

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

ML COURSE

MINI PROJECT 1

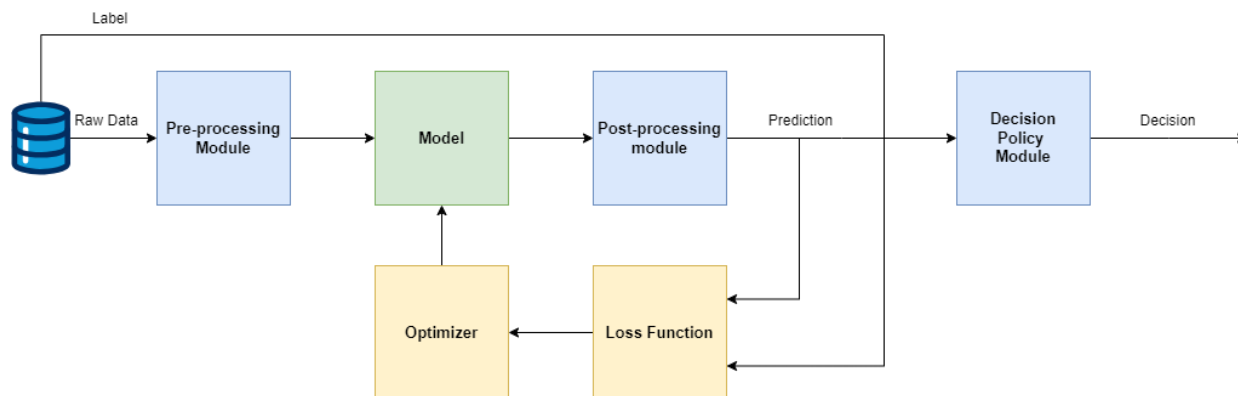
#### LINKS

[Google Drive](#)

[GitHub](#)

[Mohammad Hoseyni](#)  
9821253

## سؤال ۱



۱. فرآیند آموزش و ارزیابی یک مدل طبقه بند خطی را به صورت دیاگرامی بلوکی نمایش دهید و در مورد اجزای مختلف این دیاگرام بلوکی توضیحاتی بنویسید. تغییر نوع طبقه بندی از حالت دو کلاسه به چند کلاسه در کدام قسمت از این دیاگرام بلوکی تغییراتی ایجاد می کند؟ توضیح دهید.

**Dataset:** این قسمت شامل داده‌های خام و دسته‌بندی متناظر با آن است. کیفیت و کمیت مجموعه داده به صورت مؤثری روی عملکرد مدل یادگیری ماشین تأثیر خواهد گذاشت.

**Pre-Processing Module:** این بخش از ساختار یادگیری ماشین داده‌های خام را دریافت می کند و متناسب با وظیفه (Task) ساختار و نوع داده ورودی، با انجام انواع گوناگون تبدیل‌ها (Transforms) مانند حذف داده‌های پرت، استخراج ویژگی و فیلترگذاری مناسب داده‌ها را برای پردازش و آموزش الگوریتم یادگیری ماشین بهبود می بخشد. بخش پیش پردازش یک ساختار یادگیری ماشین می تواند روی کیفیت و کمیت یک مجموعه داده تأثیرگذار باشد، به عنوان نمونه با انجام تبدیل‌های ساخت داده مصنوعی (Augmentation) می توان تا حدی کمیت مجموعه داده را جبران کرد و با استفاده از این تبدیل‌ها به صورت وزن دار می توان برخی از مشکلات کیفی مجموعه داده مانند عدم تعادل (imbalance) را برطرف کرد.

**Model:** این بخش از ساختار یادگیری ماشین شامل الگوریتم یادگیری ماشین است که باتوجه به وظیفه (Regression, Classification, Segmentation) و ویژگی‌های متفاوت مجموعه داده مانند کیفیت و بار محاسباتی مطلوب، می تواند از میان انواع گوناگون انتخاب شود.

**Post-Processing Module:** این بخش از ساختار یادگیری ماشین شامل روش‌هایی است که باتوجه به خروجی الگوریتم یادگیری ماشین می تواند انتخاب شود تا پیش‌بینی‌های اشتباهی که به صورت آماری از یک الگوی خاص پیروی می کنند اصلاح شوند.

