

实验3 线性系统的根轨迹分析 —— NI 平台实验报告

一、实验目的

1. 根据对象的开环传函，做出根轨迹图。
2. 掌握用根轨迹法分析系统的稳定性。
3. 通过实际实验，来验证根轨迹方法。

二、实验设备

1. PC 机一台
2. NI ELVIS III 一台
3. “Circuits Control Board - 1”(自动控制原理课程实验套件 1)
4. 导线 6 根

三、实验原理

(简述实验原理,按步骤画出系统根轨迹,并根据根轨迹分析系统稳定性,参照实验指导书三节 4、5 点。)

1. 方框图:

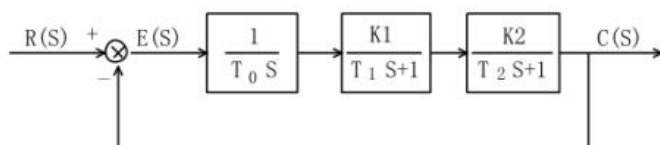


图 3-1 线性系统方框图

2. 模拟电路图:

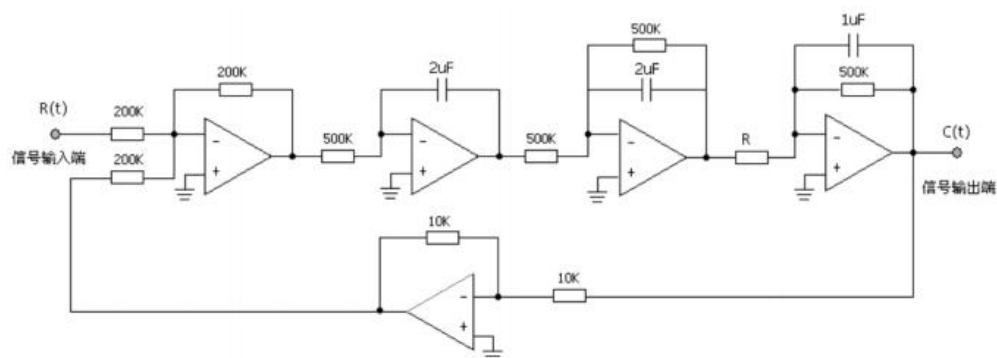

$$R \geq 2591k\Omega, R = 166k\Omega, R < 166k\Omega, 166k\Omega < R < 2591k\Omega$$

图 3-2 线性系统模拟电路图

3. 开环传递函数:

$$G(S) = \frac{K}{S(S+1)(0.5S+1)}$$

其中, 系统的开环增益为 $K = 500K\Omega/R$

$$G(s) = \frac{k}{s(s+1)(0.5s+1)} \quad \text{且 } p_1 = 0 \quad p_2 = -1 \quad p_3 = -2$$

$$\sigma = \frac{-3}{3} = -1 \quad \varphi = \frac{(2k+1)\pi}{3} = \pm \frac{\pi}{3}$$

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{d+1} + \frac{1}{d+2} = 0 \quad \text{与实轴交点 } d_1 = -0.42$$

