

# 自动控制理论 A

## Matlab 仿真实验报告

实 验 名 称 : 第一次上机 Matlab 仿真实验

---

姓 名 :

---

学 号 :

---

班 级 :

---

撰 写 日 期 : 11/19

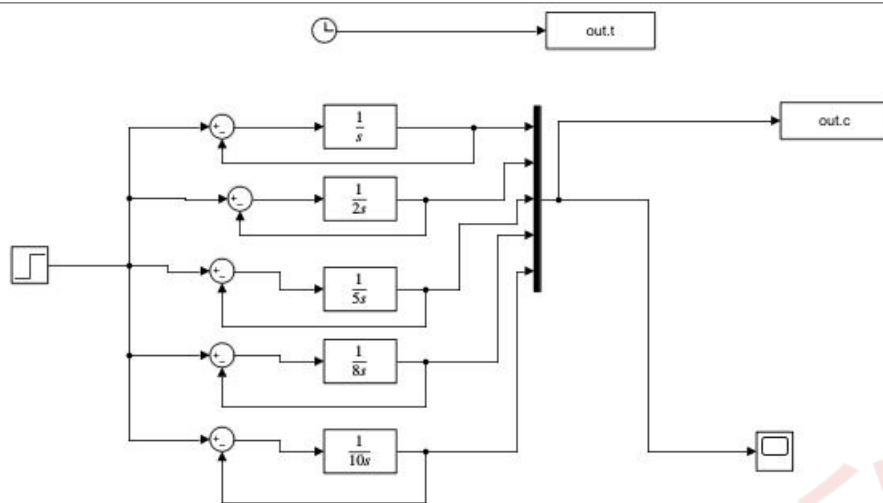
---

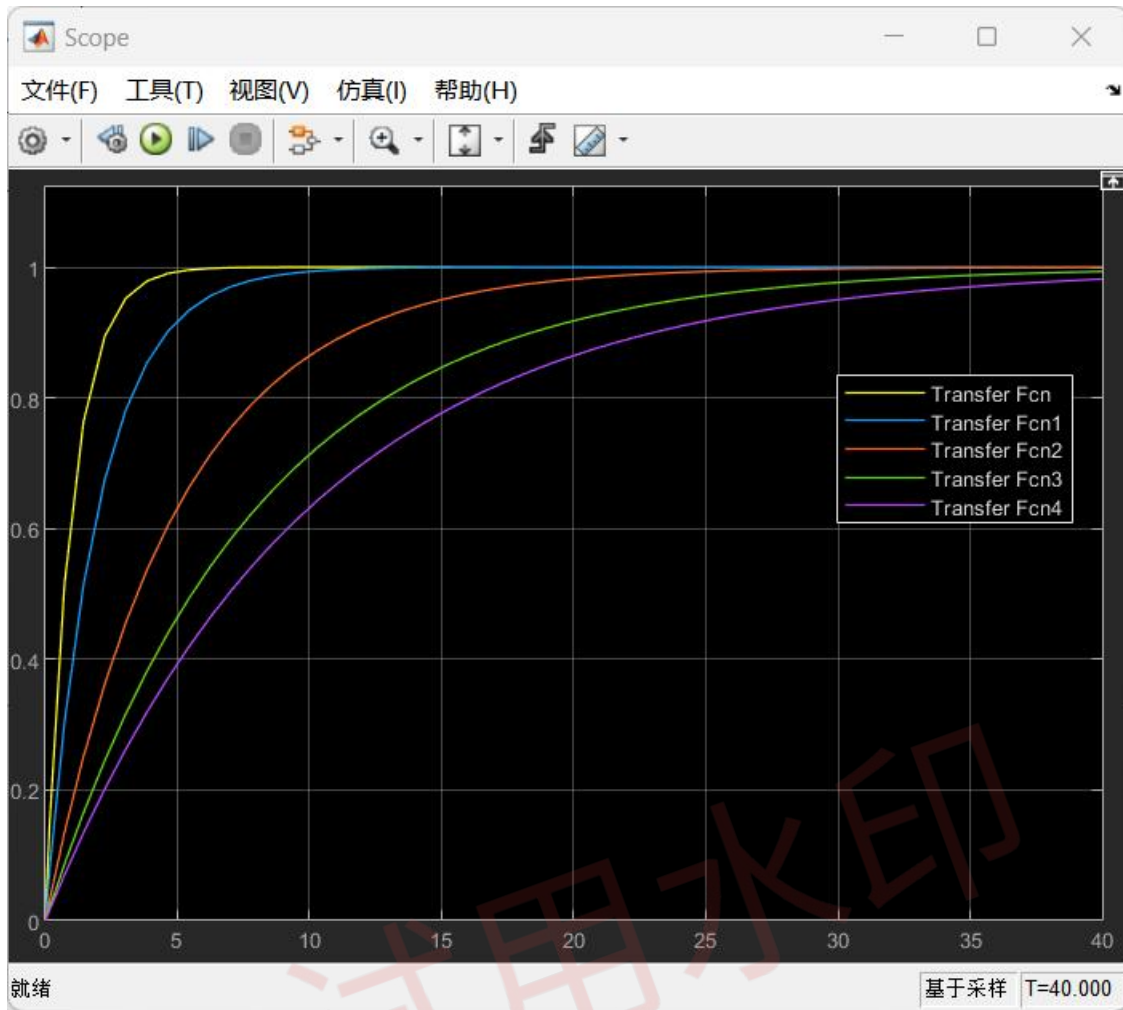
哈尔滨工业大学（深圳）

## 一、 一阶系统的时域分析

1. 利用 Simulink 绘制一阶系统的阶跃响应曲线（给出 Simulink 仿真文件截图和代码），结合曲线分析一阶系统时间常数  $T$  变化对系统响应速度的影响，并给出输出信号对输入信号稳态跟踪误差。

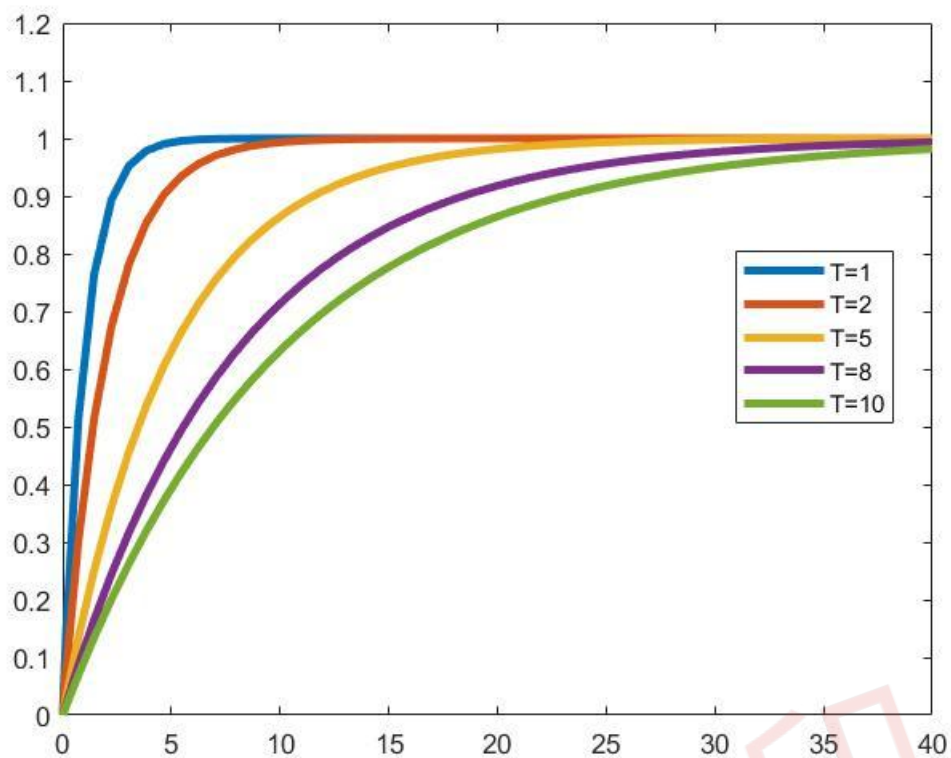
Simulink:





通过 workspace 查看代码:

```
plot(out.t,out.c,'LineWidth',3);legend('T=1','T=2','T=5','T=8','T=10')
```

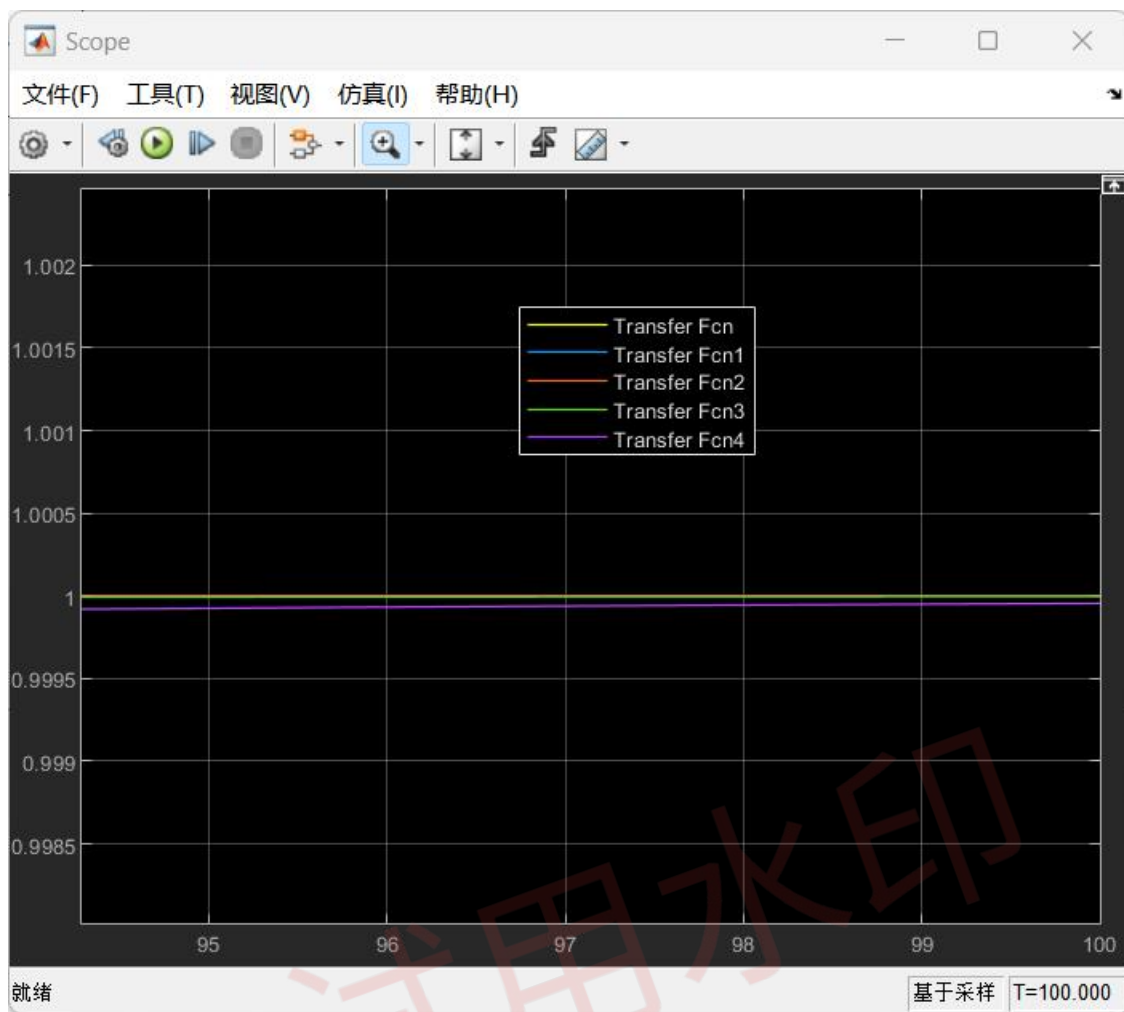


拉长时间轴放大,发现在系统的响应曲线到稳态时,系统的响应与输入偏差几乎可以忽略不及,可以认为输出信号对输入信号稳态跟踪误差为 0,认为阶跃信号的一阶系统响应在稳态时可以没误差的跟踪输入信号。

因为一阶系统的阶跃响应的时域表达式为:

$Y(t)=1-e^{-t/T}$ , 其与输入信号的跟踪误差为  $e^{-t/T}$ , 认为  $y(t)$  在无穷处到达稳态

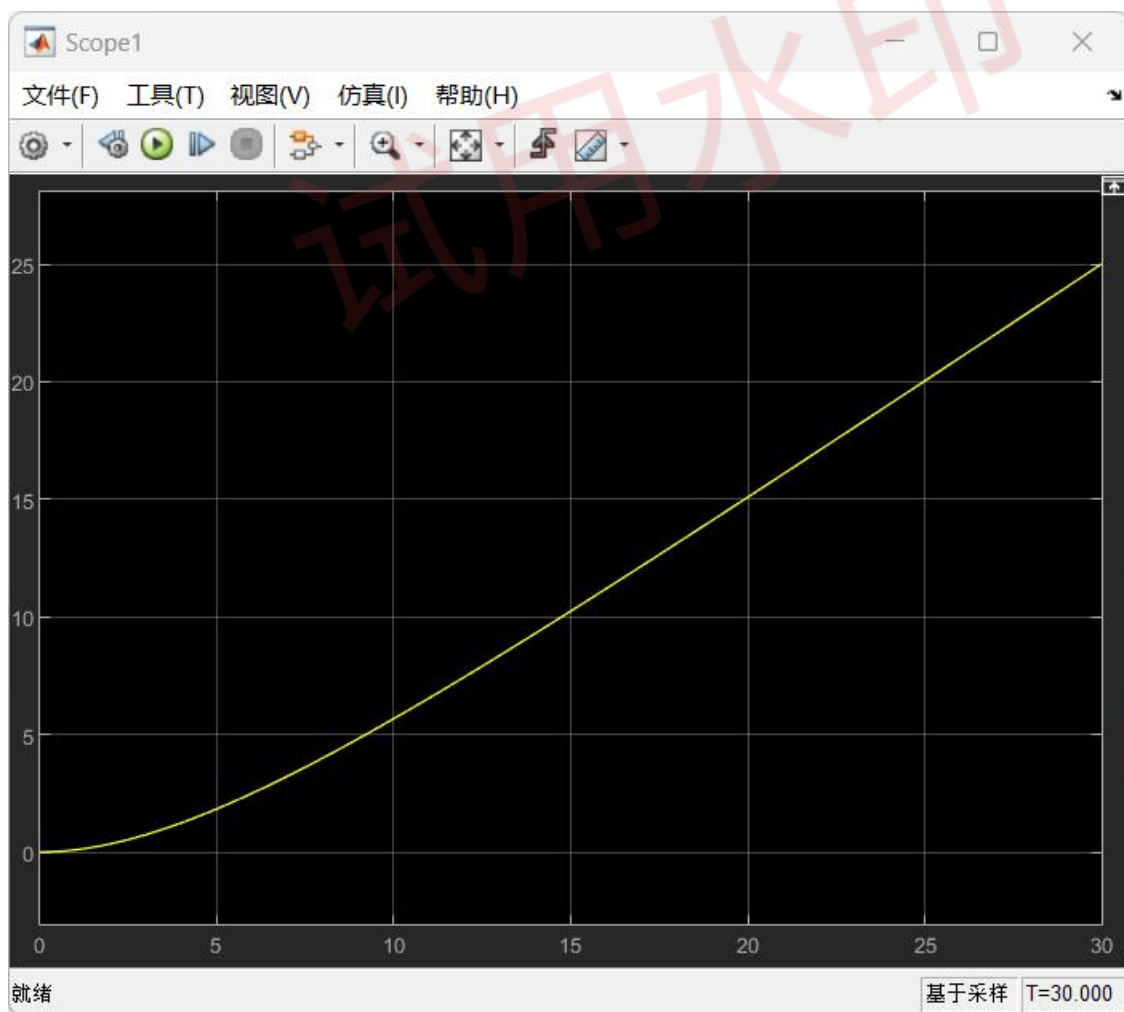
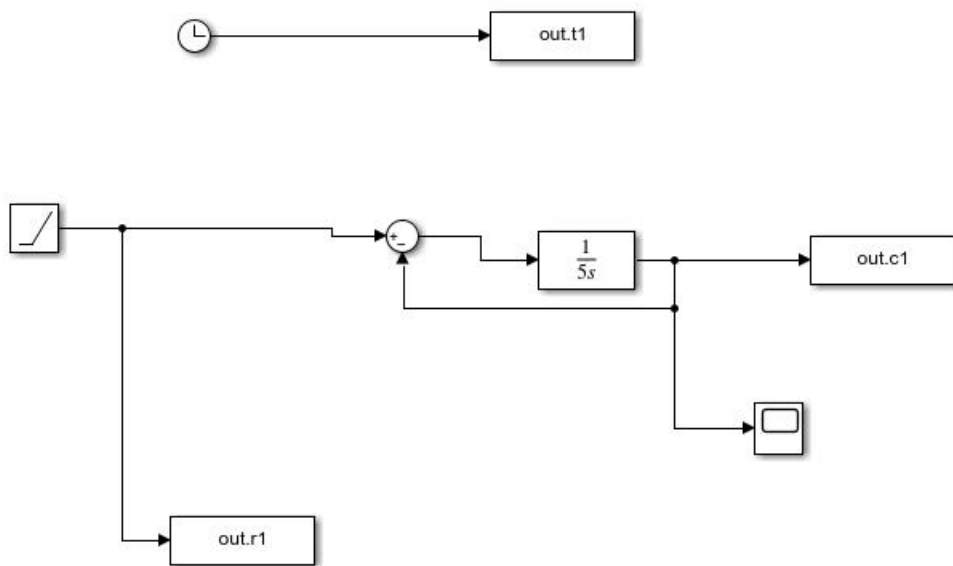
在  $t$  达到一定数量后,  $e^{-t/T}$  衰减到非常小, 到达稳态时, 认为  $e^{-t/T}$  衰减到 0, 所以输出信号对输入信号稳态跟踪误差为 0。





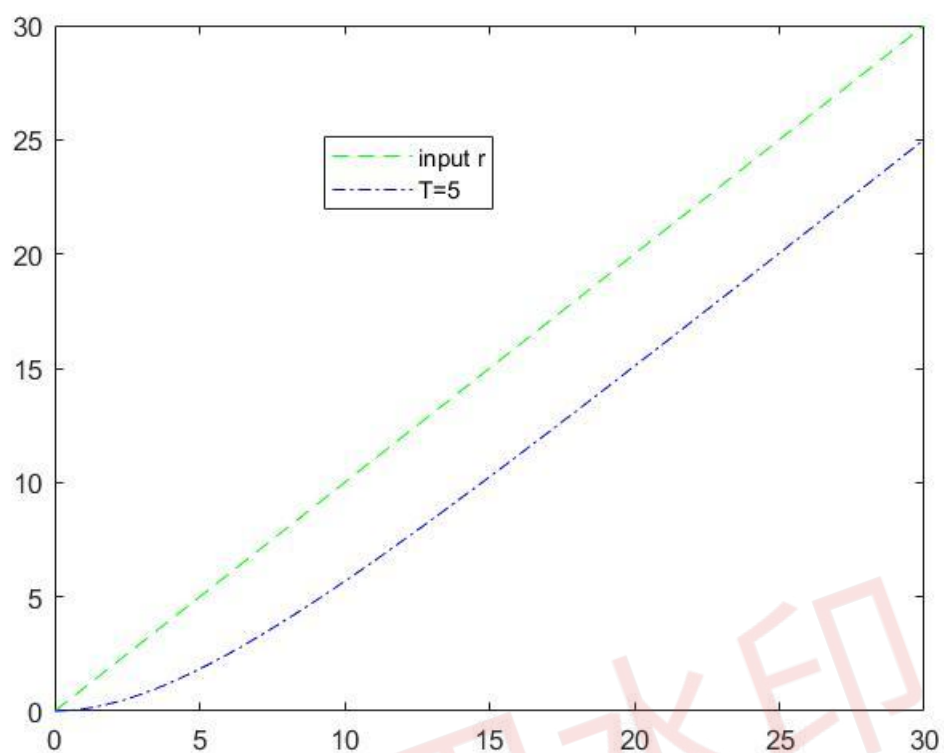
2. 利用 Simulink 绘制一阶系统的斜坡响应曲线（给出 Simulink 仿真文件截图和代码），结合曲线给出输出信号对输入信号的稳态跟踪误差，并分析一阶系统时间常数  $T$  的变化对系统稳态误差的影响。

T=5 时的 simulink



通过 workspace 查看代码:

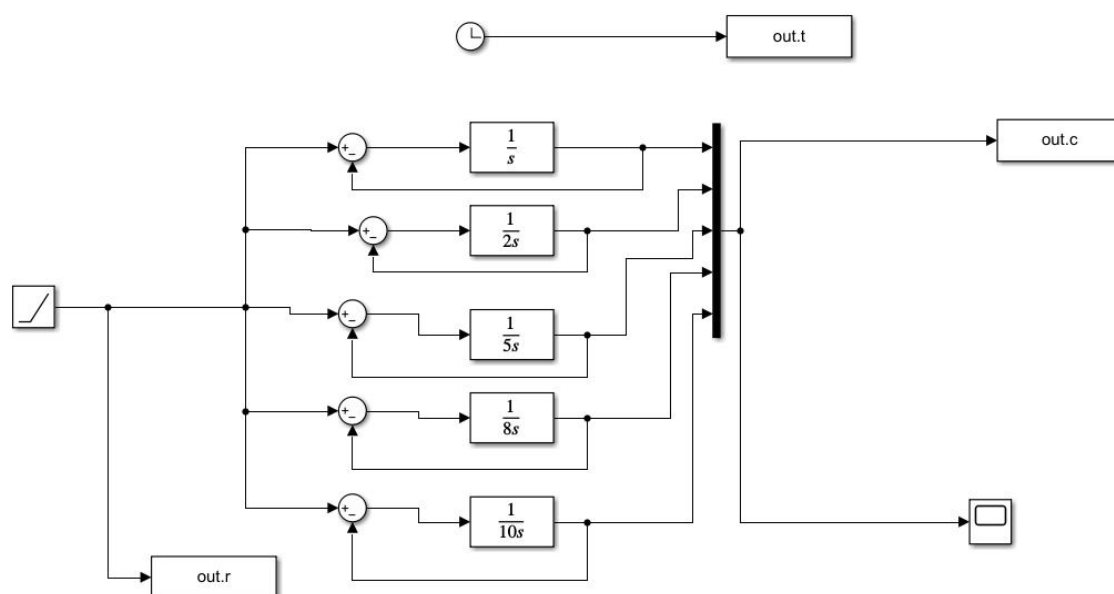
```
plot(out.t1,out.r1,'g--');hold;plot(out.t1,out.c1,'b-.');legend('input r','T=5')
```



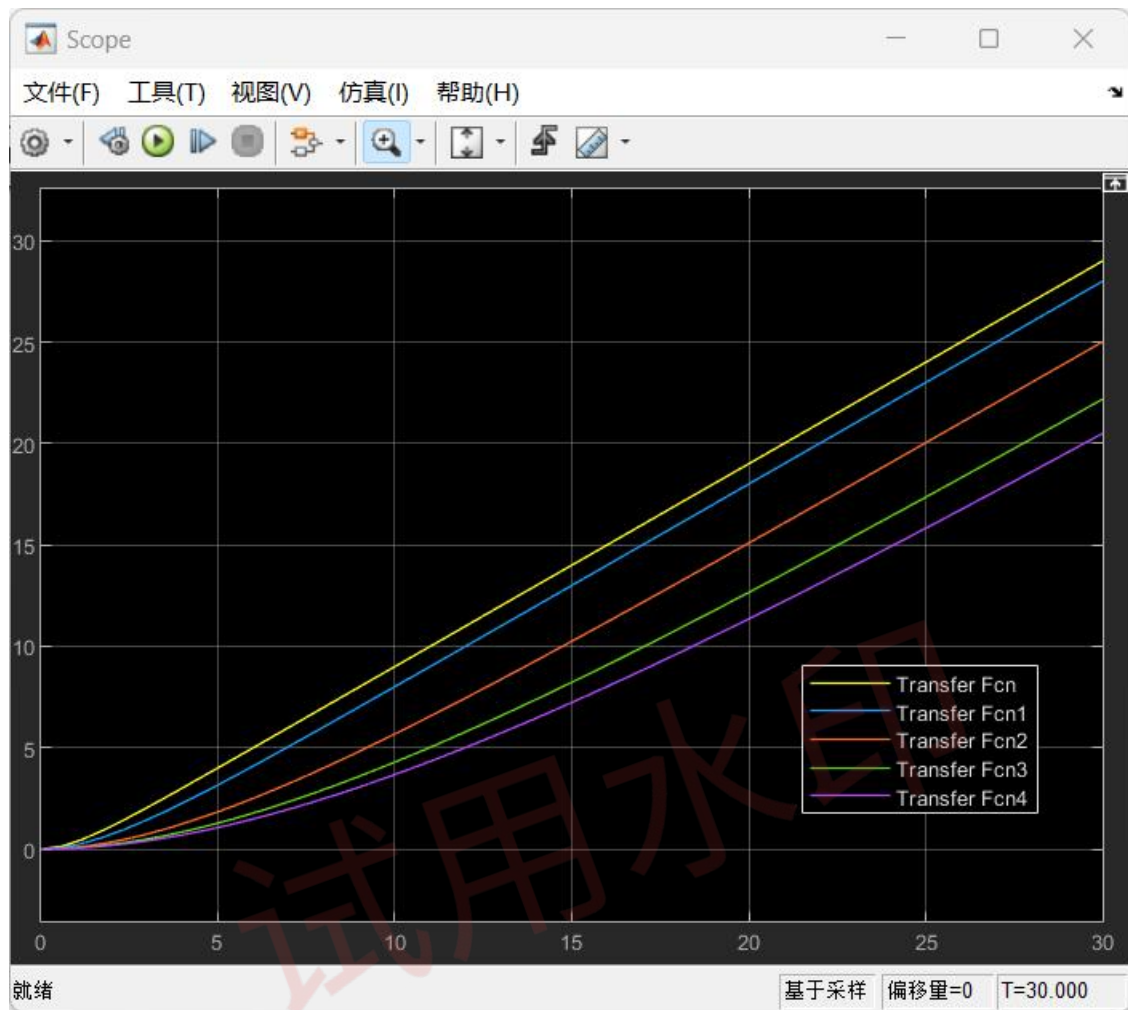
在 30s 输出的响应约为 25, 输入输出误差为  $30-25=5$  等于时间常数

### 分析不同时间常数对响应的影响

Simulink:

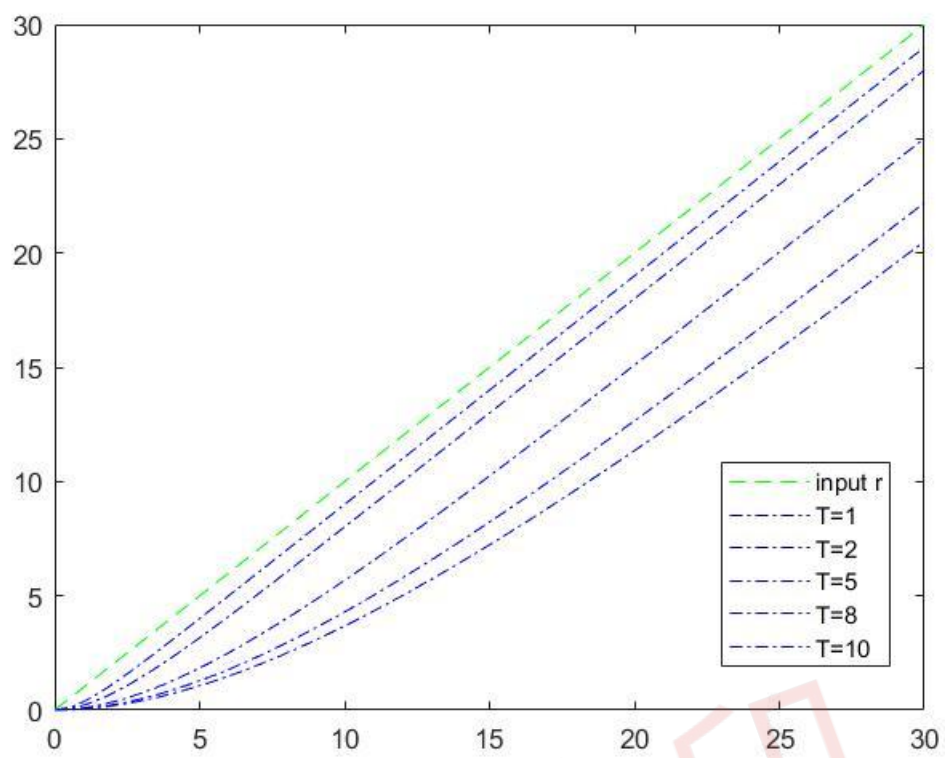




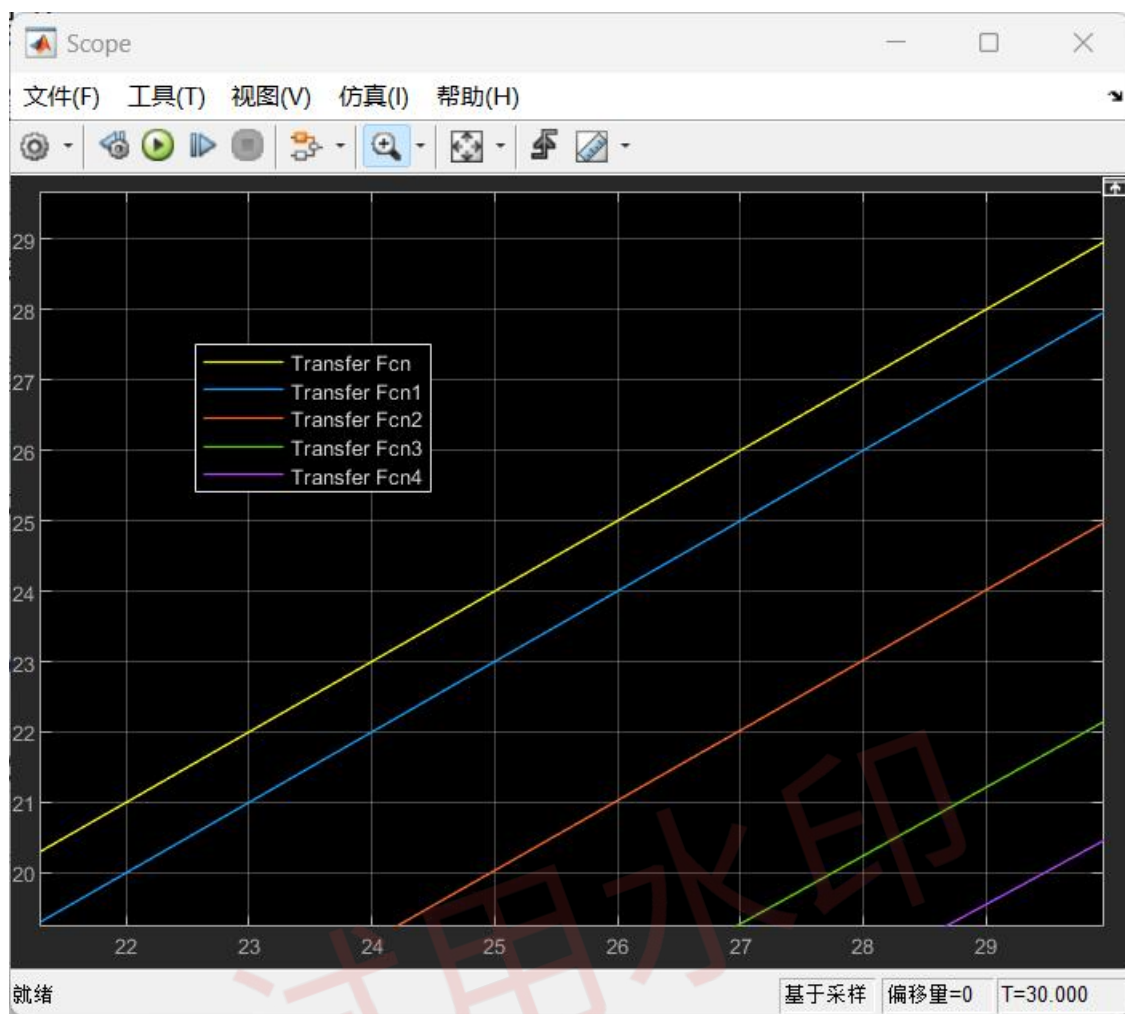


通过 workspace 查看代码:

```
plot(out.t,out.r,'g--');hold;plot(out.t,out.c,'b-.');legend('input r','T=1','T=2','T=5','T=8','T=10')
```



在 30s 放大时间轴观察



五种不同时间常数下的稳态误差为 1, 2, 5, 7.8, 9.5

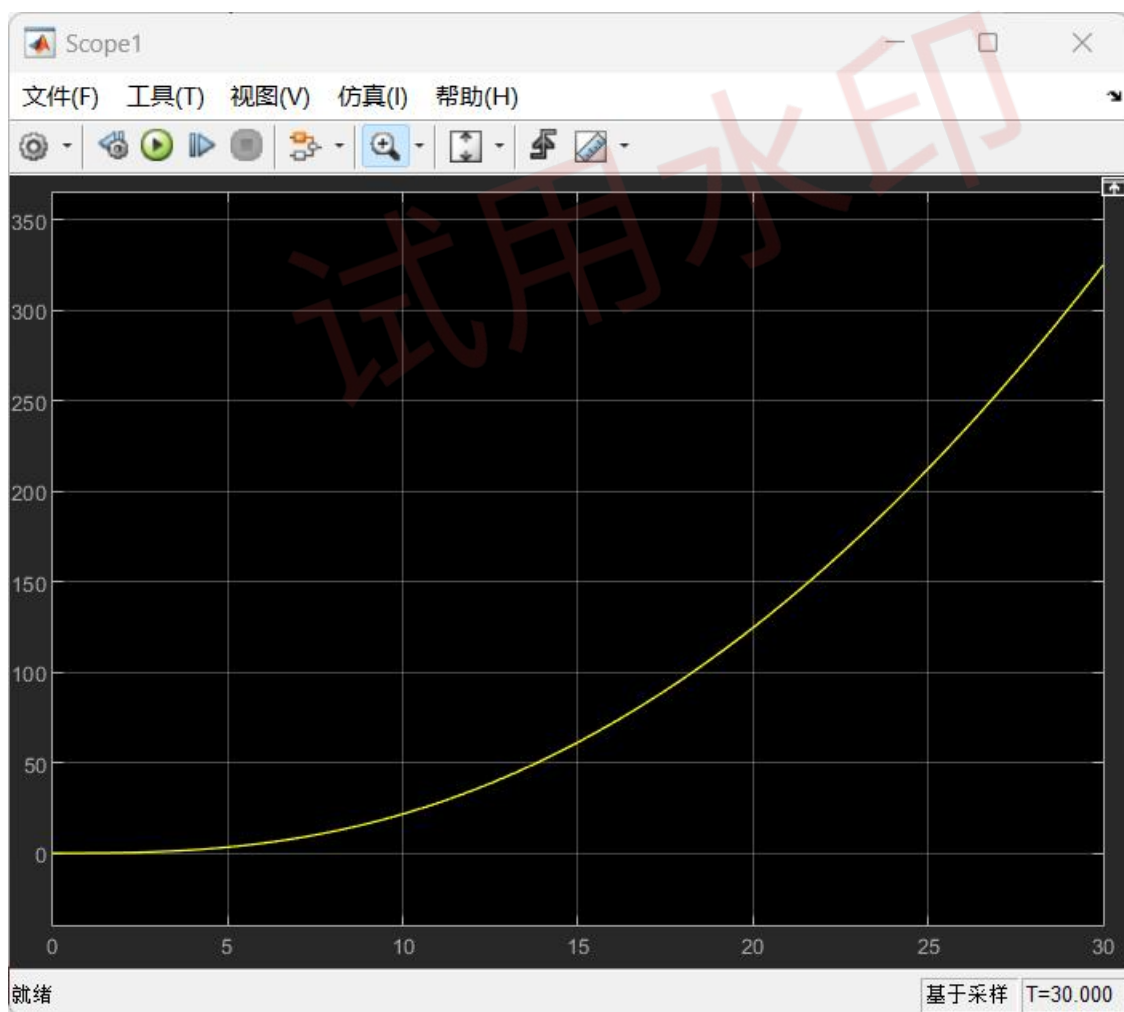
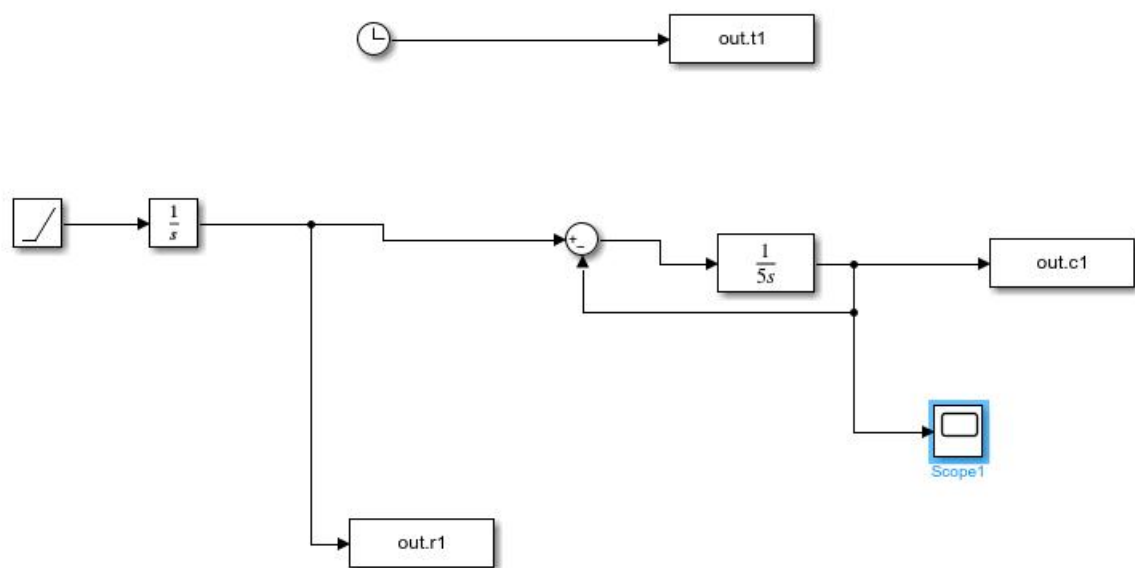
前面三个分别对应自身的时间常数，后两个因为观测时间太短没进入到稳态，不过误差也接近时间常数  $T=8$  和  $T=10$ ，所以可以认为一阶系统在单位斜坡信号作用下的稳态误差等于其时间常数

斜坡信号一阶系统的时域响应为

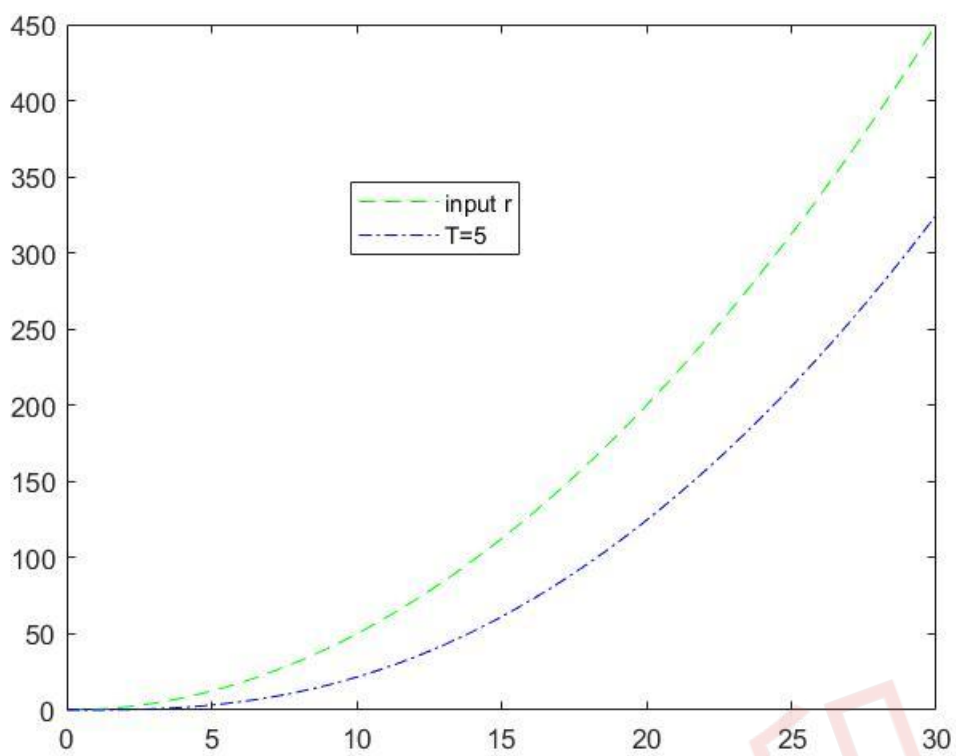
$Y(t) = t - T(1 - e^{(-t/T)})$ ，在时间无穷处认为到达稳态，此时  $e^{(-t/T)}$  衰减到 0，稳态误差为  $T$ 。

- 利用 Simulink 绘制一阶系统的加速度响应曲线（给出 Simulink 仿真文件截图和代码），结合曲线给出输出信号对输入信号的稳态跟踪误差。

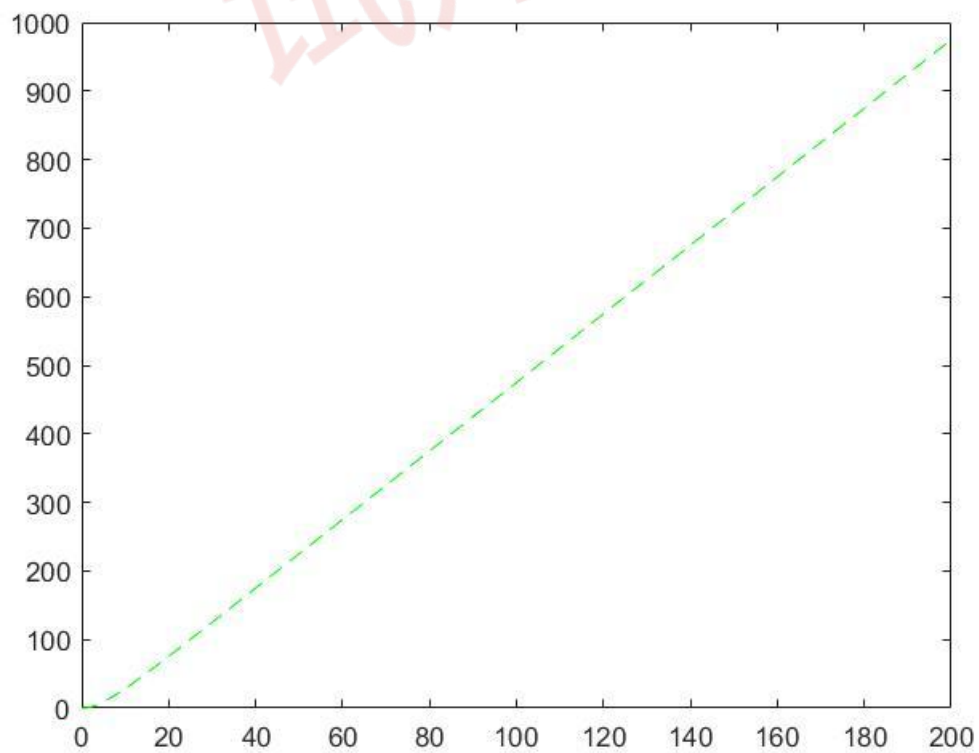
Simulink:



通过 workspace 查看代码： `plot(out.t1,out.r1,'g--');hold;plot(out.t1,out.c1,'b-.');legend('input r','T=5')`



结合曲线此时输出和输入之间误差在不断变化，30s 太短了系统仍未进入近似稳态状态，拉长仿真时间观察输入与输出之间的误差



由曲线可以发现系统输入输出之间误差是增长的，即一阶系统无法稳定的跟踪匀加速度函数，即不存在输出信号对输入信号的稳态跟踪误差

一阶系统的加速度响应为

$$y(t) = 0.5t^2 - Tt + T^2(1 - e^{-t/T})$$

误差函数  $e(t) = Tt - T^2(1 - e^{-t/T})$ ，在无穷处极限不存在，一阶系统无法稳定跟踪单位加速度信号，所以不存在输出信号对输入信号的稳态跟踪误差

## 二、 二阶系统的时域分析

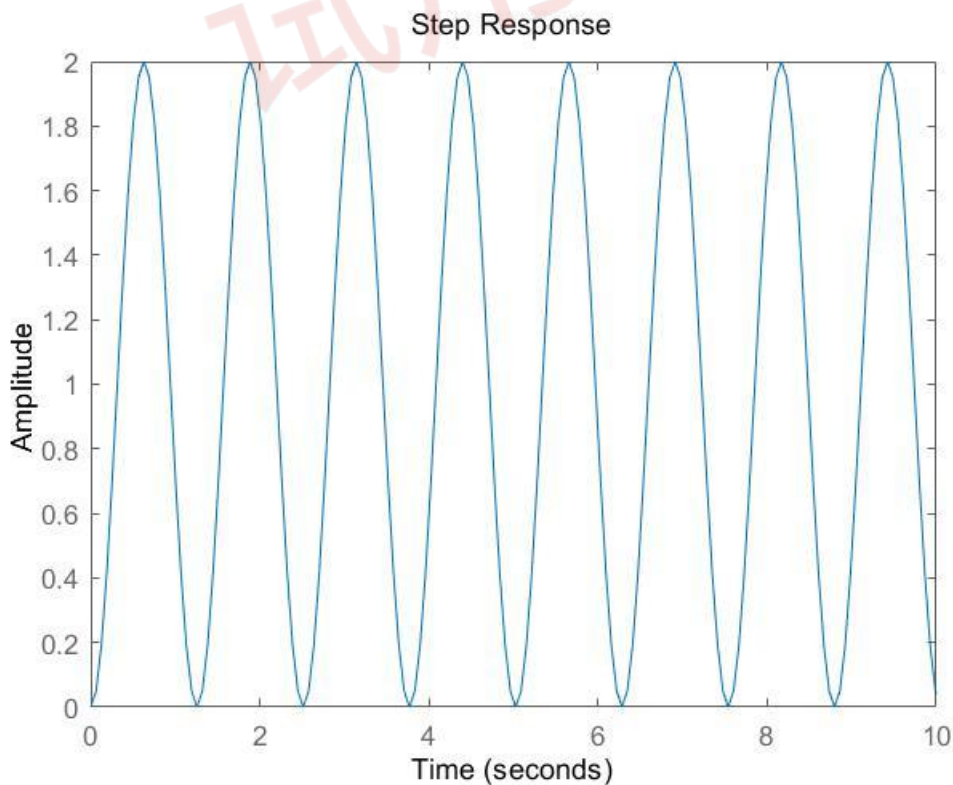
1. 绘制二阶系统在无阻尼、欠阻尼、临界阻尼和过阻尼四种情形下的单位阶跃响应曲线。

无阻尼：

Matlab 代码：

```
figure;  
num=[0 0 25];  
den=[1 0 25];  
sys=tf(num,den);  
step(sys);  
xlim([0 10])
```

实验曲线

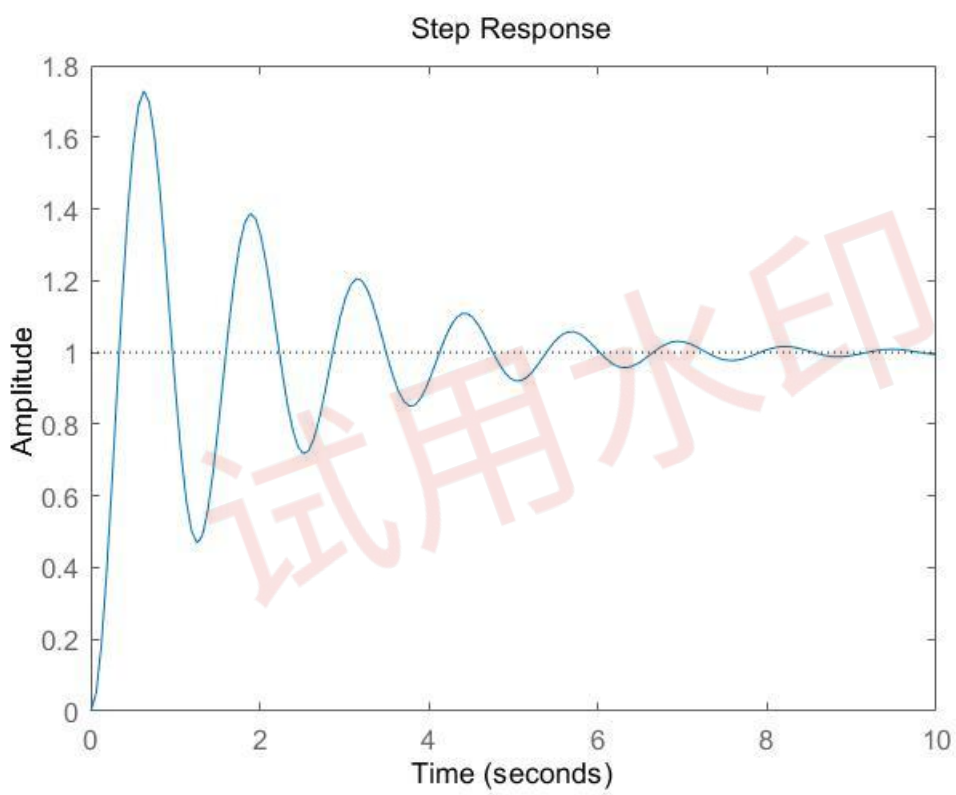


欠阻尼:

Matlab 代码

```
figure;  
num=[0 0 25];  
den=[1 10*0.1 25];  
sys=tf(num,den);  
step(sys);  
xlim([0 10])
```

实验曲线

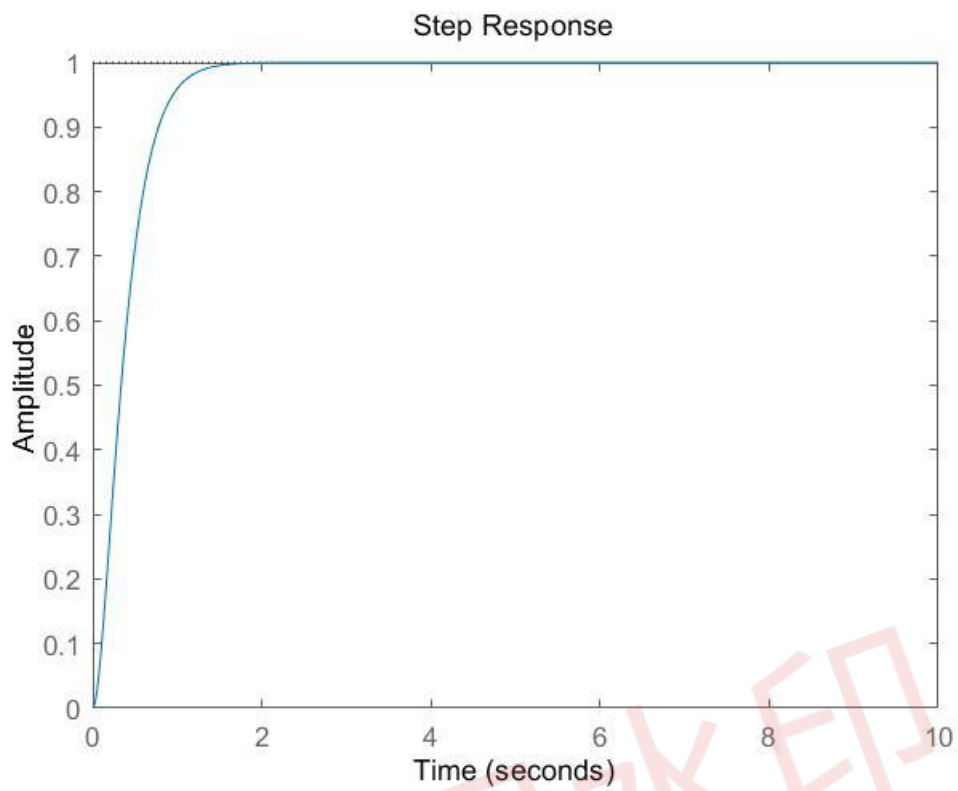


临界阻尼:

Matlab 代码:

```
figure;  
num=[0 0 25];  
den=[1 10 25];  
sys=tf(num,den);  
step(sys);  
xlim([0 10])
```

实验曲线



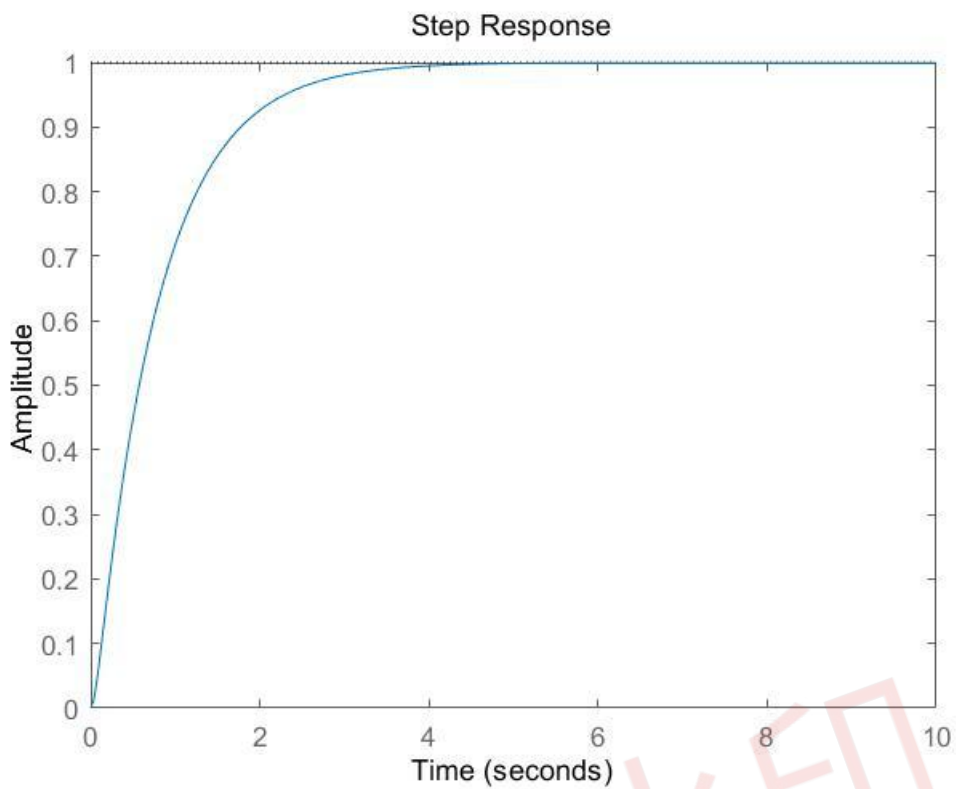
过阻尼:

Matlab 代码

```
figure;  
num=[0 0 25];  
den=[1 20 25];  
sys=tf(num,den);  
step(sys);  
xlim([0 10])
```

实验曲线





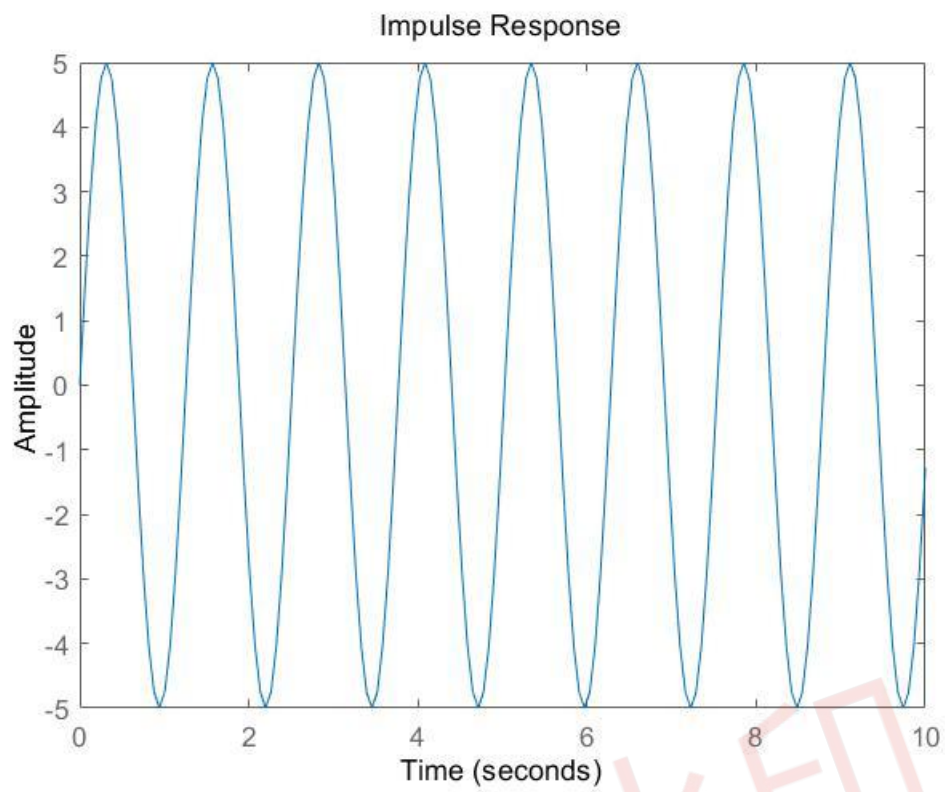
2. 绘制二阶系统在无阻尼、欠阻尼、临界阻尼和过阻尼四种情形下的单位脉冲响应曲线。

无阻尼：

Matlab 代码：

```
figure;  
num=[0 0 25];  
den=[1 0 25];  
sys=tf(num,den);  
impulse(sys);  
xlim([0 10])
```

