

自动控制理论 A

Matlab 仿真实验报告

实验名称：Matlab 仿真实验 2. 根轨迹
与频率特性分析

姓 名：

学 号：

班 级：

撰写日期：2024 年

哈尔滨工业大学（深圳）

一、基于根轨迹的性能分析

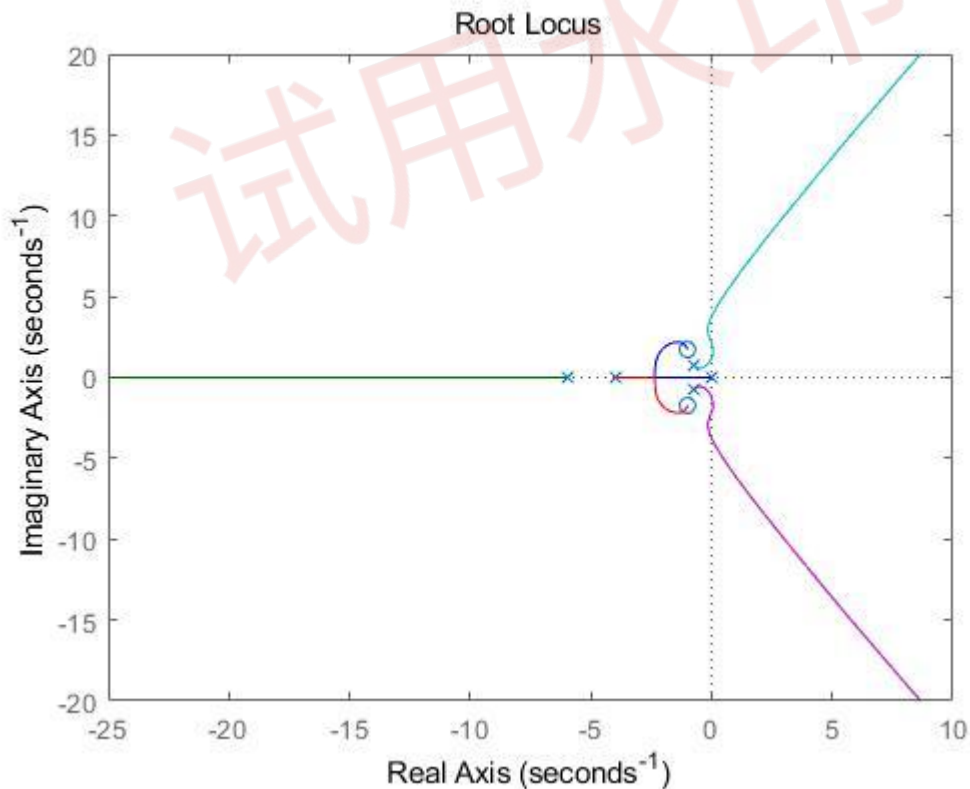
1. 对开环传递函数 $G(s)$ 、 $G_1(s)$ 和 $G_2(s)$ 分别画出关于根轨迹增益 k 的闭环根轨迹图，给出根轨迹的分离点、与虚轴的交点，给出使闭环系统稳定的参数 k 的范围。

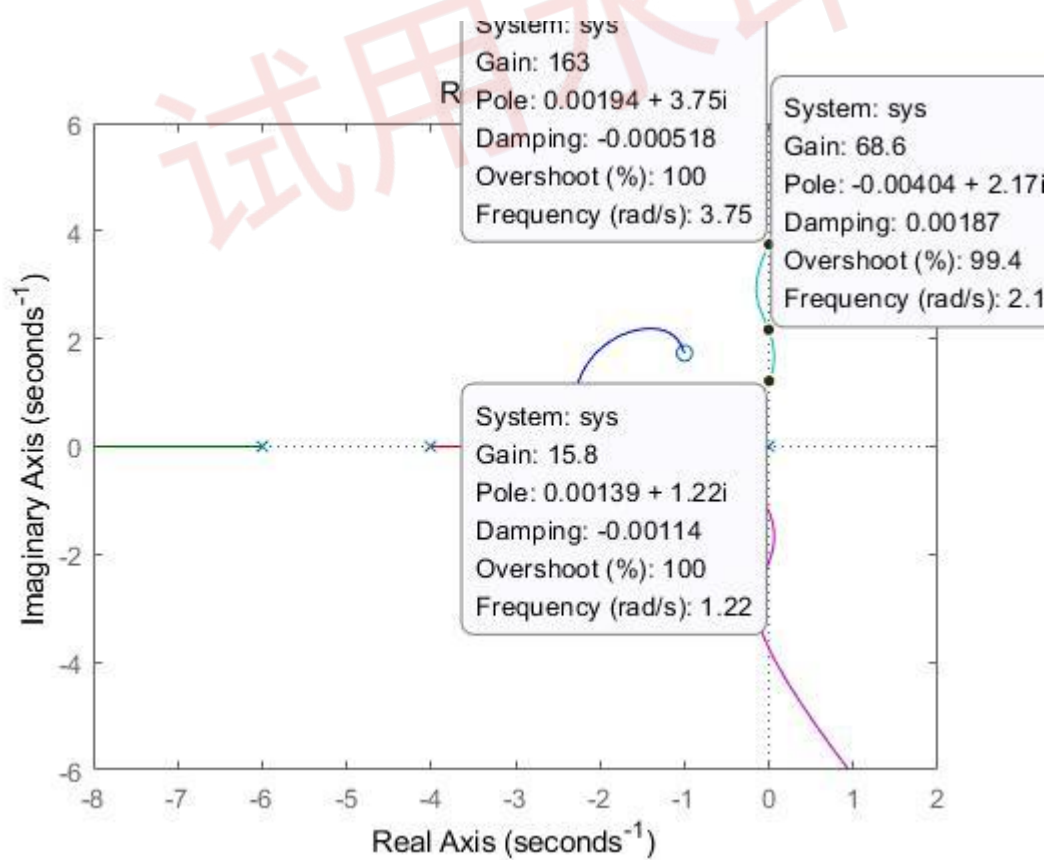
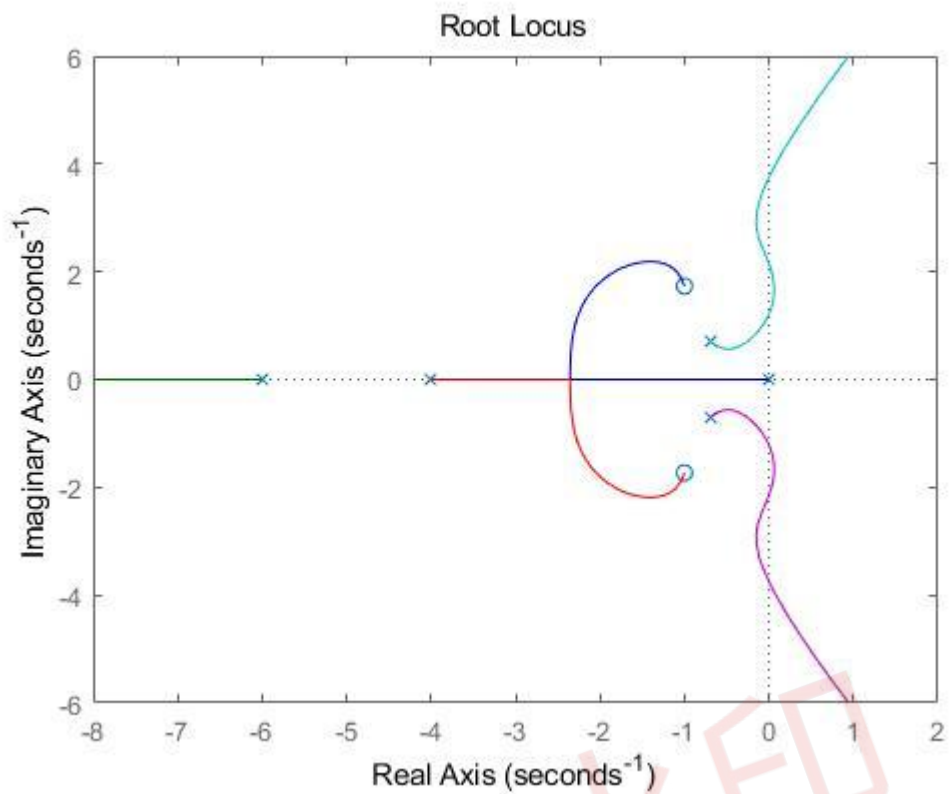
$G(s)$

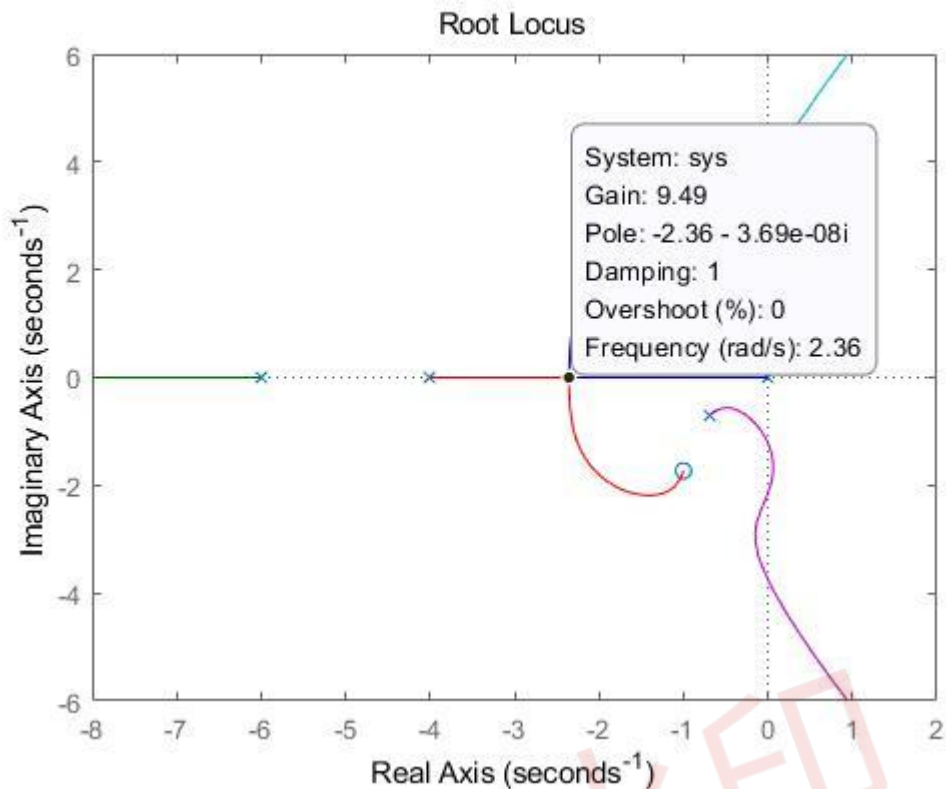
实验代码：

```
num=[1,2,4];  
den=conv(conv([1,4,0],[1,6]),[1,1.4,1]);  
sys=tf(num,den);  
rlocus(sys);  
%axis([-8 2 -6 6]);
```

实验图像：







由图中数据：

根轨迹的分离点为-2.36，对应开环增益 k 等于 9.49、

与虚轴正半轴的交点为 $1.22i$, $2.17i$, $3.75i$ ，对应开环增益 k 分别为 15.8, 68.6, 163

与虚轴负半轴的交点为 $-1.22i$, $-2.17i$, $-3.75i$ ，对应开环增益 k 分别为 15.8, 68.6, 163

依次选中根轨迹与虚轴正半轴的三个交点,可以看到它们对 应的开环增益 k 分别为 15.8, 68.6 和 163。

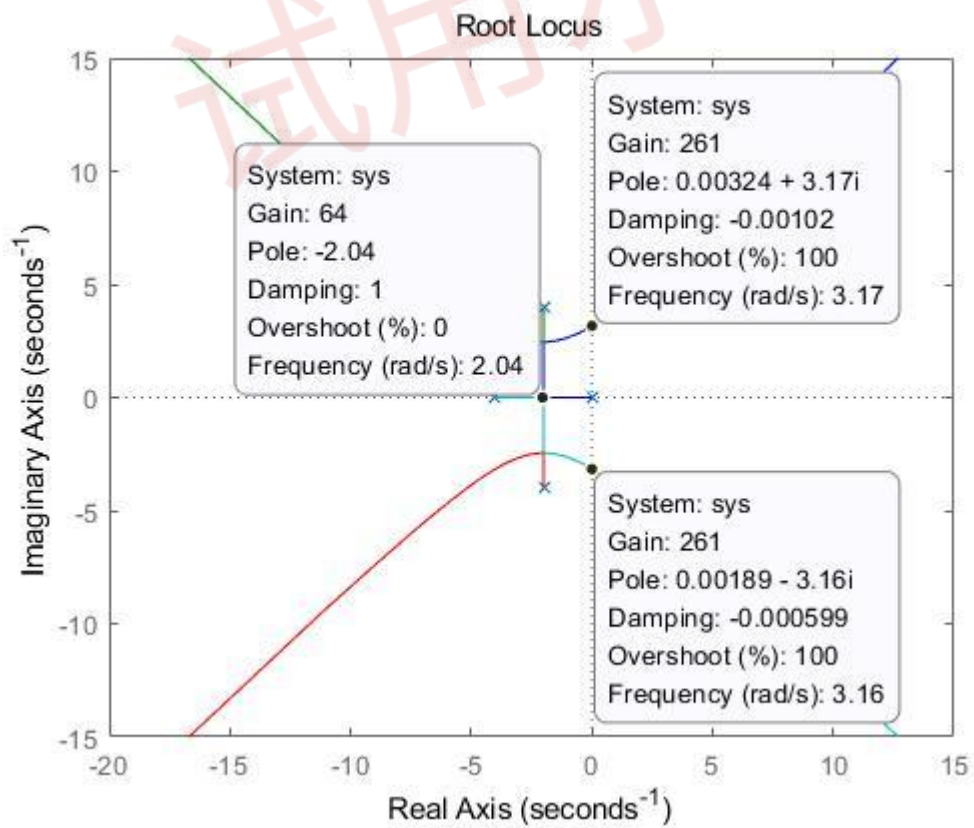
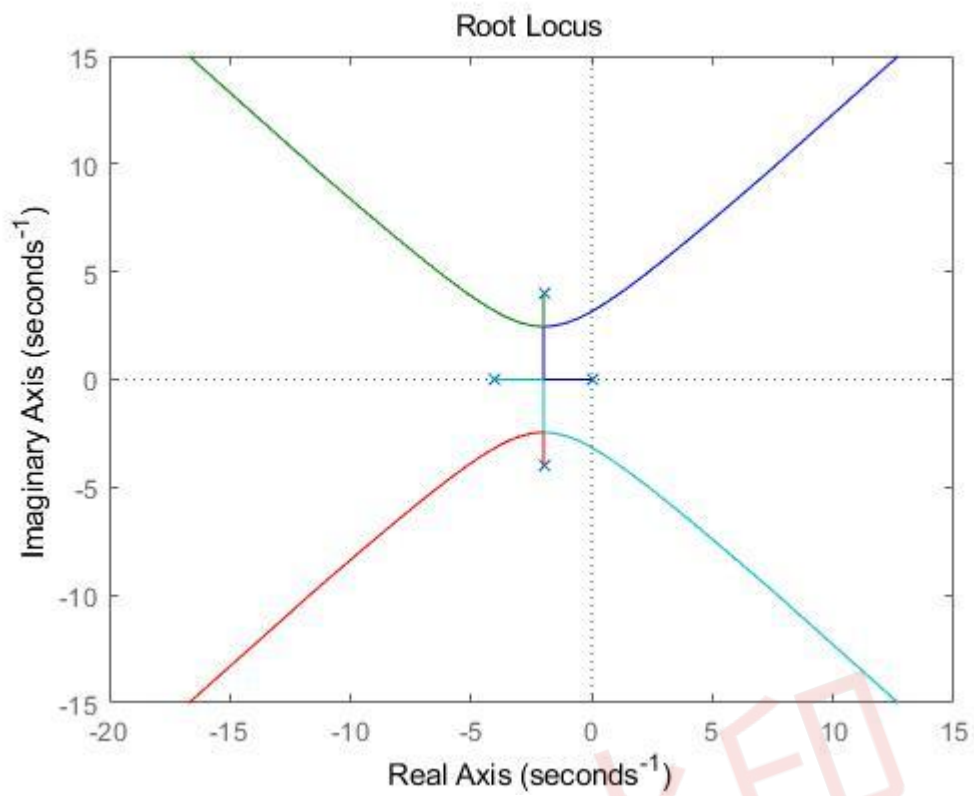
根据根轨迹理论可知使闭环系统稳定的开环增益的 范围是 $0 < k < 15.8$, $68.6 < k < 163$

$G1(s)$

实验代码：

```
num=[0,1];
den=conv([1,4,0],[1,4,20]);
sys=tf(num,den);
rlocus(sys);
```

实验图像：



由图中数据：

根轨迹的分离点为-2.04，对应开环增益 k 等于 65、
与虚正半轴的交点为 $3.17i$ ，对应开环增益 k 为 261
与虚负半轴的交点为 $-3.17i$ ，对应开环增益 k 为 261

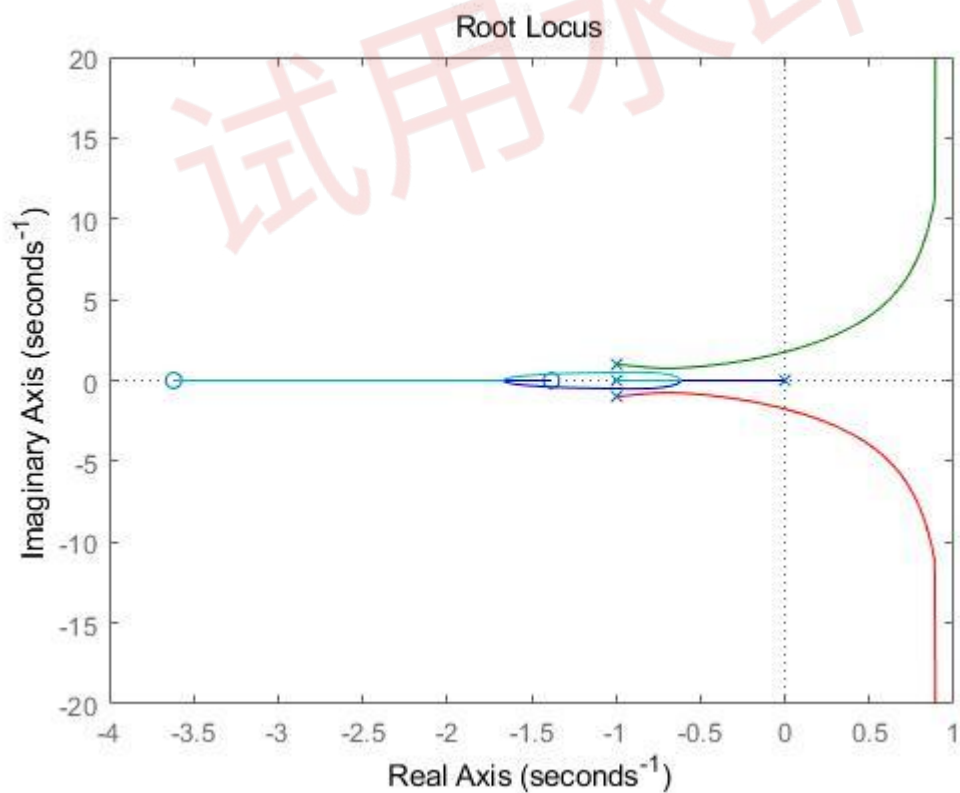
选中根轨迹与虚轴的交点，可以看到对 应的开环增益 k 为 261。根据根轨迹理论可知使闭环系统稳定的开环增益的 范围是 $0 < k < 261$

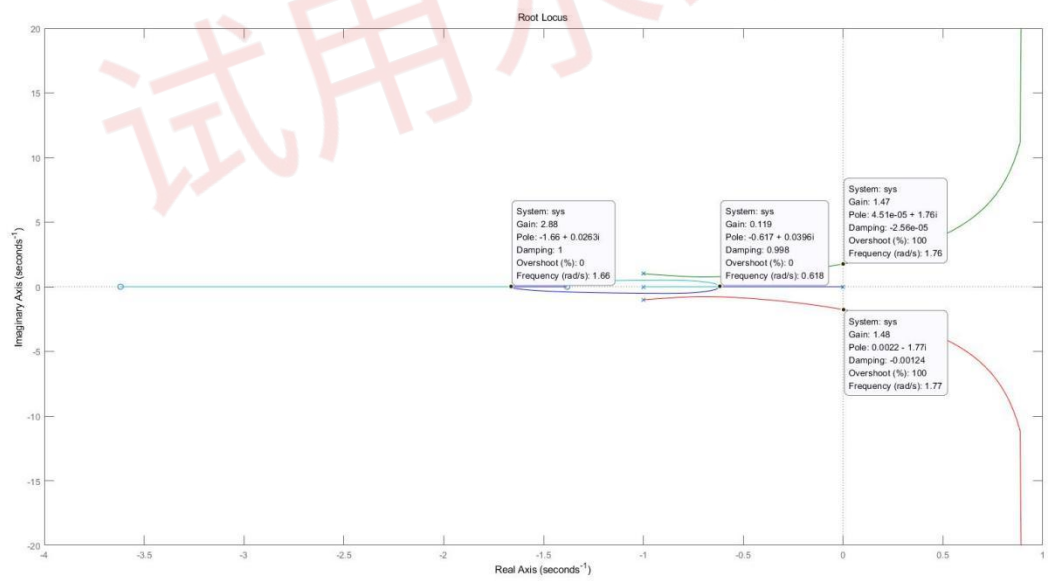
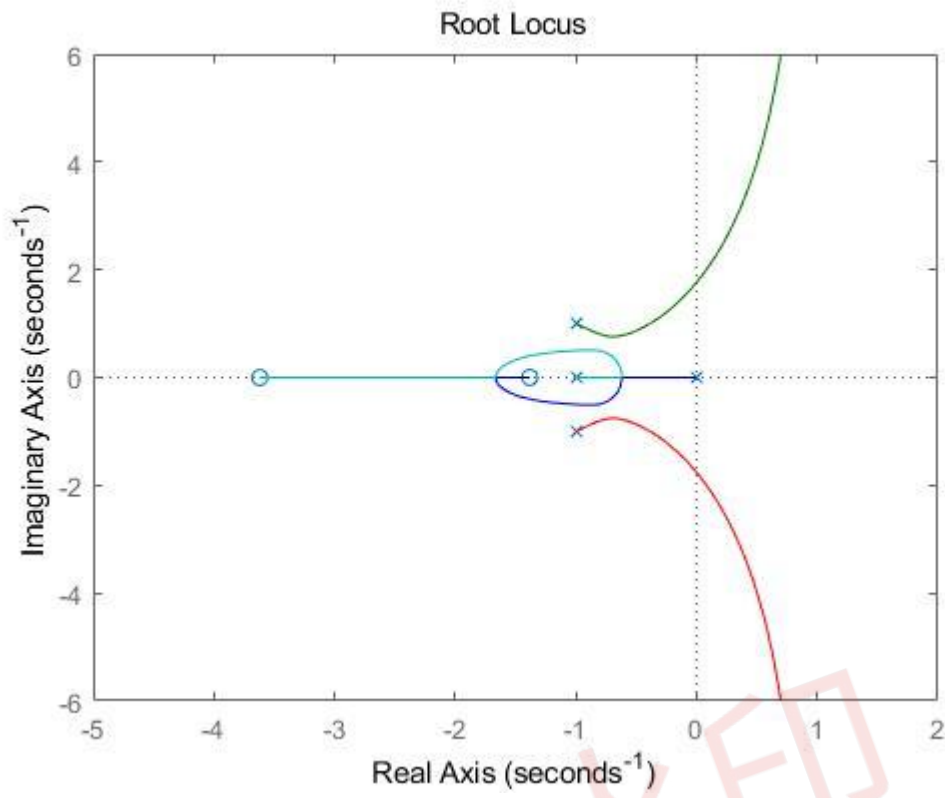
G2 (s)

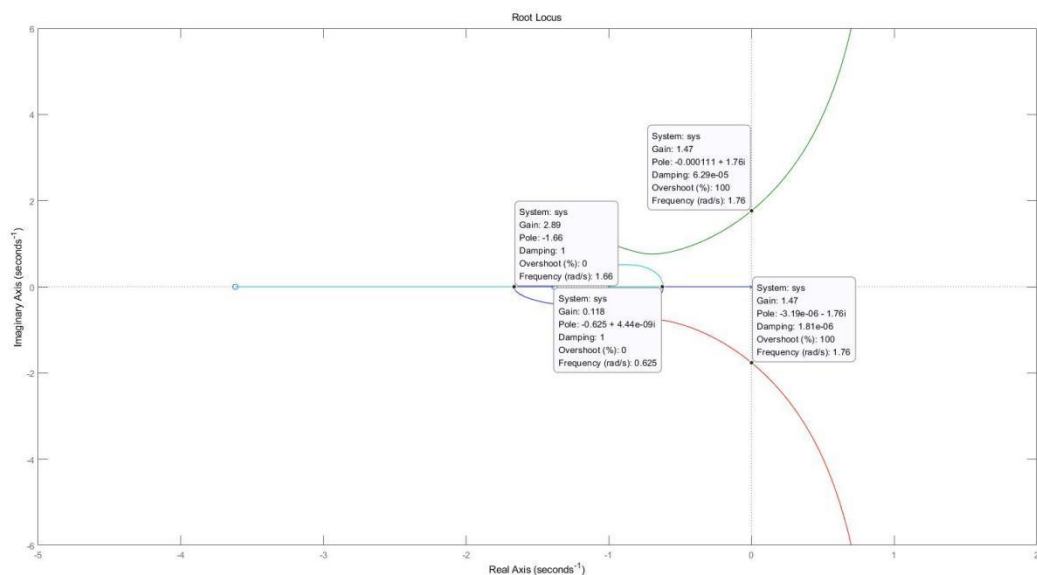
实验代码：

```
num=[1,5,5];  
den=conv([1,1,0],[1,2,2]);  
sys=tf(num,den);  
rlocus(sys);  
%axis([-5 2 -6 6]);
```

实验图像：







由图中数据：

根轨迹的分离点 1 为-0.625，对应开环增益 k 等于 0.118、

根轨迹的分离点 2 为-1.66，对应开环增益 k 等于 2.89、

与虚正半轴的交点为 1.76i，对应开环增益 k 为 1.47

与虚负半轴的交点为-1.76i，对应开环增益 k 为 1.47

选中根轨迹与虚轴的交点，可以看到对 应的开环增益 k 为 1.47。根据根轨迹理论可知使闭环系统稳定的开环增益的 范围是 $0 < k < 1.47$

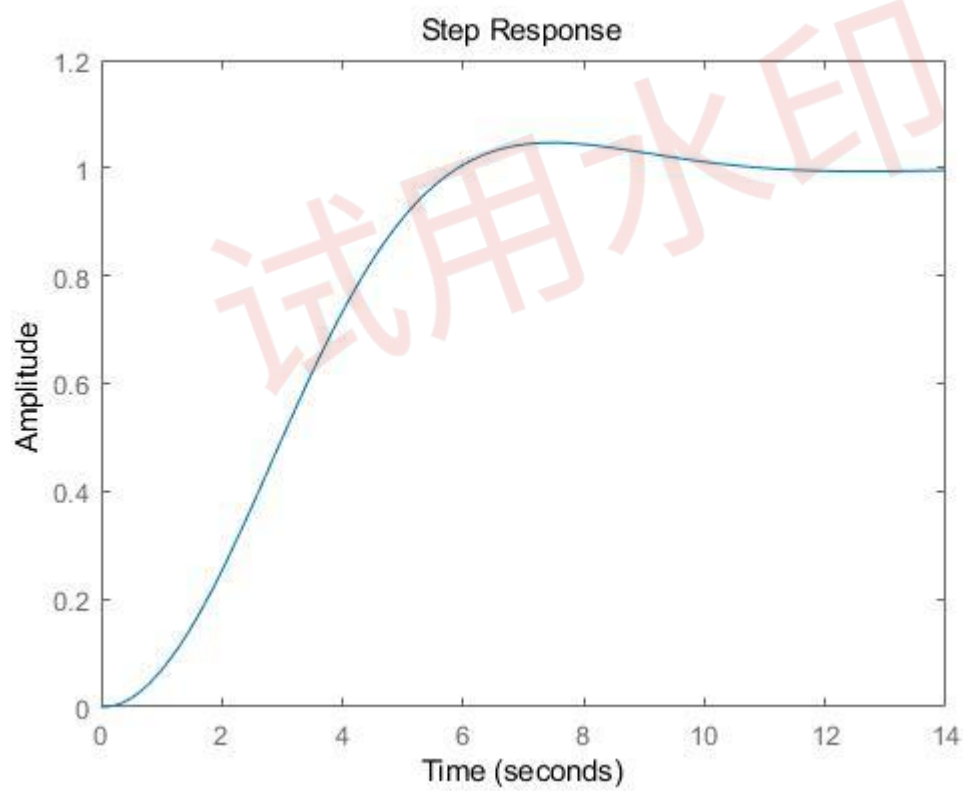
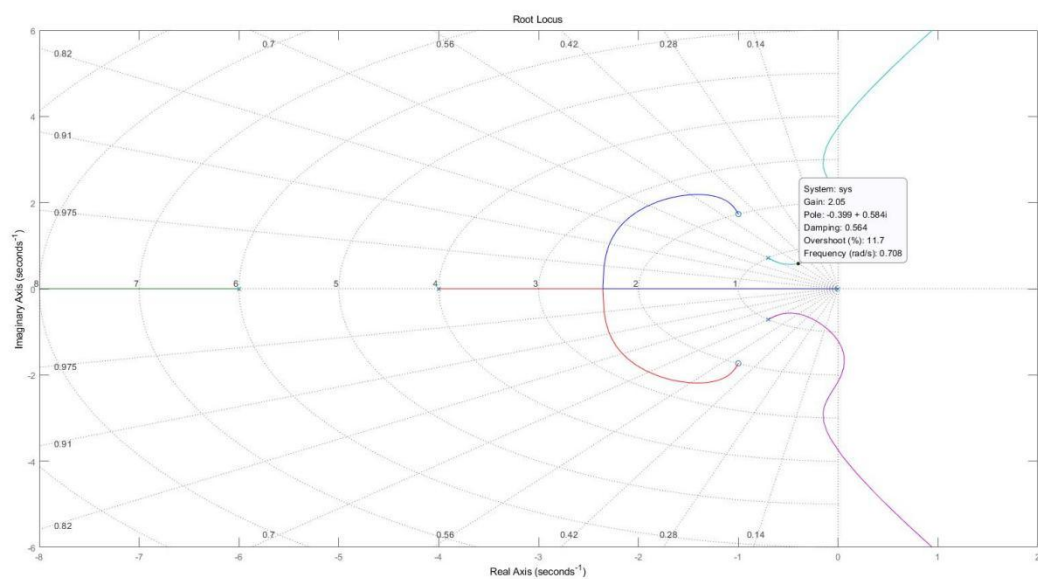
2. 对开环传递函数 $G(s)$ 、 $G_1(s)$ 和 $G_2(s)$ ，借助等阻尼比射线，找出使闭环主导极点的阻尼比在 0.3~0.8 之间的某一根轨迹增益，画出在该增益下单位反馈闭环系统的阶跃响应。比较从阶跃响应上得到超调与从根轨迹信息框里的超调，进而给出简单的结论。

