Gilbran Mahdavikia Raja
5025241134

5.7

47. Diberikan $f(x) = x^{2/3}$, $a = -1$, dan $b = 8$.

    (a) Tunjukkan bahwa tidak ada titik c dalam (a, b) sedemikian hingga:

    $$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

    $\Leftrightarrow$ $f(a) = f(-1) = (-1)^{2/3} = 1, \quad f(b) = f(8) = 8^{2/3} = 4.$

    $\Leftrightarrow$ $\frac{f(b)-f(a)}{b-a} = \frac{4-1}{8-(-1)} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}.$

    $f'(x) = \frac{2}{3}x^{-1/3} = \frac{2}{3\sqrt[3]{x}}.$

    $\Leftrightarrow$ $f'(c) = \frac{1}{3} \implies \frac{2}{3\sqrt[3]{c}} = \frac{1}{3}.$

    $\Leftrightarrow$ Selesaikan untuk c: $\frac{2}{\sqrt[3]{c}} = 1 \implies \sqrt[3]{c} = 2 \implies c = 2^3 = 8.$

    Namun, $c = 8$ berada di ujung interval $[a, b]$, sehingga tidak termasuk dalam interval terbuka (a, b). Oleh karena itu, tidak ada c dalam (a, b) yang memenuhi $f'(c) = \frac{1}{3}$.

    (b) Terangkan mengapa hasil bagian (a) tidak melanggar Teorema Nilai Rata-rata.

    Teorema Nilai Rata-rata menyatakan bahwa jika $f(x)$ kontinu pada $[a, b]$ dan terdiferensialkan pada (a, b), maka terdapat $c \in (a, b)$ sedemikian hingga:

    $$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}.$$

    Namun, dalam kasus ini:

    - Fungsi $f(x) = x^{2/3}$ kontinu pada $[a, b]$, tetapi tidak terdiferensialkan di $x = 0$, karena turunan $f'(x)$ tidak terdefinisi di $x = 0$.

    Karena salah satu syarat Teorema Nilai Rata-rata (yaitu terdiferensialkan pada seluruh interval terbuka (a, b)) tidak terpenuhi, maka hasil pada bagian (a) tidak melanggar Teorema Nilai Rata-rata.