实验曲线：



欠阻尼:

Matlab 代码:

```
figure;
```

```
num=[0 0 25];
```

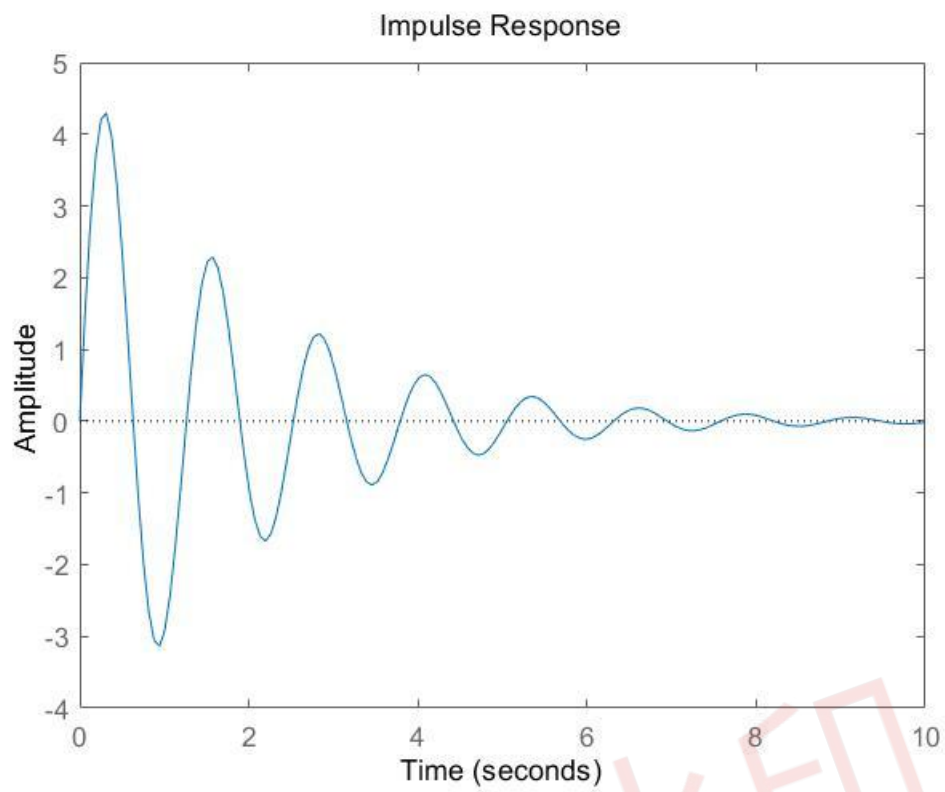
```
den=[1 1 25];
```

```
sys=tf(num,den);
```

```
impulse(sys);
```

```
xlim([0 10])
```

实验曲线:

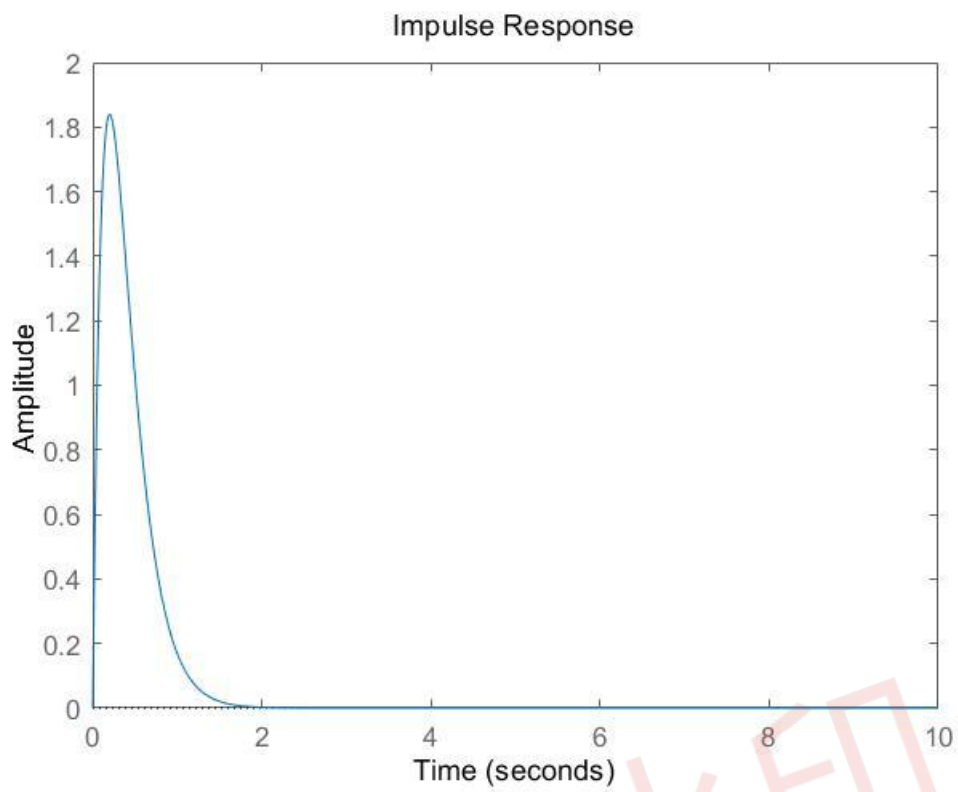


临界阻尼

Matlab 代码:

```
figure;  
num=[0 0 25];  
den=[1 10 25];  
sys=tf(num,den);  
impulse(sys);  
xlim([0 10])
```

实验曲线:

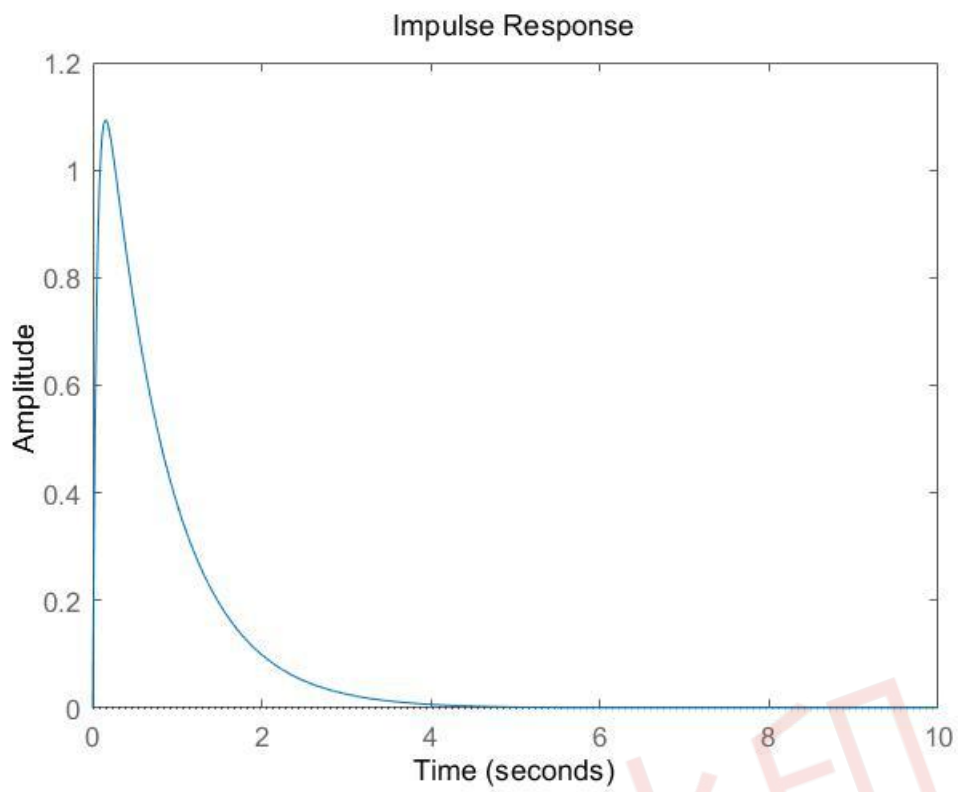


过阻尼:

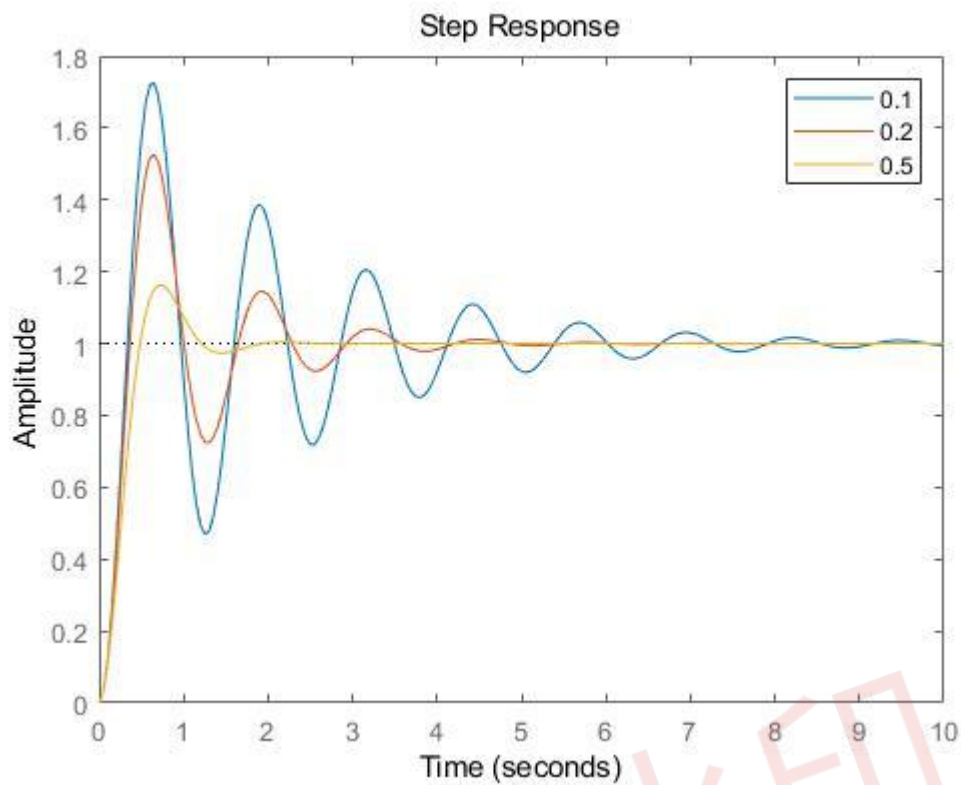
Matlab 代码:

```
figure;  
num=[0 0 25];  
den=[1 20 25];  
sys=tf(num,den);  
impulse(sys);  
xlim([0 10])
```

实验曲线:



3. 对于欠阻尼二阶系统，当无阻尼振荡频率  $\omega_n$  不变时，结合响应曲线，分析阻尼比  $\xi$  对阶跃响应的影响。

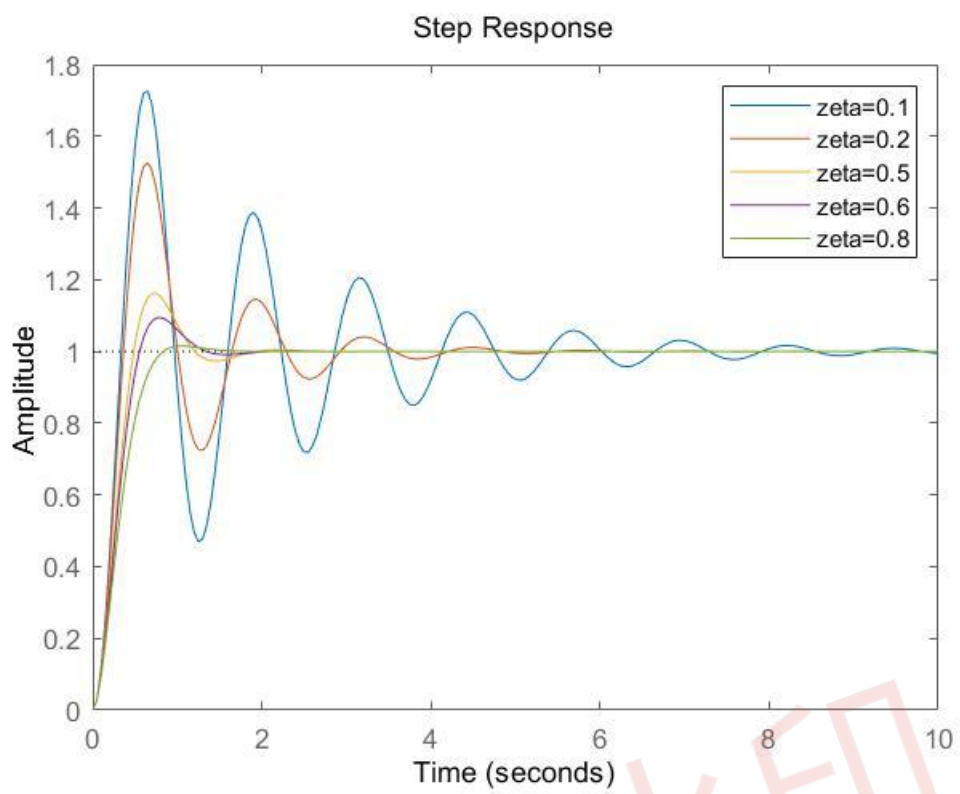


```
function SecondOrderStep(omega, zeta1, zeta2, zeta3)
    num=[0 0 omega^2];
    den=[1 2*zeta1*omega omega^2];
    sys=tf(num, den);
    step(sys, [0:0.05:10]);

    hold;
    den=[1 2*zeta2*omega omega^2];
    sys=tf(num, den);
    step(sys, [0:0.05:10]);

    den=[1 2*zeta3*omega omega^2];
    sys=tf(num, den);
    step(sys, [0:0.05:10]);

    str=num2str(zeta3);
    legend(num2str(zeta1), num2str(zeta2), str);
```



```

function SecondOrderStep(zeta1,zeta2,zeta3,zeta4,zeta5)
num=[0 0 5*5];
den=[1 10*zeta1 5*5];
sys=tf(num, den);
step(sys,[0:0.05:10]);

hold;
num=[0 0 5*5];
den=[1 10*zeta2 5*5];
sys=tf(num, den);
step(sys,[0:0.05:10]);
num=[0 0 5*5];
den=[1 10*zeta3 5*5];
sys=tf(num, den);
step(sys,[0:0.05:10]);
num=[0 0 5*5];
den=[1 10*zeta4 5*5];
sys=tf(num, den);
step(sys,[0:0.05:10]);
num=[0 0 5*5];
den=[1 10*zeta5 5*5];
sys=tf(num, den);
step(sys,[0:0.05:10]);
str1=['zeta=',num2str(zeta1)];
str2=['zeta=',num2str(zeta2)];
str3=['zeta=',num2str(zeta3)];
str4=['zeta=',num2str(zeta4)];
str5=['zeta=',num2str(zeta5)];

legend(str1,str2,str3,str4,str5);

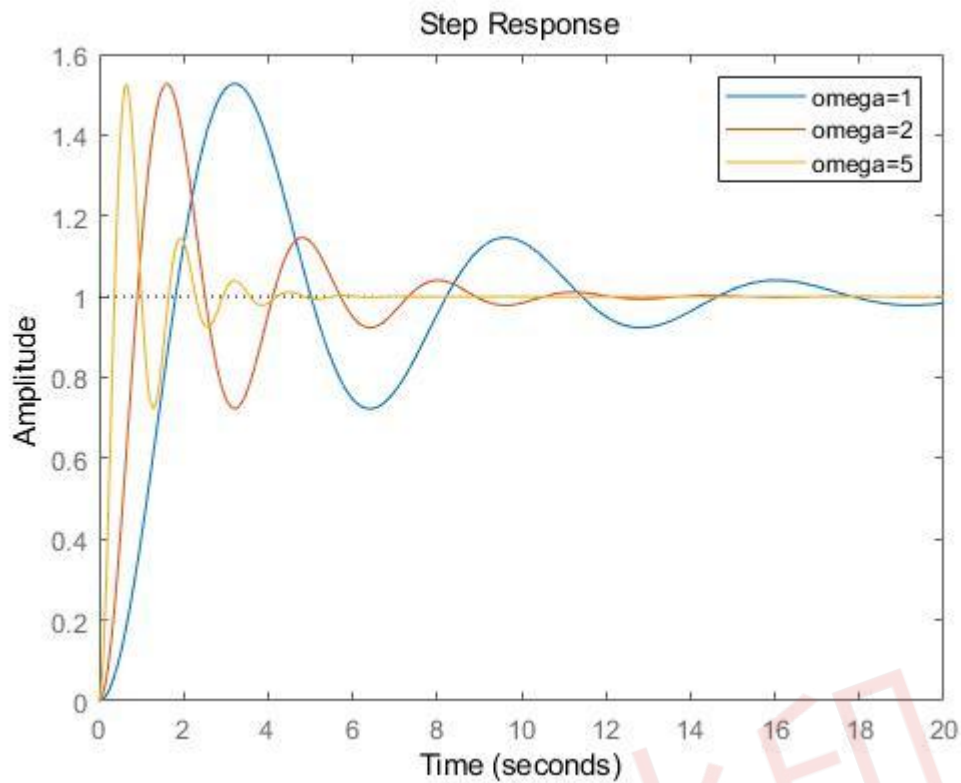
```