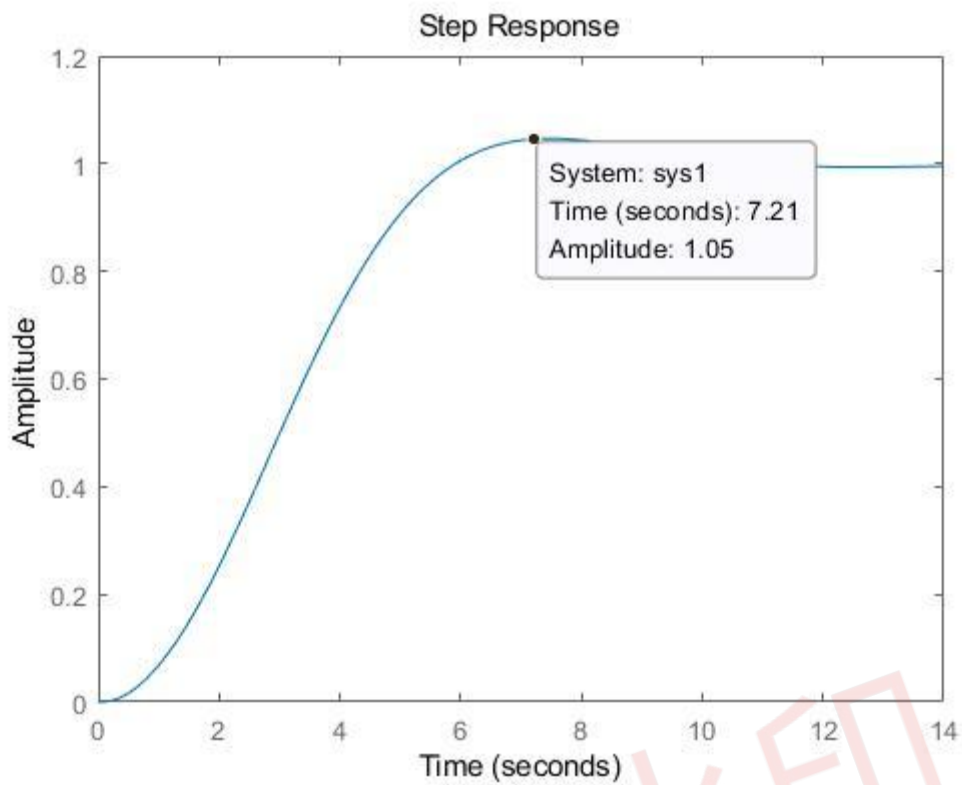
$G(s)$

实验代码：

```
num=[1,2,4];
den=conv(conv([1,4,0],[1,6]),[1,1.4,1]);
sys=tf(num,den);
rlocus(sys);
grid
axis([-8 2 -6 6]);
sys1=2.05*sys/(1+2.05*sys);
step(sys1);
```

实验图像；



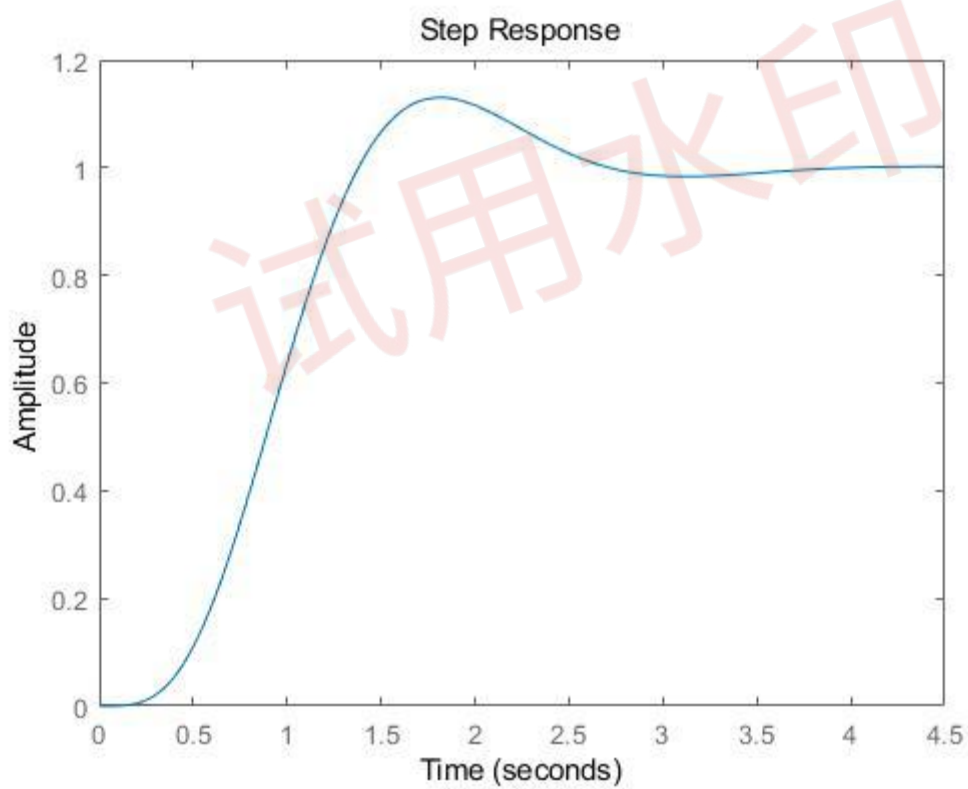
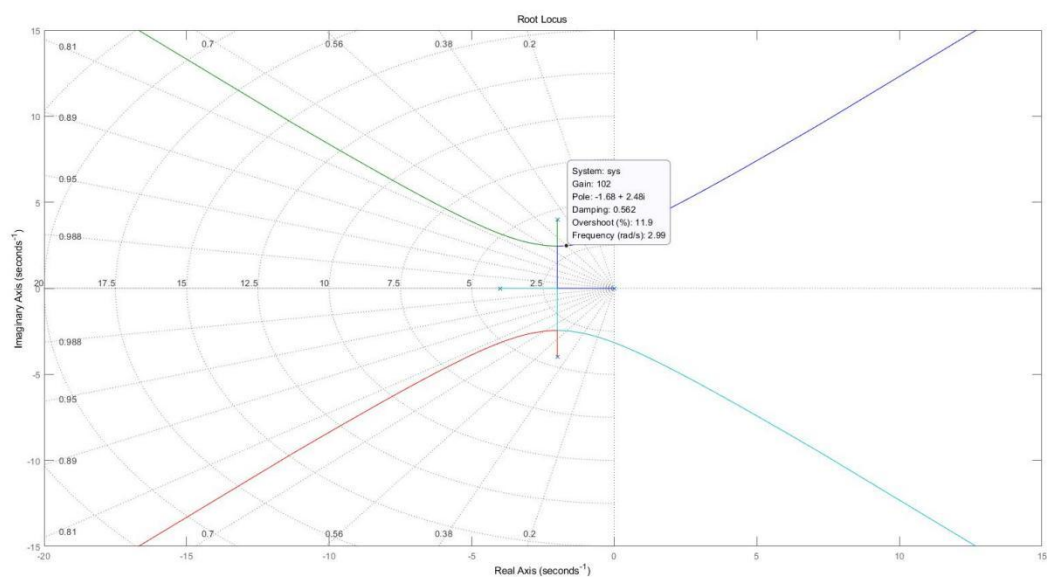


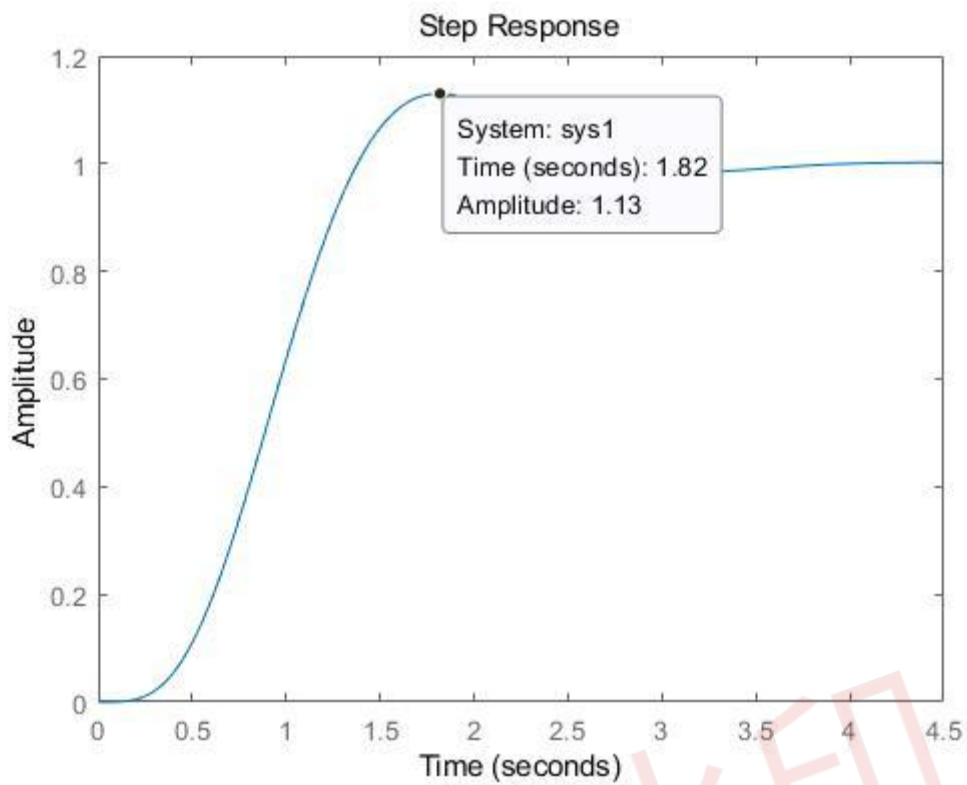
如图 1，阻尼比取 0.56，开环增益为 2.05，此时根轨迹上显示超调量为 11.7%，图二为开环增益为 2.05 的闭环阶跃响应，此时读图超调量为 5%

GI(s)实验代码

```
figure;
num=[0,1];
den=conv([1,4,0],[1,4,20]);
sys=tf(num,den);
rlocus(sys);
grid
axis([-8 2 -6 6]);
figure;
sys1=102*sys/(1+102*sys);
step(sys1);
```

实验图像：





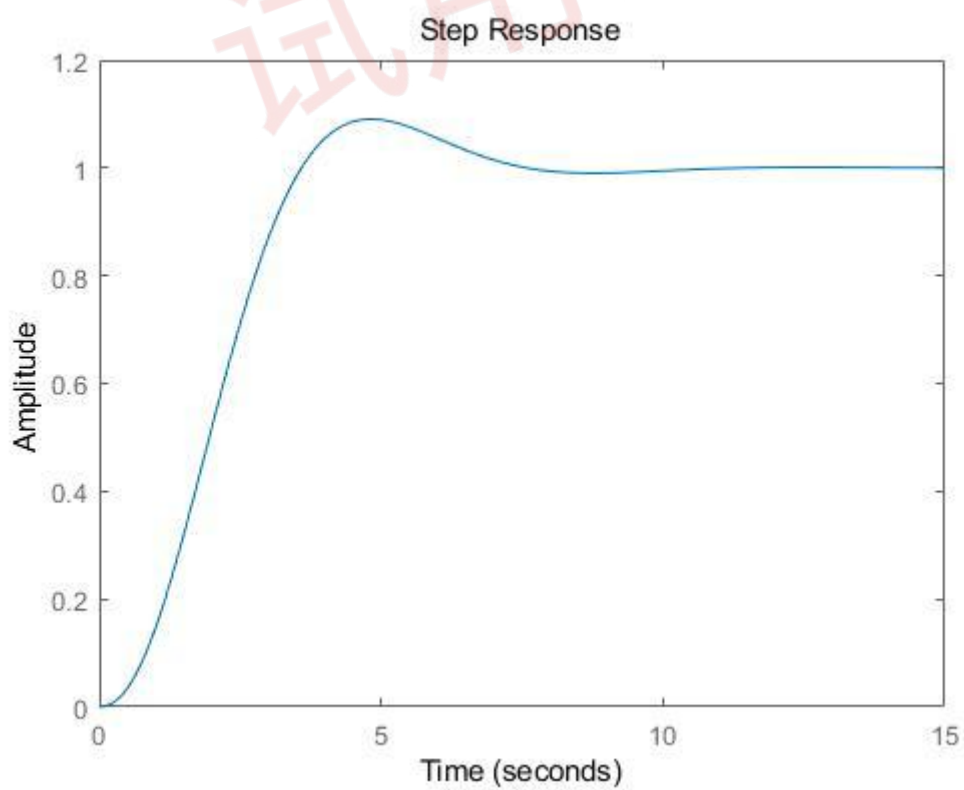
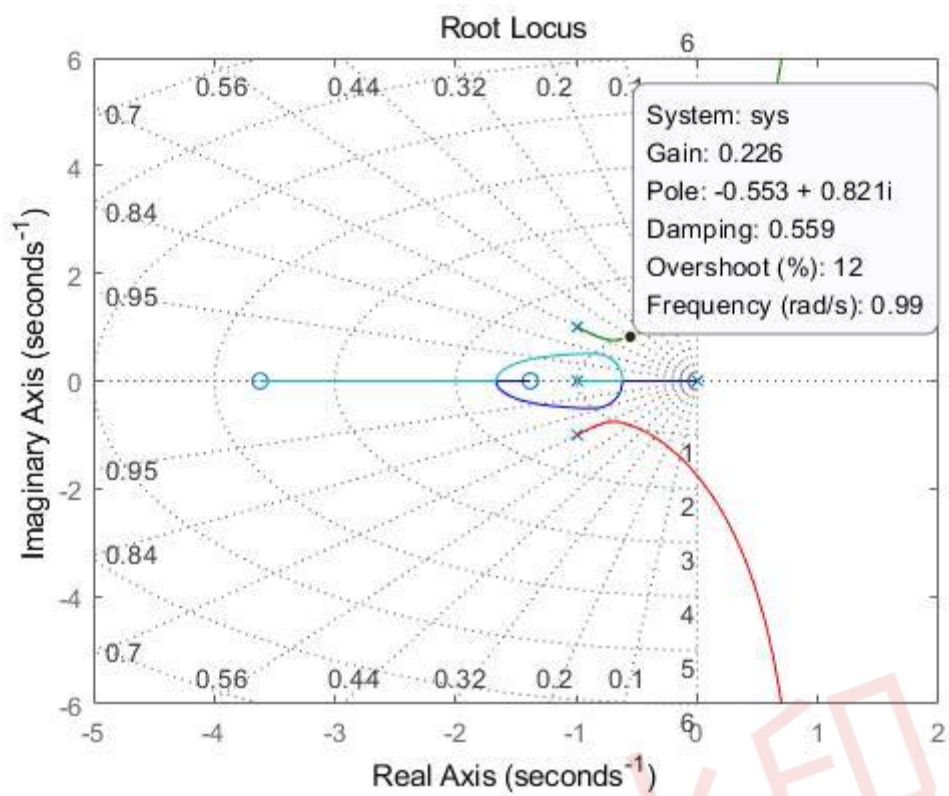
如图 1，阻尼比取 0.56，开环增益为 102，此时根轨迹上显示超调量为 11.9%，图二为开环增益为 102 的闭环阶跃响应，此时读图超调量为 13%

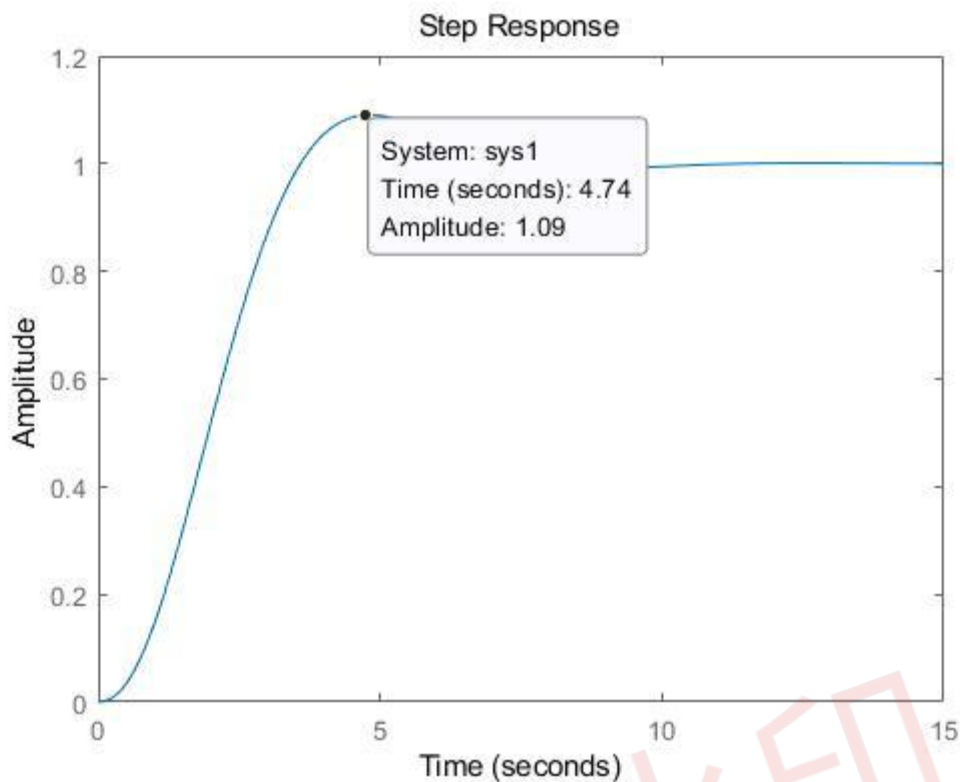
$G_2(s)$

实验代码;

```
figure;
num=[1,5,5];
den=conv([1,1,0],[1,2,2]);
sys=tf(num,den);
rlocus(sys);
grid
axis([-5 2 -6 6]);
figure;
sys1=0.226*sys/(1+0.226*sys);
step(sys1);
```

实验图像:





如图 1，阻尼比取 0.56，开环增益为 0.226，此时根轨迹上显示超调量为 12%，
图二为开环增益为 0.226 的闭环阶跃响应，此时读图超调量为 9%

比较发现：根轨迹上的超调量由于存在其他极点影响普遍比单位阶跃响应的超调量大

三个系统阶跃响应和根轨迹信息框中获得的超调量近似相等，系统的阶跃响应超调量被闭环主导极点影响最大

3. 对开环传递函数 $G_3(s)$ 画出不同零点时的根轨迹，并与不含零点时的根轨迹进行比较，给出简单的结论。

要求：给出画根轨迹的 m 文件的代码，画出根轨迹，给出单位阶跃响应图。

实验代码：

不含零点：

```
figure;
num=[0 1];
den=[1,2,2,0];
sys=tf(num,den);
rlocus(sys);
axis([-8 2 -6 6]);
```

```
figure;
step(sys/(1+sys));
figure;
step(2*sys/(1+2*sys));
```

含零点：典型环节形式下开环增益为 1，即 $K=1$ ；

```
for i=-100:10:0
figure;
num=[1,-i];
den=[1,2,2,0];
sys=tf(num,den);
rlocus(sys);
t="z1="+num2str(i) + "根轨迹";
title(t)
figure;
if i==0
sys=sys/0.5
else
sys=sys/(0.5*abs(i))
end
step(sys/(1+sys));
t="z1=" +num2str(i) + "单位阶跃响应";
title(t)
End
```

```
for i=[-1,-0.1,-0.01]
figure;
num=[1,-i];
den=[1,2,2,0];
sys=tf(num,den);
rlocus(sys);
t="z1="+num2str(i) + "根轨迹";
title(t)
figure;
```

```

if i==0
sys=sys/0.5
else
sys=sys/(0.5*abs(i))
end
step(sys/(1+sys));
t="z1=" +num2str(i) +"单位阶跃响应";
title(t)
end

```

含零点：闭环传递函数为 $G_3(s)/(1+G_3(s))$ ，即 $k=1$ ；

```

for i=-100:10:0
figure;
num=[1,-i];
den=[1,2,2,0];
sys=tf(num,den)
rlocus(sys);
t="z1="+num2str(i) +"根轨迹";
title(t)
figure;
step(sys/(1+sys));
t="z1=" +num2str(i) +"单位阶跃响应";
title(t)
End
for i=[-1,-0.1,-0.01]
figure;
num=[1,-i];
den=[1,2,2,0];
sys=tf(num,den);
rlocus(sys);
t="z1="+num2str(i) +"根轨迹";
title(t)

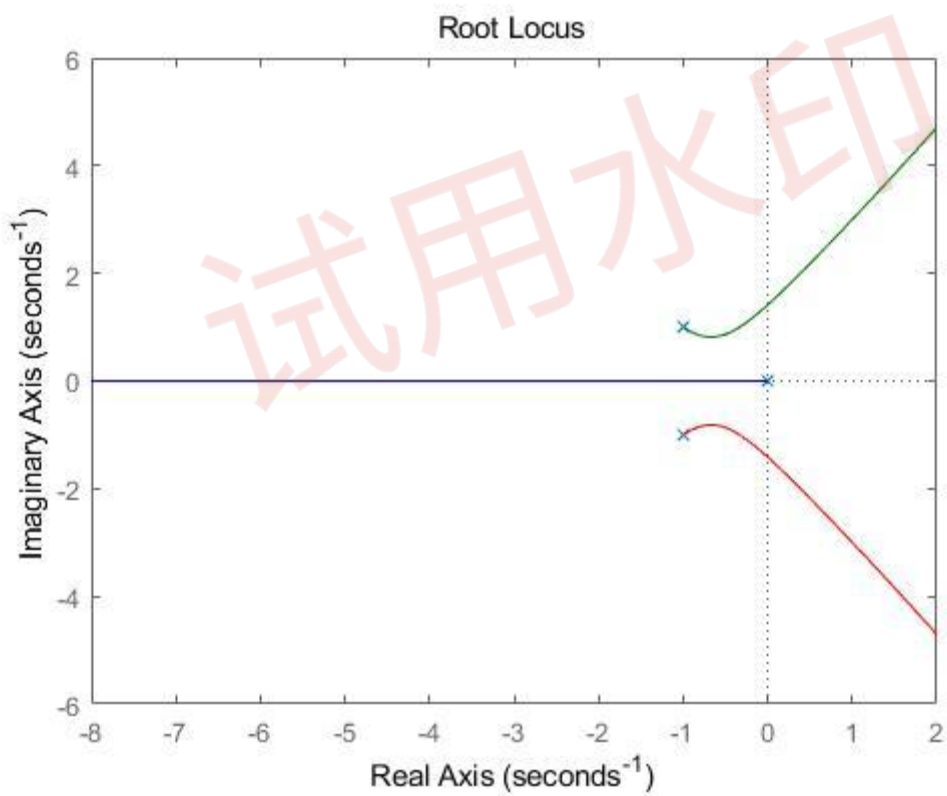
```



```
figure;
step(sys/(1+sys));
t="z1=" +num2str(i) +"单位阶跃响应";
title(t)
end
```

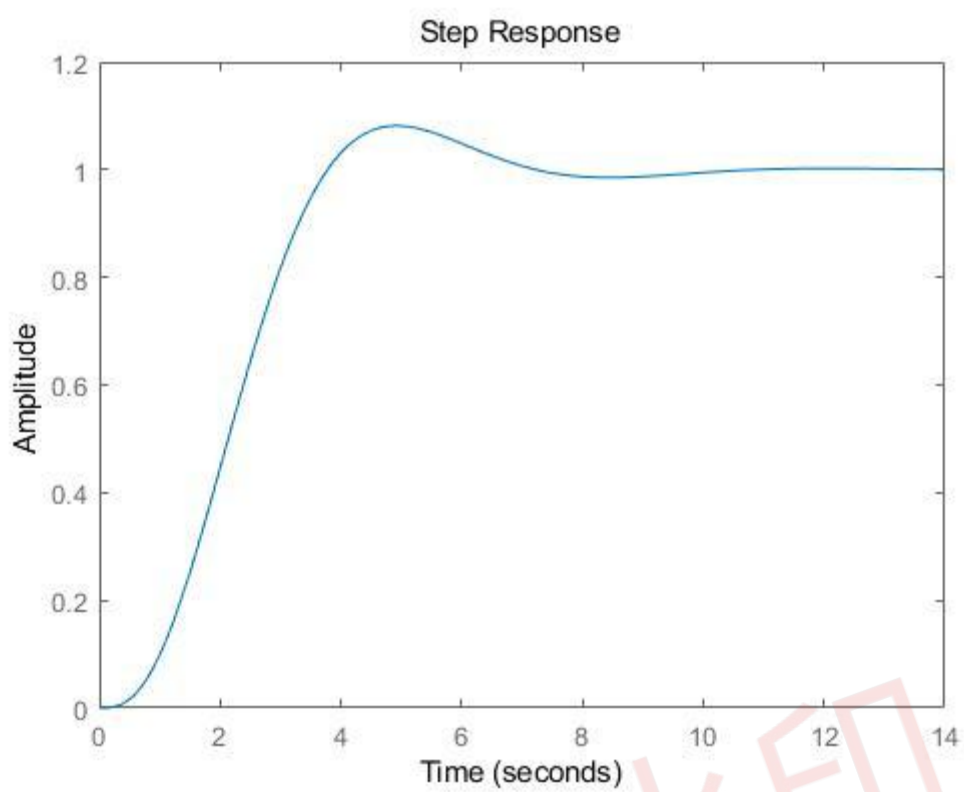
实验图像：

不含零点的根轨迹

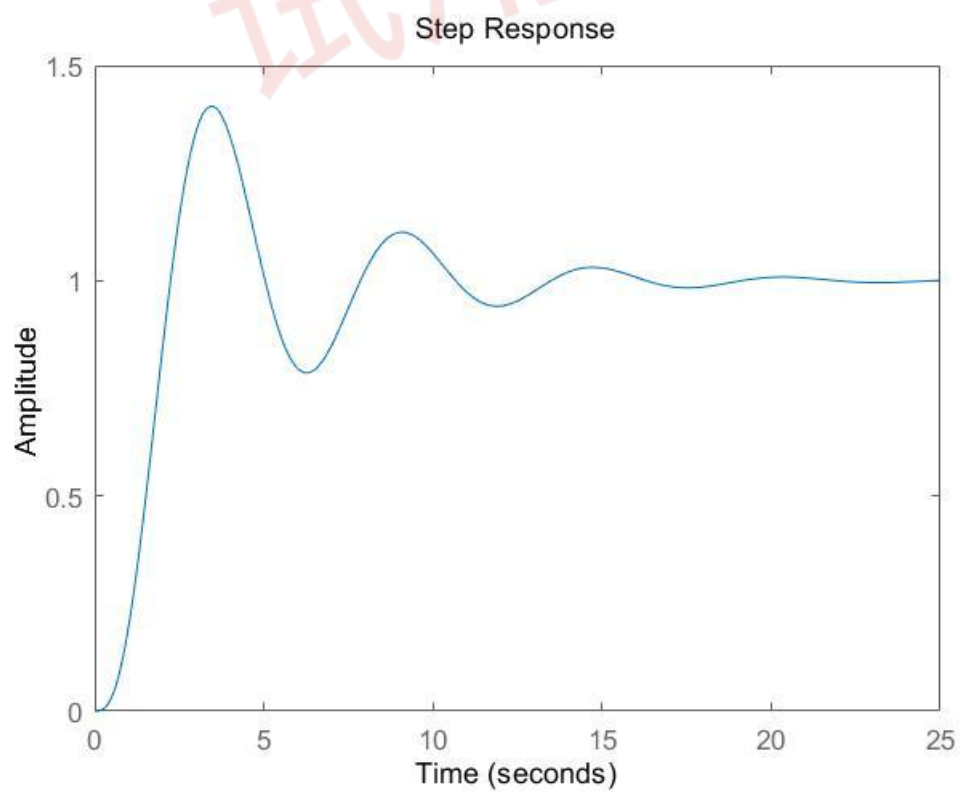


不含零点的单位阶跃响应：

闭环传递函数为 $G_3(s)/(1+G_3(s))$ ，即 $k=1$ 下的阶跃响应

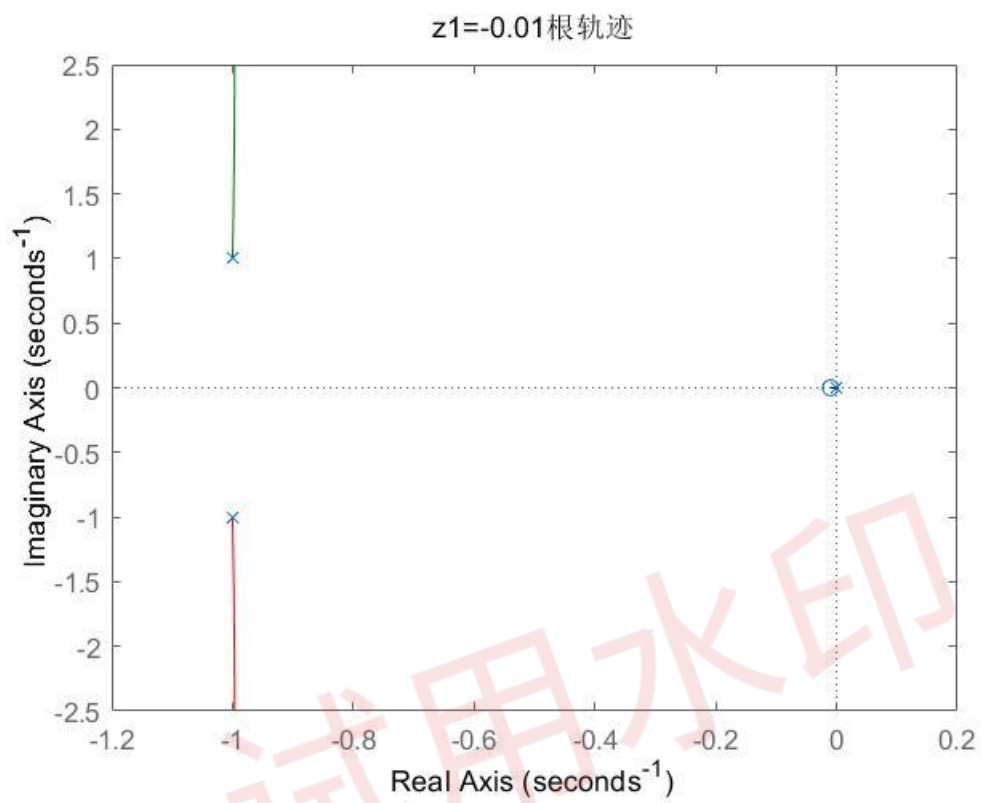


典型环节下形式下开环增益为 1, 即 $K=1$ 的阶跃响应:

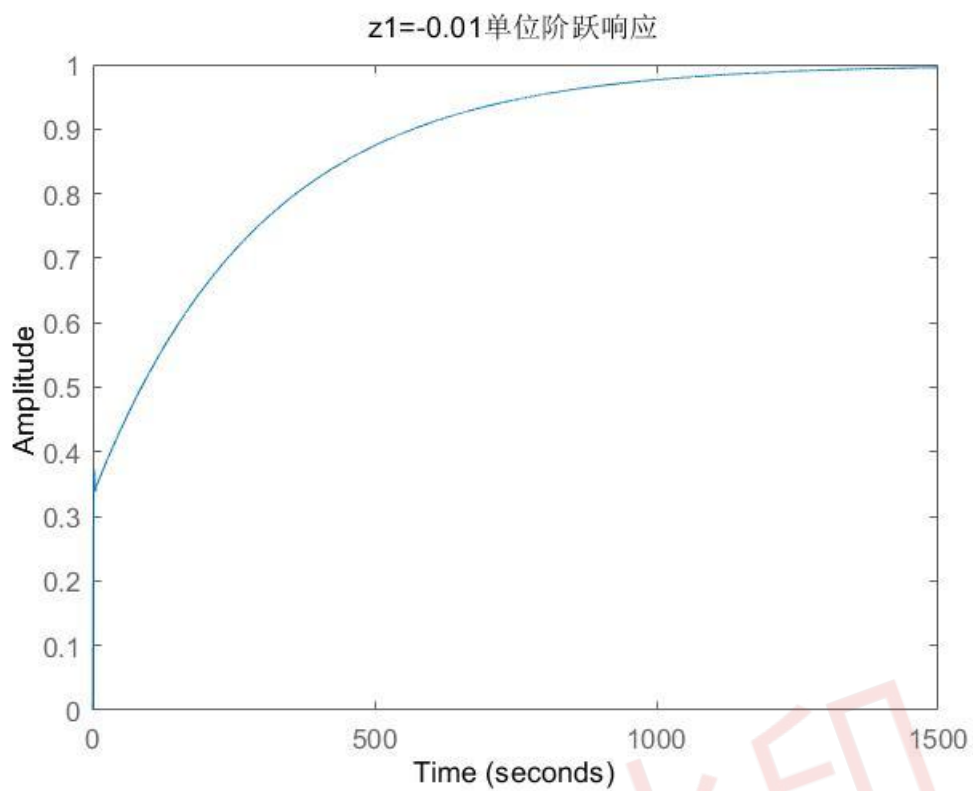


含零点图像：

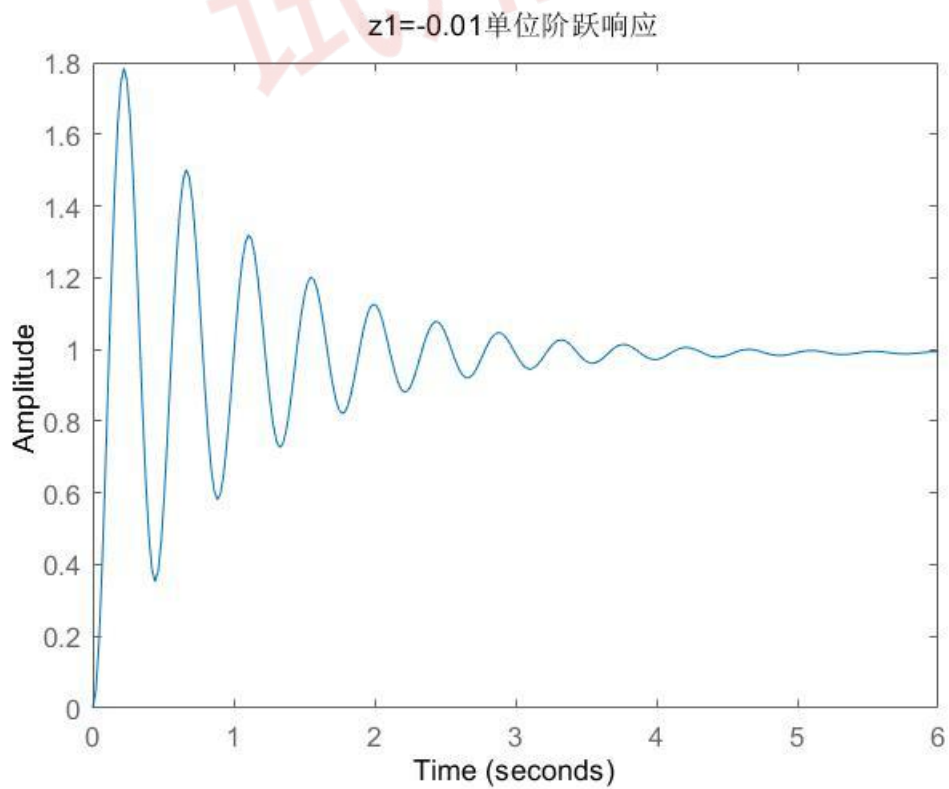
$$Z1=-0.01$$



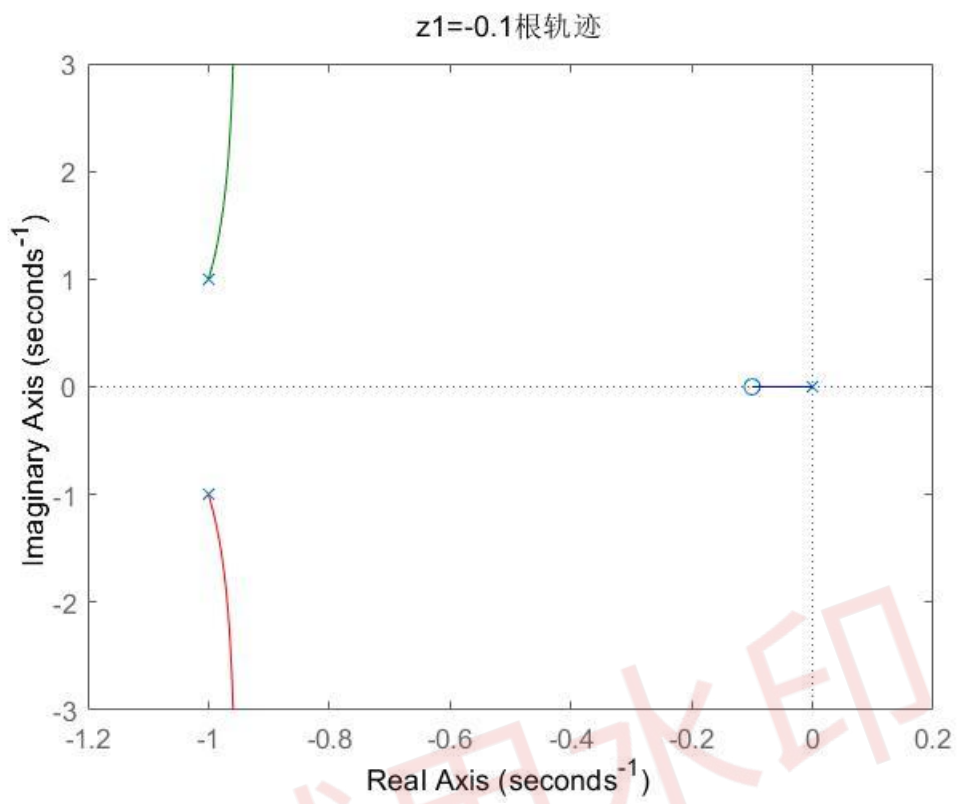
闭环传递函数为 $G3(s)/(1+G3(s))$ ，即 $k=1$ 的阶跃响应



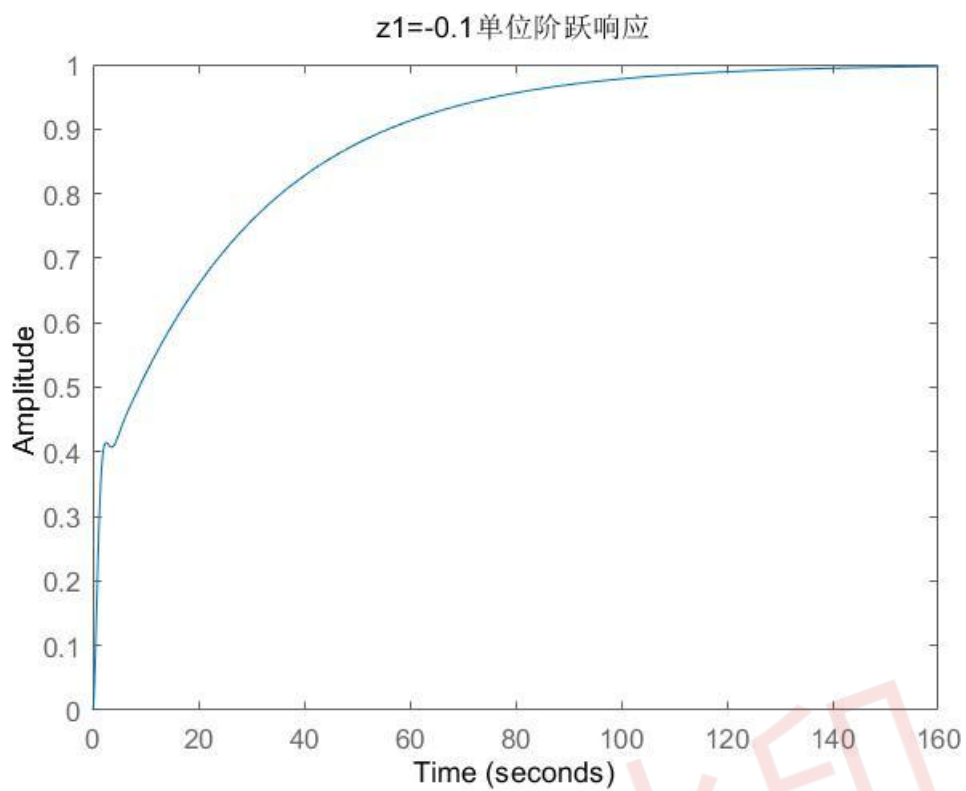
典型环节下形式下开环增益为 1, 即 $K=1$ 的阶跃响应:



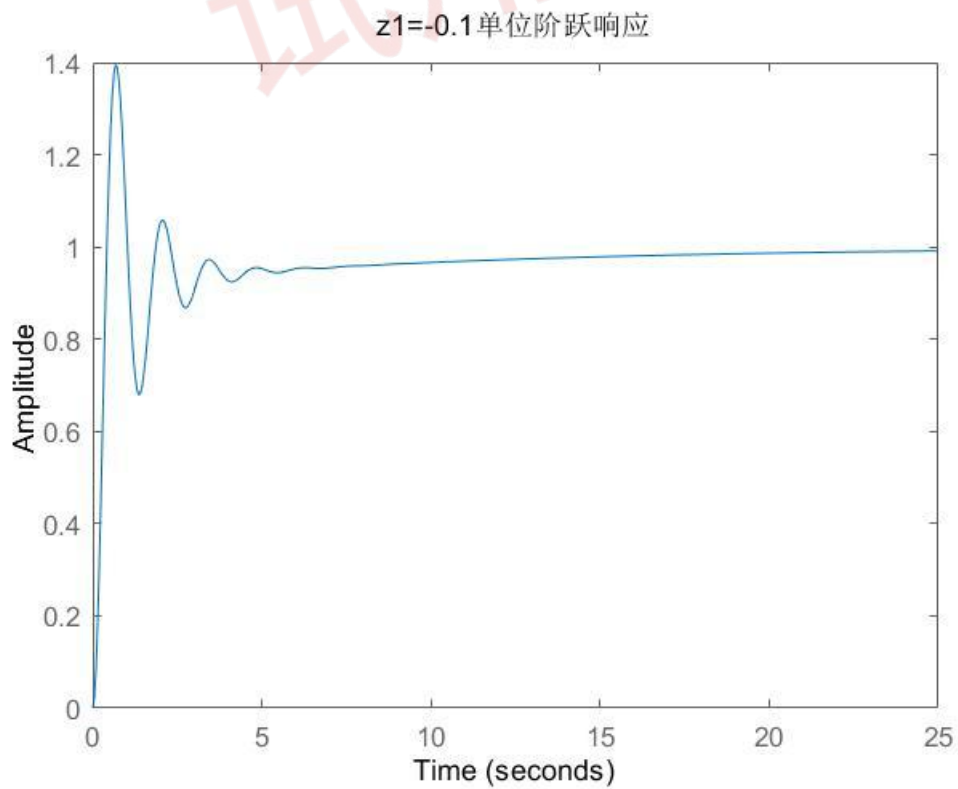
$$Z1=-0.1$$



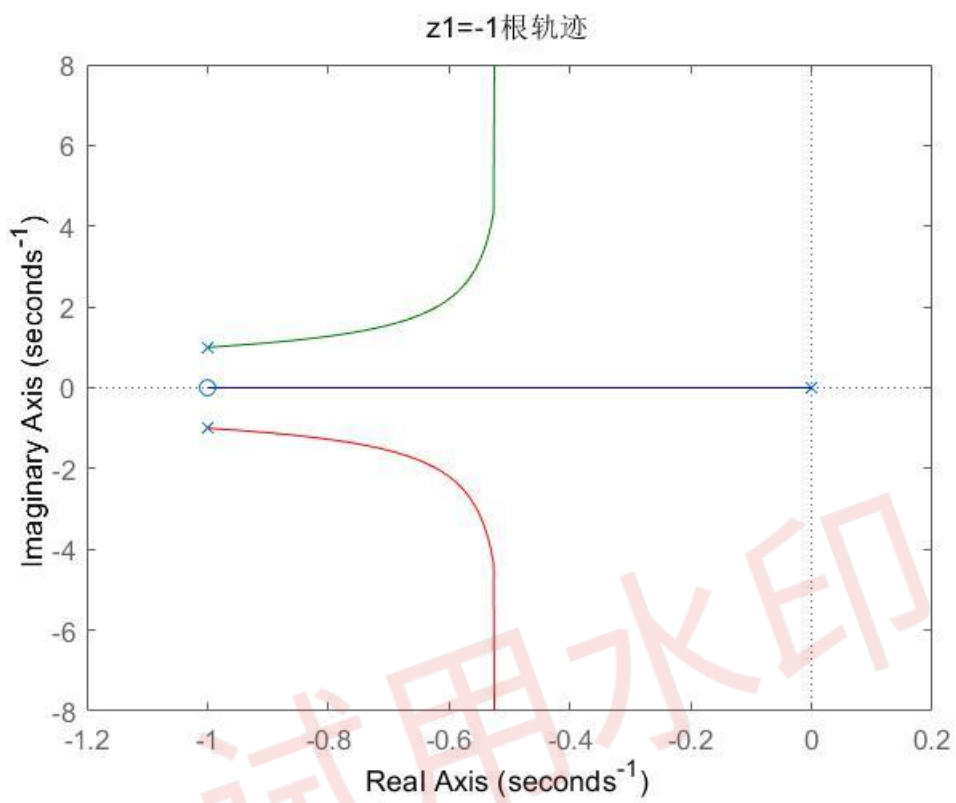
闭环传递函数为 $G3(s)/(1+G3(s))$ ，即 $k=1$ 的阶跃响应



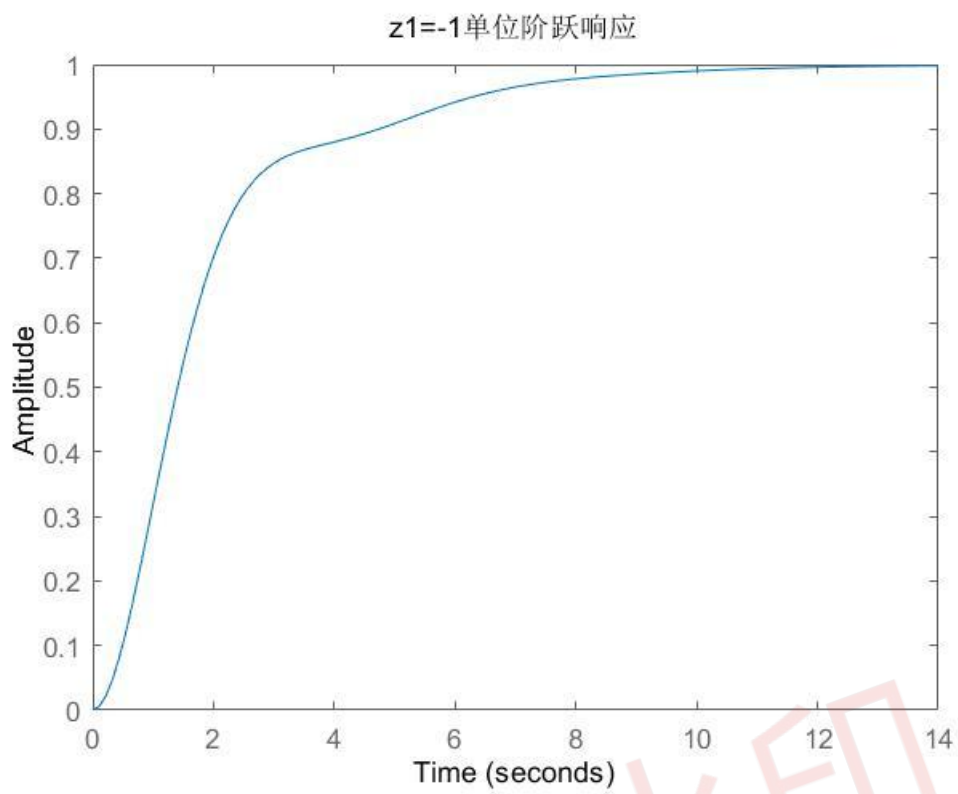
典型环节下形式下开环增益为 1, 即 $K=1$ 的阶跃响应:



$Z1=-1$

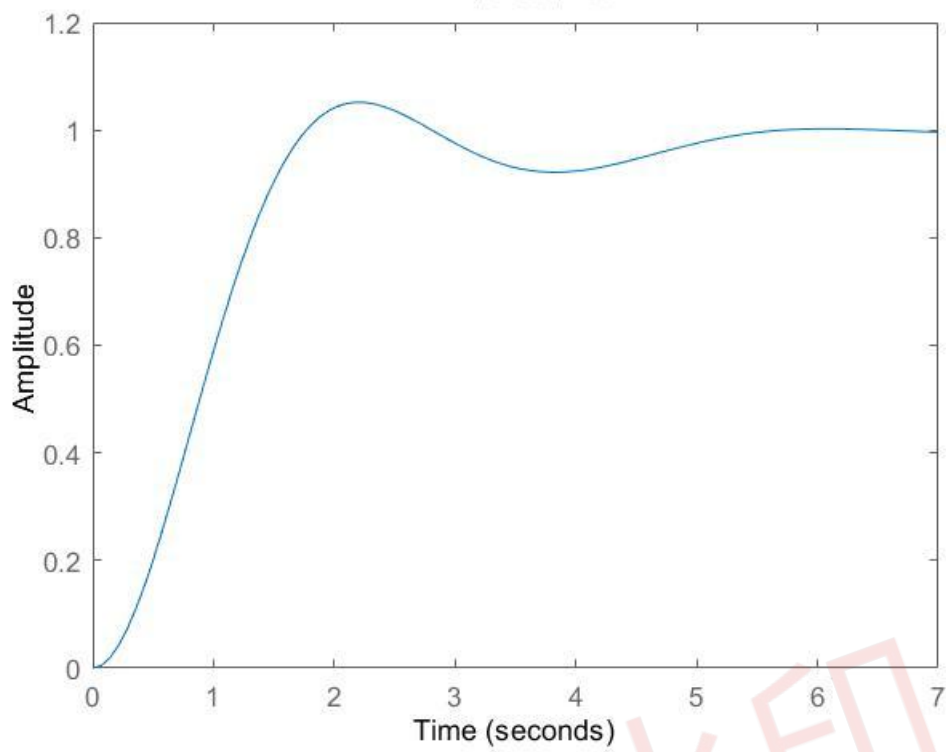


闭环传递函数为 $G3(s)/(1+G3(s))$ ，即 $k=1$ 的阶跃响应



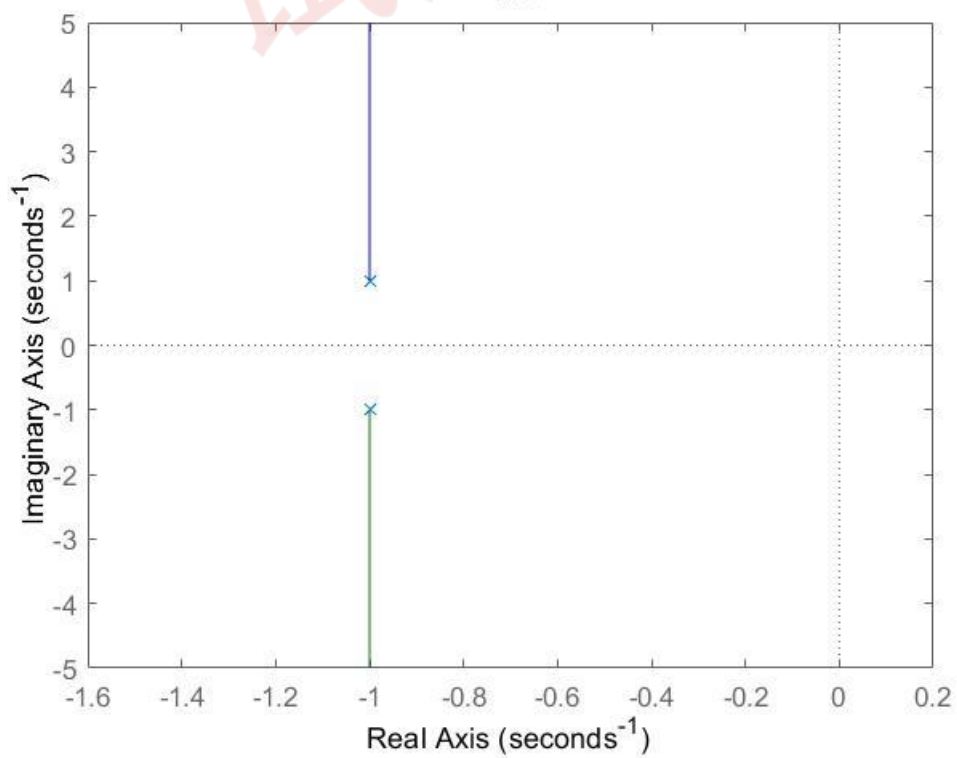
典型环节下形式下开环增益为 1, 即 $K=1$ 的阶跃响应:

z1=-1单位阶跃响应

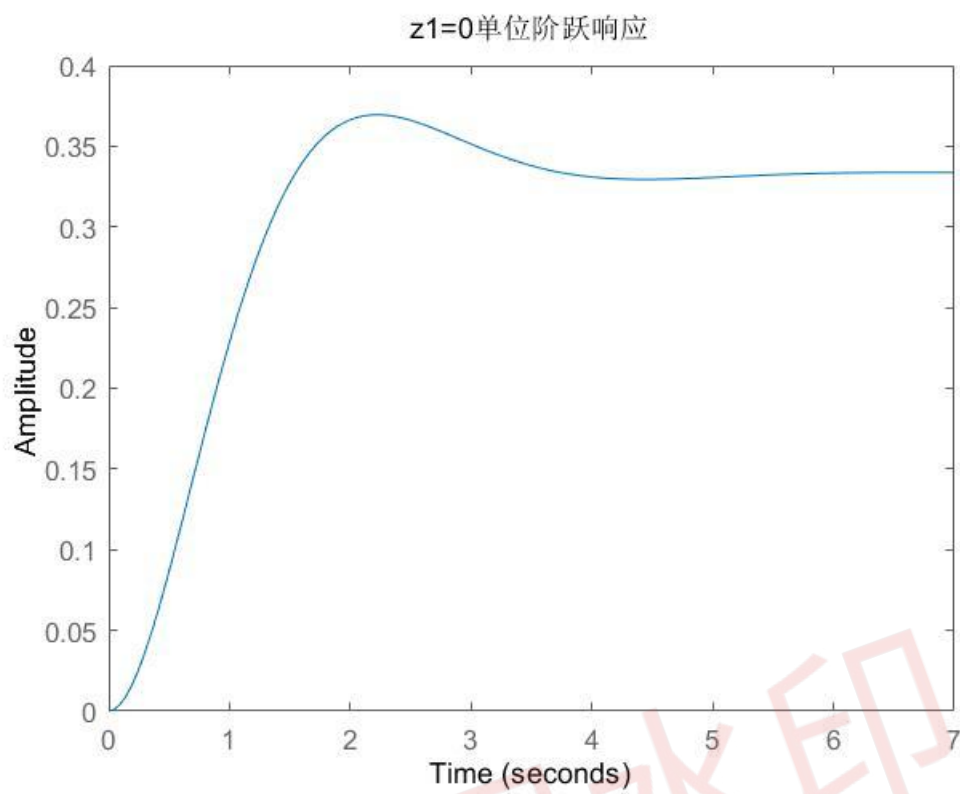


$z_1=0$

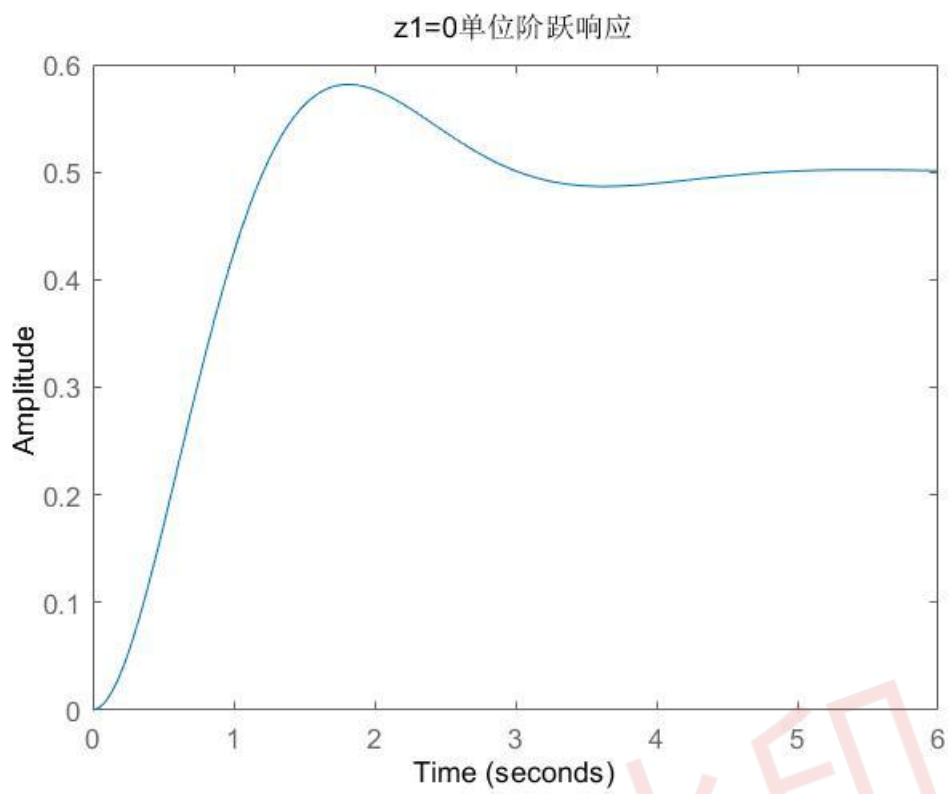
z1=0根轨迹



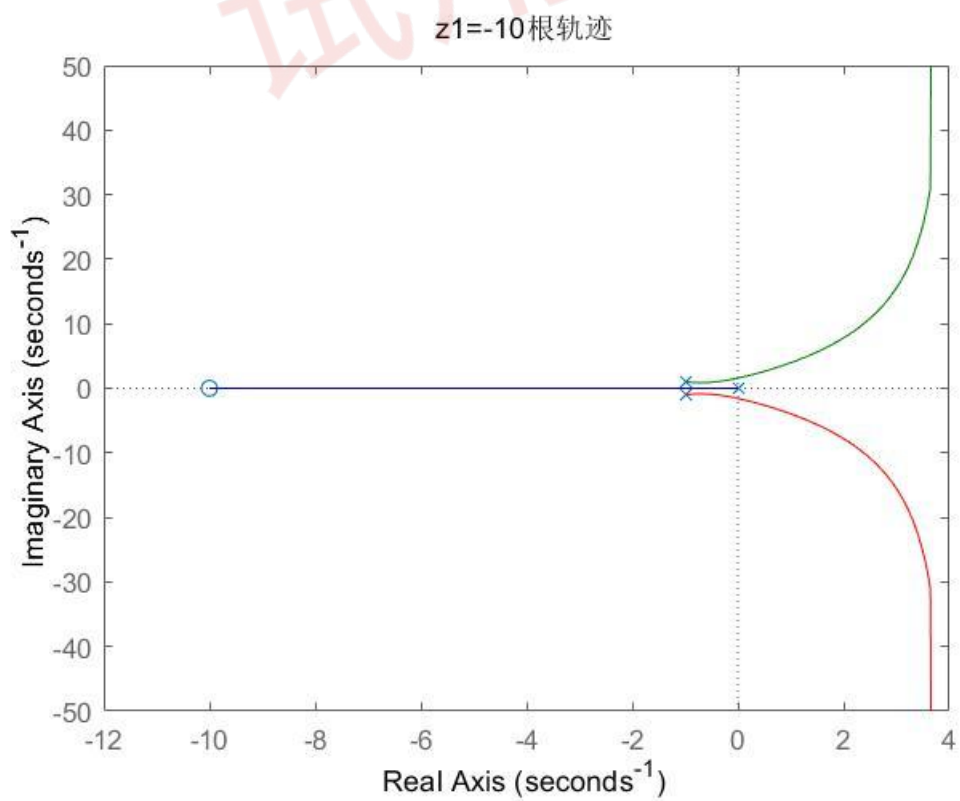
闭环传递函数为 $G3(s)/(1+G3(s))$ ，即 $k=1$ 的阶跃响应