**Loss Function:** این بخش از ساختار یادگیری ماشین شامل انواع گوناگونی از توابع هزینه مانند Cross-Entropy و یا انواع دیگر توابع هزینه می شود. تابع هزینه خصوصاً برای الگوریتم‌هایی که شامل بهینه‌سازی از طریق مشتق هستند دارای اهمیت ویژه‌ای است؛ زیرا توابع هزینه‌ای که مشتق پذیر نیستند یا مشتق آنها در نواحی خاصی خیلی زیاد یا خیلی کم است برای فرایند آموزش مشکل ساز خواهند بود. تابع هزینه می تواند بعضی از مشکلات کیفی مجموعه داده مانند عدم تعادل را برطرف کند.

**Optimizer**: این قسمت از ساختار یادگیری ماشین شامل راه حل ریاضی برای بهینه سازی وزن های داخلی مدل یادگیری ماشین است. با در نظر گرفتن ویژگی های مجموعه داده و انتخاب صحیح الگوریتم بهینه سازی می توانیم زمان آموزش و عملکرد ساختار یادگیری ماشین را بهبود ببخشیم. یک الگوریتم بهینه سازی مناسب باعث می شود تا مدل یادگیری ماشین از نقاط بهینه محلی عبور کند و به نقاطی برود که تابع هزینه برای آنها مقدار کمتری را نشان می دهد.

**Decision Policy Module**: این قسمت از ساختار یادگیری ماشین با توجه به وظیفه ساختار، یکی از انواع تبدیل های موجود را روی خروجی پیاده می کند. این تبدیل برای وظیفه طبقه بندی (Classification) می تواند تبدیل خروجی احتمالاتی به خروجی دو وضعیتی باشد که از آن با عنوان **One-Hot Transform** یاد می شود. همچنین در این بخش معیارهای ارزیابی ساختار مانند **Precision**، **Recall** و یا **Accuracy** محاسبه می شود.

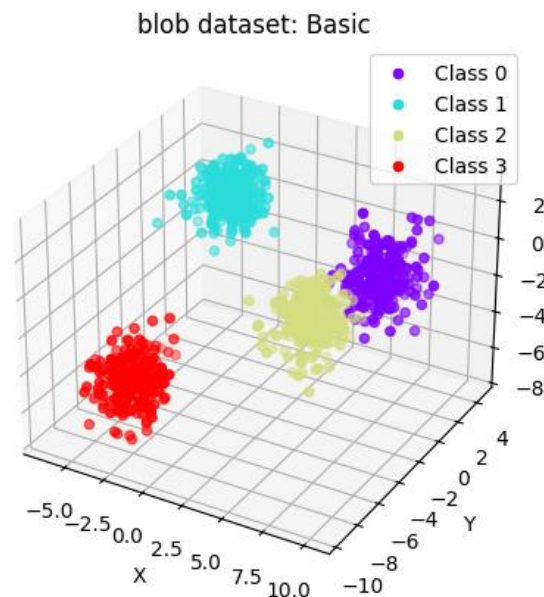
به منظور تغییر طبقه بندی از ۲ کلاس به چند کلاس، می تواند در تمام قسمت های ساختار تأثیر بگذارد با این حال مهم ترین قسمت شامل **Loss Function** و **Optimizer** است که باید برای استفاده به عنوان یک طبقه بند چند کلاسه با شرایط خروجی مدل سازگاری داشته باشند. به عنوان نمونه **BCELoss** در کتابخانه **PyTorch** به منظور استفاده در یک مسئله طبقه بندی چند کلاسه مطلوب نیست و همچنین در مدل **LogisticRegression** از کتابخانه **sklearn** اگر برای وظیفه طبقه بندی چند کلاسه استفاده شود، نمی تواند از **liblinear** به عنوان **solver** استفاده کند. در انتها به منظور تبدیل مدل از طبقه بند دو کلاسه به چند کلاسه می توان دو رویکرد **multinomial** یا **one-vs-rest** استفاده کرد که هنگام استفاده از رویکرد **one-vs-rest**، وظیفه یک طبقه بندی چند کلاسه به چند وظیفه طبقه بندی دو کلاسه تبدیل می شود و محدودیت های فوق الذکر برای این رویکرد وجود ندارد.

