{beam}$  (справа) из модели JAM [61]. Результаты для различных систем при одной энергии столкновения хорошо согласуются между собой и с экспериментальными данными для  $v_1$  в столкновениях Au + Au при энергии  $E_{kin}=1.23A$  ГэВ. После нормировки быстроты столкновения на быстроту пучка, результаты можно описать единой кривой. Этот факт свидетельствует о едином механизме образования направленного потока в данной области энергии в тяжелых системах.

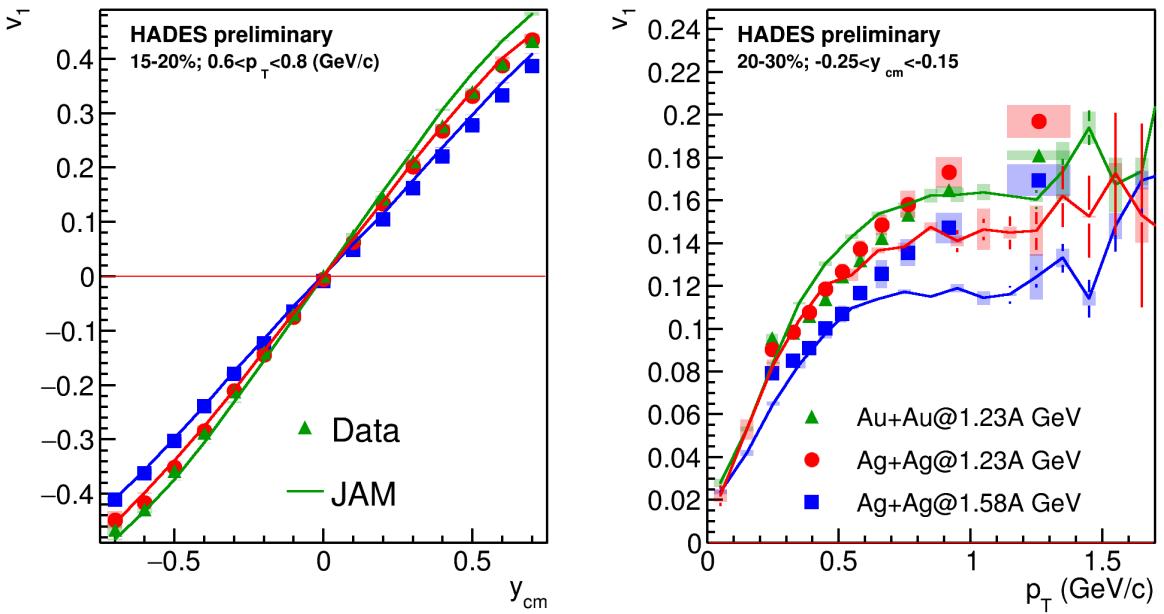


Рисунок 4.2 — Направленный поток протонов  $v_1$  как функция (справа) быстроты в системе центра масс  $y_{cm}$  и (слева) поперечного импульса  $p_T$  для столкновений Au+Au при энергии  $E_{kin} = 1.23A$  ГэВ и Ag+Ag при энергиях  $E_{kin} = 1.23A$  и  $1.58A$  ГэВ. Линиями показаны данные, полученные из модели JAM с импульсно-зависимым потенциалом.

#### 4.1.3 Проверка эффектов масштабирования наклона направленного потока протонов в средних быстротах $dv_1/dy|_{y=0}$

Зависимость направленного потока протонов  $v_1$  как функция быстроты была параметризована кубической функцией  $v_1(y_{cm}) = a_0 + a_1 y_{cm} + a_3 y_{cm}^3$ . Затем наклон направленного потока протонов в нуле быстроты  $dv_1/dy_{cm}|_{y_{cm}=0}$  был извлечен как параметр  $a_1$ . На рис. 4.4 слева приведена зависимость наклона направленного потока в нуле быстроты как функция центральности столкновения [61]. Наклоны  $dv_1/dy_{cm}|_{y_{cm}=0}$  протонов для столкновений Au+Au и Ag+Ag при одной энергии хорошо согласуются между собой за исключением наиболее центральных событий. Поскольку с ростом энергии столкновения, время пролета уменьшается, наклон направленного потока протонов в столкновениях Ag+Ag при энергии  $E_{kin} = 1.58A$  ГэВ заметно меньше. Для коррекции на время пролета, наклон направленного потока протонов  $dv_1/dy_{cm}|_{y_{cm}=0}$  был нормирован на быстроту пучка  $dv_1/dy_{cm}|_{y_{cm}=0} \times y_b = dv_1/dy'|_{y'=0}$ , где  $y_b$  — быстрота

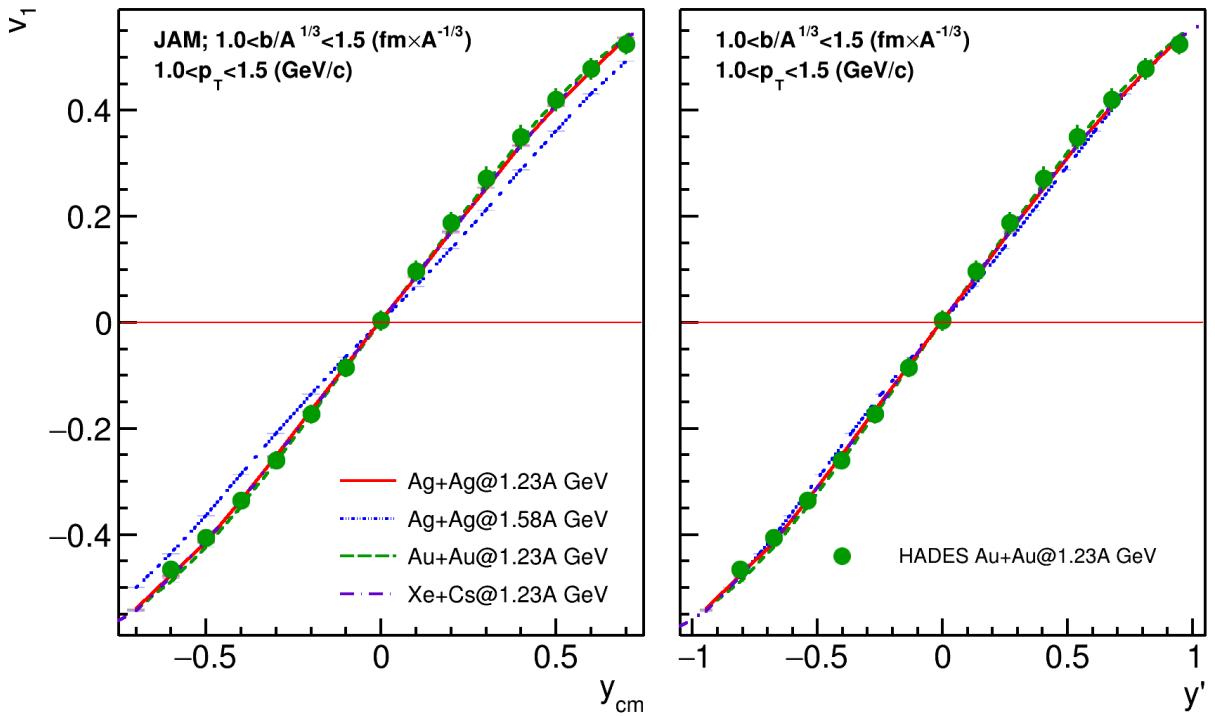


Рисунок 4.3 — Направленный поток протонов  $v_1$  как функция быстроты столкновения  $y_{cm}$  (слева) и быстроты, нормированной на быстроту пучка  $y' = y_{cm}/y_{beam}$  (справа) из модели ЯМ.