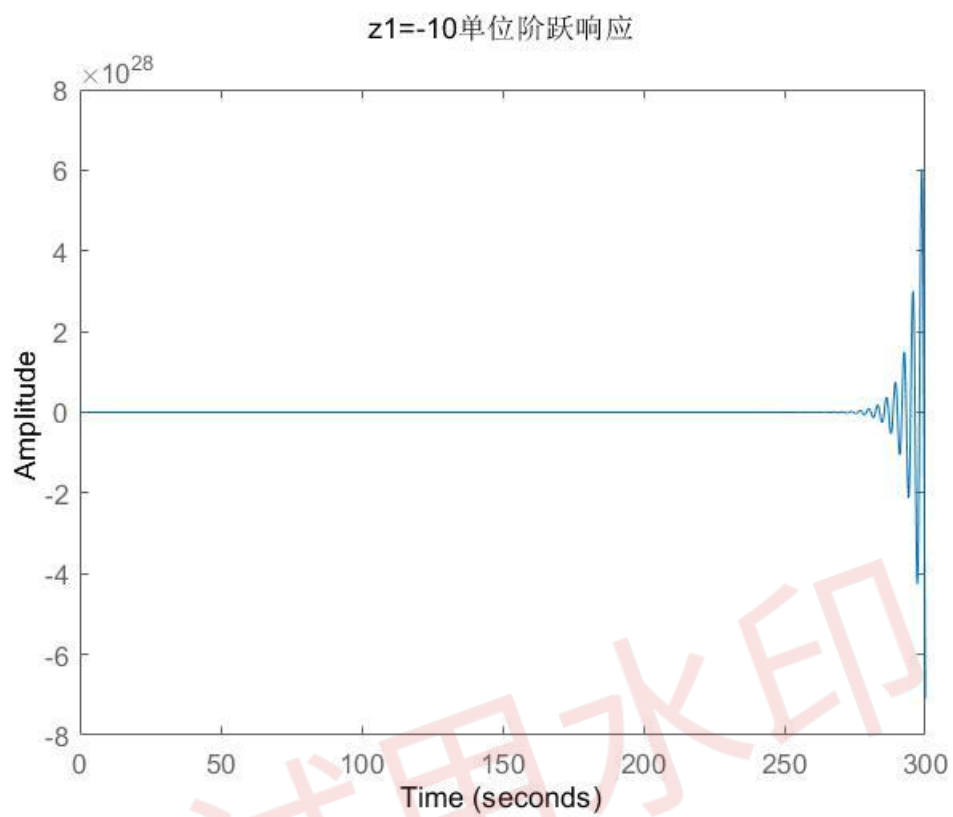
典型环节下形式下开环增益为 1, 即 $K=1$ 的阶跃响应:



$z_1=-10$

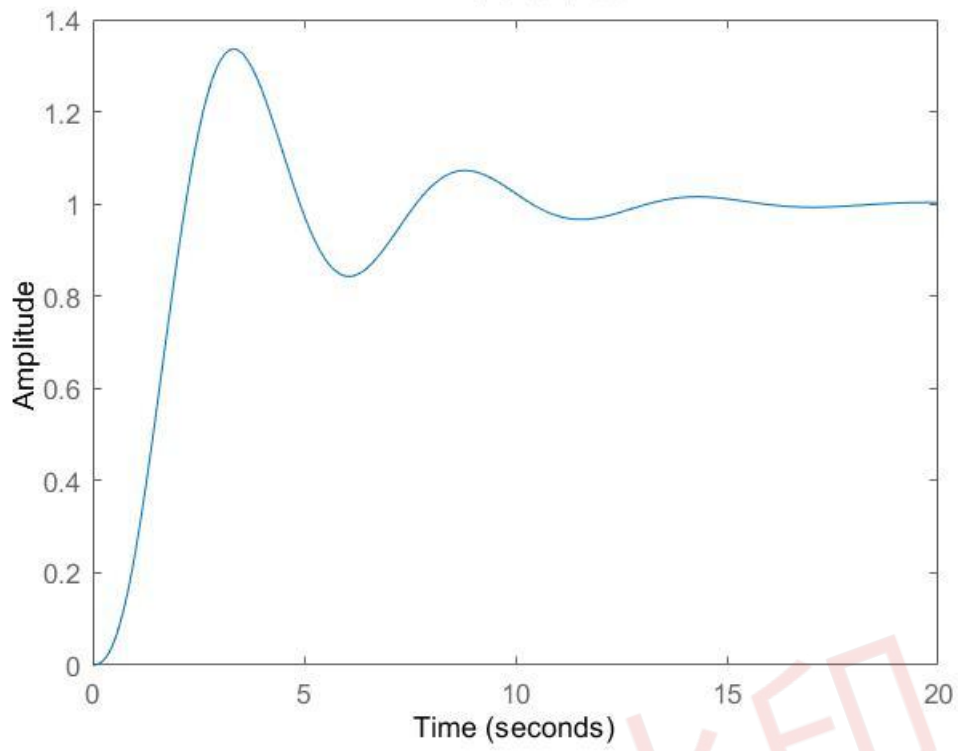


闭环传递函数为 $G3(s)/(1+G3(s))$ ，即 $k=1$ 的阶跃响应



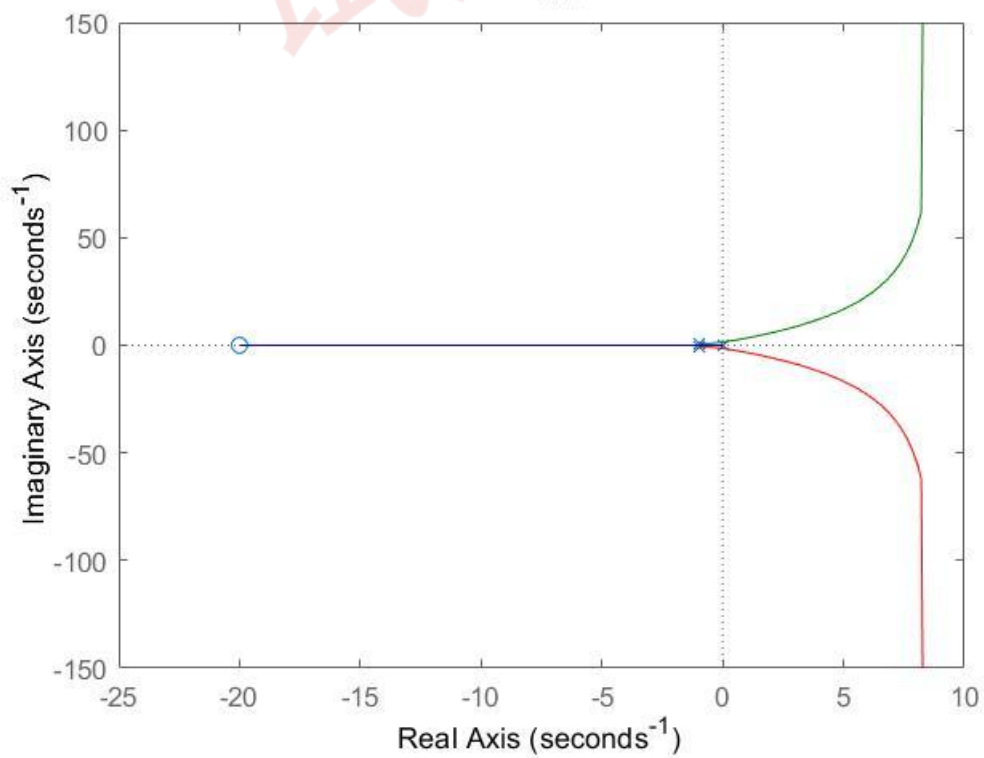
典型环节下形式下开环增益为 1, 即 $K=1$ 的阶跃响应:

$z_1 = -10$ 单位阶跃响应

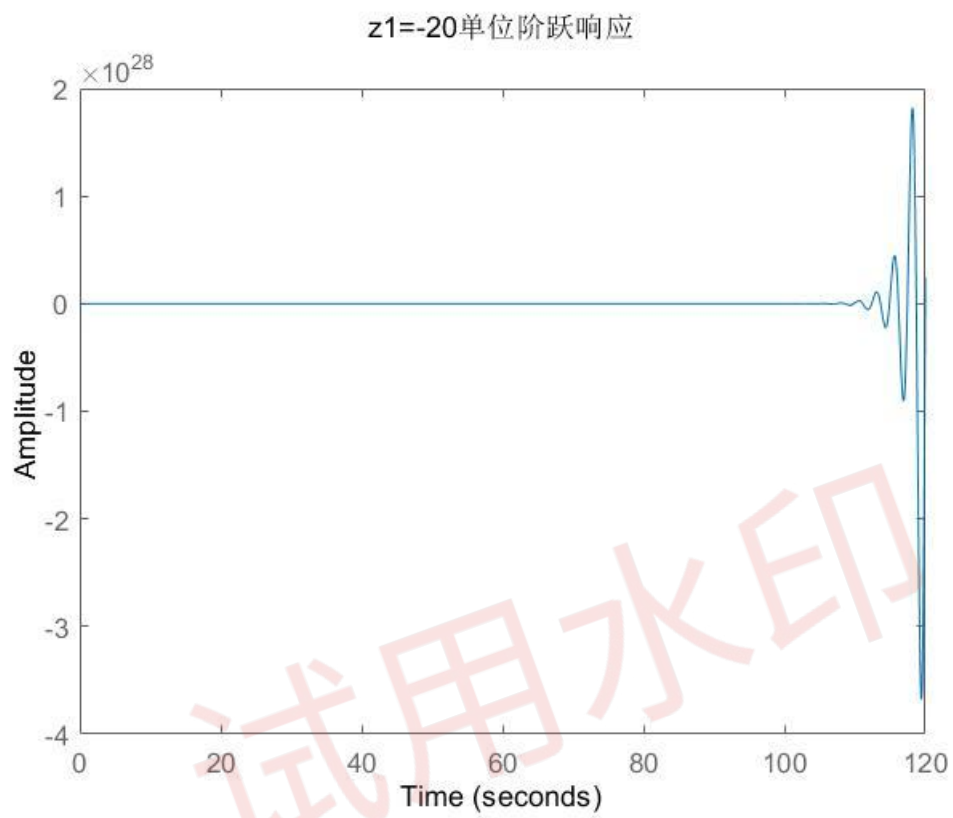


$z_1 = -20$

$z_1 = -20$ 根轨迹

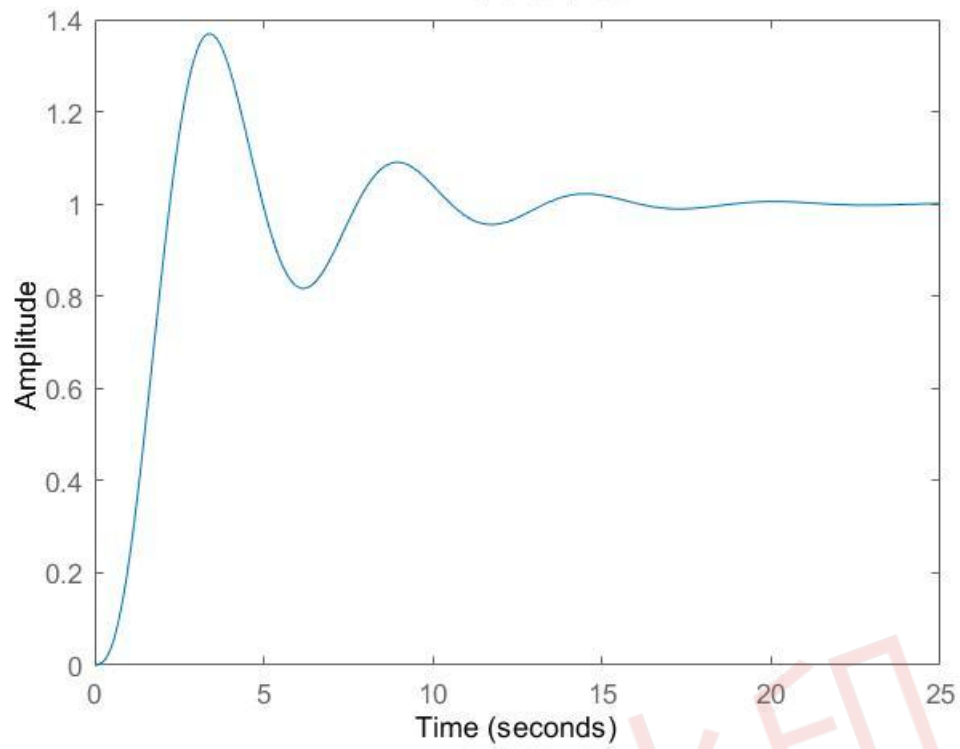


闭环传递函数为 $G3(s)/(1+G3(s))$ ，即 $k=1$ 的阶跃响应



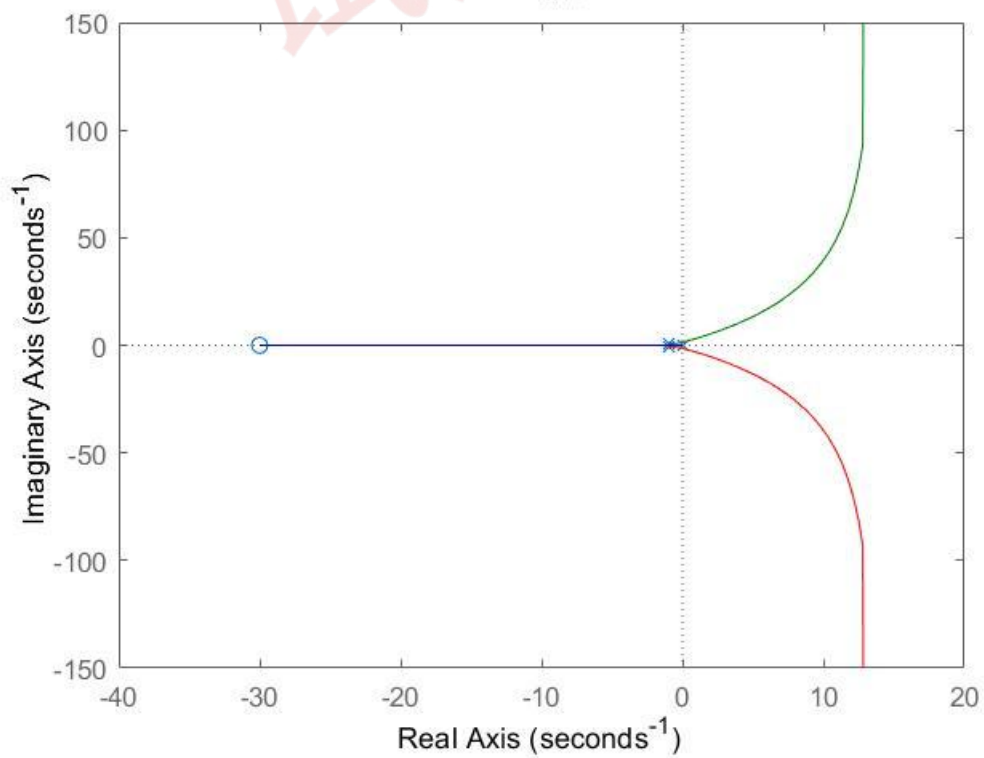
典型环节下形式下开环增益为 1, 即 $K=1$ 的阶跃响应:

$z_1 = -20$ 单位阶跃响应

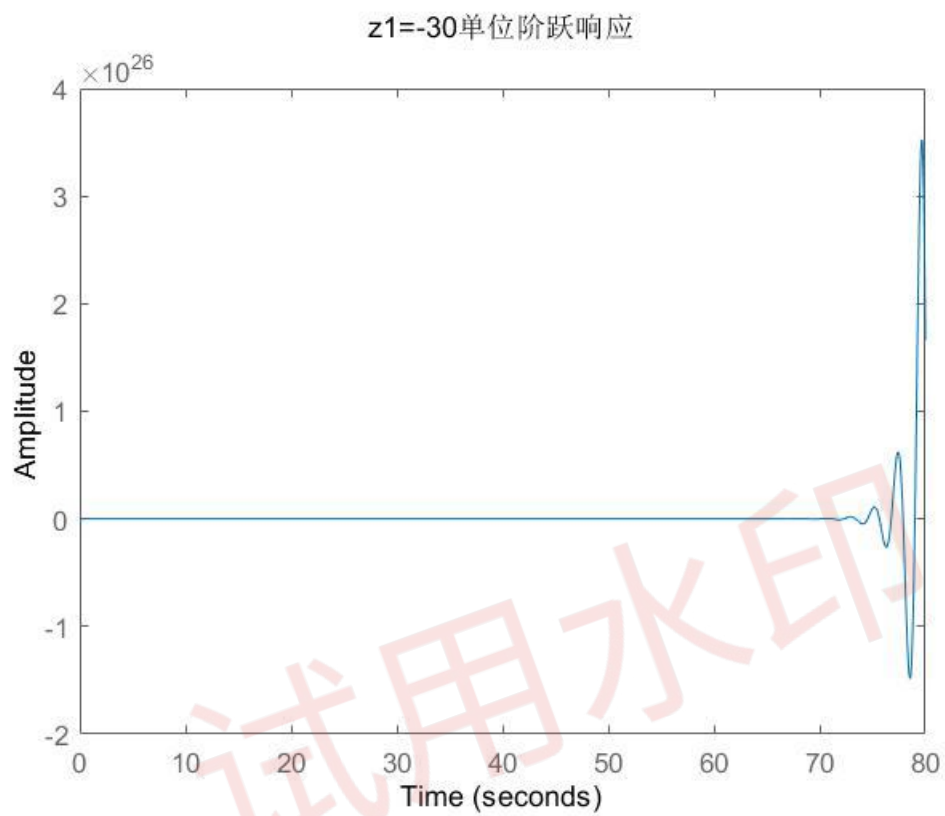


$z_1 = -30$

$z_1 = -30$ 根轨迹

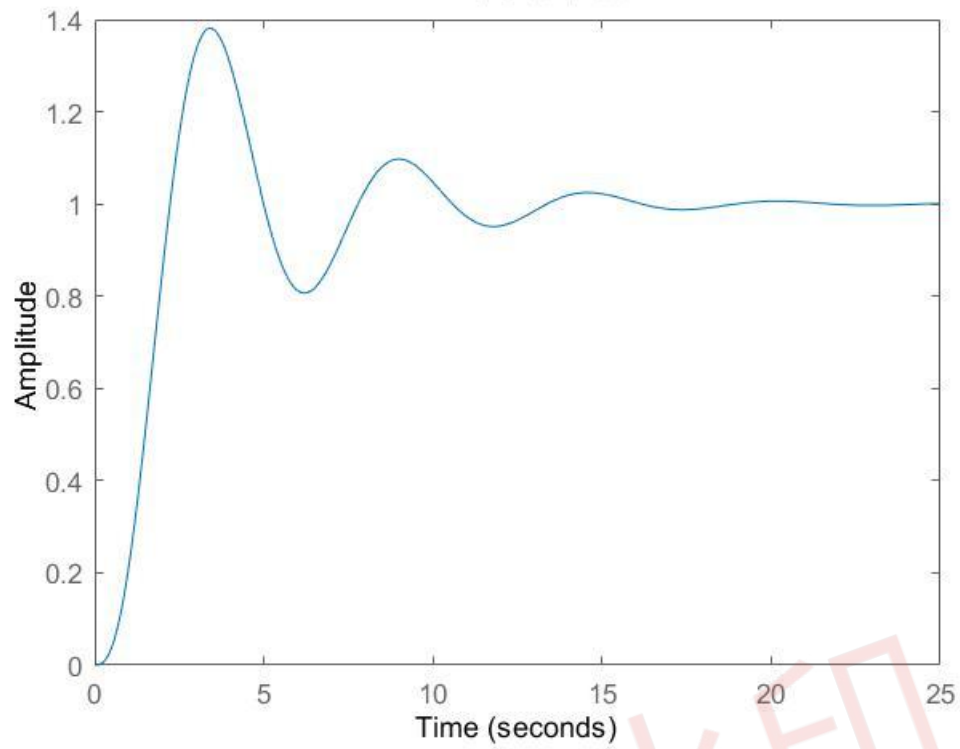


闭环传递函数为 $G3(s)/(1+G3(s))$ ，即 $k=1$ 的阶跃响应



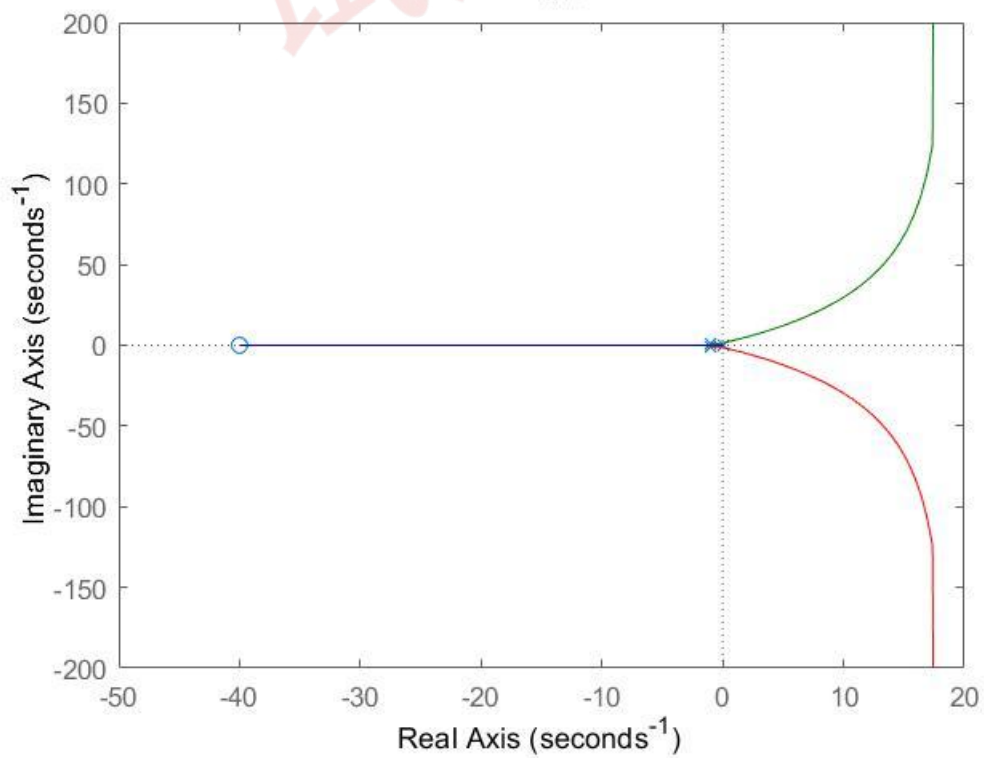
典型环节下形式下开环增益为 1, 即 $K=1$ 的阶跃响应:

$z_1 = -30$ 单位阶跃响应

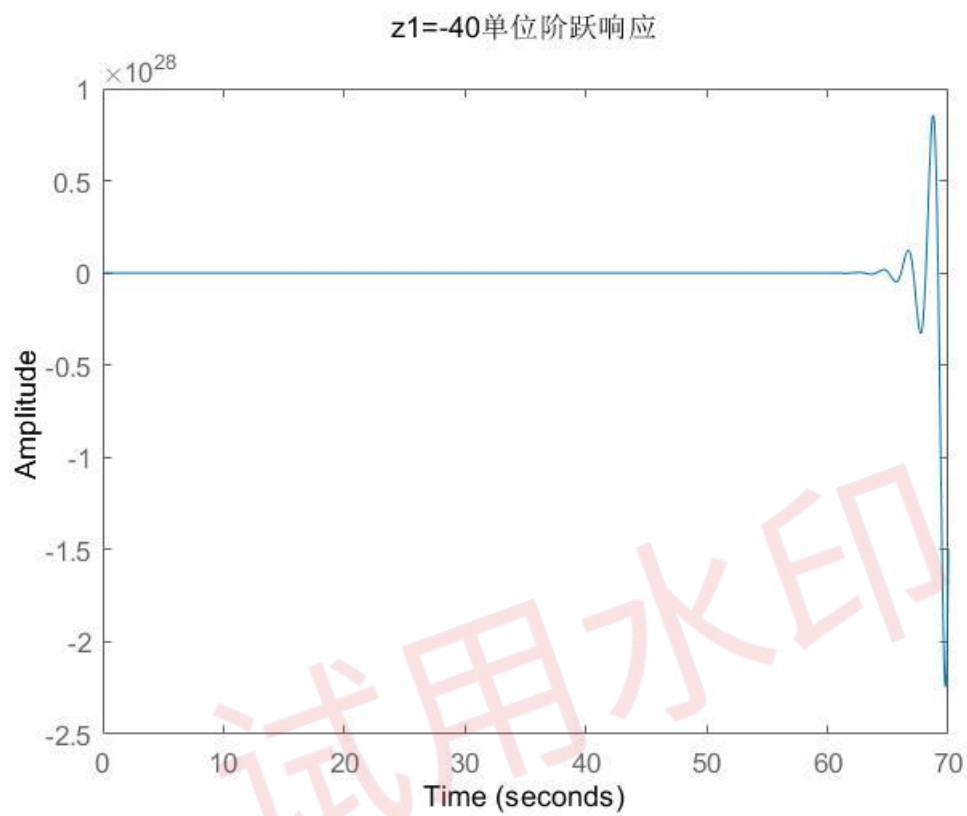


$z_1 = -40$

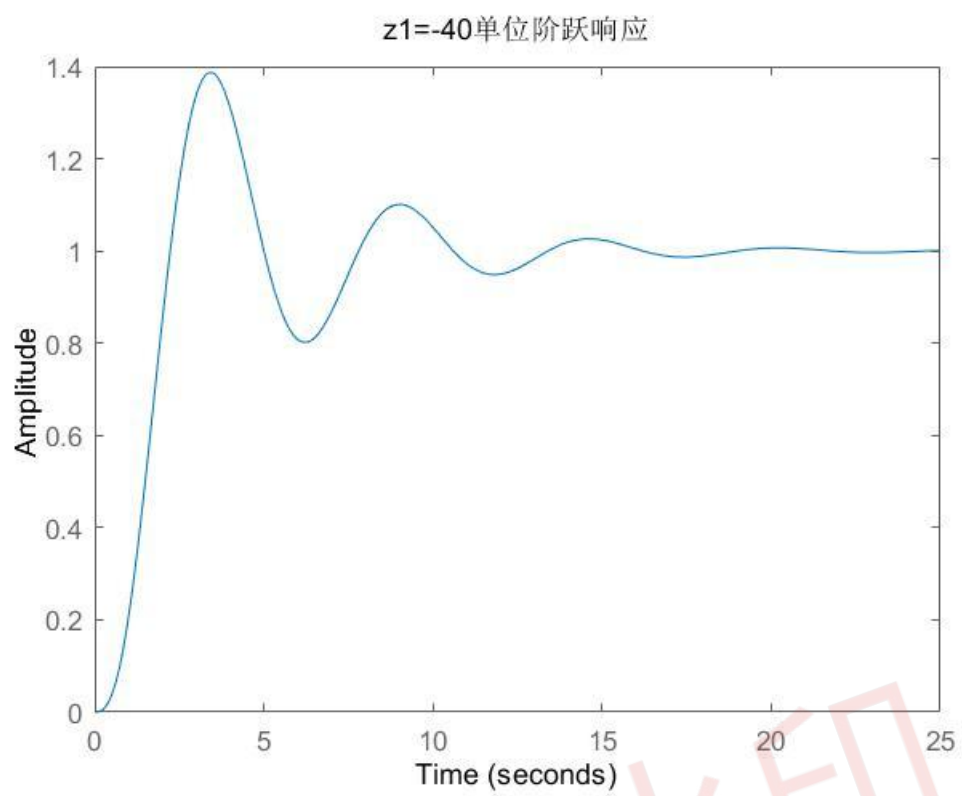
$z_1 = -40$ 根轨迹



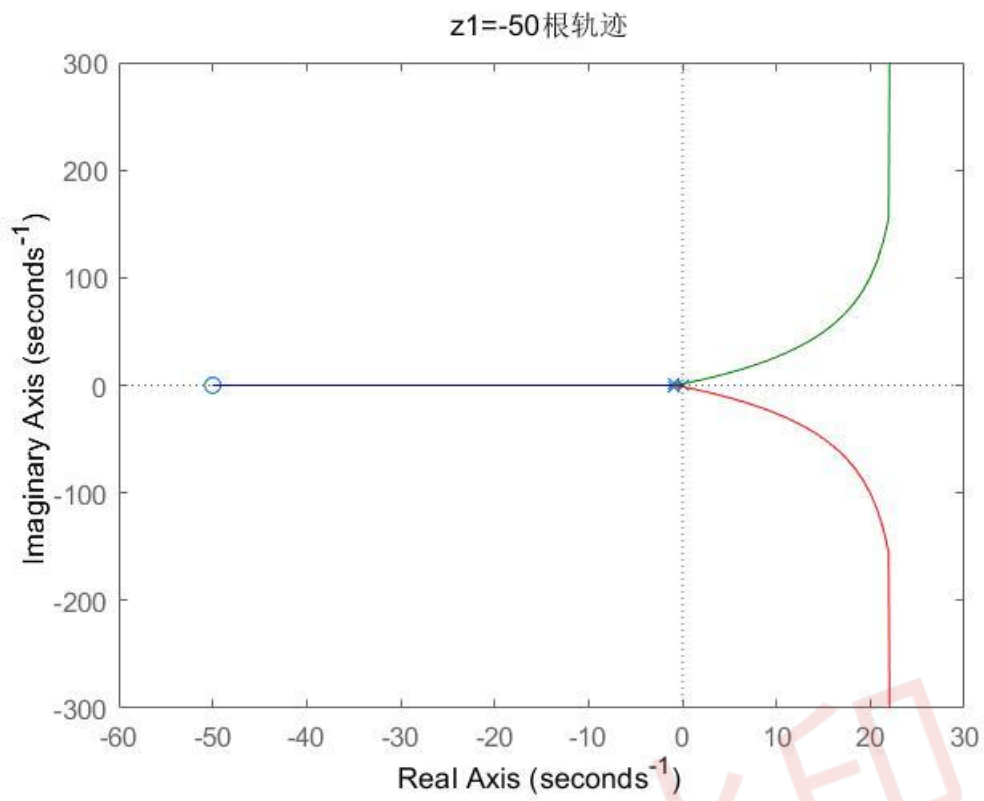
闭环传递函数为 $G3(s)/(1+G3(s))$ ，即 $k=1$ 的阶跃响应