۲. با استفاده از **datasets.sklearn**، یک دیتاست با ۱۰۰۰ نمونه، ۴ کلاس و ۳ ویژگی تولید کنید و آن را به

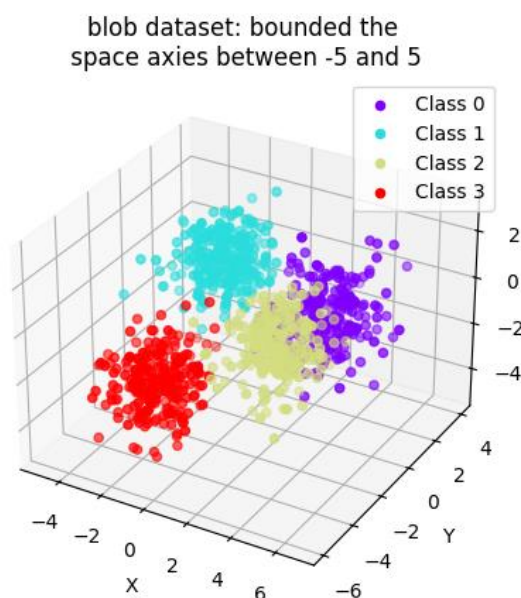
صورتی مناسب نمایش دهید. آیا دیتاستی که تولید کردید چالش برانگیز است؟ چرا؟ به چه طریقی می توانید

دیتاست تولید شده خود را چالش برانگیزتر و سخت تر کنید؟

به منظور ساخت یک مجموعه داده طبقه بندی از کتابخانه **sklearn** و متد **make\_blobs** استفاده شده است. نتیجه ساخت یک مجموعه داده متعادل با ۴ کلاس و ۳ ویژگی با تنظیمات پیش فرض متد **make\_blobs** در تصویر زیر نمایش داده شده است.



همان طور که از این تصویر مشخص است تفکیک پذیری داده ها در این مجموعه داده پالش برانگیز نمی باشد و تنها چالش این مجموعه داده جداسازی نقاط بنفش (class0) از نقاط زرد (class2) است. در ادامه به منظور چالش برانگیز کردن این مجموعه داده از میان پارامترهای قابل تنظیم در متد `make_blobs`، `center_box = [-5, 5]` قرار داده می شود. نتیجه این تنظیمات

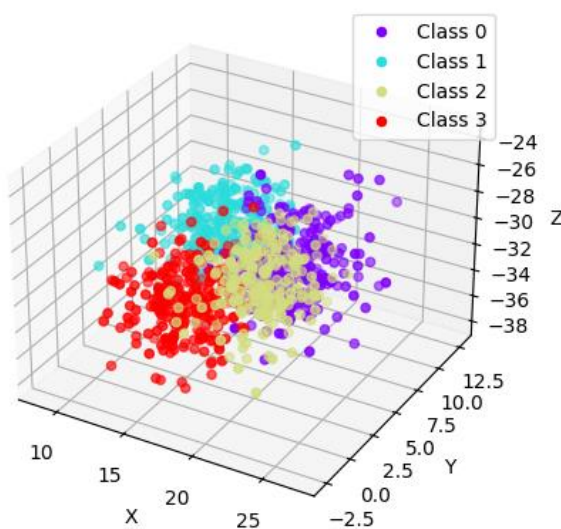


مجموعه داده زیر است.

در این مجموعه داده با کم شدن محدوده مجاز حضور نقاط در فضا، باعث نزدیک شدن مرکز دسته های هر کلاسه به یکدیگر شده است و در نتیجه آن چالش جداسازی نقاط از هم و تشخیص درجه تعلق آنها به هر دسته چالش برانگیزتر شده است؛ اما همچنان جداسازی این داده ها از یکدیگر می تواند چالش برانگیزتر باشد. با تغییر انحراف از معیار مربوط به دستور ساخت مجموعه داده می توان چالش این مجموعه داده را افزایش داد. در ادامه انحراف از معیار مجموعه داده برابر ۲ قرار داده شده است و نتیجه آن در شکل زیر قابل مشاهده است.

در مجموعه داده فوق تفکیک داده ها از یکدیگر بسیار مشکل شده است و می تواند وظیفه ای چالش برانگیز برای هر ساختار یادگیری ماشین باشد. به منظور اضافه کردن نامعینی می توان نویز را به نقاط مجموعه داده اضافه کرد که در ادامه این آزمایش از انجام آن

blob dataset: bounded the space axes between [-5, 5] and shifted with the vector of (17,5,5)



صرف نظر شده است. در ادامه مجموعه داده فوق با مقادیر ثابت [17, 5.5, -30.33] جمع شده است تا تاثیر normalization مجموعه داده قابل تشخیص باشد.