пучка ( $0.74$  для  $E_{kin} = 1.23A$  ГэВ и  $0.82$  для  $E_{kin} = 1.58A$  ГэВ) и  $y' = y_{cm}/y_b$ . Наклон направленного потока протонов нормированный на быстроту  $dv_1/dy'|_{y'=0}$  пучка как функция центральности показан на рис. 4.4 в центре. За исключением наиболее центральных событий, зависимость наклона от центральности описывается одной кривой для всех трех наборов данных. В каждом классе центральности был вычислен средний прицельный параметр  $\langle b \rangle$ . Радиус ядра пропорционален корню кубическому из массового числа  $r_N \propto A^{1/3}$ . Для устранения зависимости от размера сталкиваемых ядер, средний прицельный параметр в классе центральности был нормирован на  $A^{1/3}$ . Наклон направленного потока протонов, нормированный на быстроту пучка  $dv_1/dy'|_{y'=0}$  как функция относительного прицельного параметра  $\langle b \rangle / A^{1/3}$  представлен на рис 4.4 справа. Данное преобразование улучшило согласие зависимостей наклона в центральных событиях.

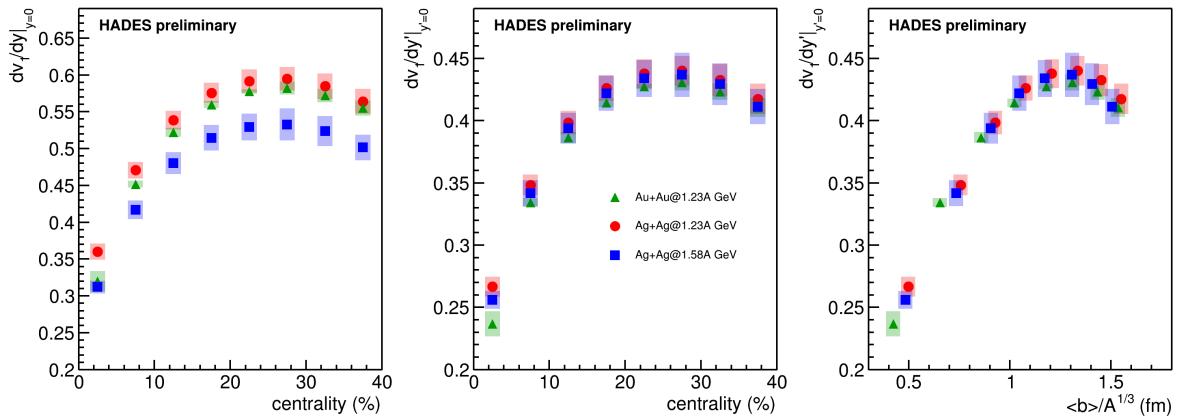


Рисунок 4.4 — (Слева) Наклон направленного потока в нуле быстроты  $dv_1/dy|_{y_{cm}=0}$  как функция центральности столкновений; (посередине) наклон направленного потока в нуле быстроты нормированный на быстроту пучка  $dv_1/dy|_{y'=0}$  как функция центральности столкновений; (справа) наклон направленного потока в нуле быстроты нормированный на быстроту пучка  $dv_1/dy|_{y'=0}$  как функция среднего прицельного параметра в классах центральности для столкновений Au+Au при энергии  $E_{kin} = 1.23A$  ГэВ и Ag+Ag при энергиях  $E_{kin} = 1.23A$  и  $1.58A$  ГэВ.

#### 4.1.4 Эффекты масштабирования для направленного потока $v_1$ протонов как функция поперечного импульса

На рис. 4.5 представлена зависимость от поперечного импульса  $p_T$  направленного потока  $v_1$  (слева) и направленного потока, нормированного на наклон в средних быстротах  $v_1/dv_1/dy|_{y=0}$  (справа) [60; 61]. Результаты до нормировки для столкновений Au + Au и Ag + Ag при одной энергии находятся в хорошем согласии с учетом систематической ошибки. Результаты для столкновений Ag + Ag при большей энергии систематически ниже, поскольку величина направленного потока  $v_1$  зависит от времени пролета сталкивающихся ядер  $t_{pass}$ , которая меньше при более высокой энергии. После нормировки (см. справа), все результаты ложатся на единую кривую. Этот факт может свидетельствовать о едином механизме образования направленного потока в этой области энергии.

Описанный выше эффект был также обнаружен в модели с импульсно-зависимым потенциалом ЯМ. На рис. 4.6 представлена зависимость от поперечного импульса  $p_T$  направленного потока  $v_1$  (слева) и направленного потока,

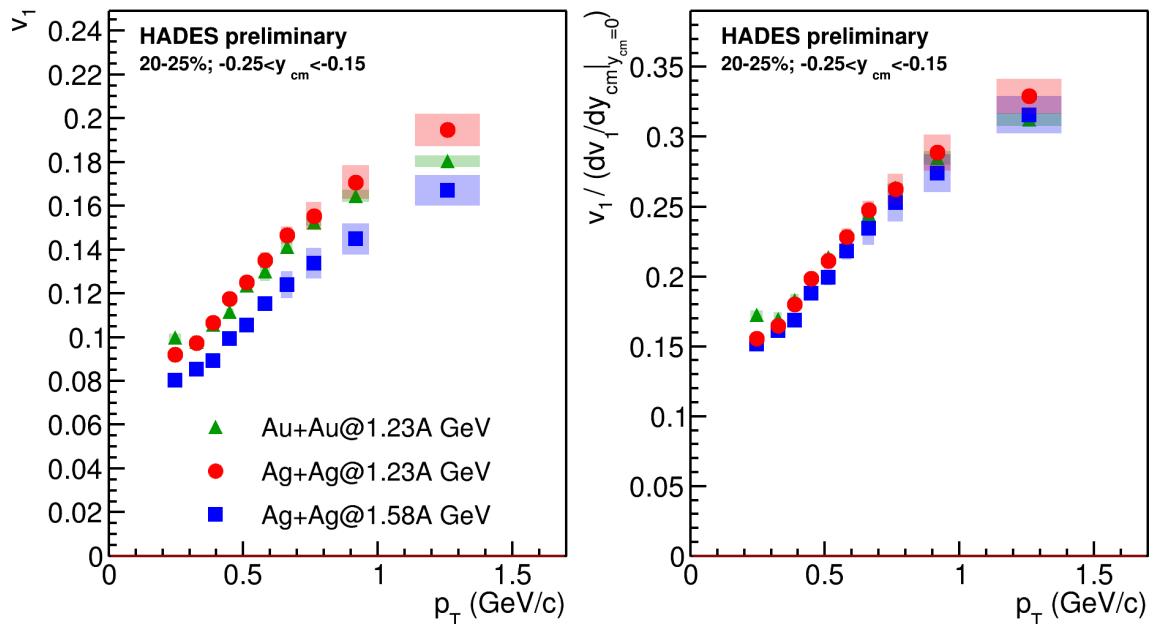


Рисунок 4.5 — Направленный поток протонов  $v_1$  как функция поперечного импульса  $p_T$ . Слева: направленный поток  $v_1$ , справа: направленный поток, нормированный на наклон в средних быстротах  $v_1/dv_1/dy|_{y=0}$ .

нормированного на наклон в средних быстротах  $v_1/dv_1/dy|_{y=0}$  (справа) для различных систем из модели JAM [49]. До нормировки, результаты для направленного потока как функция  $p_T$ , для столкновений при одной энергии, находятся в довольно хорошем согласии. После нормировки, теоретические предсказания для разных энергий и систем ложатся на единую кривую.

#### 4.1.5 Сравнение измеренного наклона направленного потока протонов в средних быстротах с мировыми данными

Сравнение полученных значений наклона направленного потока протонов  $dv_1/dy|_{y_{cm}=0}$  с существующими результатами показано на рис. 4.7 [60]. Значения  $dv_1/dy|_{y_{cm}=0}$  протонов в столкновениях Au + Au при  $E_{kin} = 1.23A$  ГэВ и Ag + Ag при  $E_{kin} = 1.23A$  и при  $E_{kin} = 1.58A$  ГэВ согласуются с измерениями с ранее доступными данными с других экспериментов.