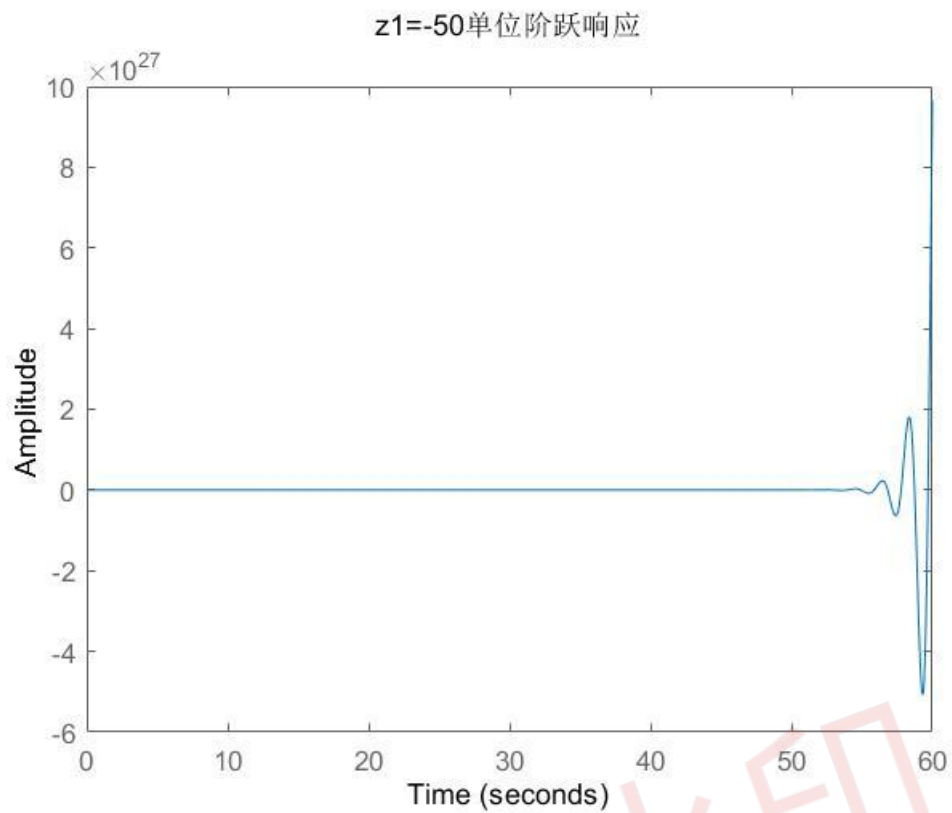
典型环节下形式下开环增益为 1, 即 $K=1$ 的阶跃响应:



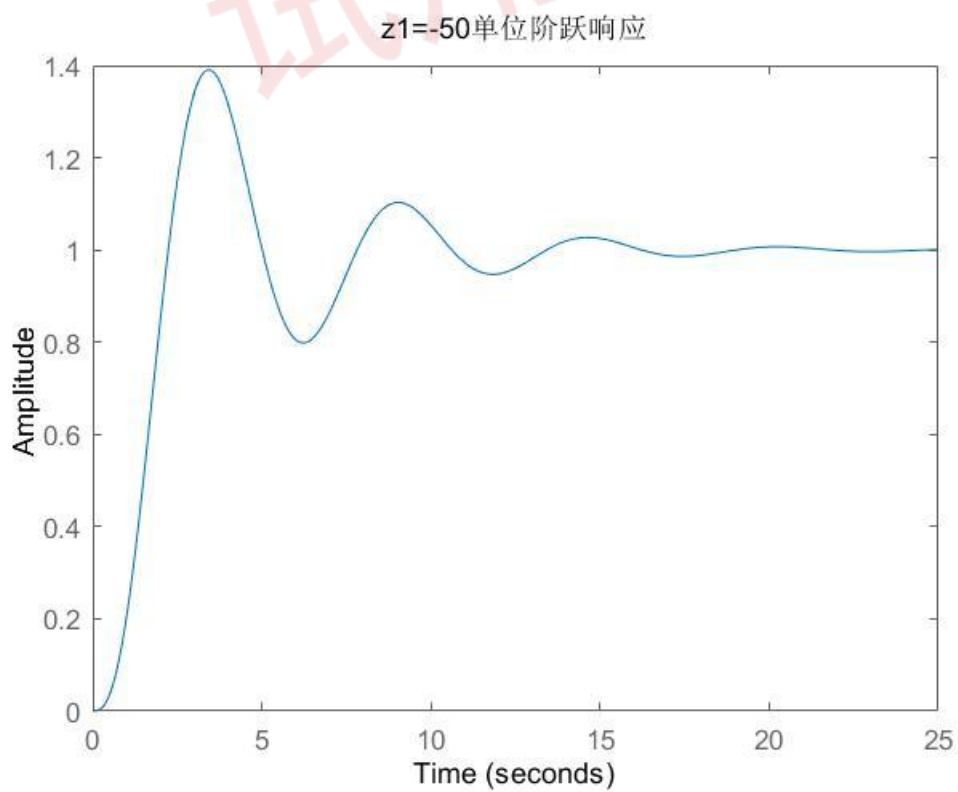
Z1=-50



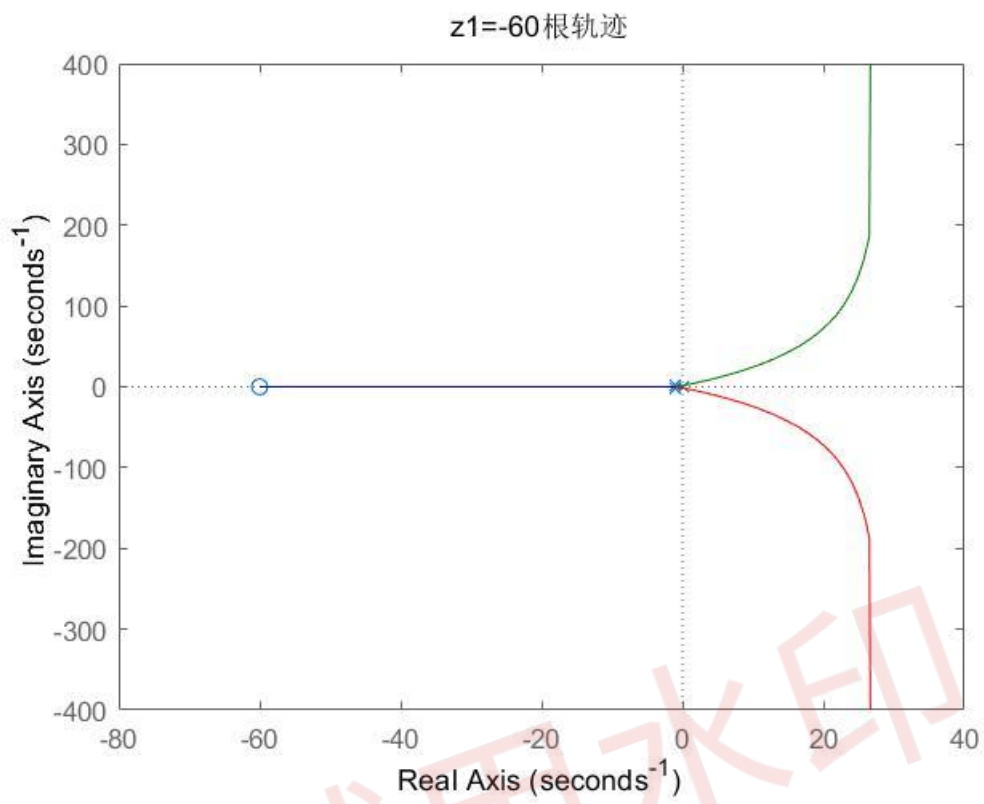
闭环传递函数为 $G_3(s)/(1+G_3(s))$ ，即 $k=1$ 的阶跃响应



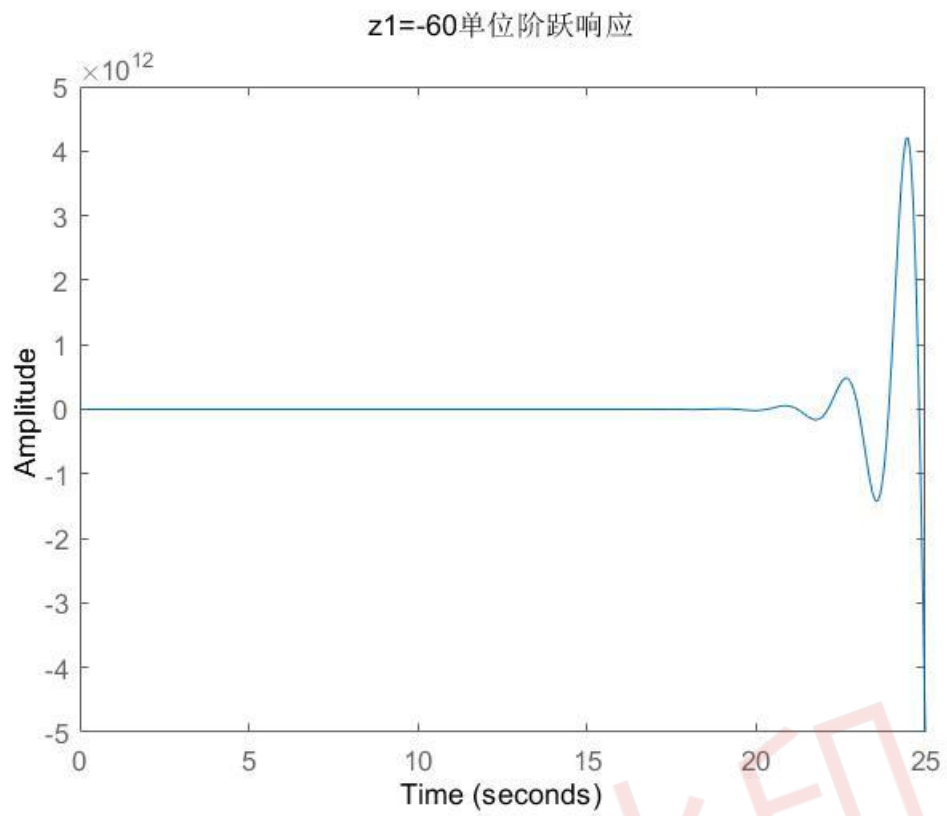
典型环节下形式下开环增益为 1, 即 $K=1$ 的阶跃响应:



$z_1 = -60$

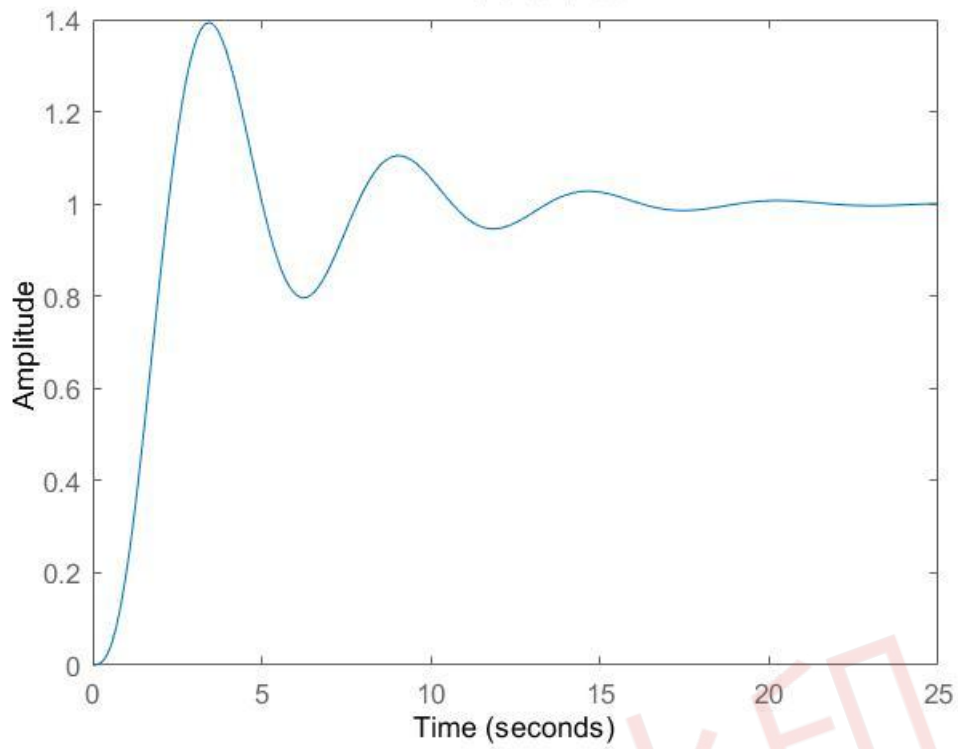


闭环传递函数为 $G_3(s)/(1+G_3(s))$ ，即 $k=1$ 的阶跃响应



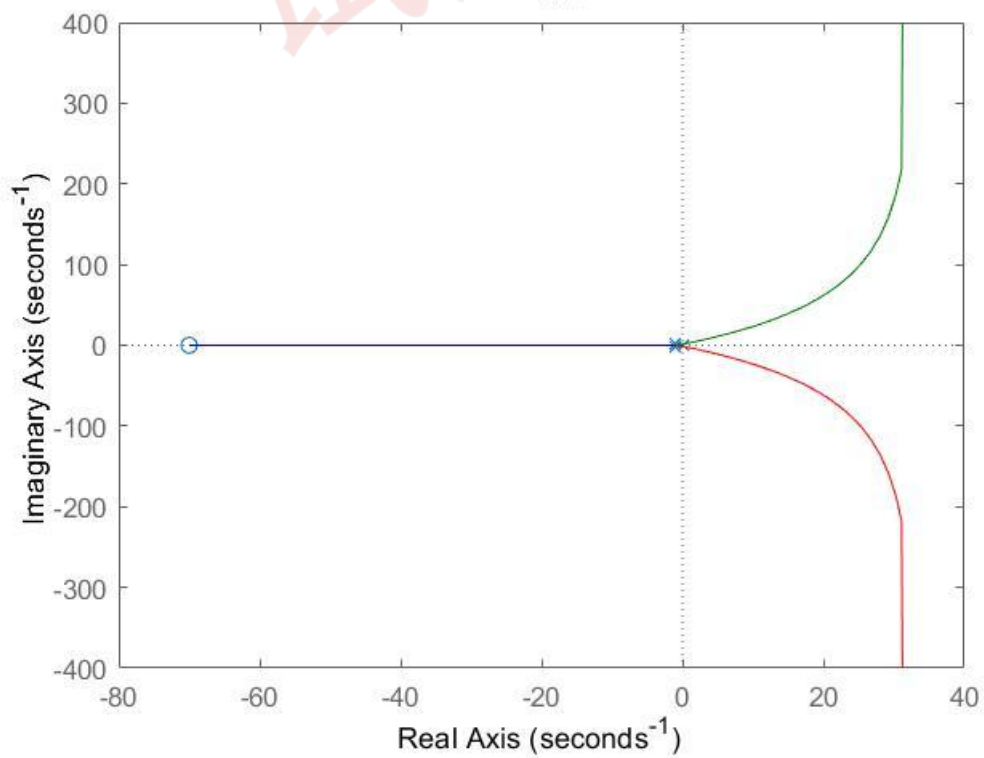
典型环节下形式下开环增益为 1, 即 $K=1$ 的阶跃响应:

z1=-60单位阶跃响应

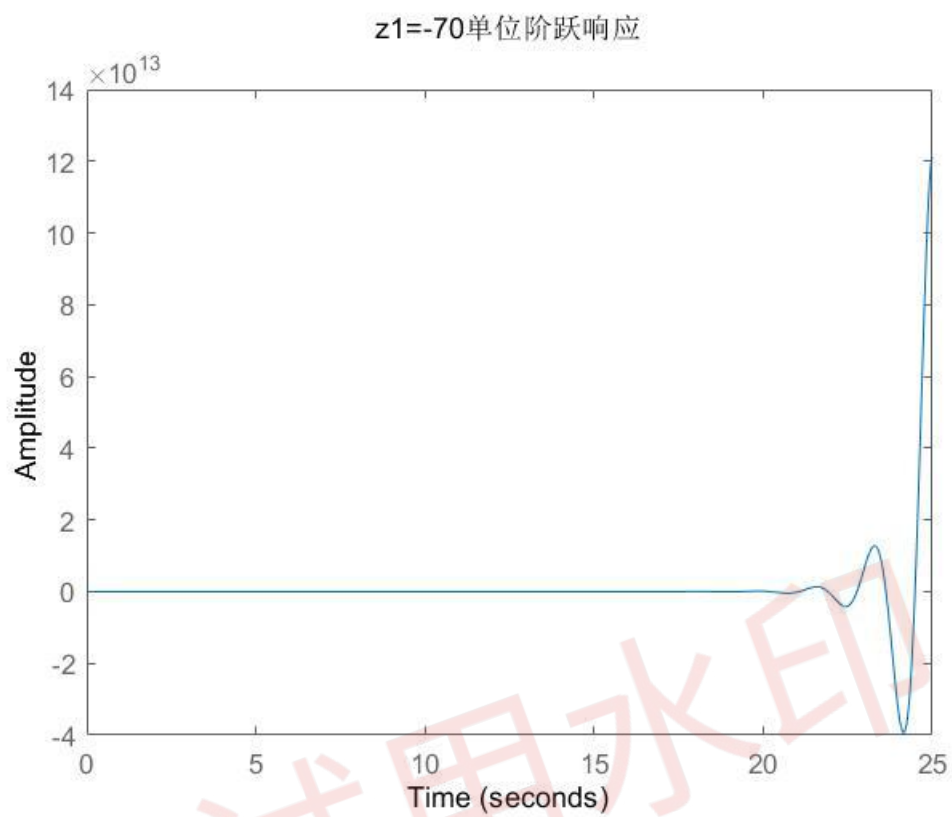


z1=-70

z1=-70根轨迹

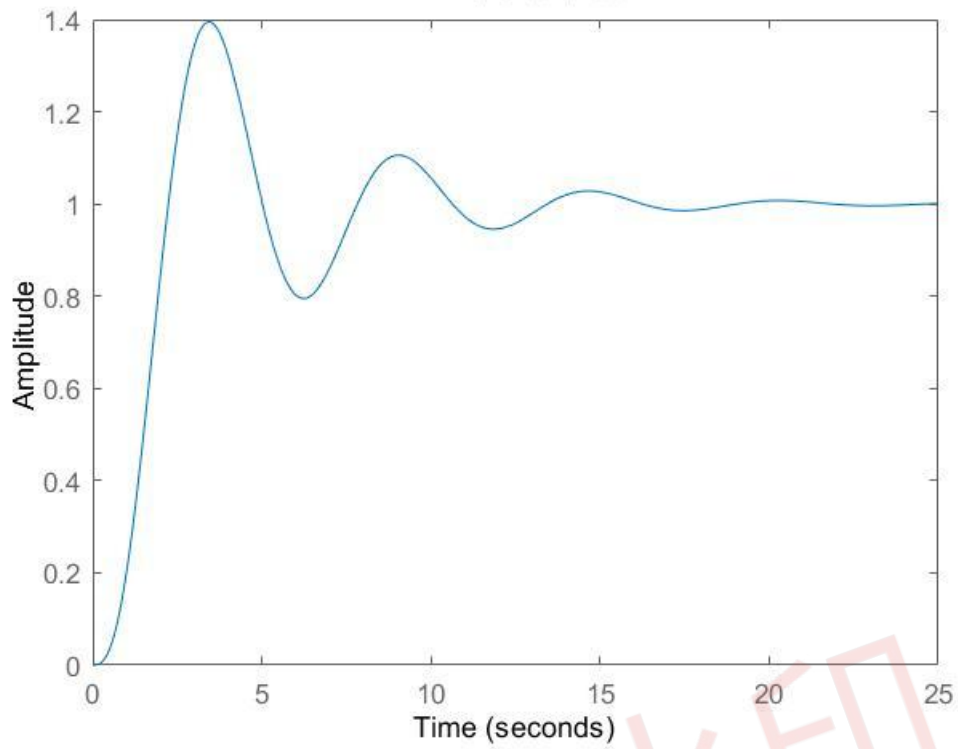


闭环传递函数为 $G3(s)/(1+G3(s))$ ，即 $k=1$ 的阶跃响应



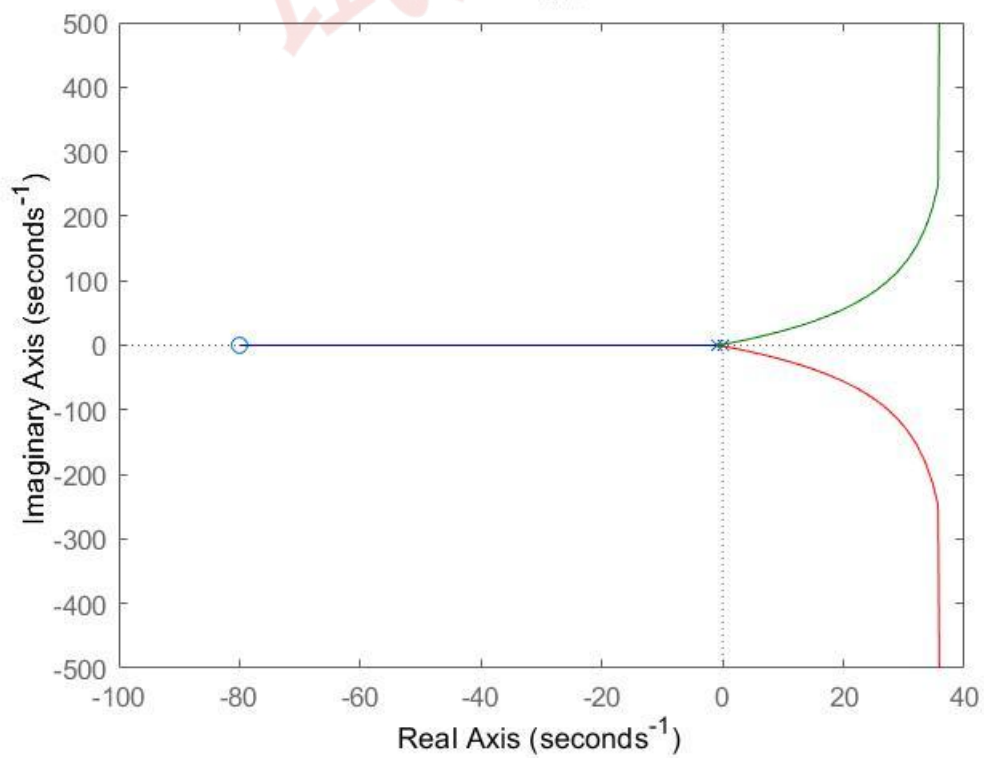
典型环节下形式下开环增益为 1, 即 $K=1$ 的阶跃响应:

z1=-70单位阶跃响应

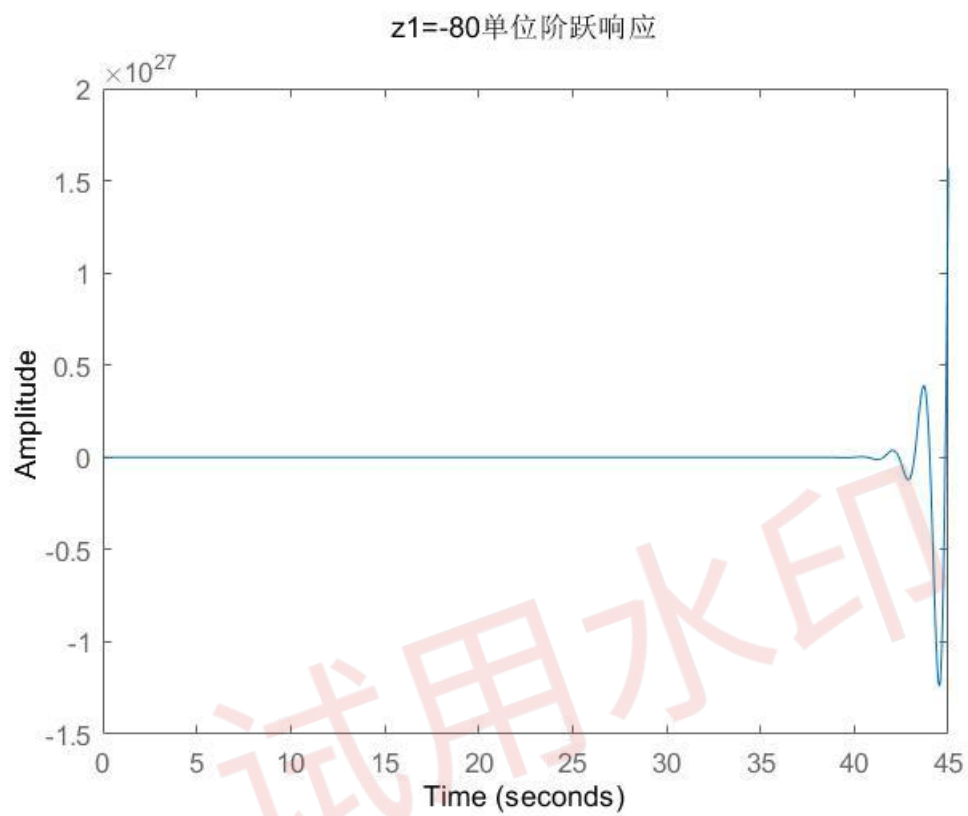


Z1=-80

z1=-80根轨迹

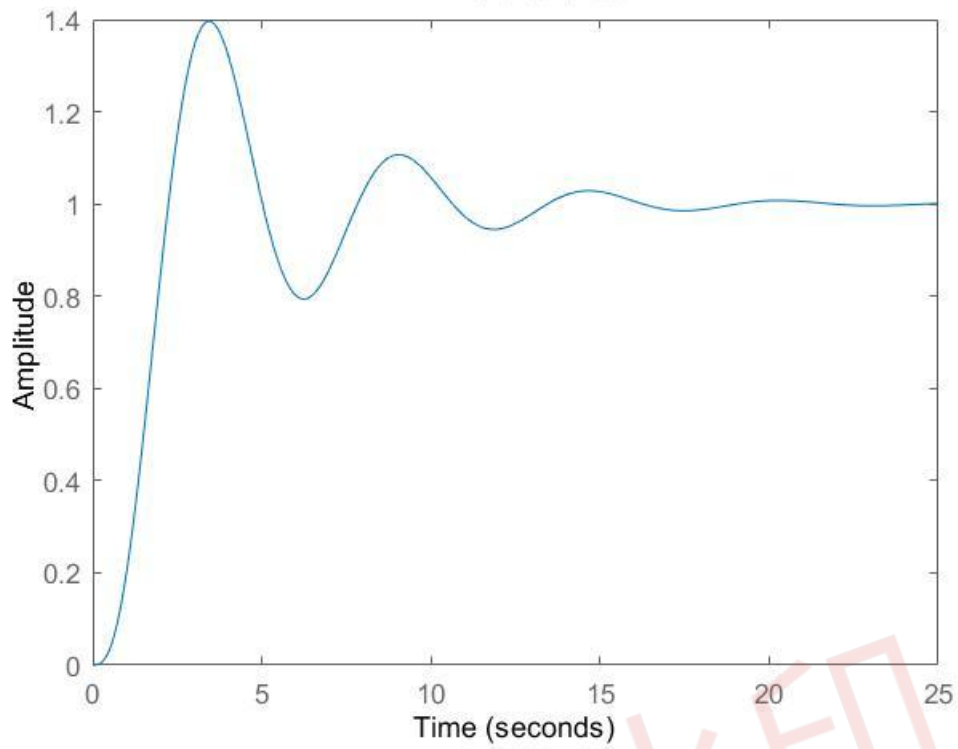


闭环传递函数为 $G3(s)/(1+G3(s))$ ，即 $k=1$ 的阶跃响应



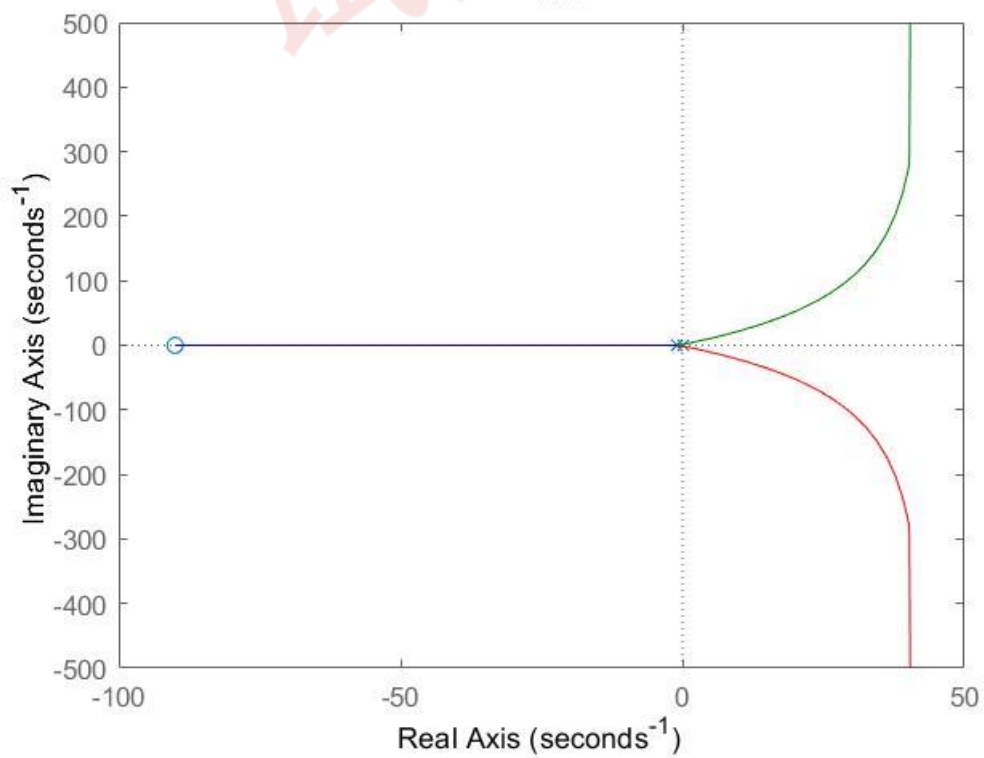
典型环节下形式下开环增益为 1, 即 $K=1$ 的阶跃响应:

$z_1 = -80$ 单位阶跃响应

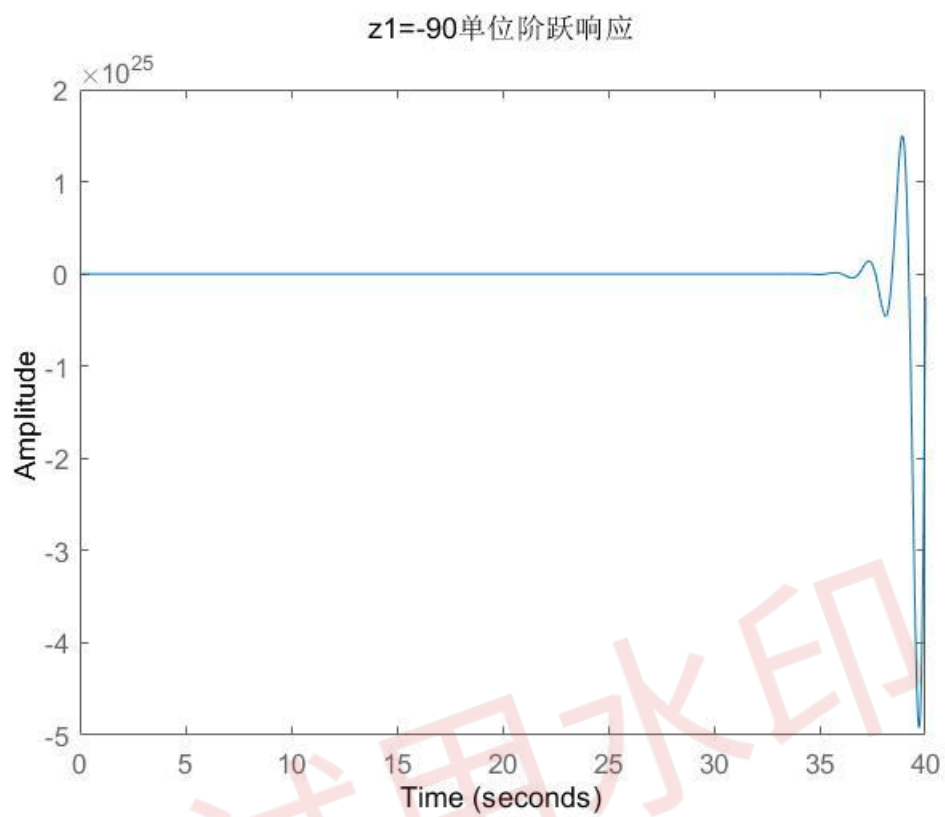


$z_1 = -90$

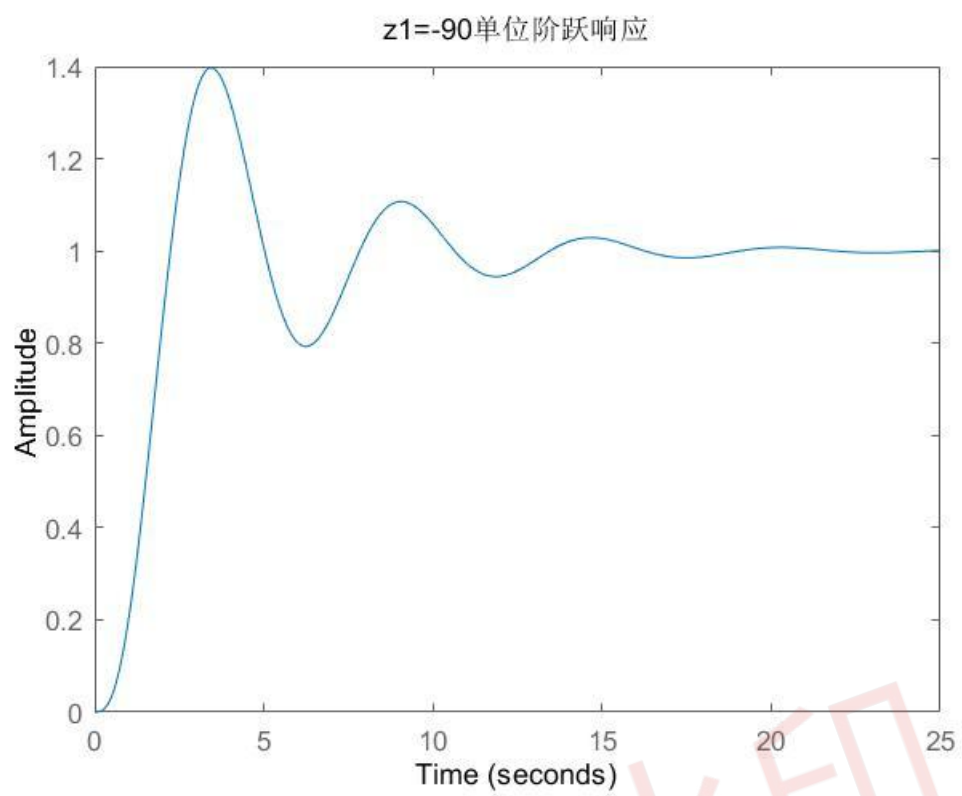
$z_1 = -90$ 根轨迹



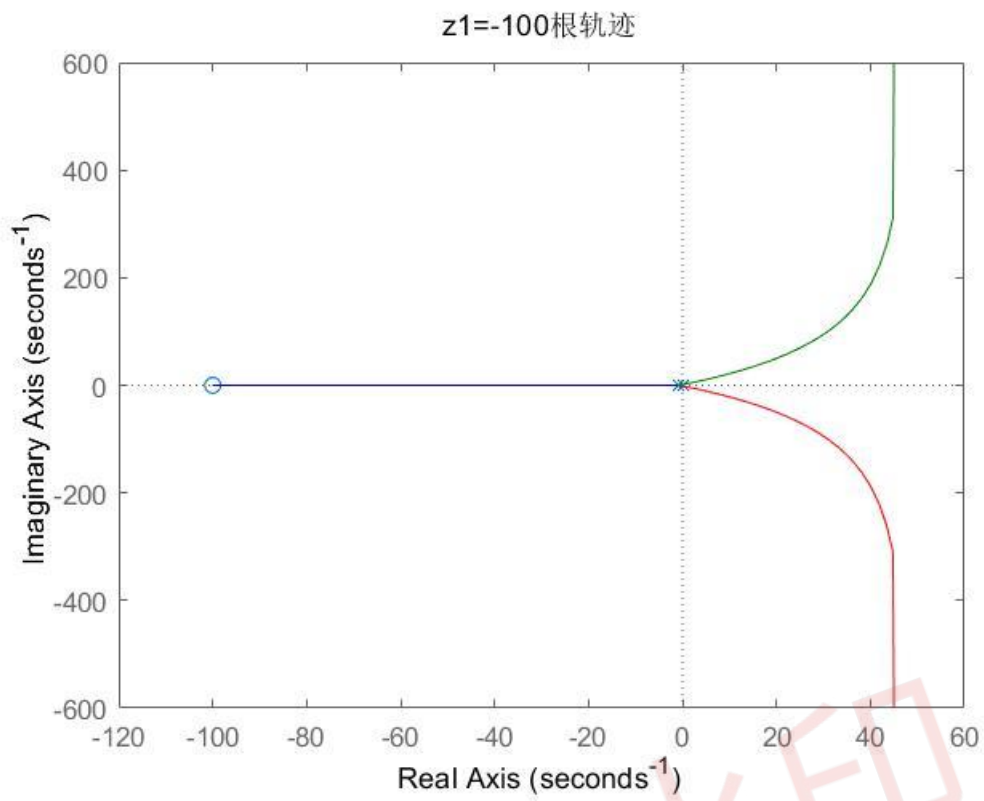
闭环传递函数为 $G3(s)/(1+G3(s))$ ，即 $k=1$ 的阶跃响应



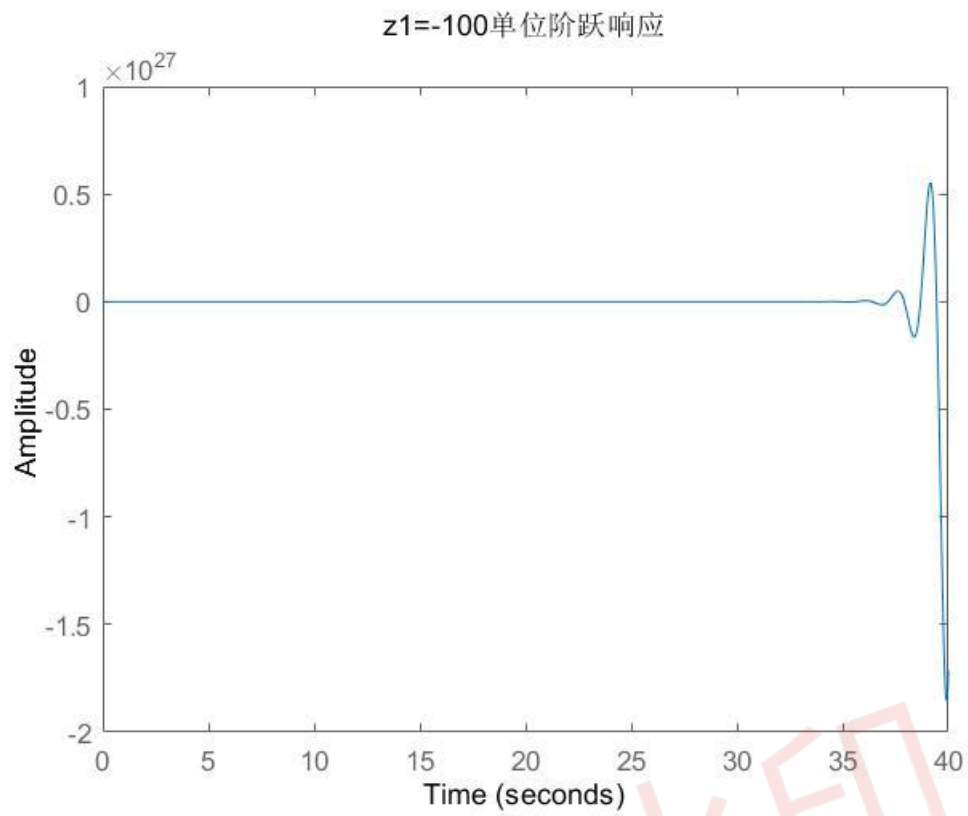
典型环节下形式下开环增益为 1, 即 $K=1$ 的阶跃响应:



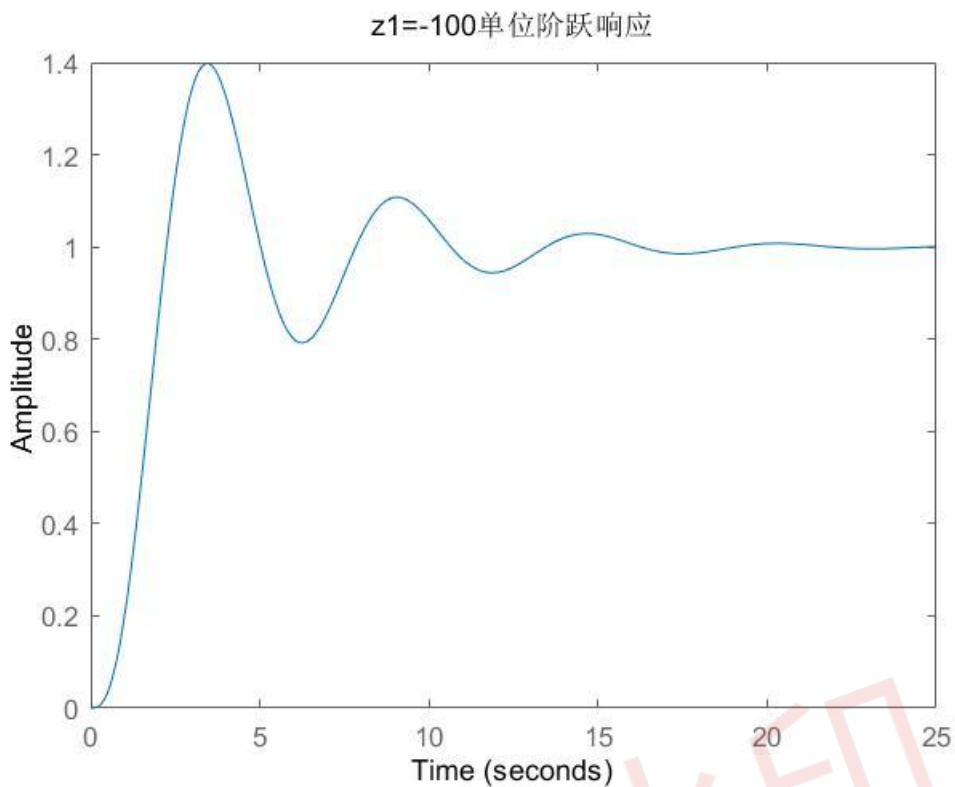
Z1=-100



闭环传递函数为 $G_3(s)/(1+G_3(s))$ ，即 $k=1$ 的阶跃响应



典型环节下形式下开环增益为 1, 即 $K=1$ 的阶跃响应:



对比发现，增加零点后，典型环节形式下开环增益为 1，即 $K=1$ ；相同增益下，系统阶跃响应超调量略微变大，振荡加剧

增加零点后，闭环传递函数为 $G_3(s)/(1+G_3(s))$ ，即 $k=1$ 的阶跃响应

零点离虚轴越远，系统阶跃响应稳定性下降出现严重振荡

增加零点后，当开环传函的零点距离虚轴越来越远时，实轴上的根轨迹越来越长（实轴上根轨迹的起点为原点，终点为该零点），根轨迹开始出现在左半平面，使得部分增益时闭环系统不再稳定。从单位阶跃响应可以得出，开环传函增加零点会影响闭环系统的响应速度，稳态增益和稳定性。

开环零点离虚轴越近，系统的稳定性变好，单位阶跃响应的超调量变小，响应时间变快

二、 线性系统的频率特性分析

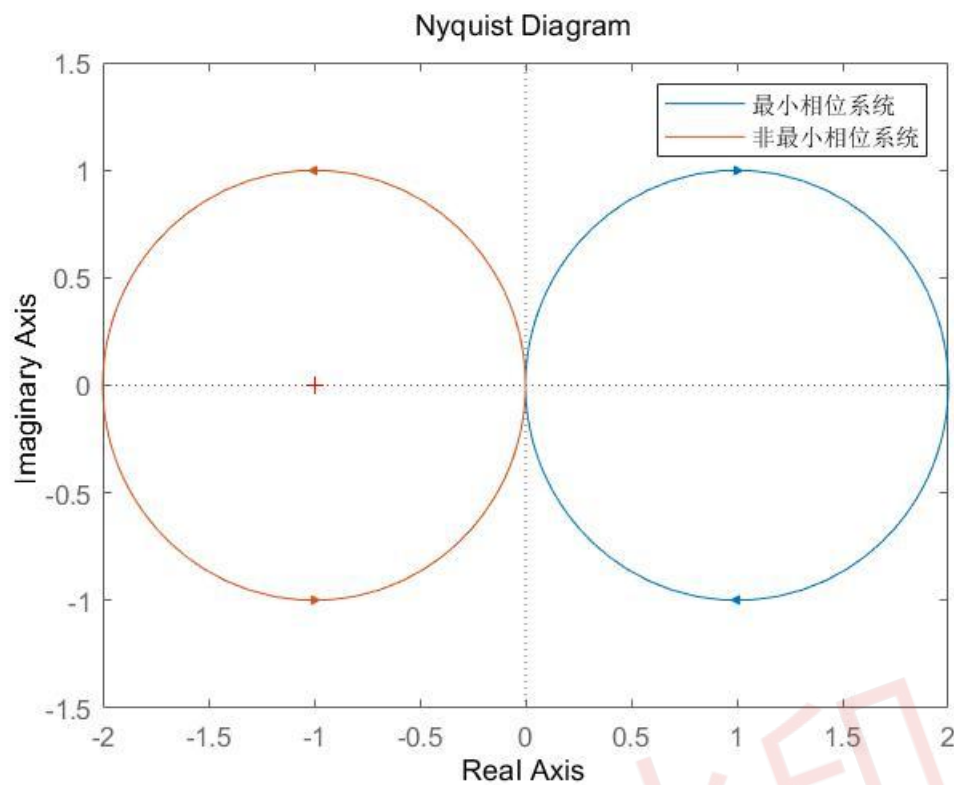
1. 固定 K 和 T , 在同一幅图里绘制一阶惯性环节 $G(s) = \frac{K}{Ts+1}$ 和非最小相位的惯性环节 $G(s) = \frac{K}{Ts-1}$ 的 Nyquist 图, 说明它们的 Nyquist 图的关系。

固定 $T=1$, $K=2$

实验代码:

```
num=[0,2];  
den=[1,1];  
sys=tf(num,den);  
nyquist(sys);  
hold on;  
num=[0,2];  
den=[1,-1];  
sys=tf(num,den);  
nyquist(sys);  
ylim([-1.5,1.5]);  
legend("最小相位系统","非最小相位系统")
```

实验图像:



两者的 nyquist 曲线图像关于虚轴对称

- 固定 K 和 T ，在同一幅图里绘制一阶惯性环节 $G(s) = \frac{K}{Ts+1}$ 和非最小相位的惯性环节 $G(s) = \frac{K}{Ts-1}$ 的 Bode 图，说明它们的 Bode 图的关系。

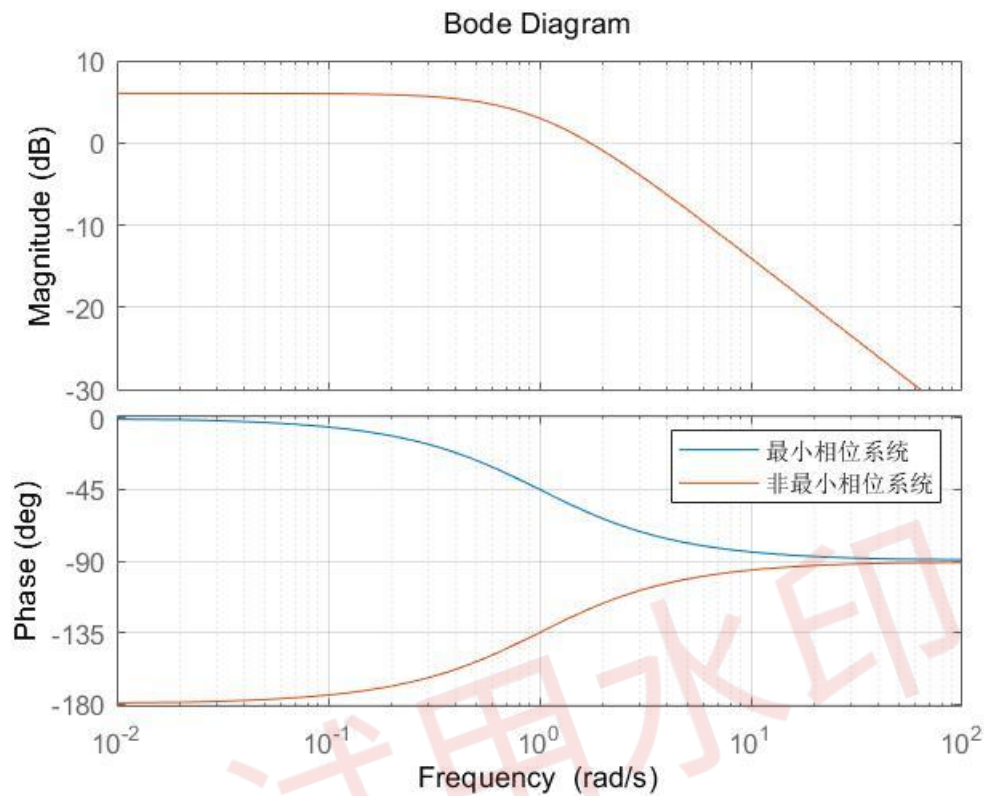
固定 $T=1$ ， $K=2$

实验代码：

```
num=[0,2];
den=[1,1];
sys=tf(num,den);
bode(sys);
hold on;
num=[0,2];
den=[1,-1];
sys=tf(num,den);
bode(sys);
legend("最小相位系统","非最小相位系统")
```

```
grid on;
```

实验图像：



由图最小相位环节和非最小相位环节的幅频特性相同，相频特性关于-90 度对称，且最小相位系统相频特性绝对值小于非最小相位系统

3. 固定 K ，分别在同一幅图绘制不同 T 时一阶惯性环节 $G(s) = \frac{K}{Ts+1}$ 的 Nyquist 图和 Bode 图，分析 T 的变化对 Nyquist 曲线和 Bode 图的影响。

K 固定为 2， $T=[0.01 \ 0.1 \ 1 \ 10 \ 100]$

实验代码：

```
figure;  
for T=[0.01 0.1 1 10 100]  
    num=[0,2];  
    den=[T,1];  
    sys=tf(num,den);  
    bode(sys);
```

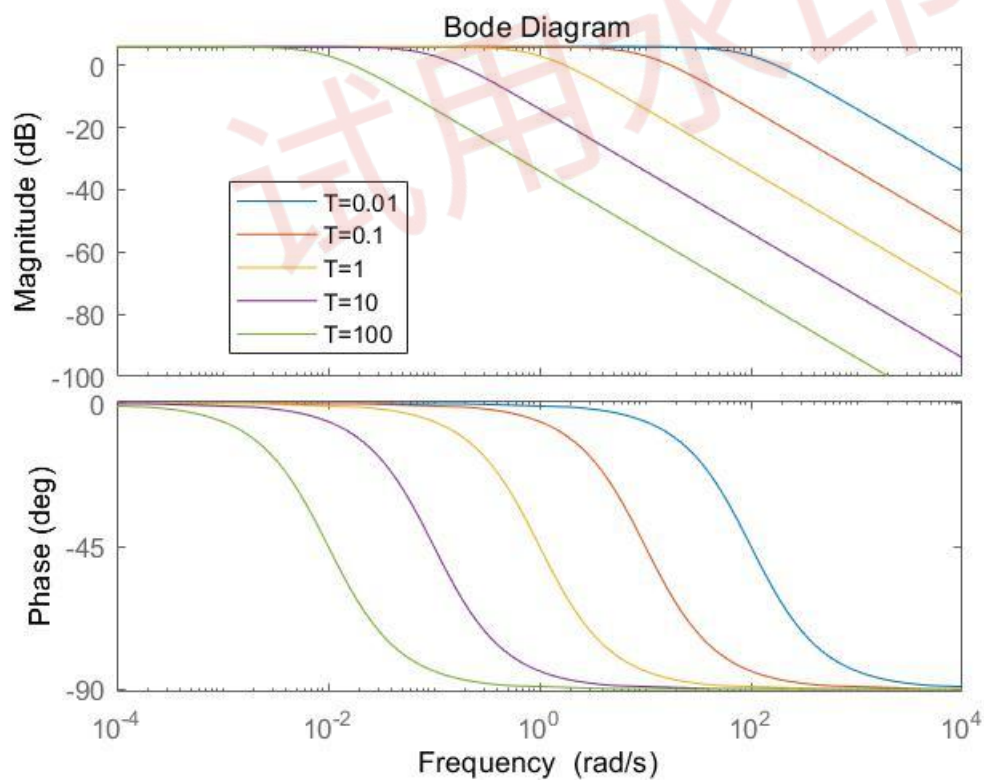
```

hold on;
end
legend("T=0.01","T=0.1","T=1","T=10","T=100");
figure;
for T=[0.01 0.1 1 10 100]
num=[0,2];
den=[T,1];
sys=tf(num,den);
nyquist(sys);
ylim([-1.5,1.5]);
hold on;
end
legend("T=0.01","T=0.1","T=1","T=10","T=100");

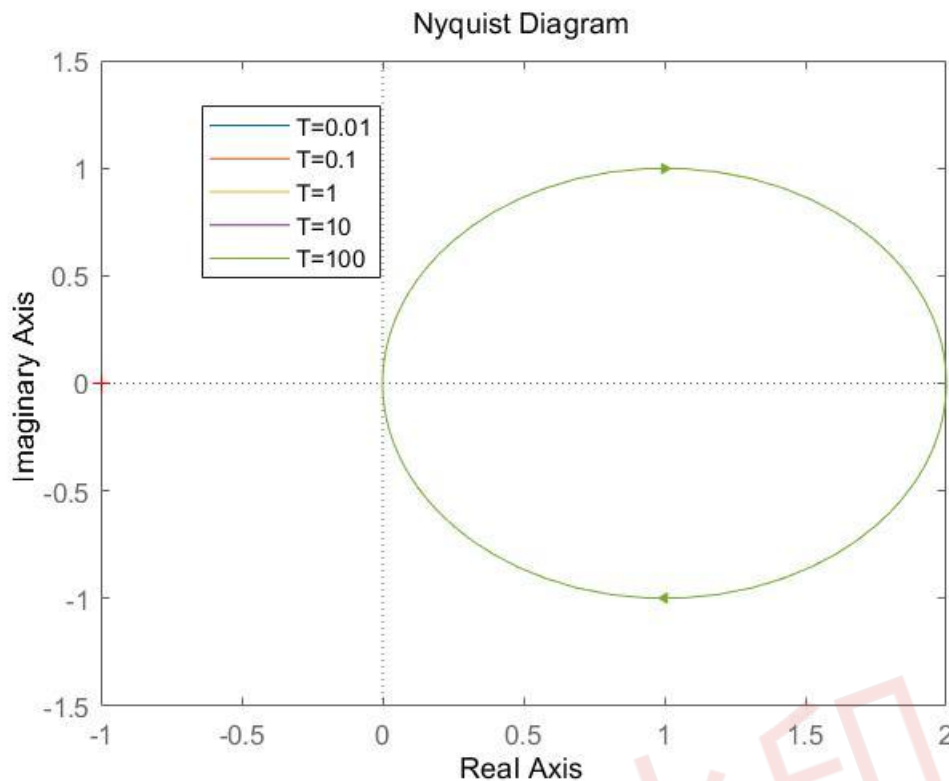
```

实验图像:

不同 T bode 图



不同 T Nyquist 曲线图



上图分别为 $T=[0.01, 0.1, 1, 10, 100]$ 时的 bode 图和 Nyquist 图 ($K=2$ 固定)。

由上图可知, K 固定时, T 的变化对 Nyquist 曲线图没有影响, 因为传递函数的增益范围不变, T 只影响相角变化, angle 等于 $-\arctan(T\omega)$, $L(\omega)=1/\sqrt{1+(T\omega)^2}$, 相同相角下增益不变, 所以 Nyquist 曲线无变化

而 T 增大时 bode 图的幅频特性和相频特性向左平移, 不同 T bode 图变化趋势一致

由于系统转折频率为 $1/T$, T 增大 $1/T$ 变小, 所以系统 bode 更快的来到转折频率, 对应于幅频特性和相频特性向左平移

4. 固定 T , 分别在同一幅图绘制不同 K 时一阶惯性环节 $G(s) = \frac{K}{Ts+1}$ 的 Nyquist 图和 Bode 图, 分析 K 的变化对 Nyquist 曲线和 Bode 图的影响。