۳. با استفاده از حداقل دوطبقه بند خطی آماده پایتون (در) `model_linear.sklearn` و در نظر گرفتن فرآپارامترهای مناسب، چهار کلاس موجود در دیتاست قسمت قبلی را از هم تفکیک کنید. ضمن توضیح روند انتخاب فرآپارامترها (مانند تعداد دوره آموزش و نرخ یادگیری)، نتیجه دقت آموزش و ارزیابی را نمایش دهید. برای بهبود نتیجه از چه تکنیک هایی استفاده کردید؟

در ادامه از دو طبقه بند خطی `LogisticRegression` و `SGDClassifier` استفاده شده است و با استفاده از کتابخانه `sklearn` پیاده سازی آن انجام شده است. این نکته حائز اهمیت است که ۲۰ درصد از مجموعه داده مذکور برای انجام عمل ارزیابی و ۸۰ درصد برای عمل آموزش جدا شده است.

در ابتدا این مدل روی مجموعه داده خام آموزش و به ازای دو رویکرد متفاوت `multinomial` و `ovr` و تمام solverهای موجود آموزش دیده

```
These results are for training the LogisticRegression model before apply the normalization transform on the training and test set.
c:\Users\mamdaliof\anaconda3\envs\ML\lib\site-packages\sklearn\linear_model\sag.py:350: ConvergenceWarning:

The max_iter was reached which means the coef_ did not converge

c:\Users\mamdaliof\anaconda3\envs\ML\lib\site-packages\sklearn\linear_model\sag.py:350: ConvergenceWarning:

The max_iter was reached which means the coef_ did not converge

model with sag solver and multi_class=multinomial score on train set is equal ot 0.7775
model with sag solver and multi_class=multinomial score on test set is equal ot 0.735
test set: accuracy = 0.735, recall = 0.735, precision = 0.735

model with saga solver and multi_class=multinomial score on train set is equal ot 0.77125
model with saga solver and multi_class=multinomial score on test set is equal ot 0.72
test set: accuracy = 0.72, recall = 0.72, precision = 0.72

model with lbfgs solver and multi_class=multinomial score on train set is equal ot 0.79375
model with lbfgs solver and multi_class=multinomial score on test set is equal ot 0.735
test set: accuracy = 0.735, recall = 0.735, precision = 0.735

model with newton-cg solver and multi_class=multinomial score on train set is equal ot 0.79375
model with newton-cg solver and multi_class=multinomial score on test set is equal ot 0.735
test set: accuracy = 0.735, recall = 0.735, precision = 0.735

-----
```

است که نتایج آن به شرح زیر است.

```

c:\Users\mamdaliof\anaconda3\envs\ML\lib\site-packages\sklearn\linear_model\_sag.py:350: ConvergenceWarning:
The max_iter was reached which means the coef_ did not converge

c:\Users\mamdaliof\anaconda3\envs\ML\lib\site-packages\sklearn\linear_model\_sag.py:350: ConvergenceWarning:
The max_iter was reached which means the coef_ did not converge

c:\Users\mamdaliof\anaconda3\envs\ML\lib\site-packages\sklearn\linear_model\_sag.py:350: ConvergenceWarning:
The max_iter was reached which means the coef_ did not converge

c:\Users\mamdaliof\anaconda3\envs\ML\lib\site-packages\sklearn\linear_model\_sag.py:350: ConvergenceWarning:
The max_iter was reached which means the coef_ did not converge

model with sag solver and multi_class=ovr score on train set is equal ot 0.78625
model with sag solver and multi_class=ovr score on test set is equal ot 0.745
test set: accuracy = 0.745, recall = 0.745, precision = 0.745

model with saga solver and multi_class=ovr score on train set is equal ot 0.78125
model with saga solver and multi_class=ovr score on test set is equal ot 0.73
test set: accuracy = 0.73, recall = 0.73, precision = 0.73

model with lbfgs solver and multi_class=ovr score on train set is equal ot 0.7825
model with lbfgs solver and multi_class=ovr score on test set is equal ot 0.75
test set: accuracy = 0.75, recall = 0.75, precision = 0.75

model with liblinear solver and multi_class=ovr score on train set is equal ot 0.76125
model with liblinear solver and multi_class=ovr score on test set is equal ot 0.725
test set: accuracy = 0.725, recall = 0.725, precision = 0.725

model with newton-cg solver and multi_class=ovr score on train set is equal ot 0.7825
model with newton-cg solver and multi_class=ovr score on test set is equal ot 0.75
test set: accuracy = 0.75, recall = 0.75, precision = 0.75

model with newton-cholesky solver and multi_class=ovr score on train set is equal ot 0.7825
model with newton-cholesky solver and multi_class=ovr score on test set is equal ot 0.75
test set: accuracy = 0.75, recall = 0.75, precision = 0.75