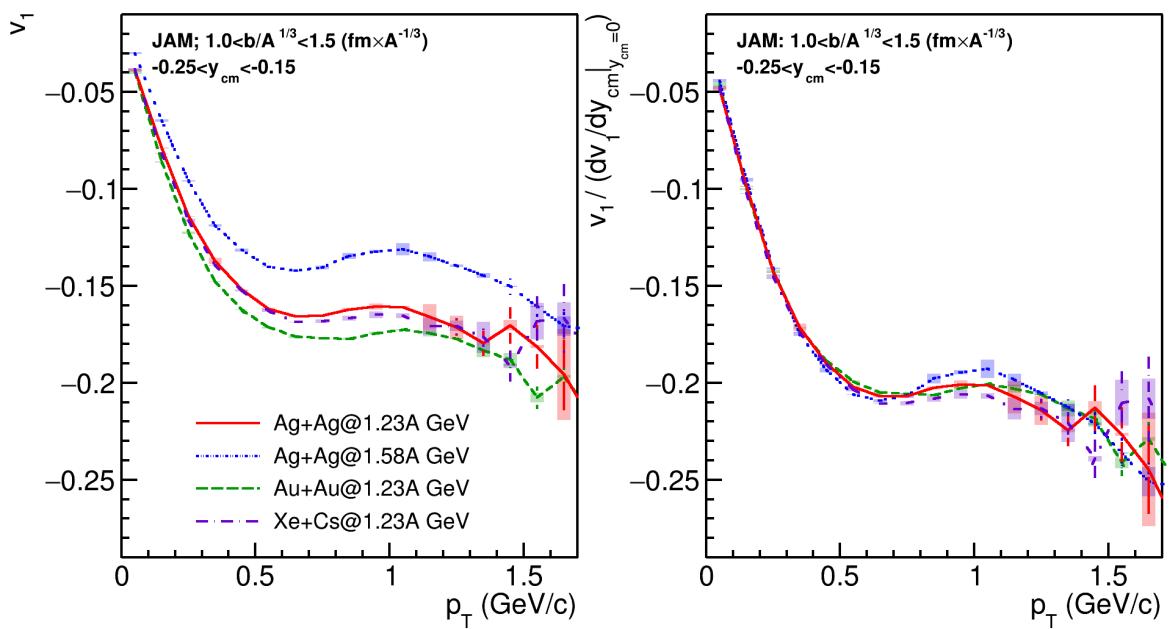


Рисунок 4.6 — Направленный поток протонов  $v_1$  как функция поперечного импульса  $p_T$  в модели ЯМ для различных сталкиваемых систем. Слева: направленный поток  $v_1$ , справа: направленный поток, нормированный на наклон в средних быстротах  $v_1 / dv_1 / dy|_{y=0}$ .

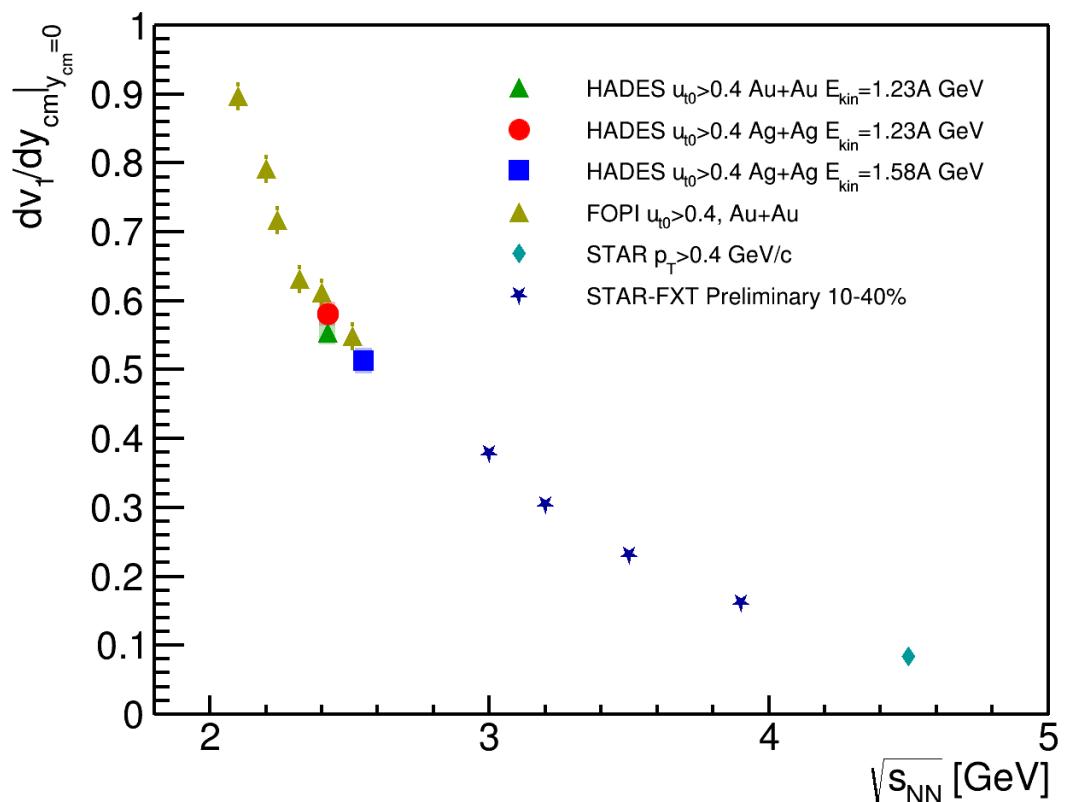


Рисунок 4.7 — Направленный поток протонов  $dv_1/dy|_{y_{cm}=0}$  как функция энергии столкновения  $\sqrt{s_{NN}}$ . Экспериментальные значения наклона направленного потока были взяты из следующих публикаций: E895 [10], FOPI [37], STAR [62].

## 4.2 Результаты анализа Монте-Карло моделирования эксперимента BM@N

### 4.2.1 Разрешение плоскости симметрии

На рис. 4.8 представлено разрешение плоскости симметрий  $F1$ ,  $F2$ ,  $F3$  (слева направо) [49; 50]. Разрешение для плоскостей  $F1$  и  $F3$  было рассчитано при помощи метода трёх подсобытий, которое выражается формулой (1.23). Для плоскости  $F2$ , которая не имеет достаточного разделения по псевдобыстроте с векторами  $F1$  и  $F3$ , разрешение было рассчитано методом четырёх подсобытий (1.24). Аналогично, разрешение посчитанное с использованием комбинаций, не разделенных по быстроте  $Q_1$ -векторов (к примеру,  $F1(F2,F3)$ ), отличается от значений рассчитанных при помощи комбинаций со значительным разделением по быстроте (к примеру,  $F1(Tp,F3)$ ). Значения  $R_1$ , полученные при помощи разделенных по быстроте комбинаций, согласуются между собой в пределах статистической ошибки для всех трех плоскостей симметрии. Значительное отличие разрешений, полученных с использованием комбинаций не разделенных по быстроте  $Q_1$ -векторов, может быть объяснено распространением адронного ливня в поперечном направлении, что вызывает дополнительные корреляции между векторами  $F1$  и  $F2$ , и  $F1$  и  $F3$ .

### 4.2.2 Производительность установки BM@N для измерения направленного и эллиптического потоков

На рис. 4.9 слева представлен направленный поток протонов, как функция быстроты в Монте-Карло моделировании столкновений Xe + Cs из модели JAM [49; 50]. На рис. 4.9 справа показан эллиптический поток протонов, как функция поперечного импульса в Монте-Карло моделировании столкновений Xe + Cs из модели JAM. Разными цветами обозначена разная энергия столкновений. Линии обозначают  $v_1$  и  $v_2$  извлеченные напрямую из модели без