$$d_2 = -1.58$$

实轴上根在区间 $(-\infty, -2)$

$(-1, 0)$

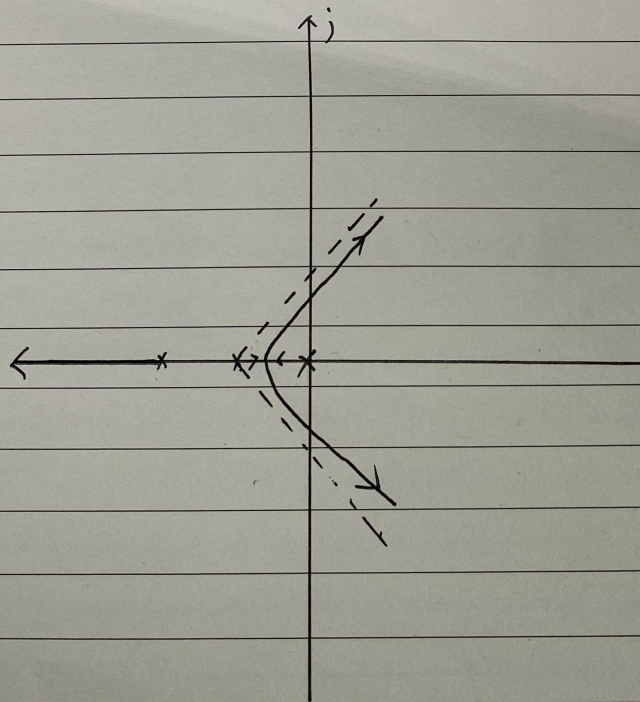
\therefore 与实轴交点为 -0.42

与虚轴相交

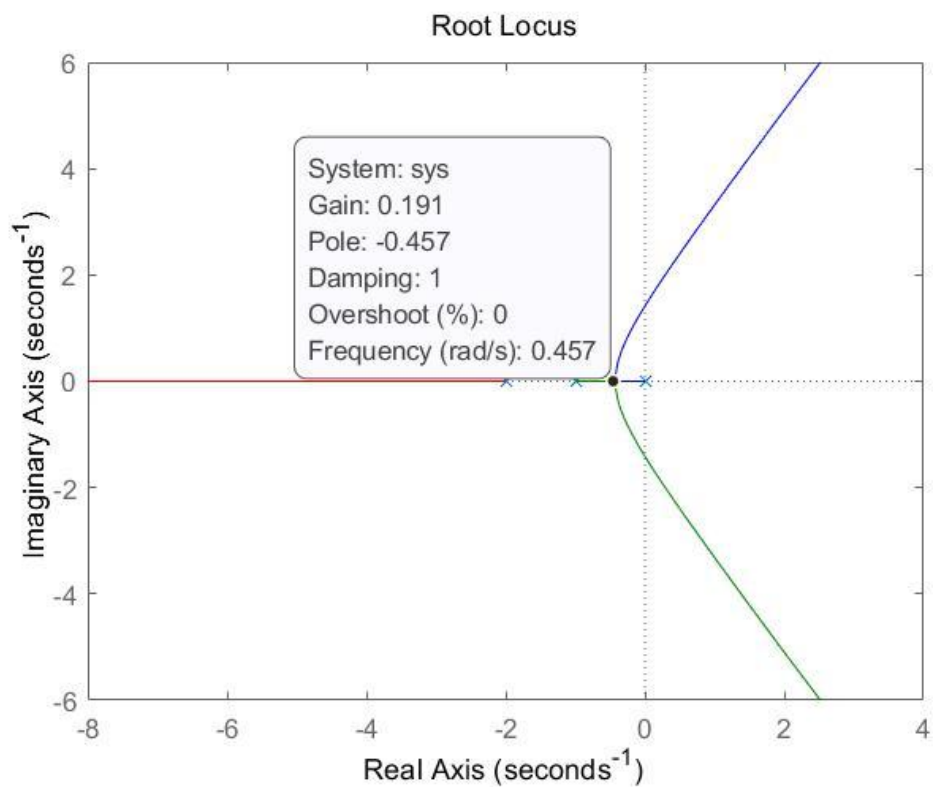
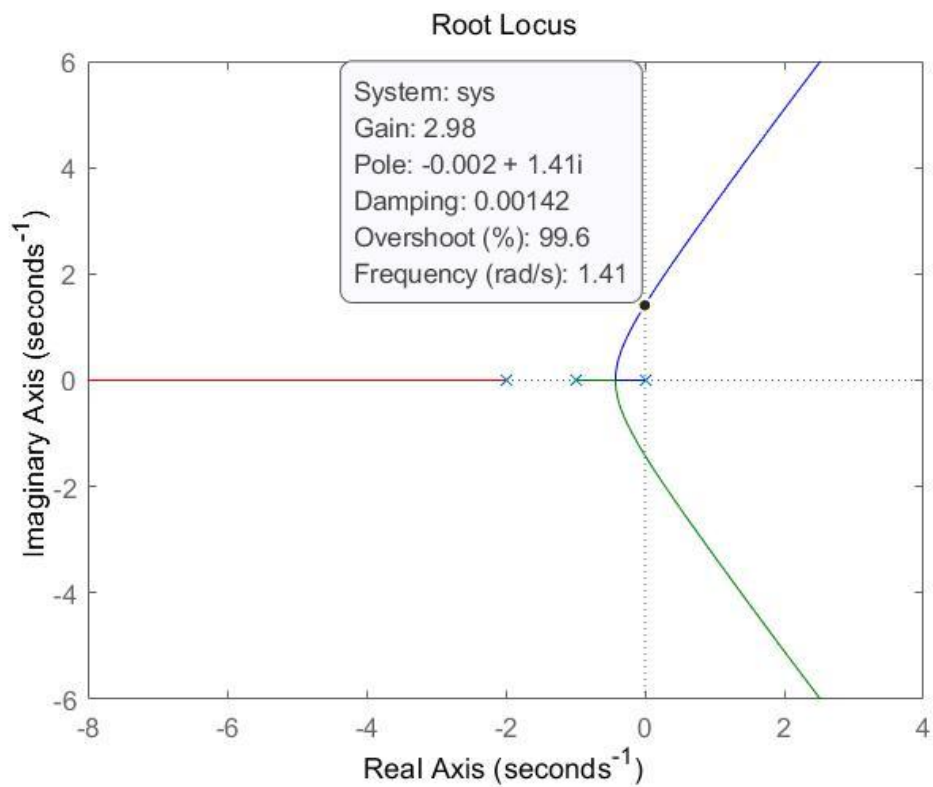
$$k = 0.19$$