```

همان‌طور که مشخص است تعدادی از الگوریتم‌ها همگرا نشده‌اند و نتیجه این آموزش از لحاظ بار محاسباتی و دقت مناسب نمی‌باشد.

در گام بعد تبدیل Normalization روی مجموعه داده انجام می‌شود و نتایج آموزش به شرح زیر است.

```

These results are obtained from training LogisticRegression model with different solvers and different multi_class arguments

model with sag solver and multi_class=multinomial score on train set is equal to 0.79375
model with sag solver and multi_class=multinomial score on test set is equal to 0.74
test set: accuracy = 0.74, recall = 0.74, precision = 0.74

model with saga solver and multi_class=multinomial score on train set is equal to 0.79375
model with saga solver and multi_class=multinomial score on test set is equal to 0.74
test set: accuracy = 0.74, recall = 0.74, precision = 0.74

model with lbfgs solver and multi_class=multinomial score on train set is equal to 0.79375
model with lbfgs solver and multi_class=multinomial score on test set is equal to 0.74
test set: accuracy = 0.74, recall = 0.74, precision = 0.74

model with newton-cg solver and multi_class=multinomial score on train set is equal to 0.79375
model with newton-cg solver and multi_class=multinomial score on test set is equal to 0.74
test set: accuracy = 0.74, recall = 0.74, precision = 0.74

-----

```

```

model with sag solver and multi_class=ovr score on train set is equal to 0.78125
model with sag solver and multi_class=ovr score on test set is equal to 0.75
test set: accuracy = 0.75, recall = 0.75, precision = 0.75

model with saga solver and multi_class=ovr score on train set is equal to 0.78125
model with saga solver and multi_class=ovr score on test set is equal to 0.75
test set: accuracy = 0.75, recall = 0.75, precision = 0.75

model with lbfgs solver and multi_class=ovr score on train set is equal to 0.78125
model with lbfgs solver and multi_class=ovr score on test set is equal to 0.75
test set: accuracy = 0.75, recall = 0.75, precision = 0.75

model with liblinear solver and multi_class=ovr score on train set is equal to 0.78
model with liblinear solver and multi_class=ovr score on test set is equal to 0.75
test set: accuracy = 0.75, recall = 0.75, precision = 0.75

model with newton-cg solver and multi_class=ovr score on train set is equal to 0.78125
model with newton-cg solver and multi_class=ovr score on test set is equal to 0.75
test set: accuracy = 0.75, recall = 0.75, precision = 0.75

model with newton-cholesky solver and multi_class=ovr score on train set is equal to 0.78125
model with newton-cholesky solver and multi_class=ovr score on test set is equal to 0.75
test set: accuracy = 0.75, recall = 0.75, precision = 0.75

```

در ادامه بین بازه ۰.۰۱ تا ۱.۵ با گام ۰.۰۱ مقادیر مختلفی برای پارامتر C که میزان Regularization را در فرایند آموزش تعیین می‌کند بررسی شده است تا بهترین مقدار محاسبه شود. نتایج این مجموعه آموزش به شرح زیر است:

```

These results indicate the beset value of C between 0.01 and 1.5

model with sag solver and multi_class=multinomial score on train set is equal to 0.78625. C=0.02
model with sag solver and multi_class=multinomial score on test set is equal to 0.74
test set: accuracy = 0.74, recall = 0.74, precision = 0.74

model with saga solver and multi_class=multinomial score on train set is equal to 0.78625. C=0.02
model with saga solver and multi_class=multinomial score on test set is equal to 0.74
test set: accuracy = 0.74, recall = 0.74, precision = 0.74

model with lbfgs solver and multi_class=multinomial score on train set is equal to 0.78625. C=0.02
model with lbfgs solver and multi_class=multinomial score on test set is equal to 0.74
test set: accuracy = 0.74, recall = 0.74, precision = 0.74

model with newton-cg solver and multi_class=multinomial score on train set is equal to 0.78625. C=0.02
model with newton-cg solver and multi_class=multinomial score on test set is equal to 0.74
test set: accuracy = 0.74, recall = 0.74, precision = 0.74