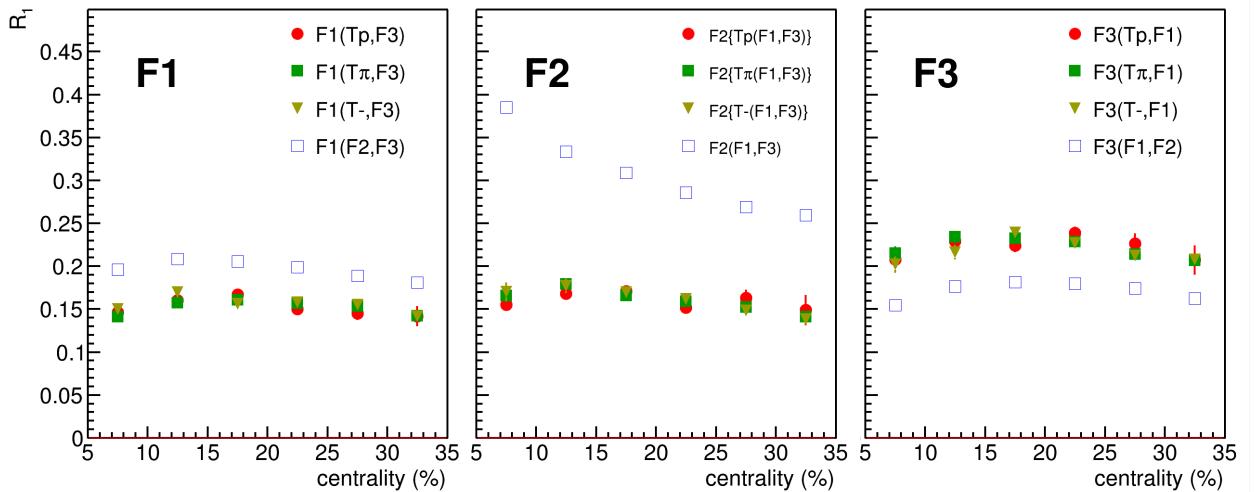


Рисунок 4.8 — Разрешение плоскостей симметрии слева:  $F1$ , посередине:  $F2$ , справа:  $F3$ . Различные маркеры и цвета обозначают комбинации  $Q_1$ -векторов, использованных для расчета разрешения плоскости симметрии.

реконструкции. Маркерами обозначены результаты анализа Монте-Карло моделирования отклика детектора. Между данными извлеченными из модели и результатами анализа после реалистичной цепочки реконструкции наблюдается согласие в пределах статистической ошибки.

#### 4.2.3 Разрешение плоскости симметрии из данных

В начале 2023 года на установке BM@N закончился набор данных столкновений ядер Xe + CsI при энергии  $E_{kin} = 3.8A$  ГэВ. Методики, отработанные на Монте-Карло моделировании установки были использованы для восстановления плоскости симметрии в экспериментальных данных. Модули детектора FHCAL были разделены на 3 группы: F1, F2 и F3. Для оценки систематики, связанной с непотоковыми корреляциями были введены 2 вектора из треков заряженных частиц:

- $T+:$  положительно заряженные частицы с поперечным импульсом  $p_T > 0.2$  ГэВ/с и псеводобыстротой  $2 < \eta < 3$ ;
- $T-:$  отрицательно заряженные частицы с поперечным импульсом  $p_T > 0.2$  ГэВ/с и псеводобыстротой  $1.5 < \eta < 3$ .

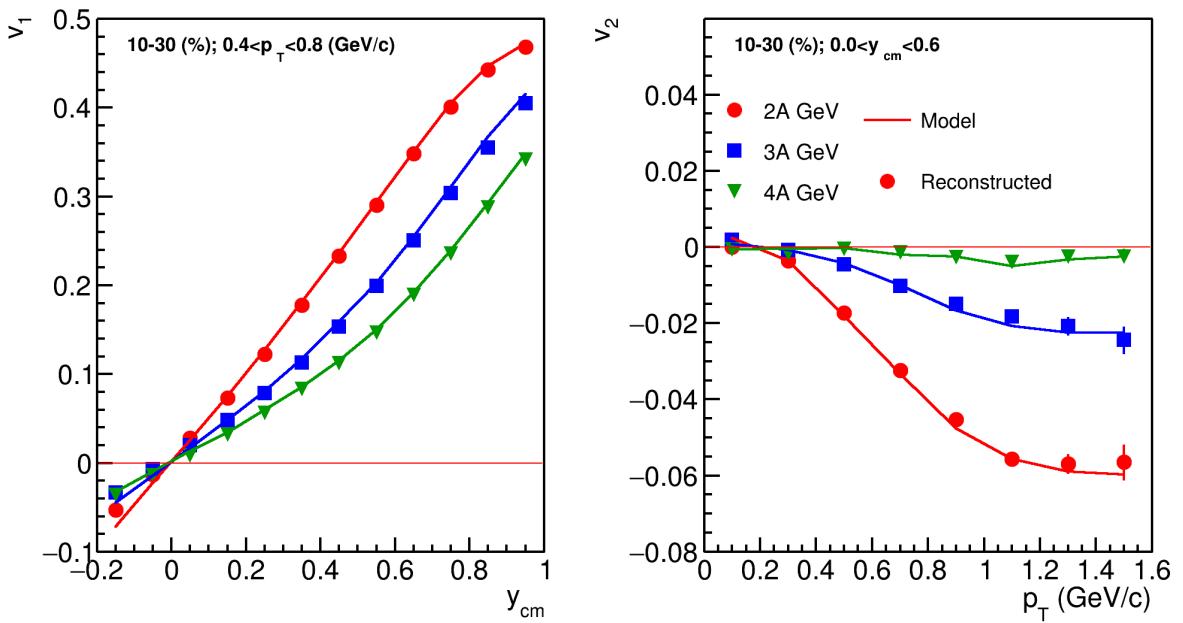


Рисунок 4.9 — Направленный (слева) и эллиптический (справа) поток протонов как функция быстроты и поперечного импульса соответственно в Монте-Карло моделировании столкновений  $Xe + Cs$  из модели JAM. Разными цветами обозначена разная энергия столкновений. Линии обозначают  $v_1$  и  $v_2$  извлеченные напрямую из модели без реконструкции. Маркерами обозначены результаты анализа Монте-Карло моделирования отклика детектора.

С помощью формулы (1.23) методом трех подсобытий было получено разрешение для плоскостей симметрии  $F1$ ,  $F2$  и  $F3$ . Разрешение было вычислено, используя различные комбинации  $Q_1$ -векторов. Дополнительно, для подсобытия  $F2$ , были получены оценки методом четырёх подсобытий, который выражается формулой (1.24). Разрешение плоскости симметрии как функция центральности из экспериментальных данных представлено на рис. 4.10. Для всех плоскостей симметрии все три комбинации находятся в хорошем согласии, что говорит о малом вкладе непотоковых корреляций.

### 4.3 Выводы к главе 4

В главе приводятся результаты измерения направленного потока в столкновениях Au+Au при энергии 1.23 $A$  ГэВ и Ag+Ag при энергиях 1.23 и 1.58 $A$  ГэВ

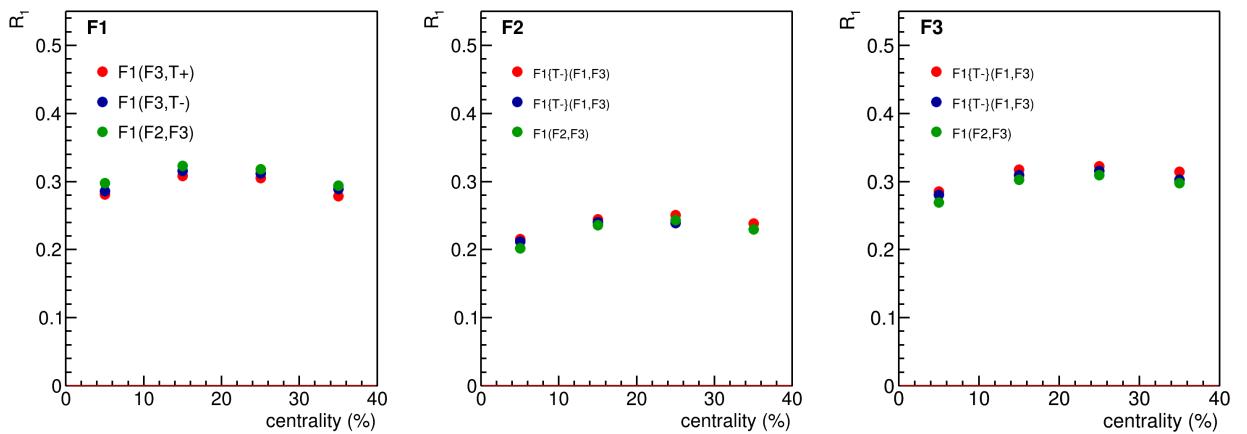


Рисунок 4.10 — Разрешение плоскостей симметрии F1, F2 и F3 справа налево как функция центральности из экспериментальных данных столкновений Xe + CsI при энергии 3.8A ГэВ на BM@N.