$T=1$ 固定, $K=[0.5 \ 1 \ 2 \ 4 \ 8]$

实验代码:

```
figure;
for K=[0.5 1 2 4 8]
    num=[0,K];
    den=[1,1];
    sys=tf(num,den);
    bode(sys);

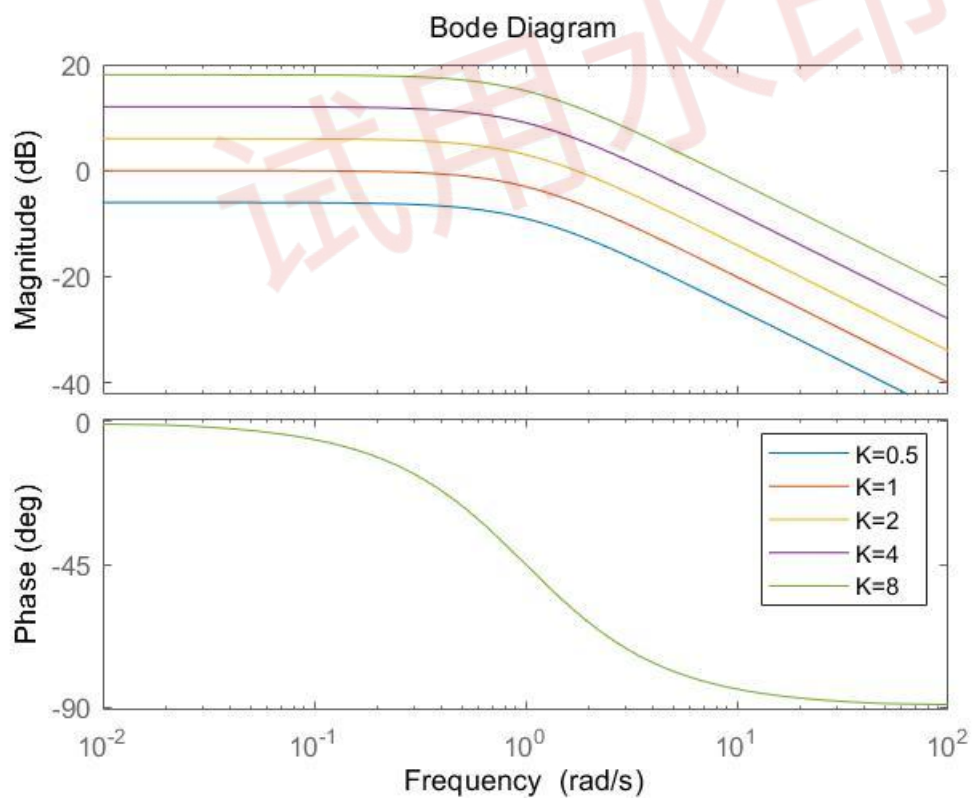
hold on;
```

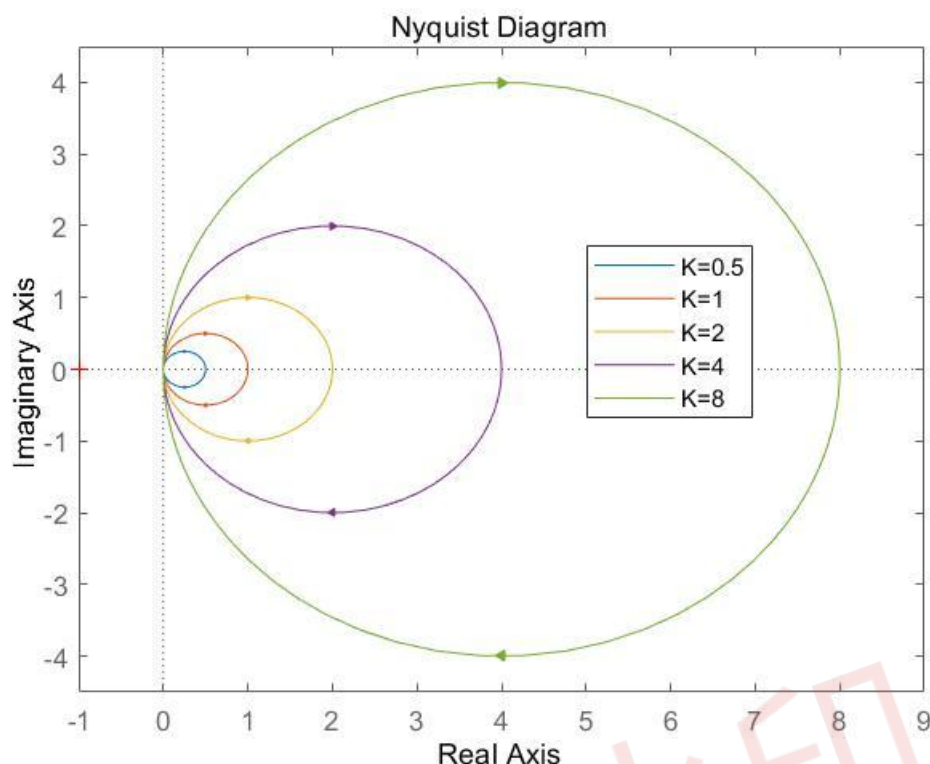
```

end
legend("K=0.5", "K=1", "K=2", "K=4", "K=8");
figure;
for K=[0.5 1 2 4 8]
num=[0,K];
den=[1,1];
sys=tf(num,den);
nyquist(sys);

hold on;
end
ylim([-4.5,4.5]);
xlim([-1,9])
legend("K=0.5", "K=1", "K=2", "K=4", "K=8");
实验图像:

```





上图分别为 $K=[0.5 \ 1 \ 2 \ 4 \ 8]$ 时的 Bode 图和 Nyquist 图 ($T=1$ 固定)。

由上图可知, T 固定时, 增大 K 时 Nyquist 曲线半径变大, 圆心向右平移, 且始终保证图像的左顶点与原点重合, 全频段 Nyquist 曲线图像始终关于正实轴对称;

由于增益 $L(\omega)$ 等于 $K/\sqrt{1+(T\omega)^2}$, 而相角 \angle 等于 $-\arctan(T\omega)$, K 增大相同相角时增益变大, 对应 Nyquist 曲线半径变大, 而 ω 等于无穷增益为 0 不变, 所以 Nyquist 曲线半径变大, 圆心向右平移

K 增大 Bode 图相频特性不变, 幅频特性向上平移, 相同 T , K 增大后的 Bode 图是一族平行曲线族。

相角 \angle 等于 $-\arctan(T\omega)$, 所以相频特性不变, $L(\omega)$ 等于 $K/\sqrt{1+(T\omega)^2}$, K 增大, 系统每个频率下的增益变大, 对应幅频特性向上平移

5. T 固定, 分别在同一幅图绘制不同阻尼比时二阶振荡环节 $G(s) = \frac{1}{Ts^2 + 2T\xi s + 1}$ 的 Nyquist 图和

Bode 图, 分析阻尼比的变化对 Nyquist 曲线和 Bode 图的影响。

T 固定为 1, 阻尼比 $\xi=[0.1 \ 0.2 \ 0.5 \ 0.707 \ 0.8 \ 1]$

实验代码:

```
figure;
```

```
for e=[0.1 0.2 0.5 0.707 0.8 1]
```

```
num=[0,1];
```



```

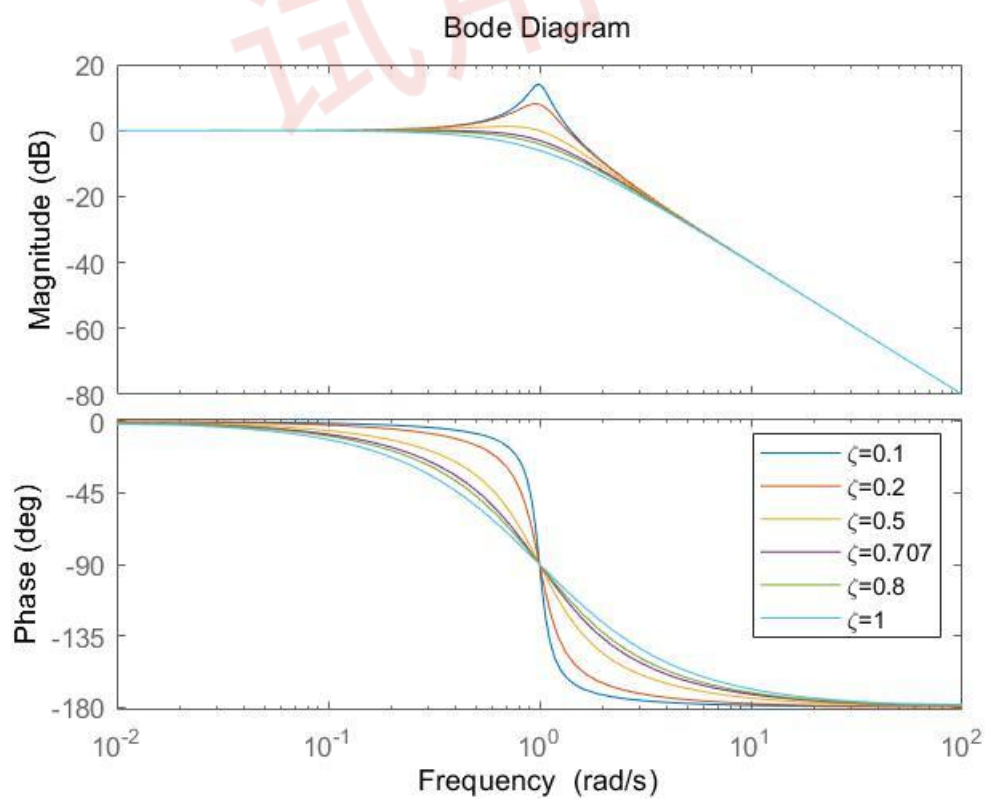
den=[1 2*e 1];
sys=tf(num,den);
bode(sys);

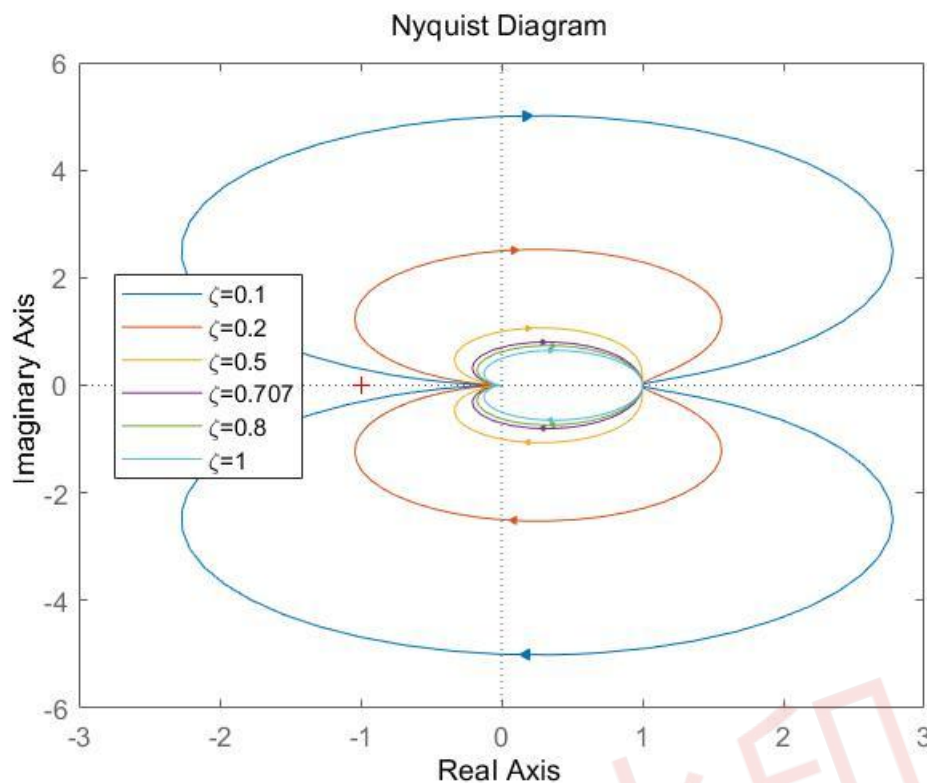
hold on;
end
legend("\zeta=0.1","\zeta=0.2","\zeta=0.5","\zeta=0.707","\zeta=0.8","\zeta=1");
figure;
for e=[0.1 0.2 0.5 0.707 0.8 1]
num=[0,1];
den=[1 2*e 1];
sys=tf(num,den);
nyquist(sys);

hold on;
end
legend("\zeta=0.1","\zeta=0.2","\zeta=0.5","\zeta=0.707","\zeta=0.8","\zeta=1");

```

实验图像：





由上图可知，当阻尼比减小时 bode 图幅频特性在转折频率 $1/T$ 附近逐渐出现谐振现象，并且随阻尼比变小谐振增益倍数增大，表现为 Bode 图幅频特性增益在转折频率 $1/T$ 处附近变大。相频特性随阻尼比变小，转折频率 $1/T$ 处曲线越来越陡峭，变化越来越剧烈，转折频率两侧则变得更加平缓，整体变化范围不变；

Nyquist 曲线随阻尼比增加而形状变小，整体走势几乎不变。

6. 阻尼比固定，分别在同一幅图绘制不同时间常数时 $G(s) = \frac{1}{Ts^2 + 2T\xi s + 1}$ 的 Nyquist 图和 Bode 图，分析时间常数 T 的变化对 Nyquist 曲线和 Bode 图的影响。

$T=[0.01 \ 0.1 \ 1 \ 10 \ 100]$ ，阻尼比 $\xi=0.5$ 固定

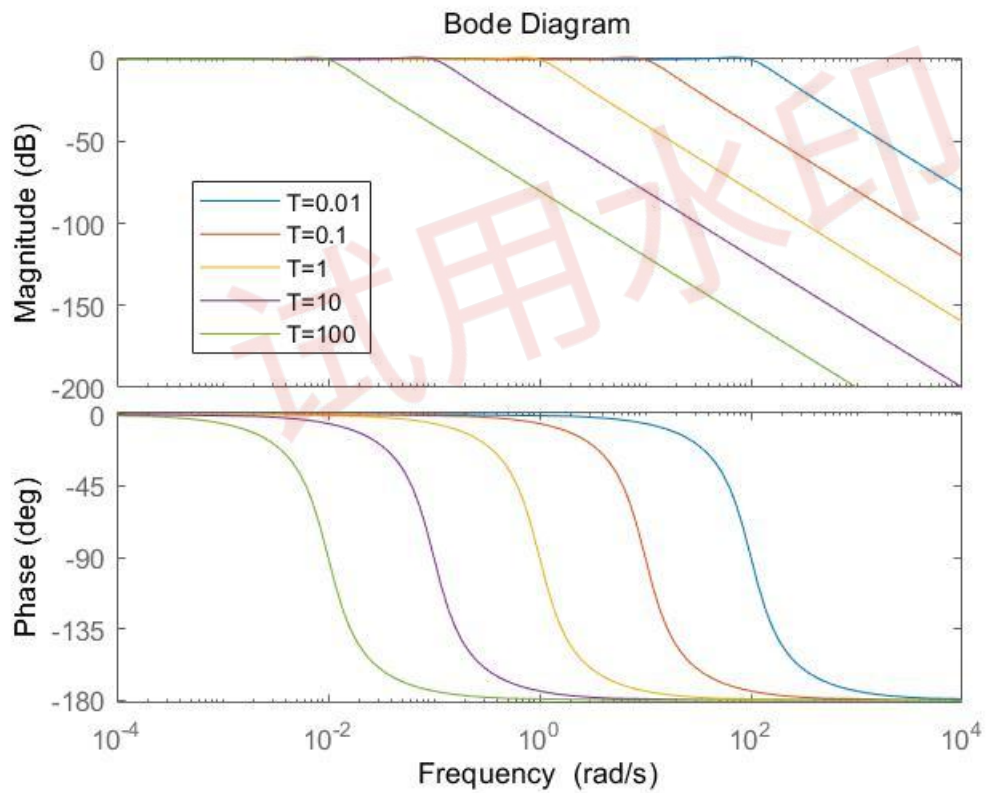
实验代码：

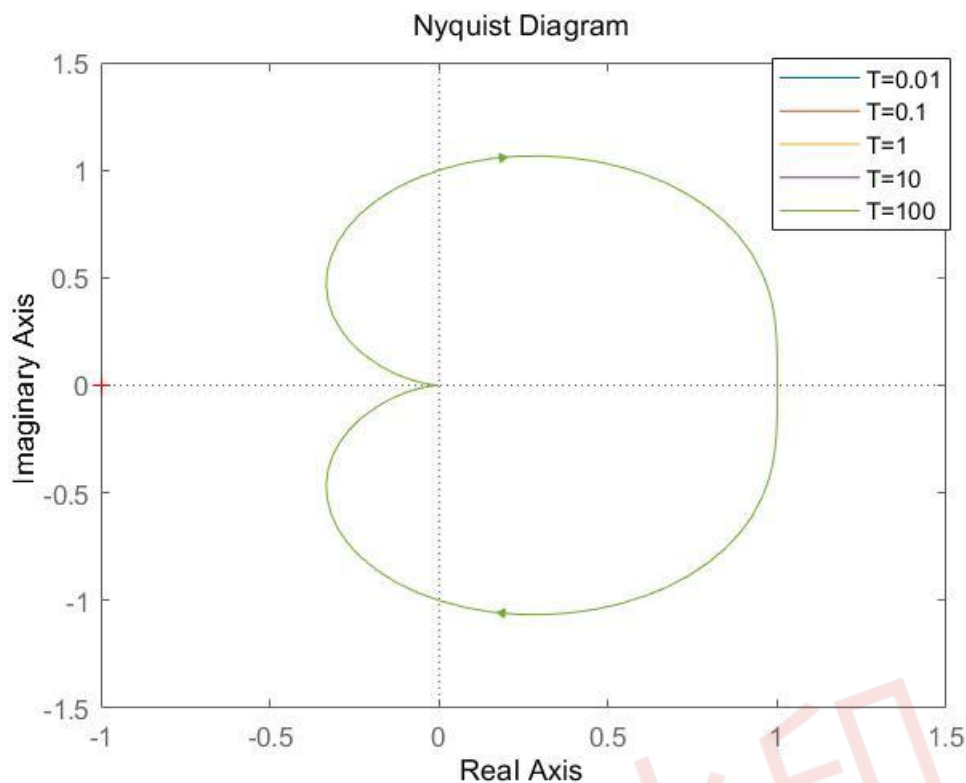
```
figure;
for T=[0.01 0.1 1 10 100]
    num=[0,1];
    den=[T*T T 1];
    sys=tf(num,den);
    bode(sys);
    hold on;
```

```

end
legend("T=0.01","T=0.1","T=1","T=10","T=100");
figure;
for T=[0.01 0.1 1 10 100 ]
num=[0,1];
den=[T*T T 1];
sys=tf(num,den);
nyquist(sys);
hold on;
end
legend("T=0.01","T=0.1","T=1","T=10","T=100");
实验图像:

```





由上图可知，当时间常数 T 增大时
 Bode 图幅频特性和相频特性向左平移，转折频率 $1/T$ 变小，变化趋势一致
 由于系统转折频率为 $1/T$ ， T 增大系统转折频率变小，对应幅频特性和相频特性向左平移
 由于系统在特定相角下增益不变，Nyquist 曲线不变。

7. K 固定，分别在同一幅图绘制不同时间常数 T 时 $G(s) = \frac{K}{s(Ts+1)}$ 的 Nyquist 图和 Bode 图，分析时间常数 T 的变化对 Nyquist 曲线和 Bode 图的影响。

K 固定为 1, $T=[0.1 \ 0.5 \ 1 \ 5 \ 10]$

实验代码：

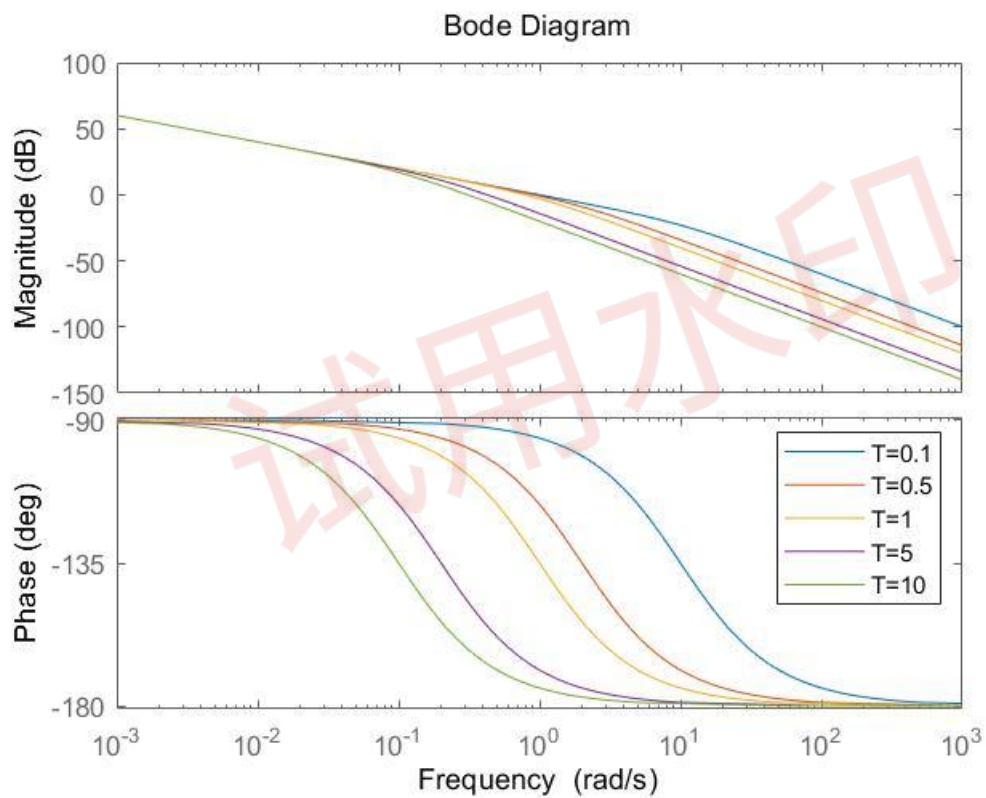
```
figure;
for T=[0.1 0.5 1 5 10]
num=[0,1];
den=[T 1 0];
sys=tf(num,den);
bode(sys);
hold on;
end
legend("T=0.1","T=0.5","T=1","T=5","T=10");
```

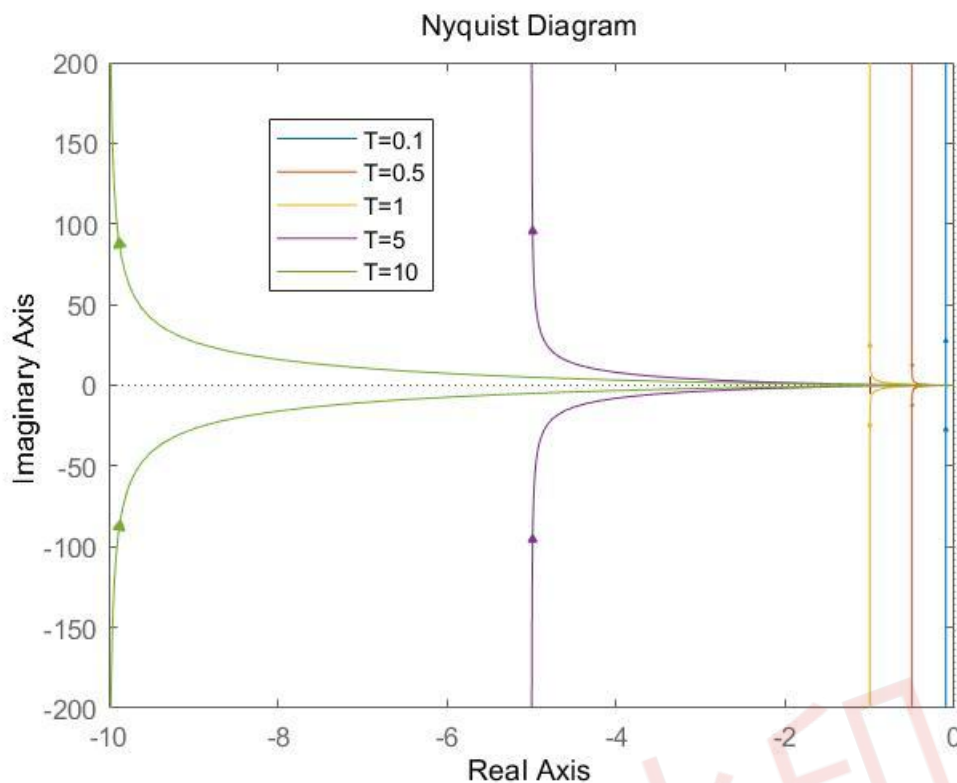
```

figure;
for T=[0.1 0.5 1 5 10 ]
num=[0,1];
den=[T 1 0];
sys=tf(num,den);
nyquist(sys);
hold on;
end
legend("T=0.1","T=0.5","T=1","T=5","T=10");

```

实验图像：





当时间常数 T 增大时

Bode 图幅频特性的高频部分向左平移对应增益变小，低频部分不改变，相频特性向左平移，且变化趋势一致

由于系统存在一个 $1/T$ 的转折频率， $1/T$ 左侧低频部分，系统幅频特性表现相似，而 T 增大，转折频率变小，对应系统提前转折，所以相频特性和幅频特性高频部分向左平移

全频段 Nyquist 曲线的开始和结束渐近线向左平移是一族平行于虚轴关于实轴对称的直线，Nyquist 曲线变化趋势一致，时间常数 T 越大，开始和结束渐近线越远离虚轴

8. T 固定，分别在同一幅图绘制不同开环增益 K 时 $G(s) = \frac{K}{s(Ts+1)}$ 的 Nyquist 图和 Bode 图，分析开环增益 K 的变化对 Nyquist 曲线和 Bode 图的影响。对给定的 K 和 T ，判断单位反馈闭环系统的稳定性。

T 固定为 1， $K=[0.1 \ 0.5 \ 1 \ 5 \ 10]$

实验代码：

figure;

for $K=[0.1 \ 0.5 \ 1 \ 5 \ 10]$

num=[0,K];

den=[1 1 0];

sys=tf(num,den);

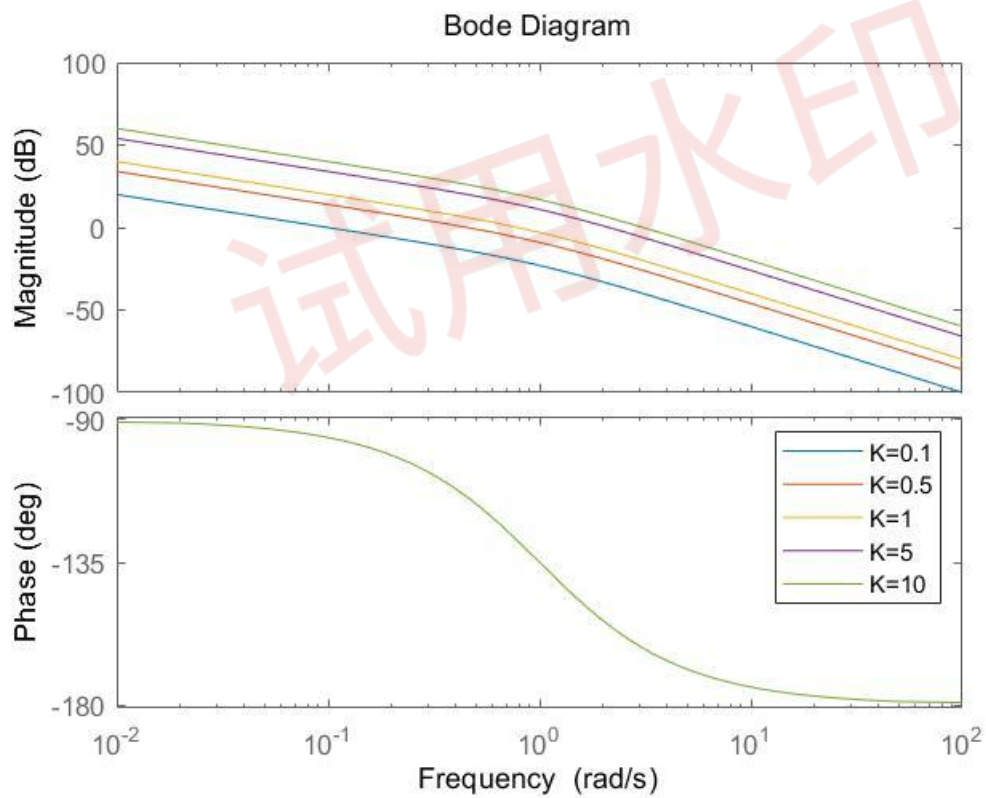
bode(sys);

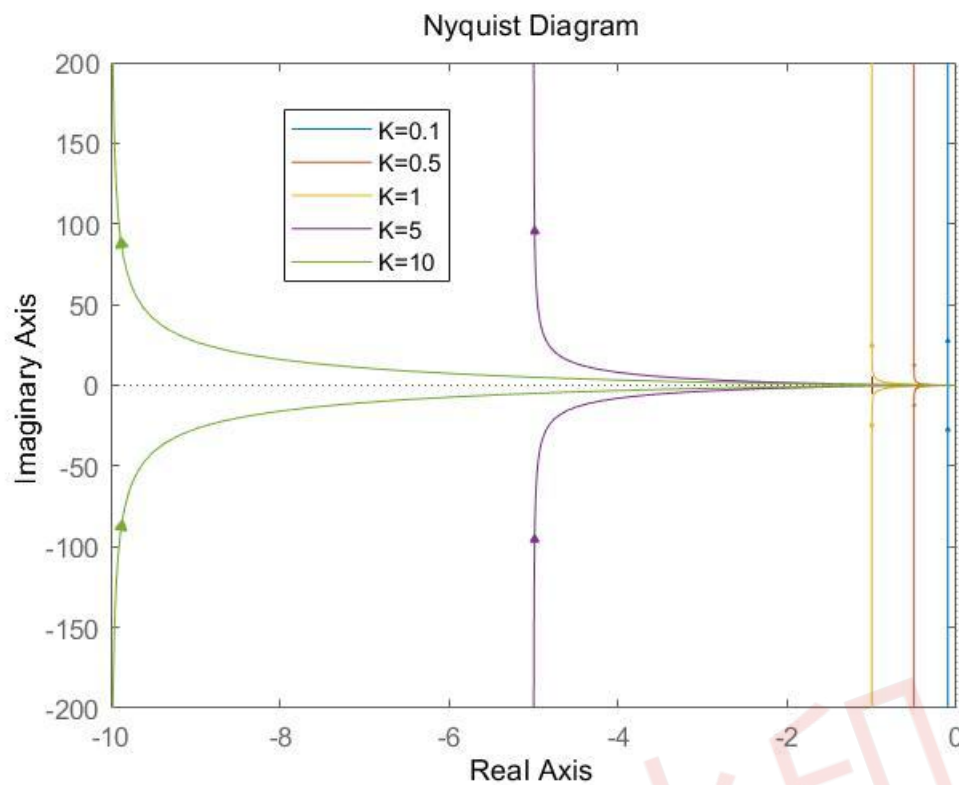
```

hold on;
end
legend("K=0.1", "K=0.5", "K=1", "K=5", "K=10");
figure;
for K=[0.1 0.5 1 5 10 ]
num=[0,K];
den=[1 1 0];
sys=tf(num,den);
nyquist(sys);
hold on;
end
legend("K=0.1", "K=0.5", "K=1", "K=5", "K=10");