$$D(s) = k + j\omega(j\omega+1)(0.5j\omega+1)$$

$$\omega = \pm\sqrt{2} \quad k = 3$$



根轨迹如图, $0 < k < 3$ 时系统稳定, $k = 3$ 系统临界稳定, $k > 3$, 系统不稳定



$0 < k < 3$, R 为 $500/3 \text{ K}\Omega$ 到无穷大 , 系统无右半平面极点 系统稳定

$k = 3$ R 为 $500/3 \text{ K}\Omega$, 系统有虚轴上的两个极点 系统临界稳定

$k > 3$, R 为 0 到 $500/3 \text{ K}\Omega$ 系统有两个右半平面极点 系统不稳定

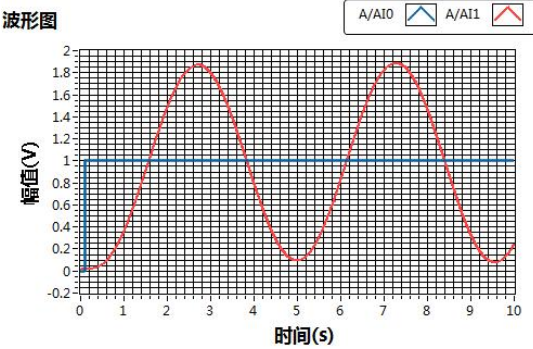
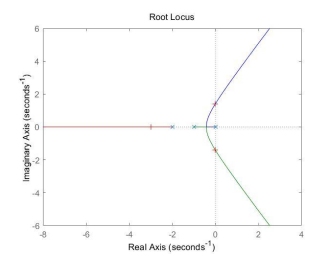
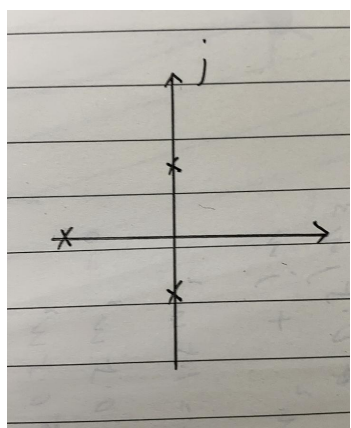
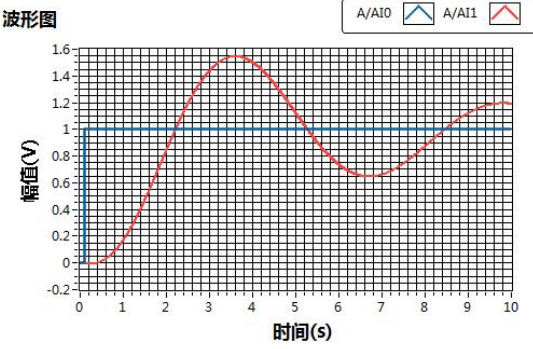
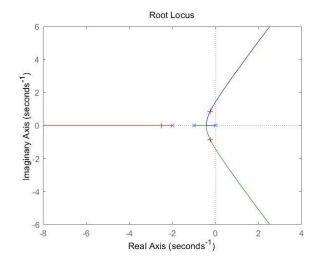
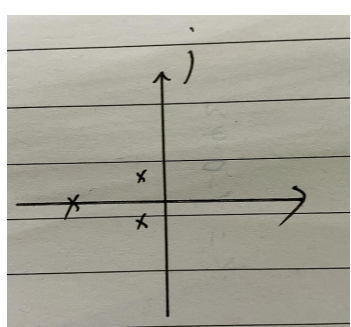
四、实验数据与结果分析