в эксперименте HADES. Результаты для  $v_1$  протонов согласуются с опубликованными коллаборацией HADES. В главе обсуждаются свойства масштабирования направленного потока протонов  $v_1$  с энергией столкновений и размером системы. Обнаружено, что направленный поток протонов не зависит от энергии столкновений и размера системы в столкновениях Au+Au при энергии 1.23A ГэВ и Ag+Ag при энергиях 1.23 и 1.58A ГэВ в эксперименте HADES. Значения наклона направленного потока  $dv_1/dy$  после коррекции на размер системы и быстроту пучка описываются универсальной зависимостью от относительного прицельного параметра. Наклон направленного потока  $dv_1/dy$  в столкновениях Au+Au при энергии 1.23A ГэВ и Ag+Ag при энергиях 1.23 и 1.58A ГэВ в эксперименте HADES хорошо согласуется с мировыми данными. В главе представлены результаты исследования Монте-Карло моделирования эксперимента BM@N на возможность измерения направленного и эллиптического потока в первом физическом сеансе установки. Используя методы, апробированные на экспериментальных данных набранных на установке HADES, была разработана физическая программа измерения коллективной анизотропии в эксперименте BM@N.

## Заключение

Основные результаты работы заключаются в следующем.

1. Разработан метод учета корреляций не связанных с коллективным движением рожденных частиц (непотоковых корреляций) и изучено их влияние на результаты измерения коллективных потоков в области энергий 1.2-4 АГэВ.
2. Впервые получены зависимости  $v_1$  протонов от быстроты и поперечного импульса, а так же наклона  $dv_1/dy_{cm}|_{y_{cm}}$  в области средних быстрот в столкновениях Au + Au при энергии  $E_{kin} = 1.23A$  ГэВ и Ag + Ag при энергиях  $E_{kin} = 1.23A$  и  $E_{kin} = 1.58A$  ГэВ в эксперименте HADES. Полученные новые результаты измерения  $v_1$  протонов современными методами анализа являются принципиально важными для проверки и дальнейшего развития теоретических моделей ядро-ядерных столкновений.
3. Обнаружено масштабирование направленного потока протонов с временем пролета ядер  $t_{pass}$  и геометрией столкновения в области энергий  $E_{kin} = 1.23A$  и  $E_{kin} = 1.58A$  ГэВ, что позволяет оценить влияние спектаторов налетающего ядра на формирование направленного потока протонов.
4. На основе моделирования установки детально изучены возможности измерения коллективных потоков протонов на экспериментальной установке BM@N на ускорителе NUCLOTRON-NICA (ОИЯИ, Дубна). Это позволило расширить существующую физическую программу эксперимента BM@N.

## Словарь терминов

**Фазовая диаграмма** — графическое отображение равновесного состояния бесконечной физико-химической системы при условиях, отвечающих координатам рассматриваемой точки на диаграмме (носит название фигуративной точки).

**Барохимический потенциал** — термодинамическая функция, применяемая при описании состояния систем с переменным числом частиц. Определяет изменение термодинамических потенциалов при изменении числа частиц в системе. Представляет собой адиабатическую энергию добавления одного бариона в систему без совершения работы.

**Прицельный параметр** — отрезок, соединяющий центры сталкивающихся ядер.

**Плоскость реакции** — плоскость определенная направлениями пучка и прицельного параметра.

**Плоскость симметрии** — экспериментальная оценка плоскости реакции в конкретном событии столкновения ядер.

**Угол плоскости реакции (симметрии)** — азимутальный угол плоскости реакции (симметрии).

**Нуклон-участник (партиципант)** — нуклон, претерпевший неупругое рассеяние в процессе столкновения двух ядер.

**Нуклон-наблюдатель (спектатор)** — нуклон, претерпевший упругое рассеяние в процессе столкновения двух ядер.

**Рожденная в столкновении частица** — частица, которая является продуктом реакции неупругого рассеяния нуклонов-участников.

**Поперечный импульс,  $p_T$**  — проекция импульса на плоскость поперечную направлению пучка.

**Продольный импульс,  $p_z$**  — проекция импульса на ось направления пучка.

**Полная энергия,  $E$**  — релятивистская энергия частицы,  $E = \sqrt{mc^2 + p^2}$ .

**Быстрота** — Величина, определенная по формуле  $y = 0.5 \ln \frac{E+p_z}{E-p_z}$ , где  $E$  — полная энергия частицы,  $p_z$  — продольный импульс частицы. Аддитивна относительно преобразований Лоренца.

**Коллективные анизотропные потоки** — коэффициенты разложения в ряд Фурье азимутального распределения частиц относительно плоскости реакции.

**Направленный поток**,  $v_1$  — первый коэффициент разложения в ряд Фурье азимутального распределения частиц относительно плоскости реакции.

**Эллиптический поток**,  $v_2$  — второй коэффициент разложения в ряд Фурье азимутального распределения частиц относительно плоскости реакции.

**Центральность столкновения** — отношение сечения взаимодействия данной группы столкновений к полному сечению неупругого взаимодействия.

**Непотоковые корреляции** — корреляции, не связанные с коллективным движением частиц.

**Единичный вектор частицы**,  $u_n$  — вектор, поставленный в соответствие каждой частицы в событии столкновения ядер. Определяется как  $u_n = \cos n\phi, \sin n\phi$ , где  $\phi$  — азимутальный угол частицы.

**Вектор события**,  $Q_n$  — вектор, определенный как сумма по группе  $u_n$ -векторов в одном событии. Является оценкой ориентации плоскости реакции в данном событии.

**Поправочный коэффициент разрешения плоскости симметрии**,  $R_n$  — коэффициент, определенный как средний косинус разности угла плоскости реакции и плоскости симметрии  $R_n = \langle \cos n(\Psi_S - \Psi_R) \rangle$ , где  $\Psi_R$  — угол плоскости реакции,  $\Psi_S$  — угол плоскости симметрии.

## Список литературы

1. *Danielewicz P., Lacey R., Lynch W. G.* Determination of the equation of state of dense matter // Science. — 2002. — Т. 298. — С. 1592—1596.
2. Mapping the Phases of Quantum Chromodynamics with Beam Energy Scan / A. Bzdak [и др.] // Phys. Rept. — 2020. — Т. 853. — С. 1—87.
3. *Xu N., et. al.* Nuclear Matter at High Density and Equation of State //. — 2022.
4. *Esumi S.* Results from beam energy scan program at RHIC-STAR // PoS. — 2022. — Т. CPOD2021. — С. 001.
5. *Abgrall N., et. al.* NA61/SHINE facility at the CERN SPS: beams and detector system // JINST. — 2014. — Т. 9. — P06005.
6. *Senger P.* The heavy-ion program at the upgraded Baryonic Matter@Nuclotron Experiment at NICA // PoS. — 2022. — Т. CPOD2021. — С. 033.
7. *Agakishiev G., et. al.* The High-Acceptance Dielectron Spectrometer HADES // Eur. Phys. J. A. — 2009. — Т. 41. — С. 243—277.
8. *Voloshin S. A., Poskanzer A. M., Snellings R.* Collective phenomena in non-central nuclear collisions // Landolt-Bornstein / под ред. R. Stock. — 2010. — Т. 23. — С. 293—333.
9. *Pinkenburg C., et. al.* Elliptic flow: Transition from out-of-plane to in-plane emission in Au + Au collisions // Phys. Rev. Lett. — 1999. — Т. 83. — С. 1295—1298.
10. *Liu H., et. al.* Sideward flow in Au + Au collisions between 2-A-GeV and 8-A-GeV // Phys. Rev. Lett. — 2000. — Т. 84. — С. 5488—5492.
11. *Chung P., et. al.* Differential elliptic flow in 2-A-GeV - 6-A-GeV Au+Au collisions: A New constraint for the nuclear equation of state // Phys. Rev. C. — 2002. — Т. 66. — С. 021901.
12. *Nara Y.* JAM: an event generator for high energy nuclear collisions // EPJ Web of Conferences. Т. 208. — EDP Sciences. 2019. — С. 11004.