$\omega_n$  不变, 欠阻尼的情况下, 阻尼比  $\zeta$  越小阶跃响应震荡越明显, 同时收敛也变得越来越慢, 每次震荡的幅度也越大,

整体来说, 阻尼比  $\zeta$  越小, 阶跃响应的上升时间越小, 同时峰值时间越小, 超调量越大  
阶跃响应允许误差相同时的调整时间越长, 包络线范围越大, 震荡次数增加

4. 对于欠阻尼二阶系统, 当阻尼比  $\xi$  不变时, 结合响应曲线, 分析震荡频率  $\omega_n$  阶跃响应的影响。





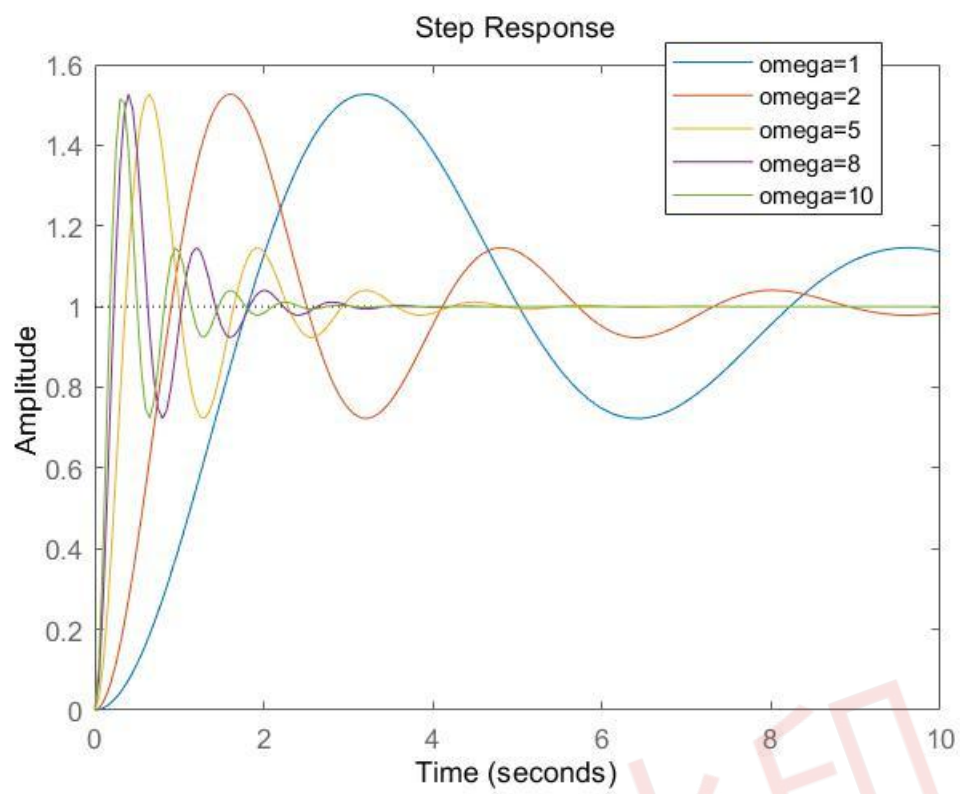
```
function SecondOrderStep(omega1, omega2, omega3, zeta)
```

```
num=[0 0 omega1^2];
den=[1 2*zeta*omega1 omega1^2];
sys=tf(num, den);
step(sys, [0:0.05:20]);
```

```
hold;
num=[0 0 omega2^2];
den=[1 2*zeta*omega2 omega2^2];
sys=tf(num, den);
step(sys, [0:0.05:20]);
```

```
num=[0 0 omega3^2];
den=[1 2*zeta*omega3 omega3^2];
sys=tf(num, den);
step(sys, [0:0.05:20]);
```

```
str1=[' omega=', num2str(omega1)];
str2=[' omega=', num2str(omega2)];
str3=[' omega=', num2str(omega3)];
legend(str1, str2, str3);
```



```

function SecondOrderStep(omega1,omega2,omega3,omega4,omega5)
num=[0 0 omega1^2];
den=[1 0.4*omega1 omega1^2];
sys=tf(num, den);
step(sys,[0:0.05:10]);

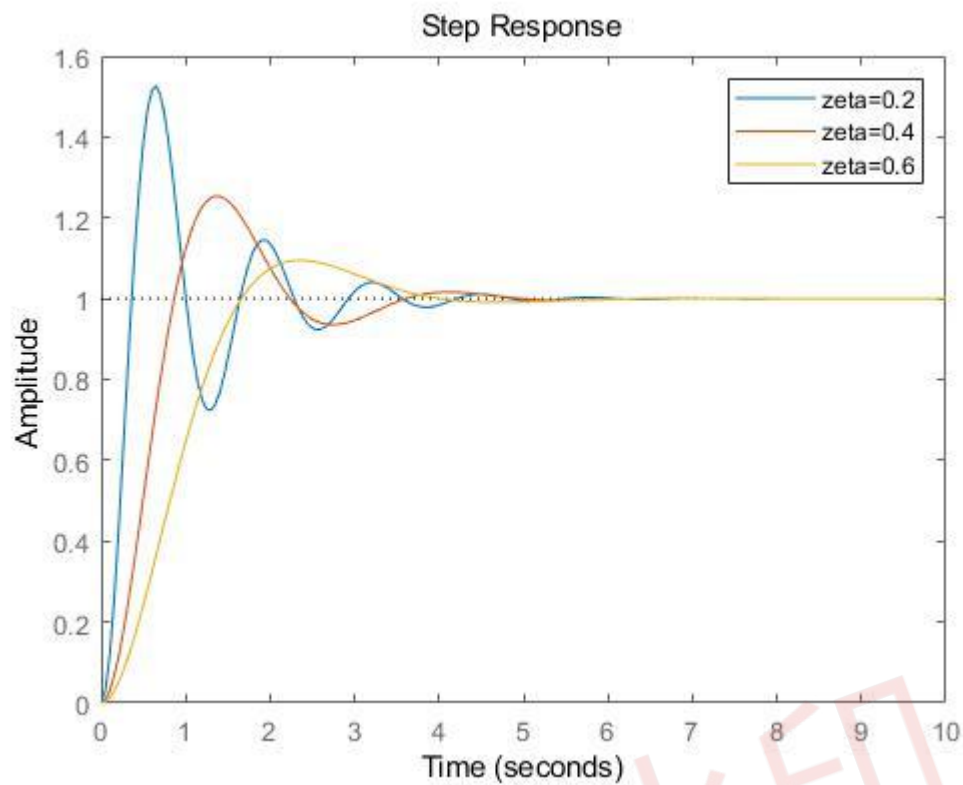
hold;
num=[0 0 omega2^2];
den=[1 0.4*omega2 omega2^2];
sys=tf(num, den);
step(sys,[0:0.05:10]);
num=[0 0 omega3^2];
den=[1 0.4*omega3 omega3^2];
sys=tf(num, den);
step(sys,[0:0.05:10]);
num=[0 0 omega4^2];
den=[1 0.4*omega4 omega4^2];
sys=tf(num, den);
step(sys,[0:0.05:10]);
num=[0 0 omega5^2];
den=[1 0.4*omega5 omega5^2];
sys=tf(num, den);
step(sys,[0:0.05:10]);
str1=['omega=',num2str(omega1)];
str2=['omega=',num2str(omega2)];
str3=['omega=',num2str(omega3)];
str4=['omega=',num2str(omega4)];
str5=['omega=',num2str(omega5)];

legend(str1,str2,str3,str4,str5);

```

由曲线观察，对于欠阻尼二阶系统阻尼比一定时， $\omega_n$  越大越快趋于稳定，提高系统的响应速度，同时上升时间越小，峰值时间越小，但是超调量在不同  $\omega_n$  取值下无变化，即  $\omega_n$  不影响超调量，阶跃响应允许误差相同时的调整时间越短，包络线范围越小。

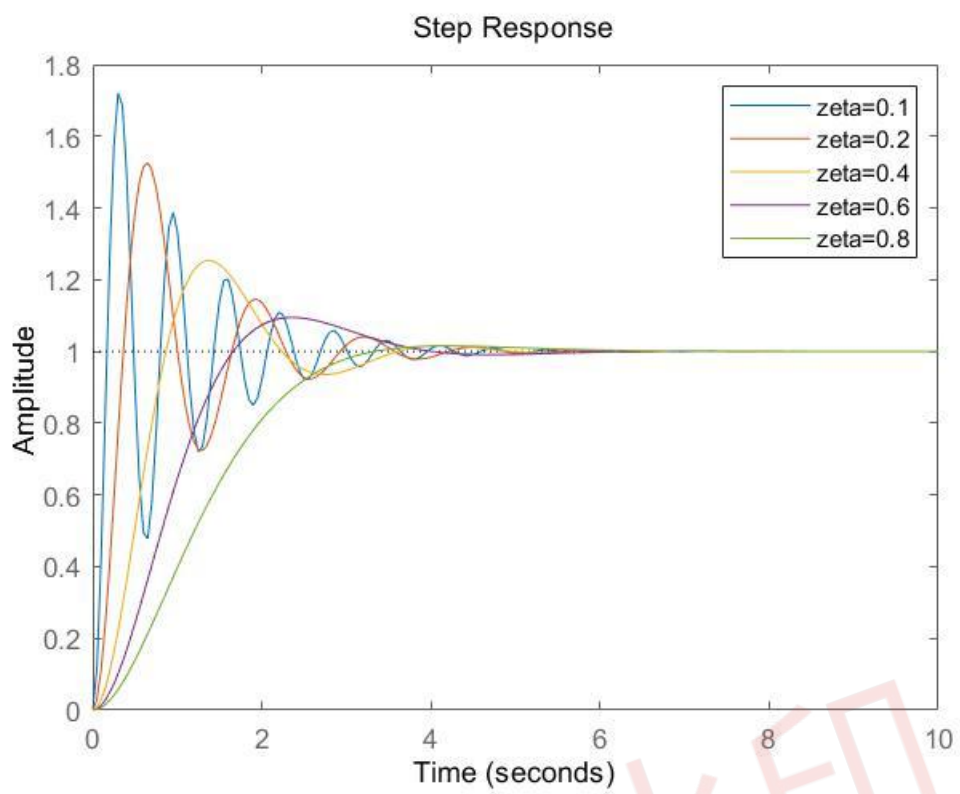
5. 对于欠阻尼二阶系统，当  $\zeta\omega_n$  一定时，结合响应曲线，分析不同的  $\zeta$  对动态过程的影响。



```

1  function SecondOrderStep(zeta1,zeta2,zeta3)
2  -   num=[0 0 1/(zeta1*zeta1)];
3  -   den=[1 2 1/(zeta1*zeta1)];
4  -   sys=tf(num, den);
5  -   step(sys,[0:0.05:10]);
6
7  -   hold;
8  -   num=[0 0 1/(zeta2*zeta2)];
9  -   den=[1 2 1/(zeta2*zeta2)];
0  -   sys=tf(num, den);
1  -   step(sys,[0:0.05:10]);
2
3  -   num=[0 0 1/(zeta3*zeta3)];
4  -   den=[1 2 1/(zeta3*zeta3)];
5  -   sys=tf(num, den);
6  -   step(sys,[0:0.05:10]);
7
8  -   str1=[' zeta=',num2str(zeta1)];
9  -   str2=[' zeta=',num2str(zeta2)];
0  -   str3=[' zeta=',num2str(zeta3)];
1  -   legend(str1,str2,str3);

