Algorithme : trouver les diviseurs d'un nombre

On donne un nombre $n \geqslant 0$.
Que faut-il faire pour trouver tous les diviseurs de n dans $\mathbb{N}^*$?
On utilise la propriété suivante : dans $\mathbb{N}$, si d divise n, alors $d \leqslant n$.

On examine tous les nombres entiers d.
Pour chacun d'entre eux, on se pose les questions suivantes :
Est-ce que $d \leqslant n$? (sinon, ce n'est pas un diviseur de n)
Est-ce que d divise n ?
Donc en examinant les nombres entiers dans l'ordre à partir de 0, on pourra s'arrêter dès qu'on dépasse n.

I) Exemple d'exécution

Choisissons par exemple $n = 6$ (le nombre dont on cherche les diviseurs)
Le premier nombre à examiner est 1 (c'est le premier nombre entier strictement positif)
Est-ce que $1 \leqslant 6$? Oui, donc c'est un candidat possible.
Est-ce que 6 est divisible par 1 ? Oui. Donc on vient de trouver un diviseur : $\boxed{1}$
On passe au prochain nombre entier : 2
Est-ce que $2 \leqslant 6$? Oui, donc c'est un candidat possible.
Est-ce que 6 est divisible par 2 ? Oui. Donc on vient de trouver un diviseur : $\boxed{2}$
On passe au prochain nombre entier : 3
Est-ce que $3 \leqslant 6$? Oui, donc c'est un candidat possible.
Est-ce que 6 est divisible par 3 ? Oui. Donc on vient de trouver un diviseur : $\boxed{3}$
On passe au prochain nombre entier : 4
Est-ce que $4 \leqslant 6$? Oui, donc c'est un candidat possible.
Est-ce que 6 est divisible par 4 ? Non.
On passe au prochain nombre entier : 5
Est-ce que $5 \leqslant 6$? Oui, donc c'est un candidat possible.
Est-ce que 6 est divisible par 5 ? Non.
On passe au prochain nombre entier : 6
Est-ce que $6 \leqslant 6$? Oui, donc c'est un candidat possible.
Est-ce que 6 est divisible par 6 ? Oui. Donc on vient de trouver un diviseur : $\boxed{6}$
On passe au prochain nombre entier : 7
Est-ce que $7 \leqslant 6$? Non
Donc on s'arrête, on a trouvé tous les diviseurs de 6 : $1; 2; 3; 6$

II) Algorithme

Essayons de décrire l'exécution précédente de manière résumée.
On constate que certaines séquences reviennent règulièrement :

Lorsque le nombre d qu'on examine est un diviseur de 6 :

Est-ce que $d \leqslant 6$? Oui, donc c'est un candidat possible. Est-ce que 6 est divisible par d ? Oui. Donc on vient de trouver un diviseur : $\boxed{d}$ On passe au prochain nombre entier : $d + 1$

Lorsque le nombre d qu'on examine n'est pas un diviseur de 6 (tout en étant $\leqslant 6$)

Est-ce que $d \leqslant 6$? Oui, donc c'est un candidat possible. Est-ce que 6 est divisible par d ? Non. On passe au prochain nombre entier : $d + 1$

Dans les deux cas, la forme générale est toujours la même :

Est-ce que $d \leqslant 6$? Oui, donc c'est un candidat possible. Est-ce que 6 est divisible par d ? ... On passe au prochain nombre entier : $d + 1$

En résumé, la méthode consiste donc à commencer avec $d = 1$, puis à répéter la séquence précédente tant que $d \leqslant 6$. On s'arrête lorsque $d > 6$.
Pour généraliser, on peut remplacer 6 par n. Dans un langage algorithmique, cela se résume par :

```
d = 1
Tant que d ⩽ 6 :
   Si n est divisible par d alors signaler que d est un diviseur de 6
   Remplacer d par d + 1
```