```

```

model with sag solver and multi_class=ovr score on train set is equal to 0.78. C=0.19
model with sag solver and multi_class=ovr score on test set is equal to 0.75
test set: accuracy = 0.75, recall = 0.75, precision = 0.75

model with saga solver and multi_class=ovr score on train set is equal to 0.78. C=0.19
model with saga solver and multi_class=ovr score on test set is equal to 0.75
test set: accuracy = 0.75, recall = 0.75, precision = 0.75

model with lbfgs solver and multi_class=ovr score on train set is equal to 0.78. C=0.19
model with lbfgs solver and multi_class=ovr score on test set is equal to 0.75
test set: accuracy = 0.75, recall = 0.75, precision = 0.75

model with liblinear solver and multi_class=ovr score on train set is equal to 0.7825. C=0.060000000000000005
model with liblinear solver and multi_class=ovr score on test set is equal to 0.75
test set: accuracy = 0.75, recall = 0.75, precision = 0.75

model with newton-cg solver and multi_class=ovr score on train set is equal to 0.78. C=0.19
model with newton-cg solver and multi_class=ovr score on test set is equal to 0.75
test set: accuracy = 0.75, recall = 0.75, precision = 0.75

model with newton-cholesky solver and multi_class=ovr score on train set is equal to 0.78. C=0.19
model with newton-cholesky solver and multi_class=ovr score on test set is equal to 0.75
test set: accuracy = 0.75, recall = 0.75, precision = 0.75

```

در ادامه دو مدل از میان تمام مدل‌های موجود انتخاب شده و باقی آموزش‌ها بر روی این مدل‌ها صورت خواهد گرفت. فرایارامتر بعدی که مقدار بهینه آن باید محاسبه شود **tol** است. مقدار این فرایارامتر در بازه  $10^{-6}$  تا  $10^{-1}$  عوض شده است تا حداقل مقدار خطای قابل قبول برای مجموعه داده آموزش محاسبه شود. این آموزش‌ها در شرایطی انجام شده است که مقدار **C** از قسمت قبل بدست آمده است.

```

among different solvers and multi_class approaches the newton-cg solver with multinomial approach and liblinear solver with ovr selected and the process will be continued

model with newton solver and multi_class=multinomial score on train set is equal to 0.78625. tol=0.02
model with newton solver and multi_class=multinomial score on test set is equal to 0.74
test set: accuracy = 0.74, recall = 0.74, precision = 0.74

model with liblinear solver and multi_class=ovr score on train set is equal to 0.7825. tol=1e-06
model with liblinear solver and multi_class=ovr score on test set is equal to 0.75
test set: accuracy = 0.75, recall = 0.75, precision = 0.75

```

در انتها فرایارامتر **dual** برای **liblinear solver** فعال شده است تا تغییراتی که این فرایارامتر در آموزش ایجاد می‌کند مشاهده شود. نتایج حاصل شده در ادامه قابل مشاهده است.

```

The dual parameter is only applicable for liblinear solver thus the solver is liblinear and dual is true.
model with liblinear solver and multi_class=ovr score on train set is equal to 0.7825.
model with liblinear solver and multi_class=ovr score on test set is equal to 0.75
test set: accuracy = 0.75, recall = 0.75, precision = 0.75

```

حال مدل **SGDClassifier** به در نظر گرفتن **loss**‌های موجود آموزش دیده شده است که نتایج آن در ادامه قابل مشاهده است. در ابتدا مدل روی داده‌های نرمال آموزش دیده است.



the SGDClassifier with different losses is calculated here

model with hinge loss function score is equal ot 0.765 on the train set

model with hinge loss function score is equal ot 0.72 on the test set

test set: accuracy = 0.72, recall = 0.72, precision = 0.72

model with log\_loss loss function score is equal ot 0.7025 on the train set

model with log\_loss loss function score is equal ot 0.665 on the test set

test set: accuracy = 0.665, recall = 0.665, precision = 0.665

model with perceptron loss function score is equal ot 0.69125 on the train set

model with perceptron loss function score is equal ot 0.655 on the test set

test set: accuracy = 0.655, recall = 0.655, precision = 0.655

model with squared\_error loss function score is equal ot 0.30375 on the train set

model with squared\_error loss function score is equal ot 0.295 on the test set

test set: accuracy = 0.295, recall = 0.295, precision = 0.295

همان‌طور که مشخص است بعضی از مدل‌ها عملکرد مناسبی از خود نشان نداده‌اند که در نتیجه از ادامه فرایند آموزش حذف خواهند شد. در ادامه فرایند را با `learning_rate='adaptive'` قرار داده شده است و نتایج آموزش آن قابل نسبت به نتایج گذشته بهتر است.