```



```

function SecondOrderStep(zeta1,zeta2,zeta3,zeta4,zeta5)
num=[0 0 1/zeta1^2];
den=[1 2 1/zeta1^2];
sys=tf(num, den);
step(sys,[0:0.05:10]);

hold;
num=[0 0 1/zeta2^2];
den=[1 2 1/zeta2^2];
sys=tf(num, den);
step(sys,[0:0.05:10]);
num=[0 0 1/zeta3^2];
den=[1 2 1/zeta3^2];
sys=tf(num, den);
step(sys,[0:0.05:10]);
num=[0 0 1/zeta4^2];
den=[1 2 1/zeta4^2];
sys=tf(num, den);
step(sys,[0:0.05:10]);
num=[0 0 1/zeta5^2];
den=[1 2 1/zeta5^2];
sys=tf(num, den);
step(sys,[0:0.05:10]);
str1=['zeta=',num2str(zeta1)];
str2=['zeta=',num2str(zeta2)];
str3=['zeta=',num2str(zeta3)];
str4=['zeta=',num2str(zeta4)];
str5=['zeta=',num2str(zeta5)];

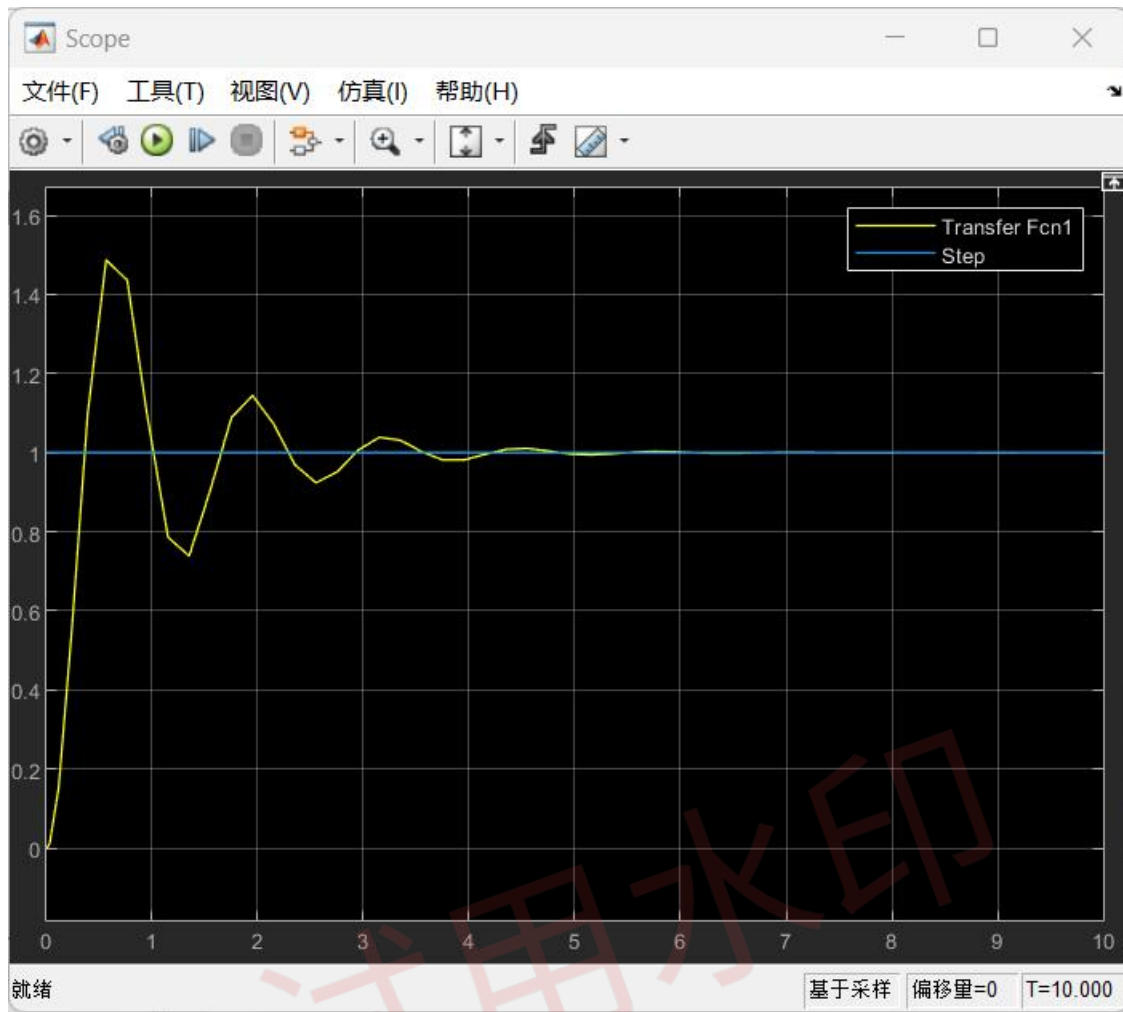
legend(str1,str2,str3,str4,str5);

```

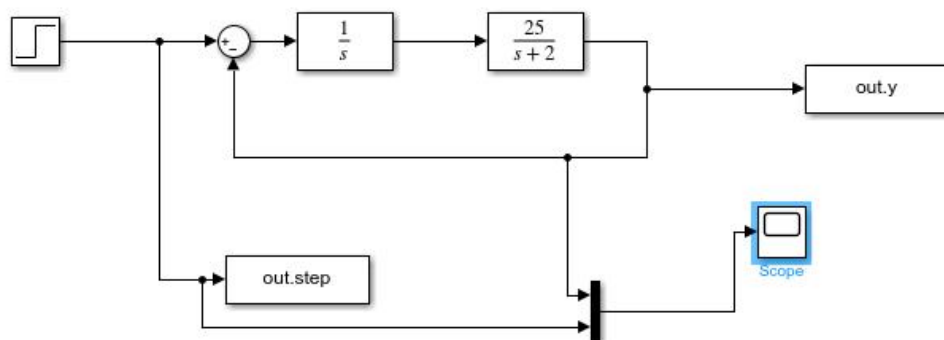
$\zeta\omega_n$ 一定时，阻尼比  $\zeta$  越小，阶跃响应震荡越厉害，系统响应变快，上升时间变短，峰值时间变短，超调量变大，系统平稳性降低。

- 结合响应曲线，分析欠阻尼二阶系统在阶跃信号、斜坡信号和加速度信号作用下，输出信号对输入信号的跟踪情况。

阶跃信号和输出信号曲线

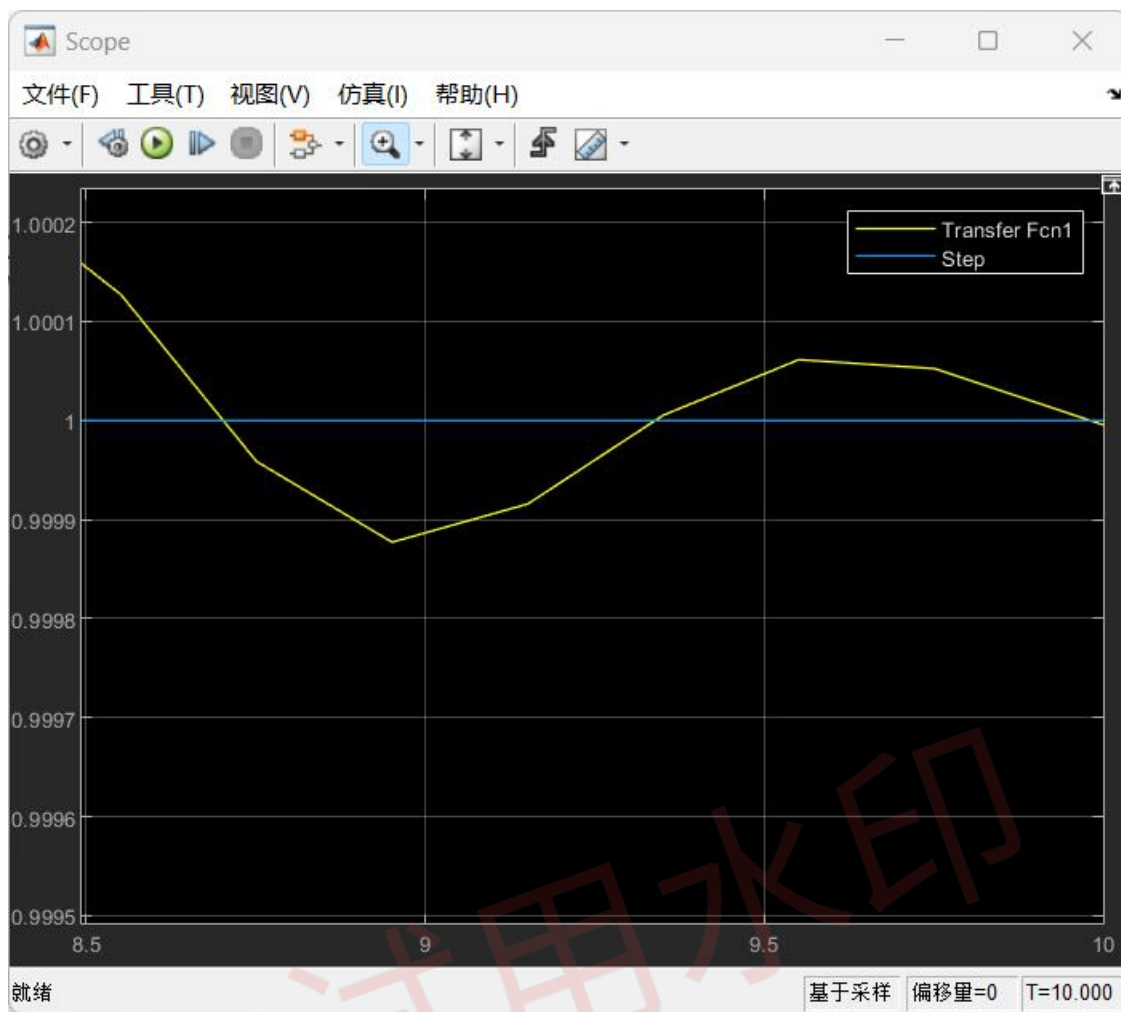


Simulink:



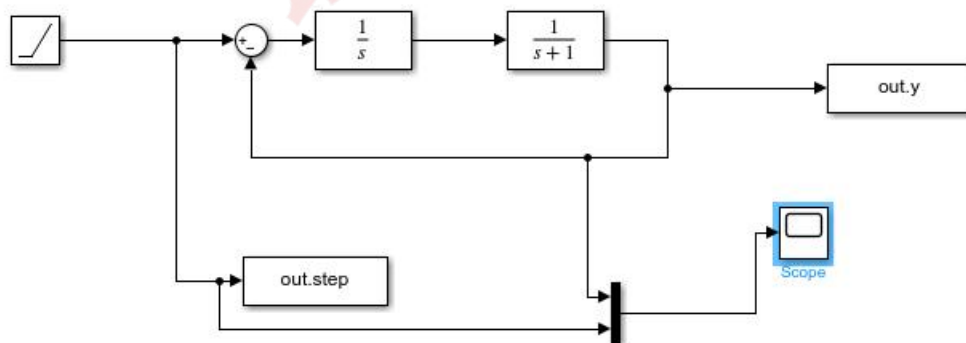
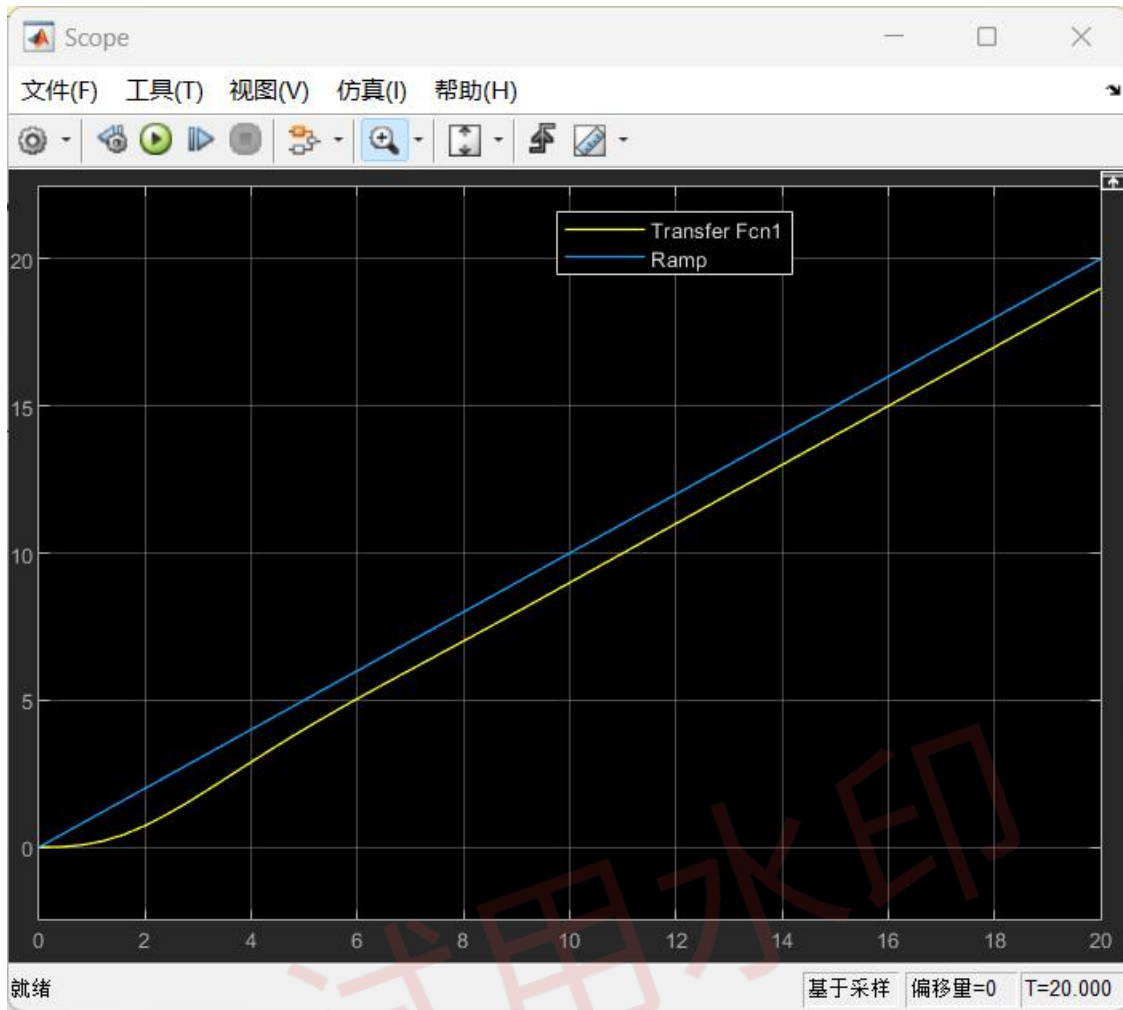
由曲线分析，在 10s 时已经观察不到误差，放大分析