```

实验图像：



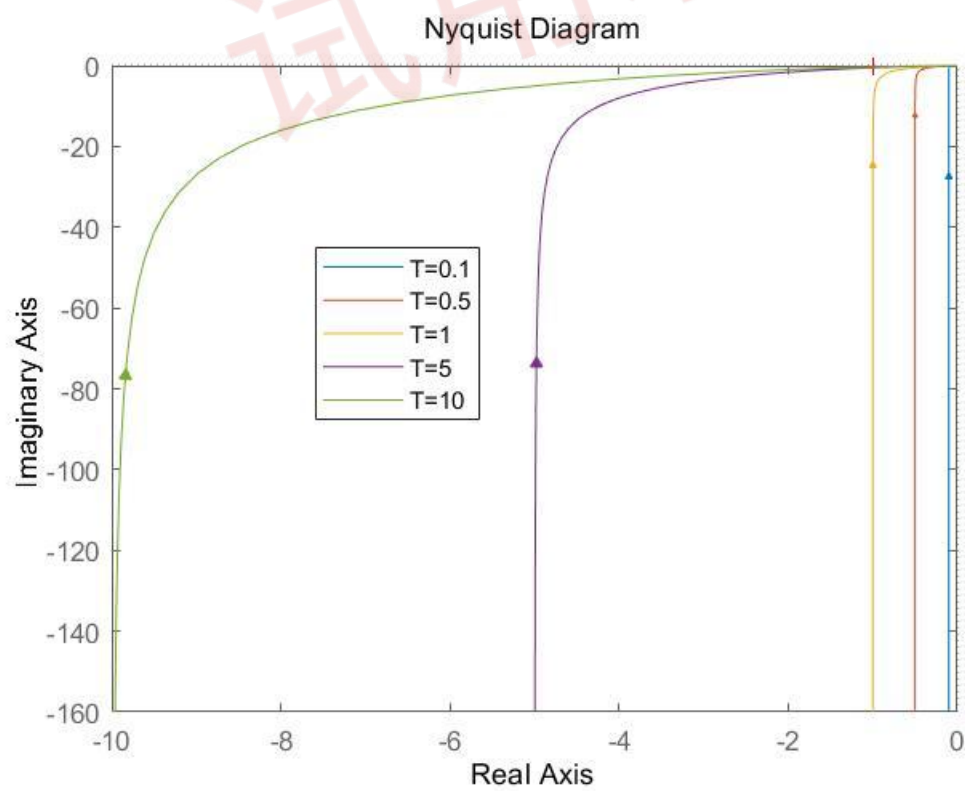
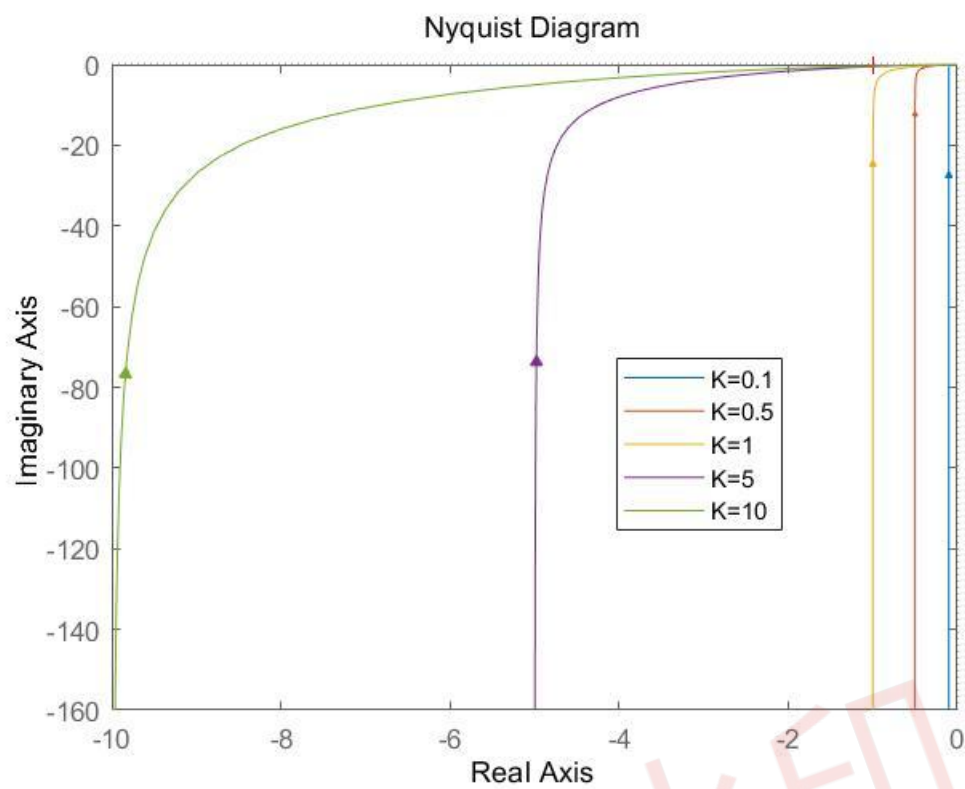


当增益 K 增大时，

系统增益和 K 呈正比 Bode 图的幅频特性向上平移是一族平行曲线族，变化趋势一致而 K 变化不影响相角变化所以，相频特性不改变；

Nyquist 图的渐近线向左平移，渐近线是一族平行于虚轴垂直于实轴的直线

考虑正频段 Nyquist 图



对曲线进行补画从曲线开始补画一条无穷负 90 度到无穷 0 度的直线，考虑 Nyquist 稳定性判据

$$Z=P-2N$$

$$N=N(+)-N(-)$$

其中 P 为开环传递函数右半平面零点个数=0

N 观察 Nyquist 图无论 K T 取何值 Nyquist 曲线均未穿过(-1,0)左侧实轴， $N=0$

所以 Z 等于 0，即闭环传递函数不存在右半平面极点，单位反馈闭环系统稳定。

9. 固定 T 和 τ ，分别在同一幅图绘制不同 K 时 $G(s) = \frac{K(\tau s+1)}{s(Ts-1)}$ 的 Nyquist 图和 Bode 图；固定 T

和 K ，分别在同一幅图绘制不同 τ 时 $G(s) = \frac{K(\tau s+1)}{s(Ts-1)}$ 的 Nyquist 图和 Bode 图。分析 K 和 τ 的变

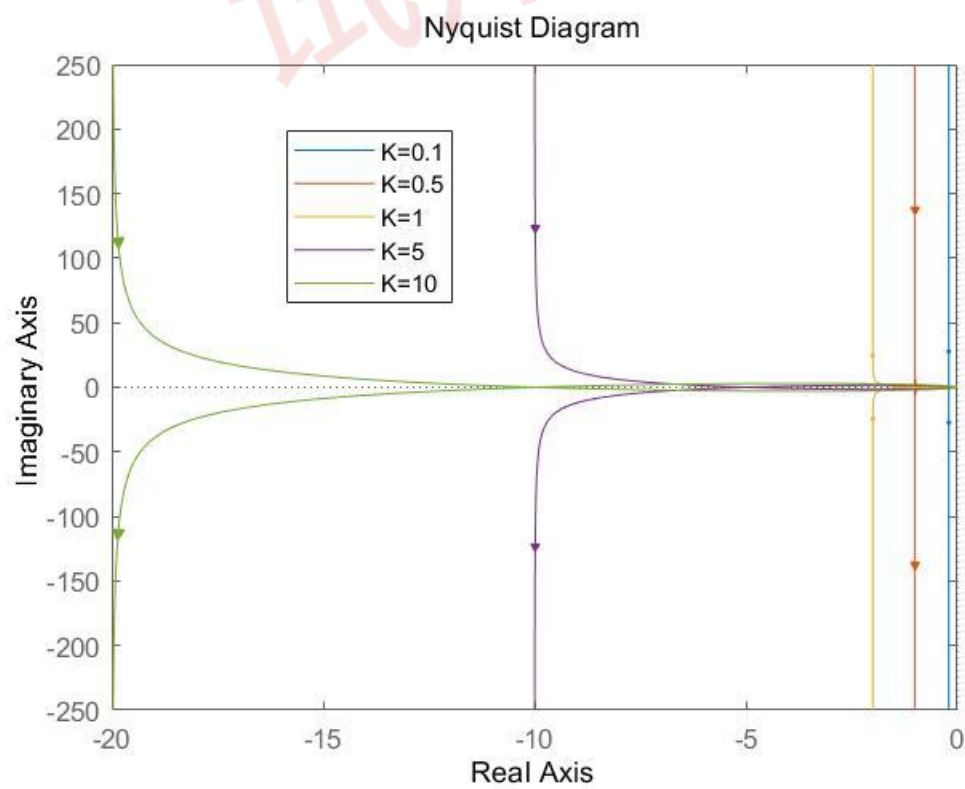
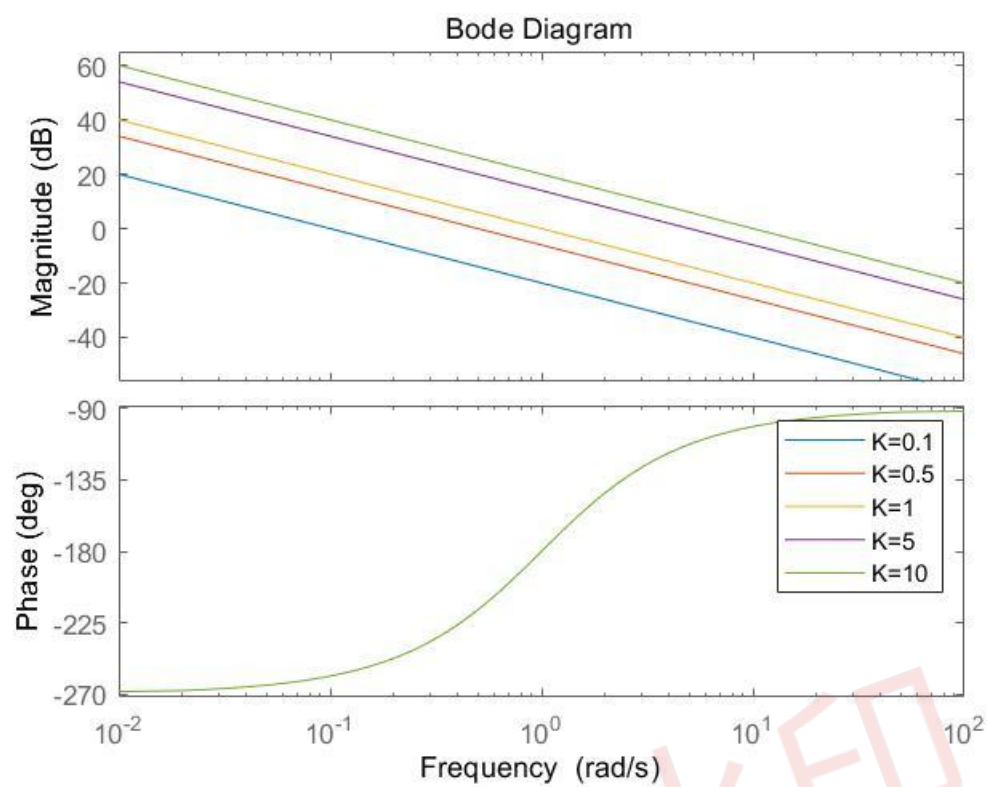
化对 Nyquist 曲线和 Bode 图的影响，并分析单位反馈闭环系统的稳定性。特别注意 $K\tau = 1$ 这一分界点。

固定 T 和 $\tau=1$ ， $K=[0.1 \ 0.5 \ 1 \ 5 \ 10]$

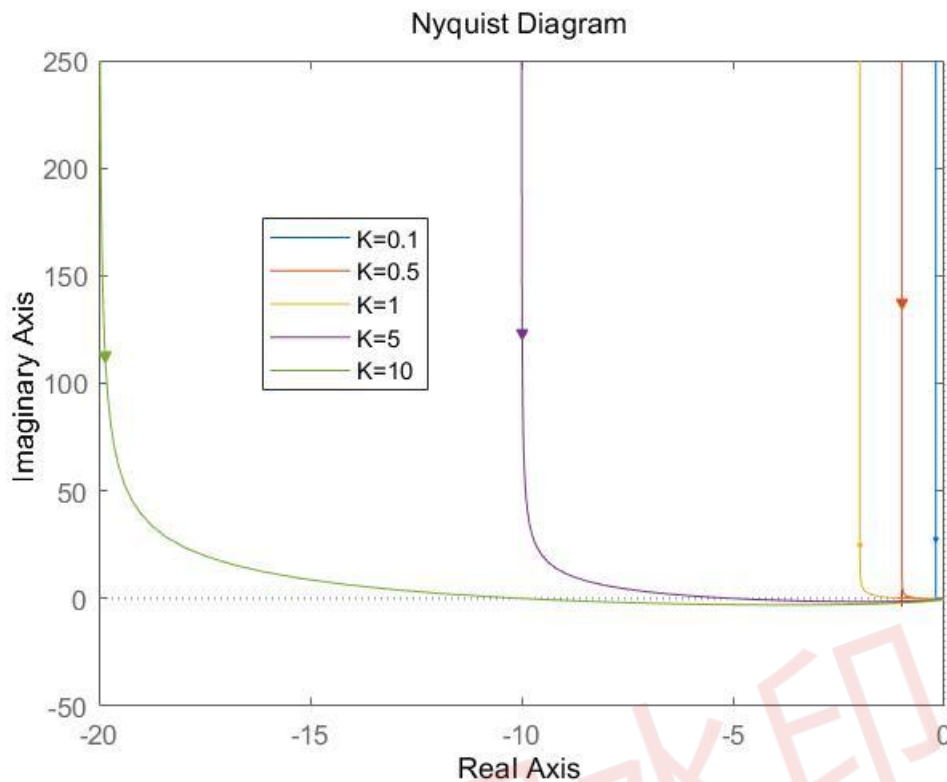
实验代码：

```
figure;
for K=[0.1 0.5 1 5 10 ]
num=[K,K];
den=[1 -1 0];
sys=tf(num,den);
bode(sys);
hold on;
end
legend("K=0.1","K=0.5","K=1","K=5","K=10");
figure;
for K=[0.1 0.5 1 5 10 ]
num=[K,K];
den=[1 -1 0];
sys=tf(num,den);
nyquist(sys);
hold on;
end
legend("K=0.1","K=0.5","K=1","K=5","K=10");
```

实验图像：



正频段 Nyquist 图



当增益 K 增大时，
增益和 K 呈正比

Bode 图的幅频特性向上平移，是一族平行曲线族， K 不影响相角变化，相频特性不改变
Nyquist 图的渐近线向左平移，渐近线是一族平行于虚轴的曲线族
，由正频段 Nyquist 图，需要补画从无穷 -270° 到无穷负 180° 的曲线

$$Z = P - 2N$$

$$N = N(+)-N(-)$$

其中 P 为开环传递函数右半平面零点个数=1

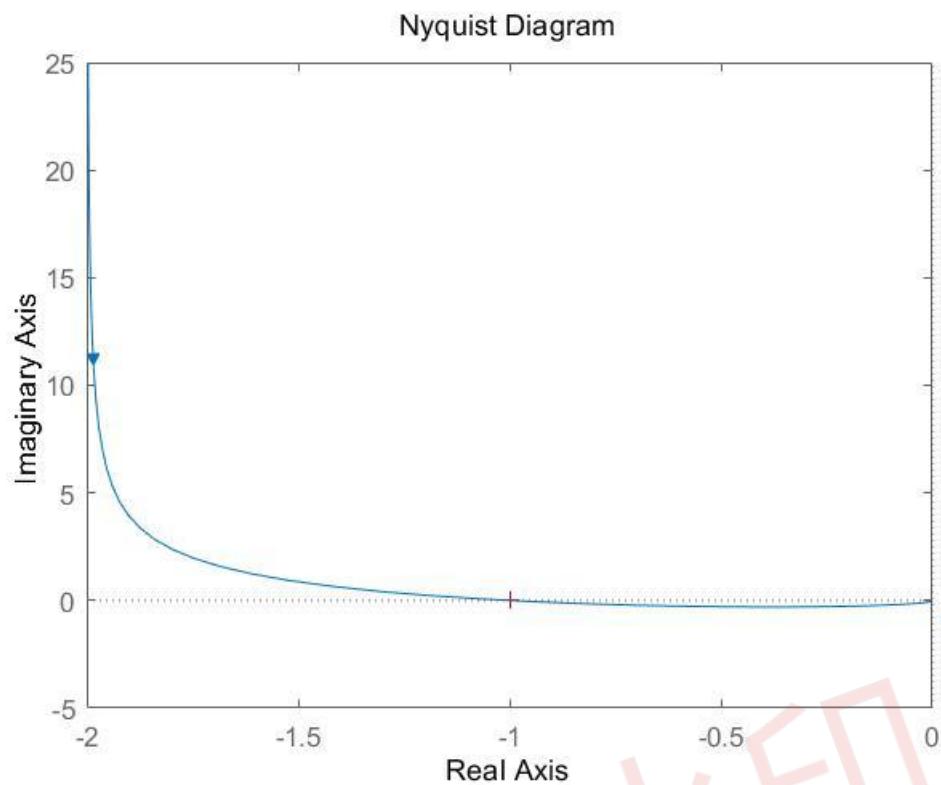
补画曲线起始于 $(-1, 0)$ 左侧并开始向上 $N(-)=1/2$

注意到 $K>1$ 后曲线从上至下穿越 $(-1, 0)$ 左侧 1 次 $N(+)=1$

$K<1$ 时， $Z=2$ 即闭环传递函数存 2 个右半平面极点，单位反馈闭环系统不稳定

$K>1, Z=0$, 即闭环传递函数存在 0 个右半平面极点，单位反馈闭环系统稳定

$K=1$



开环 Nyquist 图过(-1,0),系统临界稳定

固定 K 和 $T=1$, $\tau=[0.1 \ 0.5 \ 1 \ 5 \ 10]$

实验代码:

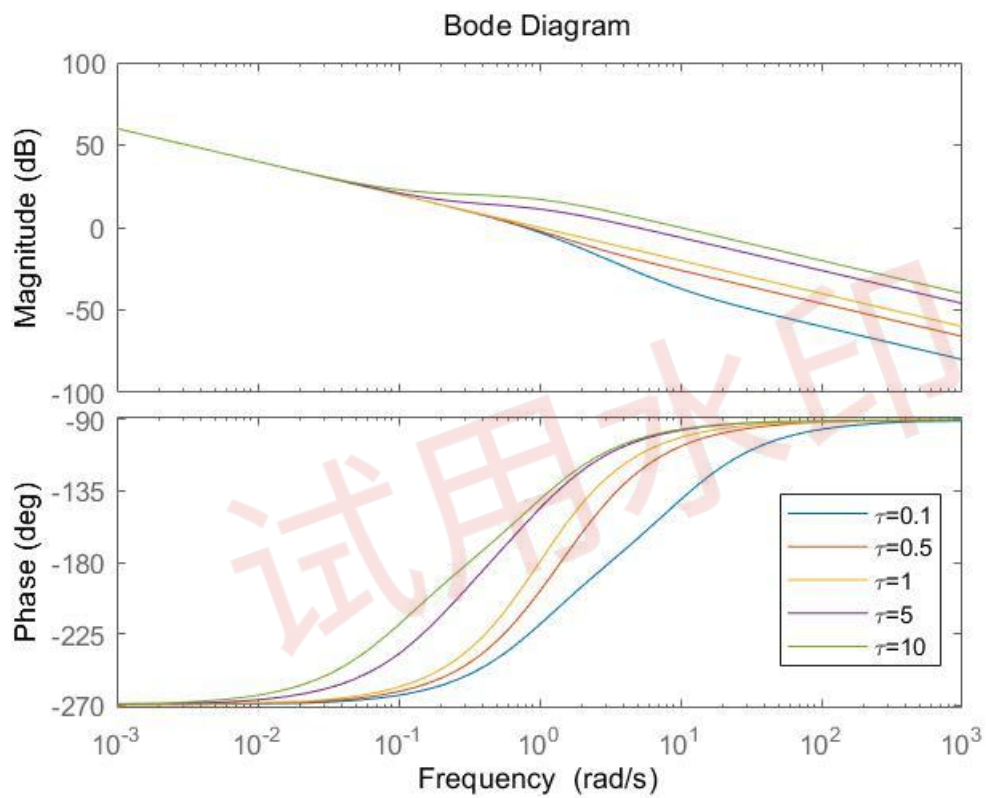
```
figure;
for t=[0.1 0.5 1 5 10]
    num=[t,1];
    den=[1 -1 0];
    sys=tf(num,den);
    bode(sys);
    hold on;
end
legend("\tau=0.1","\tau=0.5","\tau=1","\tau=5","\tau=10");
figure;
for t=[0.1 0.5 1 5 10]
    num=[t,1];
    den=[1 -1 0];
    sys=tf(num,den);
```

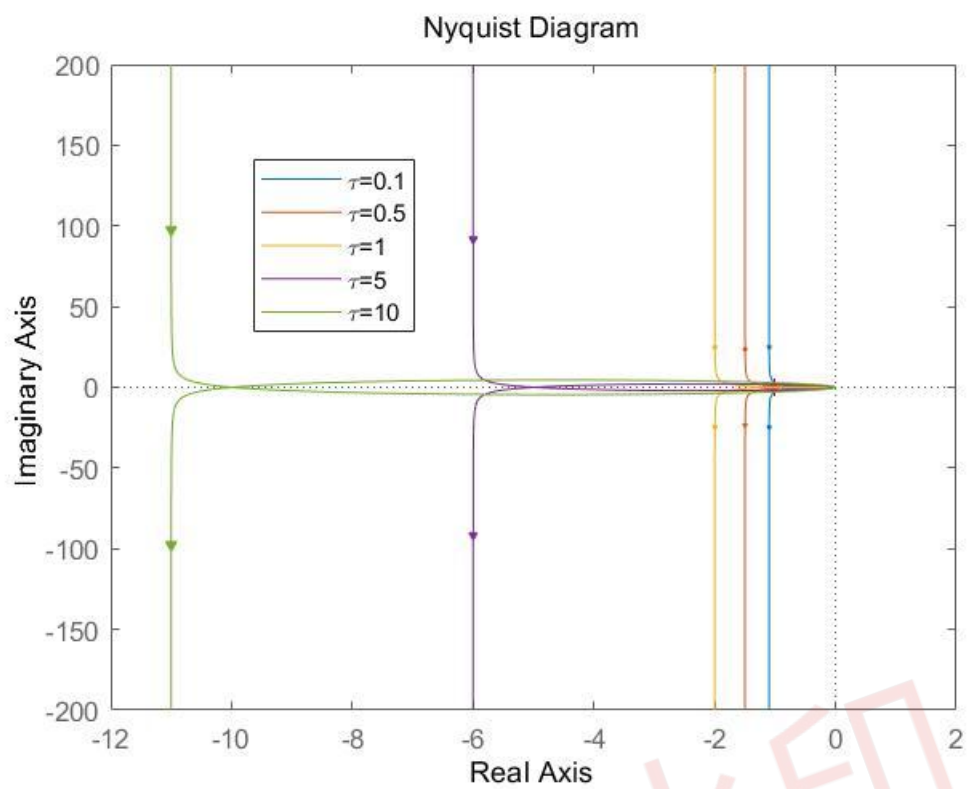
```

nyquist(sys);
hold on;
end
legend("\tau=0.1","\tau=0.5","\tau=1","\tau=5","\tau=10");

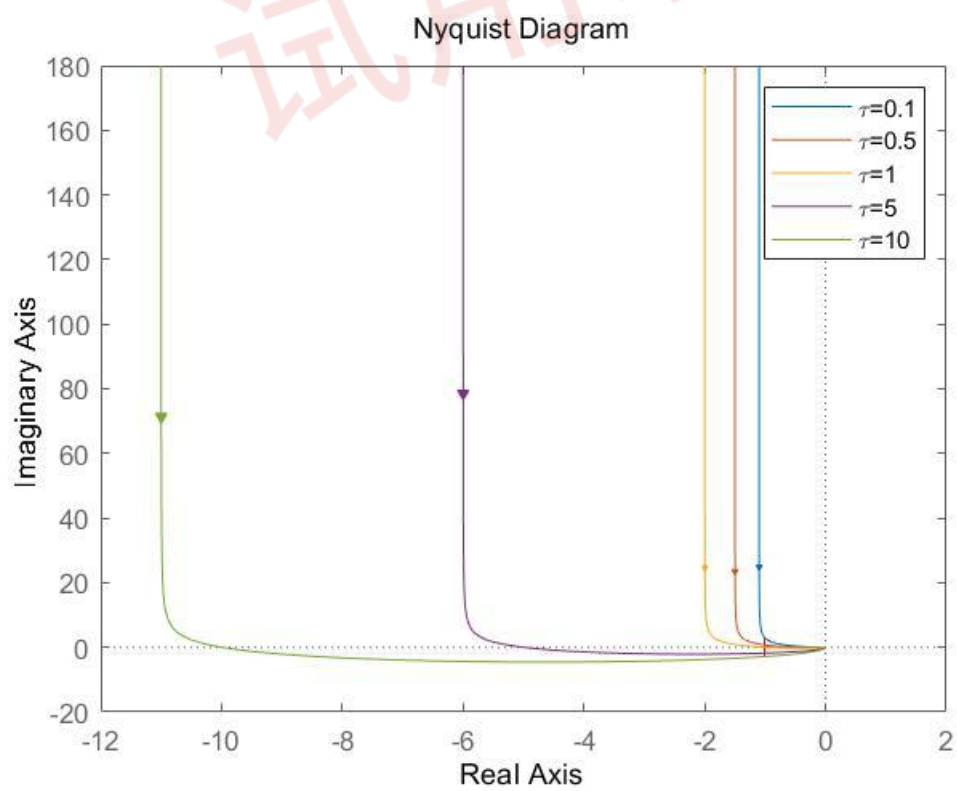
```

实验图像：





正频段 Nyquist 图



当 τ 增大时，

系统存在一个转折频率 $1/\tau$ ，转折频率变小

Bode 图幅频特性低频部分不改变，高频部分向右平移，由于提前来到转折频率对应增益变大，相频特性向左移动

Nyquist 图中，图像的渐近线向左平移，渐近线为平行于虚轴的一族直线。

由正频段 Nyquist 图，需要补画从无穷-270 度到无穷-180 度的曲线

$$Z = P - 2N$$

$$N = N(+) - N(-)$$

P 为开环传函右半平面极点个数为 1，

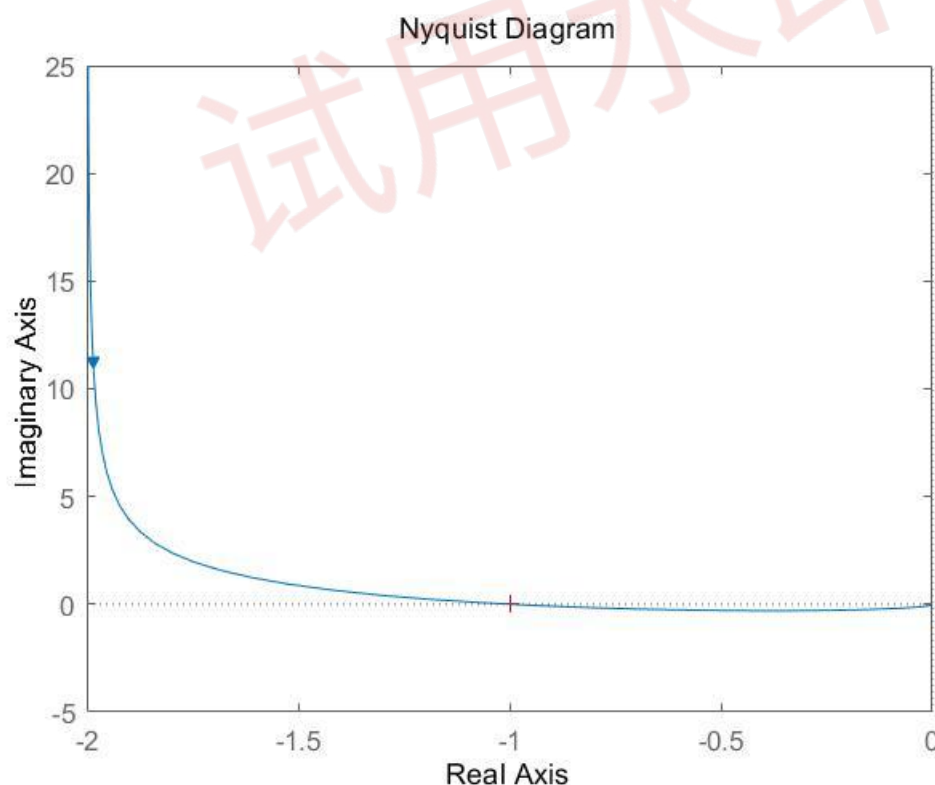
补画曲线起始于 $(-1, 0)$ 左侧并开始向上 $N(-)=1/2$

注意到 $\tau > 1$ 后曲线从上至下穿越 $(-1, 0)$ 左侧 1 次 $N(+)=1$

$\tau < 1$ 时， $Z=2$ 即闭环传递函数存 2 个右半平面极点，单位反馈闭环系统不稳定

$\tau > 1, Z=0$, 即闭环传递函数存在 0 个右半平面极点，单位反馈闭环系统稳定

$\tau=1$



系统开环 nyquist 图过 $(-1, 0)$, 系统临界稳定

有开环传递函数，得闭环传递函数特征方程：

$D(s) = Ts^2 + (K\tau - 1)s + K$, 由劳斯判据，易求 $K\tau > 1$, 闭环传递函数存 0 个右半平面极点，单位反馈闭环系统稳定

$K\tau < 1$, 闭环传递函数存 2 个右半平面极点，单位反馈闭环系统不稳定

$K\tau = 1$, 系统临界稳定

且由上 nyquist 稳定判据得出结论一致

$K\tau > 1$, 闭环传递函数存 0 个右半平面极点，单位反馈闭环系统稳定

$K\tau < 1$, 闭环传递函数存 2 个右半平面极点，单位反馈闭环系统不稳定

$K\tau = 1$, 系统临界稳定

试用水印