1. 判断系统处于不同状态时闭环极点在 s 平面上的位置，并计算 K 和 R 的取值范围。

系统响应	闭环极点在根轨迹上的位置	K	$R/K\Omega$
非周期过程	负实轴	$0 < K \leq 0.192$	$R \geq 2604.2$
等幅振荡	虚轴	3	166.7
系统发散	右半平面	$K > 3$	$R < 166.7$
系统衰减振荡	左半平面	$0.192 < K < 3$	$166.7 < R < 2604.2$

2. 截取系统处于不同状态时的响应曲线，并画出此时闭环极点在 s 平面上的示意图。

系统状态	响应曲线	闭环极点 s 平面示意图
系统发散	<p>波形图</p>	<p>极点两个位于右半平面一个位于负实轴上</p>

<p>等幅振荡</p> <p>$R=162.20K\Omega$</p> <p>(用万用表测出此时的R 值)</p>	<p>波形图</p> 	 <p>极点两个位于虚轴上，一个位于负实轴上</p> 
<p>衰减振荡</p>	<p>波形图</p> 	 <p>极点两个位于左半复平面（实部虚部都不为零），一个位于负实轴上</p> 

实验3 线性系统的根轨迹分析 —— 直流伺服系统平台实验报告

一、实验目的

1. 掌握二阶系统的性能指标同系统闭环极点位置的关系。
2. 掌握由开环零极点的位置确定闭环零极点的位置的方法。
3. 会用 Routh 判据判定闭环系统的稳定性。

二、实验设备

1. GSMT2014 型直流伺服系统控制平台。
2. PC、MATLAB 平台

三、实验原理

根轨迹是当根轨迹增益 K 由 $0 \rightarrow \infty$ 变化时，闭环特征根在 s 平面上移动的根轨迹曲线，根轨迹不仅直观地表示了 K 变化时闭环特征根的变化，还给出了参数对闭环特征根在 s 平面上分布的影响。可判定系统的稳定性，确定系统的品质。

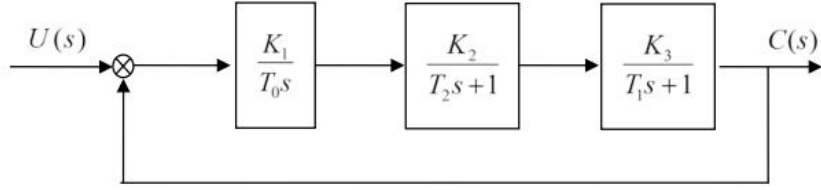
闭环系统的稳定性表现在：根轨迹若越过虚轴进入 s 右半平面，与虚轴交点的 K 即为临界增益。根据坐标原点的根数，确定系统的型别，同时可以确定对应的静态误差系数。

已知直流伺服电机系统的三阶开环传递函数为

$$G(s)H(s) = \frac{K_1 K_2 K_3}{T_0 s (T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} = \frac{K}{s(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$$

其中， $K = K_1 K_2 K_3 / T_0$ 为开环增益。

闭环系统结构图如下图所示：



若取 $\begin{cases} T_0 = 1 \\ T_1 = 0.12 \\ T_2 = 0.052 \end{cases}$ ，则三阶系统的开环传递函数为：

$$G(s)H(s) = \frac{K}{s(0.12s + 1)(0.052s + 1)}$$

系统的特征方程为 $1 + G(s)H(s) = 0$ ，由式 (8.2) 可得

$$s(0.12s + 1)(0.052s + 1) + K = 0$$

展开得到：

$$0.006s^3 + 0.175s^2 + s + K = 0$$

化简得：

$$s^3 + 29.17s^2 + 166.67s + 166.67K = 0$$

其中：

$$a_0 = 1;$$

$$a_1 = 29.17;$$

$$a_2 = 166.67;$$

$$a_3 = 166.67K;$$

列写 Routh 判据

s^3	$a_0 = 1$	$a_2 = 166.67$
s^2	$a_1 = 29.17$	$a_3 = 166.67K$
s^1	$b_1 = (a_1a_2 - a_0a_3)/a_1$ $= 166.67 - 5.7137K$	$b_2 = 0$
s^0	$c_1 = (b_1a_3 - a_1b_2)/b_1 = 166.67K$	