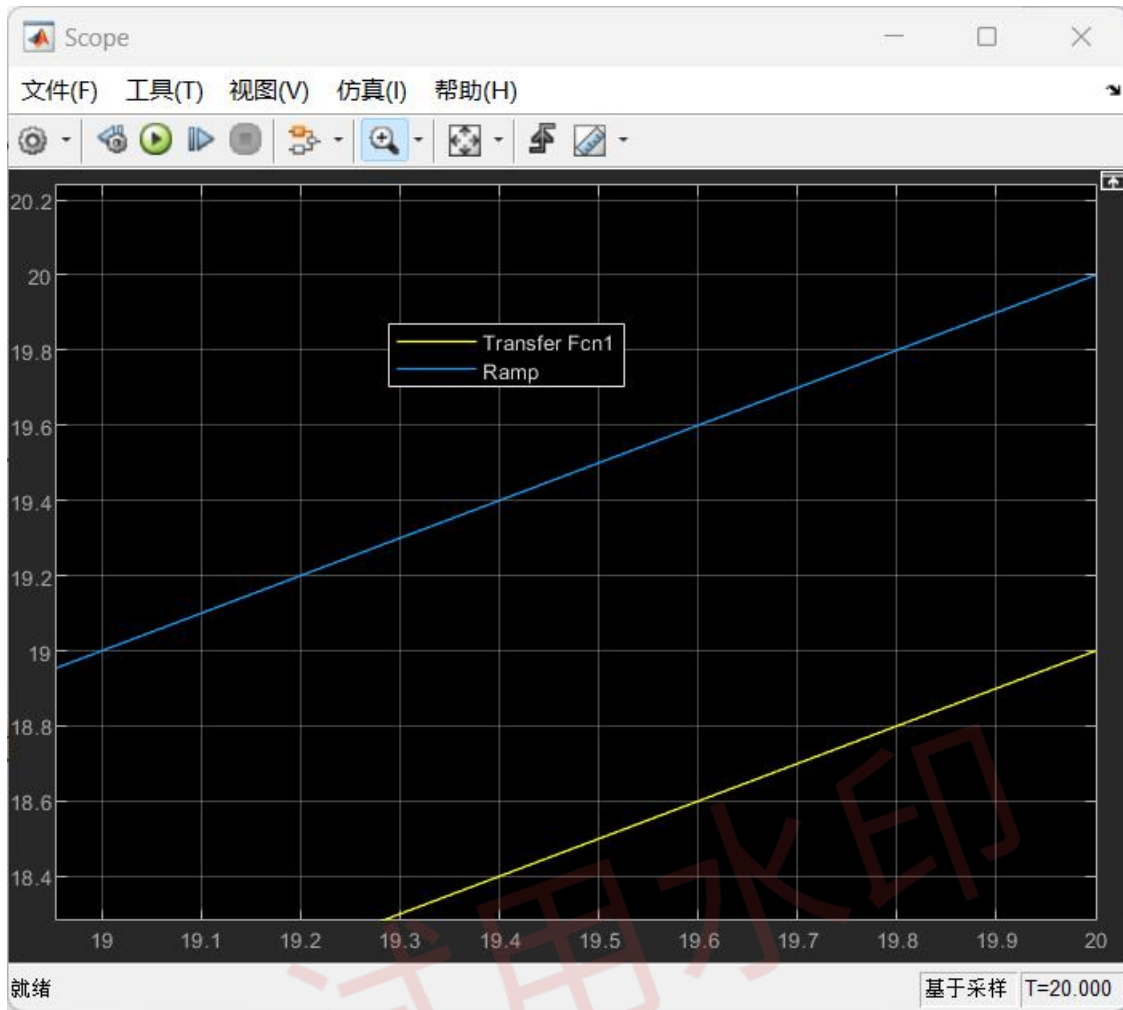


误差已经非常小，可以认为稳态时没有误差，所以欠阻尼二阶系统在阶跃信号下输出信号可以无稳态误差的跟踪输入信号

斜坡信号，为使曲线更加好分辨与阶跃信号采用了不同的参数

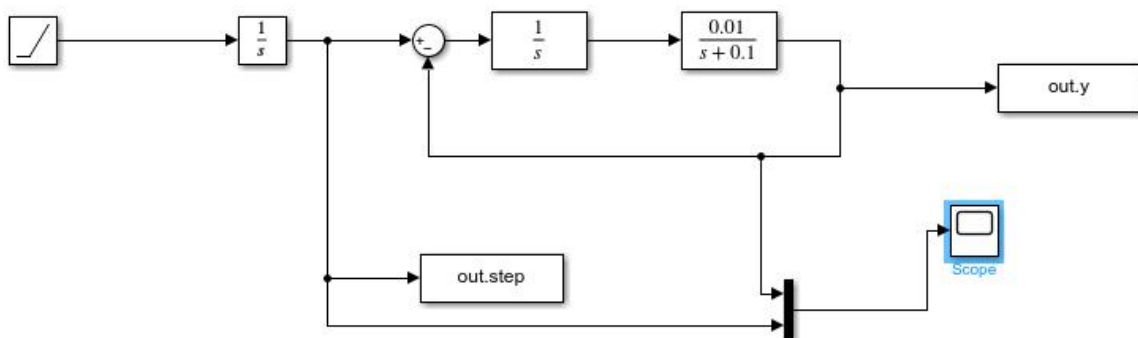


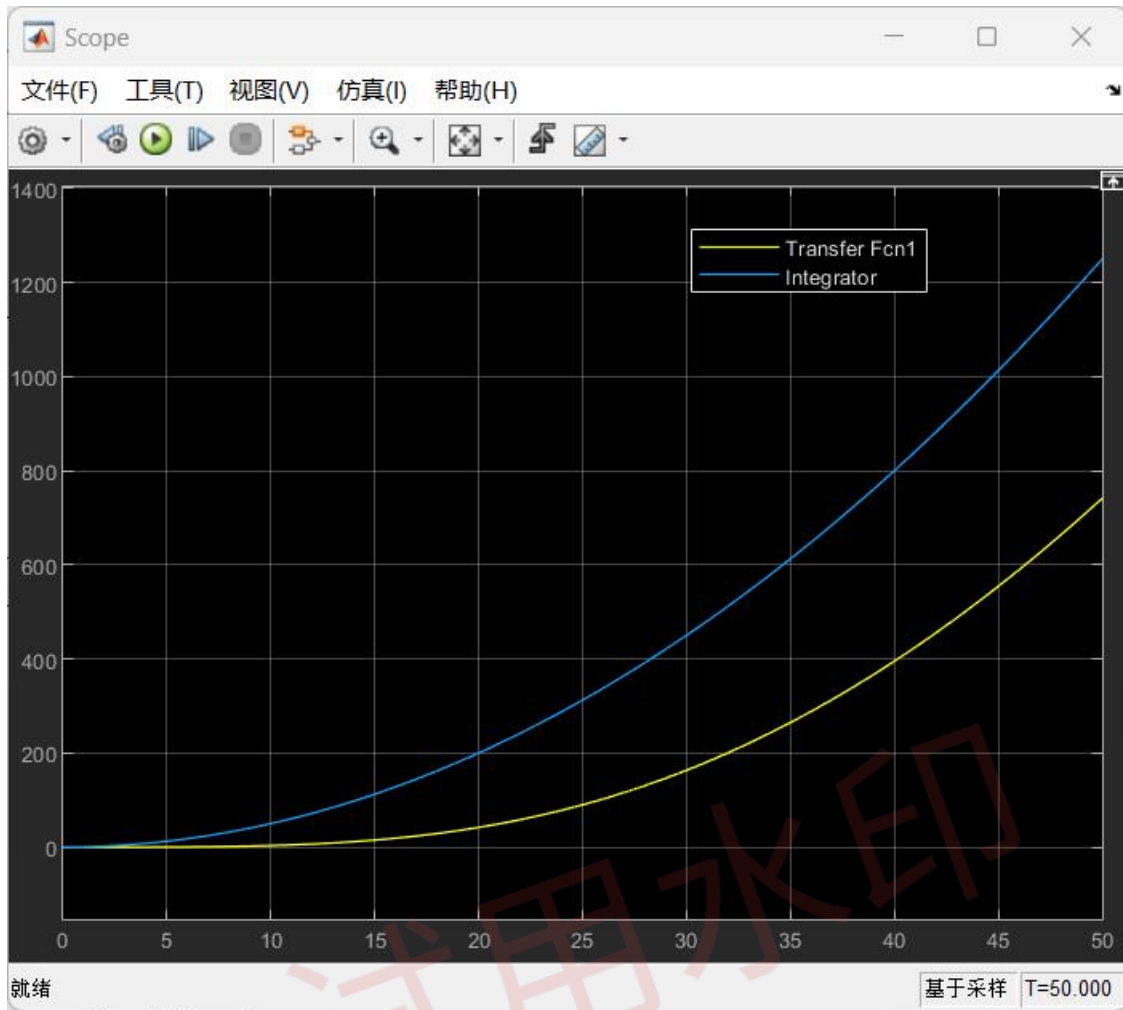
在 20s 时已经和输入信号形成几乎不变的稳态误差，放大时间轴



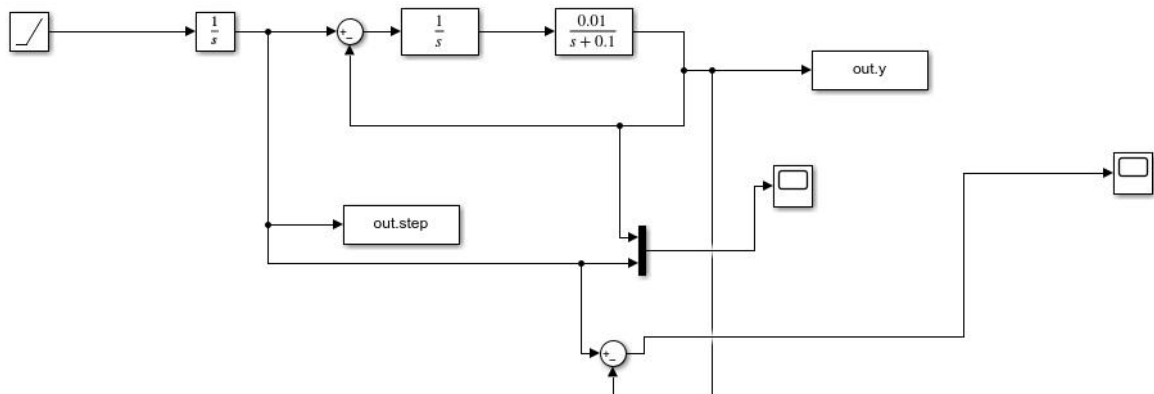
有图像分析，输出信号和输入信号之间的稳态误差约为 1，经自控理论知识分析可知斜坡信号在欠阻尼二阶系统的输出信号与输入信号之间有  $2 \cdot \zeta / \omega_n$  的稳态误差，即欠阻尼二阶系统在斜坡信号作用下，输出信号对输入信号的跟踪始终存在一个与系统自身特性有关的常数稳态误差。

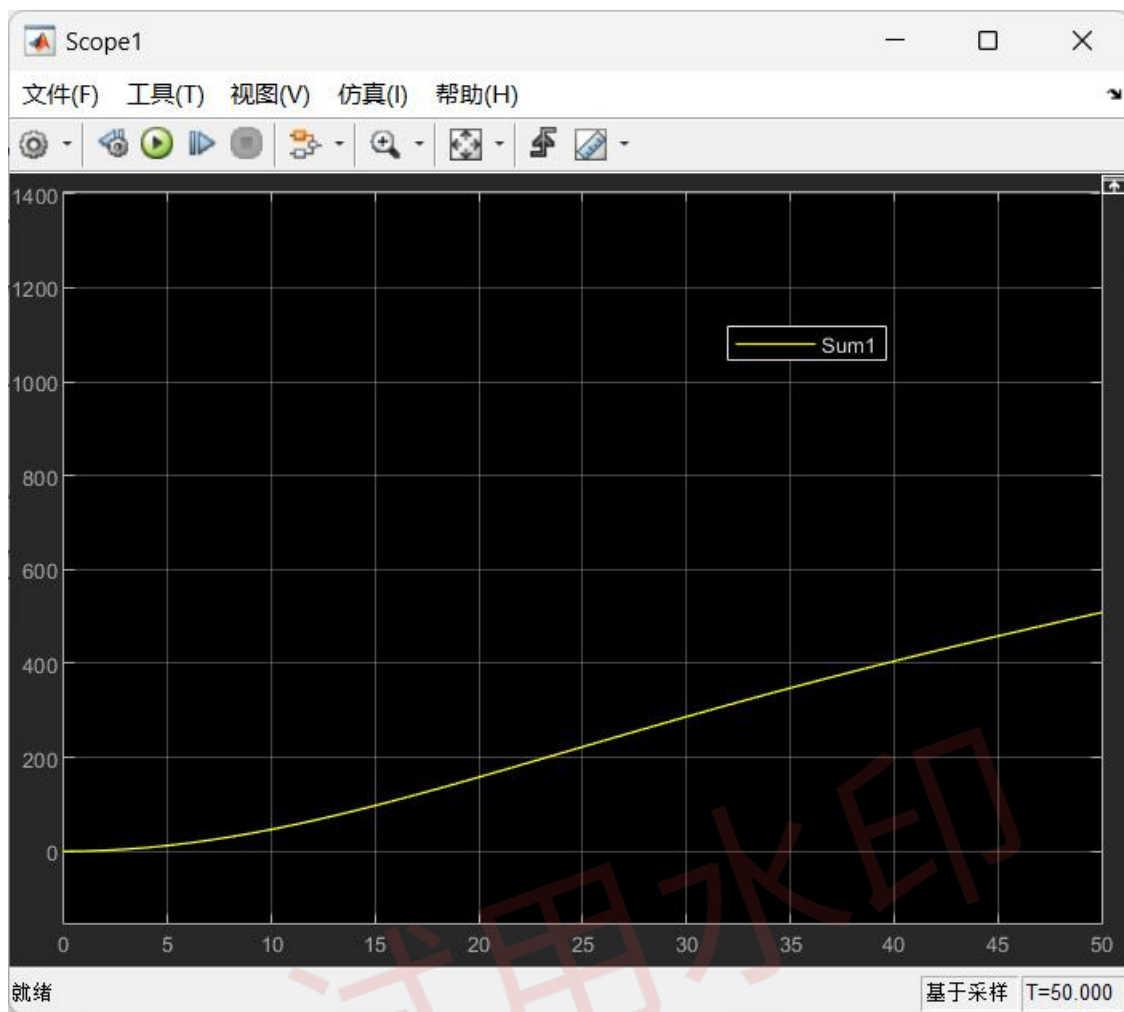
单位加速度信号：为了使系统特征更明显采用了不同参数：





可以看到输出信号无法准确跟踪输入信号，为了能体现误差不收敛，采用下图仿真捕获误差





可见误差在逐渐变大，所以欠阻尼二阶系统在加速度信号作用下，输出信号无法对输入信号准确跟踪情况，输出信号与输入信号之间存在一个逐渐变大的误差。