13. Experimental and theoretical challenges in the search for the quark gluon plasma: The STAR Collaboration's critical assessment of the evidence from RHIC collisions / J. Adams [и др.] // Nucl. Phys. A. — 2005. — Т. 757. — С. 102—183. — arXiv: [nucl-ex/0501009](#).
14. *Shen C., Heinz U.* The road to precision: Extraction of the specific shear viscosity of the quark-gluon plasma // Nucl. Phys. News. — 2015. — Т. 25, № 2. — С. 6—11. — arXiv: [1507.01558 \[nucl-th\]](#).
15. Equation of state in ( 2+1 )-flavor QCD / A. Bazavov [и др.] // Phys. Rev. D. — 2014. — Т. 90. — С. 094503. — arXiv: [1407.6387 \[hep-lat\]](#).
16. Where is the chiral critical point in three flavor QCD? / F. Karsch [и др.] // Nucl. Phys. B Proc. Suppl. / под ред. S. Aoki [и др.]. — 2004. — Т. 129. — С. 614—616. — arXiv: [hep-lat/0309116](#).
17. *Odyniec G.* Beam Energy Scan Program at RHIC (BES I and BES II) – Probing QCD Phase Diagram with Heavy-Ion Collisions // PoS / под ред. K. Anagnostopoulos [и др.]. — 2019. — Т. CORFU2018. — С. 151.
18. *McLerran L.* Quarkyonic Matter and the Phase Diagram of QCD // 8th Workshop on Continuous Advances in QCD (CAQCD-08). — 08.2008. — С. 125—134. — arXiv: [0808.1057 \[hep-ph\]](#).
19. Probing dense baryon-rich matter with virtual photons / J. Adamczewski-Musch [и др.] // Nature Phys. — 2019. — Т. 15, № 10. — С. 1040—1045.
20. The Phase transition to the quark - gluon plasma and its effects on hydrodynamic flow / D. H. Rischke [и др.] // Acta Phys. Hung. A. — 1995. — Т. 1. — С. 309—322. — arXiv: [nucl-th/9505014](#).
21. *Stoecker H.* Collective flow signals the quark gluon plasma // Nucl. Phys. A / под ред. D. Rischke, G. Levin. — 2005. — Т. 750. — С. 121—147. — arXiv: [nucl-th/0406018](#).
22. Beam-Energy Dependence of the Directed Flow of Protons, Antiprotons, and Pions in Au+Au Collisions / L. Adamczyk [и др.] // Phys. Rev. Lett. — 2014. — Т. 112, № 16. — С. 162301. — arXiv: [1401.3043 \[nucl-ex\]](#).
23. Excitation function of energy density and partonic degrees of freedom in relativistic heavy ion collisions / H. Weber [и др.] // Nucl. Phys. A / под ред. F. Karsch, M. P. Lombardo. — 1998. — Т. 642. — С. 121—129.

24. *Herrmann N., Wessels J. P., Wienold T.* Collective flow in heavy ion collisions // Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. — 1999. — Т. 49. — С. 581—632.
25. *Stoecker H., Greiner W.* High-Energy Heavy Ion Collisions: Probing the Equation of State of Highly Excited Hadronic Matter // Phys. Rept. — 1986. — Т. 137. — С. 277—392.
26. *Hung C. M., Shuryak E. V.* Hydrodynamics near the QCD phase transition: Looking for the longest lived fireball // Phys. Rev. Lett. — 1995. — Т. 75. — С. 4003—4006. — arXiv: [hep-ph/9412360](#).
27. Event-by-Event Simulation of the Three-Dimensional Hydrodynamic Evolution from Flux Tube Initial Conditions in Ultrarelativistic Heavy Ion Collisions / K. Werner [и др.] // Phys. Rev. C. — 2010. — Т. 82. — С. 044904. — arXiv: [1004.0805 \[nucl-th\]](#).
28. *Molnar D., Huovinen P.* Dissipation and elliptic flow at RHIC // Phys. Rev. Lett. — 2005. — Т. 94. — С. 012302. — arXiv: [nucl-th/0404065](#).
29. *Xu Z., Greiner C.* Thermalization of gluons in ultrarelativistic heavy ion collisions by including three-body interactions in a parton cascade // Phys. Rev. C. — 2005. — Т. 71. — С. 064901. — arXiv: [hep-ph/0406278](#).
30. Equation of state dependence of directed flow in a microscopic transport model / Y. Nara [и др.] // Phys. Lett. B. — 2017. — Т. 769. — С. 543—548. — arXiv: [1611.08023 \[nucl-th\]](#).
31. *Kruse H., Jacak B. V., Stoecker H.* Microscopic theory of pion production and sideways flow in heavy ion collisions // Phys. Rev. Lett. — 1985. — Т. 54. — С. 289—292.
32. *Molitoris J. J., Stoecker H.* FURTHER EVIDENCE FOR A STIFF NUCLEAR EQUATION OF STATE FROM A TRANSVERSE MOMENTUM ANALYSIS OF Ar (1800-MEV/NUCLEON) + KCl // Phys. Rev. C. — 1985. — Т. 32. — С. 346—348.
33. *Gale C., Bertsch G., Das Gupta S.* Heavy-ion collision theory with momentum-dependent interactions // Phys. Rev. C. — 1987. — Т. 35. — С. 1666—1671.
34. Importance of Momentum Dependent Interactions for the Extraction of the Nuclear Equation of State From High-energy Heavy Ion Collisions / J. Aichelin [и др.] // Phys. Rev. Lett. — 1987. — Т. 58. — С. 1926—1929.

35. Azimuthal distributions in heavy ion collisions and the nuclear equation of state / G. M. Welke [и др.] // Phys. Rev. C. — 1988. — Т. 38. — С. 2101—2107.
36. Effects of Gogny-type interactions on the nuclear flow / F. Haddad [и др.] // Phys. Rev. C. — 1995. — Т. 52. — С. 2013—2020.
37. *Reisdorf W., et. al.* Systematics of azimuthal asymmetries in heavy ion collisions in the 1 A GeV regime // Nucl. Phys. A. — 2012. — Т. 876. — С. 1—60.
38. Centrality dependence of the charged-particle multiplicity density at mid-rapidity in Pb-Pb collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$  TeV / K. Aamodt [и др.] // Phys. Rev. Lett. — 2011. — Т. 106. — С. 032301. — arXiv: [1012.1657 \[nucl-ex\]](https://arxiv.org/abs/1012.1657).
39. Centrality Dependence of the Charged-Particle Multiplicity Density at Midrapidity in Pb-Pb Collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$  TeV / J. Adam [и др.] // Phys. Rev. Lett. — 2016. — Т. 116, № 22. — С. 222302. — arXiv: [1512.06104 \[nucl-ex\]](https://arxiv.org/abs/1512.06104).
40. Using multiplicity of produced particles for centrality determination in heavy-ion collisions with the CBM experiment / I. Segal [и др.] // J. Phys. Conf. Ser. / под ред. Р. Тетерин. — 2020. — Т. 1690, № 1. — С. 012107.
41. *Adamczewski-Musch J., et. al.* Centrality determination of Au + Au collisions at 1.23A GeV with HADES // Eur. Phys. J. A. — 2018. — Т. 54, № 5. — С. 85.
42. Glauber modeling in high energy nuclear collisions / M. L. Miller [и др.] // Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. — 2007. — Т. 57. — С. 205—243. — arXiv: [nucl-ex/0701025](https://arxiv.org/abs/nucl-ex/0701025).
43. *Mamaev M., Golosov O., Selyuzhenkov I.* Directed flow of protons with the event plane and scalar product methods in the HADES experiment at SIS18 // J. Phys. Conf. Ser. / под ред. Р. Тетерин. — 2020. — Т. 1690, № 1. — С. 012122.
44. *Borghini N., Dinh P. M., Ollitrault J.-Y.* Flow analysis from multiparticle azimuthal correlations // Phys. Rev. C. — 2001. — Т. 64. — С. 054901.
45. *Bhalerao R. S., Ollitrault J.-Y.* Eccentricity fluctuations and elliptic flow at RHIC // Phys. Lett. B. — 2006. — Т. 641. — С. 260—264.