若系统稳定，则劳斯判据第一列系数大于零，即：

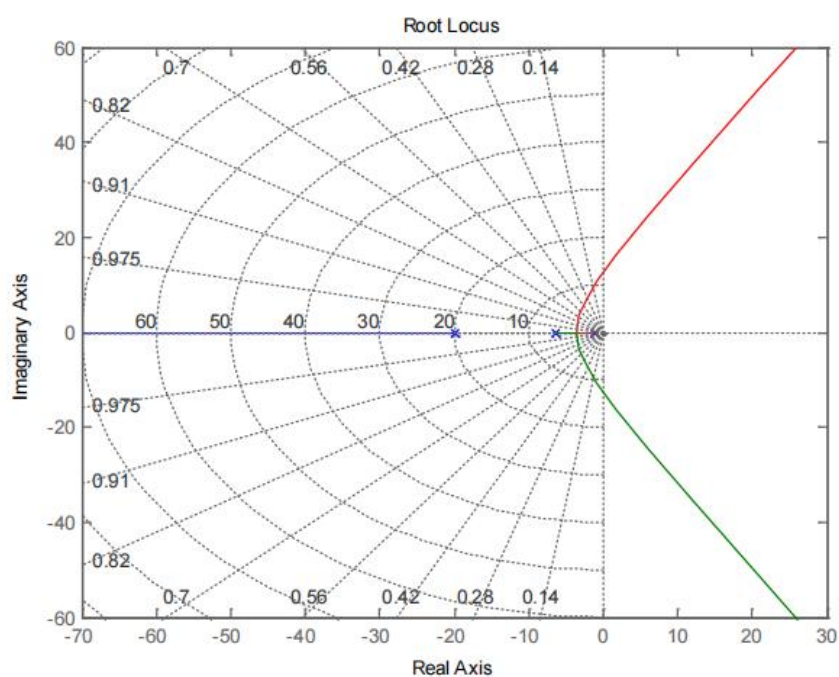
$$\begin{cases} 166.67 - 5.7137K > 0 \\ 166.67K > 0 \end{cases}$$

可以得到闭环系统稳定时 K 取值范围： $0 < K < 29.17$

由于开环增益为正，所以不稳定时 K 取值范围： $K > 29.17$

系统临界稳定时 K 取值范围： $K = 29.17$

系统根轨迹如下图所示：



四、实验数据与结果分析

模型仿真

K	$C(t_p)$	$C(\infty)$	$\sigma(\%)$	$t_p(s)$	$t_s(s)$ 第一行为误差取 0.05 第二行为误差取 0.02	阻尼类型	极点位置
2	1002	1000	0.2	1.651	1.651 1.651	欠阻尼	左半平面
5	1206	1000	20.6	0.63	1.169 1.736	欠阻尼	左半平面
15	1718	1000	71.8	0.347	3.863 4.855	欠阻尼	左半平面
25	发散					负阻尼	右半平面
35	发散					负阻尼	右半平面

实时控制

1.改变 K 值从图中读值。

K	$C(t_p)$	$C(\infty)$	$\sigma(\%)$	$t_p(s)$	$t_s(s)$ 第一行为误差取 0.05 第二行为误差取 0.02	阻尼类型	极点位置
1		2000			2.6 3.148	过阻尼	负实轴
5	2489	2000	24.45	0.554	1.095 1.635	欠阻尼	左半平面
8	2697	2000	34.85	0.548	1.780	欠阻尼	左半平面

					2.203		
12	2739	2000	36.95	0.567	3.345 4.752	欠阻尼	左半平面

2. 寻找无阻尼、临界阻尼时 K 值

阻尼类型	K
无阻尼	18
临界阻尼	2

五、思考

1、实验中阶跃输入信号的幅值范围应该如何考虑？

阶跃输入信号的幅值大约是系统量程的 1/10,

太大系统响应振荡时可能会超出量程,

太小会使读数困难造成误差

2、高阶系统的稳定性与哪些参数有关？

与系统型别，极点在复平面位置，系统阶数，系统单位负反馈下开环传递函数增益 K 有关