46. *Adamczewski-Musch J., Mamaev M., et. al.* Directed, Elliptic, and Higher Order Flow Harmonics of Protons, Deuterons, and Tritons in Au+Au Collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 2.4$  GeV // Phys. Rev. Lett. — 2020. — T. 125. — C. 262301.
47. *Mamaev M., Golosov O., Selyuzhenkov I.* Estimating Non-Flow Effects in Measurements of Anisotropic Flow of Protons with the HADES Experiment at GSI // Phys. Part. Nucl. — 2022. — T. 53, № 2. — C. 277—281.
48. *Mamaev M.* Performance Towards Spectator Symmetry Plane Estimation Using Forward Hadron Calorimeter in the BM@N Experiment // Phys. Part. Nucl. Lett. — 2023. — T. 20, № 5. — C. 1205—1208.
49. *Mamaev M., Taranenko A.* Toward the System Size Dependence of Anisotropic Flow in Heavy-Ion Collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 2\text{--}5$  GeV // Particles. — 2023. — T. 6, № 2. — C. 622—637.
50. *Mamaev M.* Baryonic Matter @ Nuclotron: Upgrade and Physics Program Overview // Physics of Atomic Nuclei. — 2024. — T. 87, № 1. — C. 311—318.
51. *Selyuzhenkov I., Voloshin S.* Effects of non-uniform acceptance in anisotropic flow measurement // Phys. Rev. C. — 2008. — T. 77. — C. 034904.
52. *Fricke G., Heilig K.* Nuclear Charge Radii · 79-Au Gold: Datasheet from Landolt-Börnstein - Group I Elementary Particles, Nuclei and Atoms · Volume 20: “Nuclear Charge Radii” in SpringerMaterials ([https://doi.org/10.1007/10856314\\_81](https://doi.org/10.1007/10856314_81)). — URL: [https://materials.springer.com/lb/docs/sm\\_lbs\\_978-3-540-45555-4\\_81](https://materials.springer.com/lb/docs/sm_lbs_978-3-540-45555-4_81) ; accessed 2024-09-22.
53. Multifragmentation of spectators in relativistic heavy ion reactions / A. S. Botvina [и др.] // Nucl. Phys. A. — 1995. — T. 584. — C. 737—756.
54. Monte-Carlo Generator of Heavy Ion Collisions DCM-SMM / M. Baznat [и др.] // Phys. Part. Nucl. Lett. — 2020. — T. 17, № 3. — C. 303—324.
55. *Bohm G., Zech G.* Introduction to statistics and data analysis for physicists. — 2010.
56. *Parfenov P.* Model Study of the Energy Dependence of Anisotropic Flow in Heavy-Ion Collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 2\text{--}4.5$  GeV // Particles. — 2022. — T. 5, № 4. — C. 561—579.

57. *Nara Y., Maruyama T., Stoecker H.* Momentum-dependent potential and collective flows within the relativistic quantum molecular dynamics approach based on relativistic mean-field theory // Phys. Rev. C. — 2020. — Т. 102, № 2. — С. 024913.
58. *Nara Y., Stoecker H.* Sensitivity of the excitation functions of collective flow to relativistic scalar and vector meson interactions in the relativistic quantum molecular dynamics model RQMD.RMF // Phys. Rev. C. — 2019. — Т. 100, № 5. — С. 054902.
59. Possibilities of Using Different Estimators for Centrality Determination with the BM@N Experiment / I. Segal [и др.] // Phys. Atom. Nucl. — 2023. — Т. 86, № 6. — С. 1502–1507.
60. *Mamaev M.* On the Azimuthal Flow of Protons in the Heavy Ion Collisions at  $\sqrt{s_{NN}}=2\text{--}4 \text{ GeV}$  // Physics of Particles and Nuclei Letters. — 2024. — Т. 21, № 4. — С. 661–663.
61. *Mamaev M.* On the Scaling Properties of the Directed Flow of Protons in Au + Au and Ag + Ag Collisions at the Beam Energies of 1.23 and 1.58A GeV // Physics of Particles and Nuclei. — 2024. — Т. 55, № 4. — С. 832–835.
62. *Adam J., et. al.* Flow and interferometry results from Au+Au collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 4.5 \text{ GeV}$  // Phys. Rev. C. — 2021. — Т. 103, № 3. — С. 034908.

## Список рисунков

1.1	Фазовая диаграмма КХД-материи [2]. . . . .	14
1.2	Схематичное изображение механизмов рождения направленного (bounce-off) и эллиптического (squeeze-out) потоков. . . . .	17
1.3	Сравнение данных для наклона направленного потока (слева) и эллиптического потока (справа), как функции энергии с теоретическими расчетами для разных значений коэффициента несжимаемости [1]. . . . .	22
1.4	Зависимость наклона направленного потока протонов $dv_1/dy _{y=0}$ от энергии столкновения ядер золота. . . . .	23
1.5	Схематическое представление сталкивающихся ядер в плоскости, перпендикулярной направлению пучка. . . . .	29
1.6	Схематическое представление эффекта применения каждого этапа коррекций, описанных в [51]. . . . .	33
2.1	Схема эксперимента HADES . . . . .	37
2.2	Фотография мишени для сеанса Au + Au при энергии 1.23A ГэВ. . . . .	38
2.3	Схематическое изображение трекинговой системы эксперимента HADES. . . . .	42
2.4	Схема расположения модулей переднего гodosкопа FW. . . . .	43
2.5	Схема эксперимента BM@N. . . . .	45
2.6	Схематическое изображение трекинговой системы в эксперименте BM@N. Цифрами (1) обозначена мишень, (2) — Barell Detector, (3) — STS, (4) — GEM, (5) — Beam Pipe . . . . .	46
2.7	Распределение заряженных частиц по относительной скорости $\beta = v/c$ и импульсу деленному на заряд $p/q$ . . . . .	47
2.8	Схема расположения модулей переднего адронного калориметра FHCAL. . . . .	48
3.1	Слева: распределение восстановленной вершины по оси $z$ , справа: в плоскости $x - y$ для столкновений Au + Au при $E_{kin} = 1.23A$ ГэВ. . . . .	50

3.2	Распределение восстановленных траекторий заряженных частиц по расстоянию наименьшего сближения с вершиной столкновения для Au + Au при $E_{kin} = 1.23\text{A ГэВ}$ . . . . .	51
3.3	Сравнение множественности срабатываний времязадерживающей системы TOF+RPC для центрального триггера в столкновениях Au + Au при $E_{kin} = 1.23$ и Ag + Ag при $E_{kin} = 1.23$ и $E_{kin} = 1.58\text{A ГэВ}$ . . . . .	52
3.4	Слева: распределение множественности срабатывающих элементов TOF-RPC в сеансе Au + Au при энергии 1.23A ГэВ. Справа: распределение разыгранной множественности методом МК-Глаубера и прицельного параметра для столкновений Au + Au при энергии 1.23A ГэВ. . . . .	53
3.5	Распределение заряженных частиц, зарегистрированных трекинговой системой HADES по относительной скорости $\beta$ и импульсу делённому на заряд $p/q$ . . . . .	54
3.6	Распределение заряженных частиц, зарегистрированных трекинговой системой HADES по квадрату массы деленному на квадрат заряда $m^2/q^2$ и импульсу делённому на заряд $p/q$ : Для всех заряженных частиц (слева), для отобранных протонов (справа). . . . .	55
3.7	Эффективность реконструкции протонов как функция быстроты ( $y$ ) и поперечного импульса ( $p_T$ ) для столкновений Au + Au при энергии $E_{kin}=1.23\text{A ГэВ}$ (слева), Ag + Ag при энергии $E_{kin}=1.23\text{A ГэВ}$ (посередине) и $E_{kin}=1.58\text{A ГэВ}$ (справа). . . . .	56
3.8	Распределение сигнала в модулях сцинтиляционной стенки FW для столкновений Au + Au при $E_{kin}=1.23\text{A ГэВ}$ (слева), Ag + Ag при $E_{kin}=1.23\text{A ГэВ}$ (посередине) и $E_{kin}=1.58\text{A ГэВ}$ (справа). . . . .	57
3.9	Аксептанс по псевдобыстроте $\eta$ для подсобытий из FW и поперечному импульсу $p_T$ для подсобытий из MDC, использованных для расчета направленного потока протонов в столкновениях ядер золота и серебра. . . . .	59
3.10	Азимутальный аксептанс трекинговой системы эксперимента HADES в зависимости от быстроты частицы. . . . .	60
3.11	Схематическое изображение поправок предложенных в [51]. . . . .	61

3.12 Сравнение компонент корреляции $\langle u_1 Q_1 \rangle$ после применения поправок на азимутальную неоднородность детектора для столкновений Au+Au@1.23A ГэВ (слева), Ag+Ag@1.23A ГэВ (посередине) и Ag+Ag@1.58A ГэВ (справа) . . . . .	62
3.13 Разрешение плоскости симметрии рассчитанное методом случайных подсобытий как функция центральности столкновения. Слева: для столкновений Au + Au при $E_{kin}=1.23A$ ГэВ; посередине: для столкновений Ag + Ag при $E_{kin}=1.23A$ ГэВ; справа: для столкновений Ag + Ag при $E_{kin}=1.58A$ ГэВ; . . . . .	63
3.14 Сравнение разрешений плоскости симметрии W1 полученное с использованием различных комбинаций $Q_1$ -векторов для Au+Au@1.23A ГэВ (слева), Ag+Ag@1.23A ГэВ (посередине) и Ag+Ag@1.58A ГэВ (справа) . . . . .	64
3.15 Направленный поток протонов $v_1$ рожденных в столкновении Au+Au при энергии $E_{kin} = 1.23A$ ГэВ как функция центральности столкновения, измеренный при помощи различных комбинаций $Q_1$ -векторов. Слева представлены значения $v_1$ протонов измеренные относительно внутреннего подсобытия W1, справа — внешнего подсобытия W3 и подсобытия из треков заряженных частиц Mf. Черной линией представлено среднее результатов полученных при помощи разделенных по быстроте комбинаций. . . . .	66
3.16 Направленный поток протонов $v_1$ , рожденных в столкновении Au+Au при энергии $E_{kin} = 1.23A$ ГэВ как функция центральности столкновения. Результаты показаны для методов скалярного произведения (SP) и плоскости события (EP). . . . .	67
3.17 Направленный поток $v_1$ протонов, рожденных в столкновении Au+Au при энергии $E_{kin} = 1.23A$ ГэВ (слева), Ag + Ag при энергии $E_{kin} = 1.23A$ ГэВ (посередине) и Ag + Ag при энергии $E_{kin} = 1.58A$ ГэВ (справа) как функция центральности столкновения. Результаты показаны для методов трех подсобытий и метода случайных подсобытий. . . . .	68

3.18 Направленный поток ( $v_1$ ) протонов рожденных в столкновении Au+Au при энергии $E_{kin} = 1.23A$ ГэВ как функция быстроты (справа) и поперечного импульса (слева). Сравнение полученных результатов с опубликованными данными [46]. . . . .	69
3.19 Азимутальный аксептанс заряженных частиц в зависимости от псевдобыстроты. . . . .	72
3.20 Разрешение трекинговой системы по импульсу в эксперименте BM@N. Различными цветами и маркерами показана различная энергия столкновения. . . . .	73
3.21 Слева: распределение множественности заряженных частиц в эксперименте BM@N. Вертикальными линиями изображены границы классов центральности. Справа: значения среднего прицельного параметра в классах центральности, определенных по множественности. . . . .	74
3.22 Распределение квадрата массы деленного на квадрат заряда заряженной частицы в зависимости от импульса $p/q$ для TOF-400 (слева) и TOF-700 (справа). Сверху представлены распределения для всех заряженных частиц, снизу — для отобранных протонов. . . . .	75
3.23 Распределение протонов по быстроте $y_{cm}$ и поперечному импульсу $p_T$ , идентифицированных при помощи TOF-400 (слева сверху), TOF-700 (слева снизу), с использованием обоих TOF-детекторов (справа). . . . .	76
3.24 Слева: Схема разделения модулей переднего адронного калориметра по группам для определения плоскости симметрии события. Справа: Кинематические окна для подсчета $Q_1$ -векторов из треков заряженных частиц. . . . .	77
3.25 Сравнение направленного потока $v_1$ протонов рожденных в Монте-Карло моделировании столкновений Xe+Cs в эксперименте BM@N. Направленный поток получен с использованием различных компонент $u_1$ -вектора. Разными маркерами обозначены результаты до и после коррекции на азимутальную неоднородность аксептанса детектора. . . . .	78

- 4.1 Направленный поток ( $v_1$ ) протонов, дейтронов и тритонов рожденных в столкновении Au+Au при энергии  $E_{kin} = 1.23A$  ГэВ как функция быстроты (справа) и поперечного импульса (слева). . . . . 81
- 4.2 Направленный поток протонов  $v_1$  как функция (справа) быстроты в системе центра масс  $y_{cm}$  и (слева) поперечного импульса  $p_T$  для столкновений Au+Au при энергии  $E_{kin} = 1.23A$  ГэВ и Ag+Ag при энергиях  $E_{kin} = 1.23A$  и  $1.58A$  ГэВ. Линиями показаны данные, полученные из модели JAM с импульсно-зависимым потенциалом. . . . . 82
- 4.3 Направленный поток протонов  $v_1$  как функция быстроты столкновения  $y_{cm}$  (слева) и быстроты, нормированной на быстроту пучка  $y' = y_{cm}/y_{beam}$  (справа) из модели JAM. . . . . 83
- 4.4 (Слева) Наклон направленного потока в нуле быстроты  $dv_1/dy|_{y_{cm}=0}$  как функция центральности столкновений; (посередине) наклон направленного потока в нуле быстроты нормированный на быстроту пучка  $dv_1/dy|_{y'=0}$  как функция центральности столкновений; (справа) наклон направленного потока в нуле быстроты нормированный на быстроту пучка  $dv_1/dy|_{y'=0}$  как функция среднего прицельного параметра в классах центральности для столкновений Au+Au при энергии  $E_{kin} = 1.23A$  ГэВ и Ag+Ag при энергиях  $E_{kin} = 1.23A$  и  $1.58A$  ГэВ. . . . . 84
- 4.5 Направленный поток протонов  $v_1$  как функция поперечного импульса  $p_T$ . Слева: направленный поток  $v_1$ , справа: направленный поток, нормированный на наклон в средних быстротах  $v_1/dv_1/dy|_{y=0}$ . . . . . 85
- 4.6 Направленный поток протонов  $v_1$  как функция поперечного импульса  $p_T$  в модели JAM для различных сталкиваемых систем. Слева: направленный поток  $v_1$ , справа: направленный поток, нормированный на наклон в средних быстротах  $v_1/dv_1/dy|_{y=0}$ . . . . . 86
- 4.7 Направленный поток протонов  $dv_1/dy|_{y_{cm}=0}$  как функция энергии столкновения  $\sqrt{s_{NN}}$ . Экспериментальные значения наклона направленного потока были взяты из следующих публикаций: E895 [10], FOPI [37], STAR [62]. . . . . 87

4.8	Разрешение плоскостей симметрии слева: $F1$ , посередине: $F2$ , справа: $F3$ . Различные маркеры и цвета обозначают комбинации $Q_1$ -векторов, использованных для расчета разрешения плоскости симметрии. . . . .	89
4.9	Направленный (слева) и эллиптический (справа) поток протонов как функция быстроты и поперечного импульса соответственно в Монте-Карло моделировании столкновений $Xe + Cs$ из модели JAM. Разными цветами обозначена разная энергия столкновений. Линии обозначают $v_1$ и $v_2$ извлеченные напрямую из модели без реконструкции. Маркерами обозначены результаты анализа Монте-Карло моделирования отклика детектора. . . . .	90
4.10	Разрешение плоскостей симметрии $F1$ , $F2$ и $F3$ справа налево как функция центральности из экспериментальных данных столкновений $Xe + CsI$ при энергии $3.8A$ ГэВ на BM@N. . . . .	91