Models with better performance selected and remains and the learning\_rate is adaptive

model with hinge loss function score is equal ot 0.7675 on the train set

model with hinge loss function score is equal ot 0.705 on the test set

test set: accuracy = 0.705, recall = 0.705, precision = 0.705

model with log\_loss loss function score is equal ot 0.77 on the train set

model with log\_loss loss function score is equal ot 0.71 on the test set

test set: accuracy = 0.71, recall = 0.71, precision = 0.71

model with perceptron loss function score is equal ot 0.71375 on the train set

model with perceptron loss function score is equal ot 0.665 on the test set

test set: accuracy = 0.665, recall = 0.665, precision = 0.665

در ادامه مقدار اولیه `eta0` در بازه `0.0001` تا `50` انتخاب خواهد شد و نتایج بهترین آموزش در ادامه قابل رویت است.

The best eta0 is selected between 1e13 and 20

model with hinge loss function score is equal ot 0.7875 on the train set. eta0=28.947789473684214

model with hinge loss function score is equal ot 0.74 on the test set. eta0=28.947789473684214

test set: accuracy = 0.74, recall = 0.74, precision = 0.74

model with log\_loss loss function score is equal ot 0.7825 on the train set. eta0=2.6325263157894736

model with log\_loss loss function score is equal ot 0.745 on the test set. eta0=2.6325263157894736

test set: accuracy = 0.745, recall = 0.745, precision = 0.745

model with perceptron loss function score is equal ot 0.77125 on the train set. eta0=2.63252631578947

model with perceptron loss function score is equal ot 0.71 on the test set. eta0=2.6325263157894736

test set: accuracy = 0.71, recall = 0.71, precision = 0.71

نتایج به‌دست‌آمده نشان‌دهنده بهبود فرایند آموزش است. در ادامه دو مدل که بهترین عملکرد را دارند انتخاب شده و باقی آموزش‌ها بروی آنها

انجام خواهد گرفت. آموزش بعدی به منظور به دست آوردن بهترین مقدار `tol` است که حداقل میزان قابل قبول برای تابع هزینه را روی مجموعه داده آموزش مشخص می کند.

```
model with hinge loss function score is equal ot 0.7875 on the train set. tol=1e-06
model with hinge loss function score is equal ot 0.74 on the test set. tol=1e-06
test set: accuracy = 0.74, recall = 0.74, precision = 0.74

model with log_loss loss function score is equal ot 0.7825 on the train set. tol=1e-06
model with log_loss loss function score is equal ot 0.745 on the test set. tol=1e-06
test set: accuracy = 0.745, recall = 0.745, precision = 0.745
```

برای به دست آوردن بهترین مقدار `alpha` که میزان regularization را مشخص می کند مقادیر `alpha` را از  $10^{-6}$  تا  $10^{-2}$  جابجا می کنیم که نتیجه بهترین مقدار برای `alpha` در شکل زیر مشخص است.

```
The best value for alpha obtained between 1e-6 and 1e-2

model with hinge loss function score is equal ot 0.78625 on the train set. alpha=0.0010535263157894737
model with hinge loss function score is equal ot 0.74 on the test set. aplha=0.0010535263157894737
test set: accuracy = 0.74, recall = 0.74, precision = 0.74

model with log_loss loss function score is equal ot 0.7825 on the train set. alpha=1e-06
model with log_loss loss function score is equal ot 0.745 on the test set. aplha=1e-06
test set: accuracy = 0.745, recall = 0.745, precision = 0.745
```

در انتها بهترین نسبت مجموعه داده *validation* به ازای مقادیر `0.1` و `0.15` و `0.2` محاسبه شده است.

```
The best fraction ov train val is selected

model with hinge loss function score is equal ot 0.7875 on the train set. eta0=0.00105. validation_fraction=0.1
model with hinge loss function score is equal ot 0.74 on the test set. eta0=0.00105
test set: accuracy = 0.74, recall = 0.74, precision = 0.74

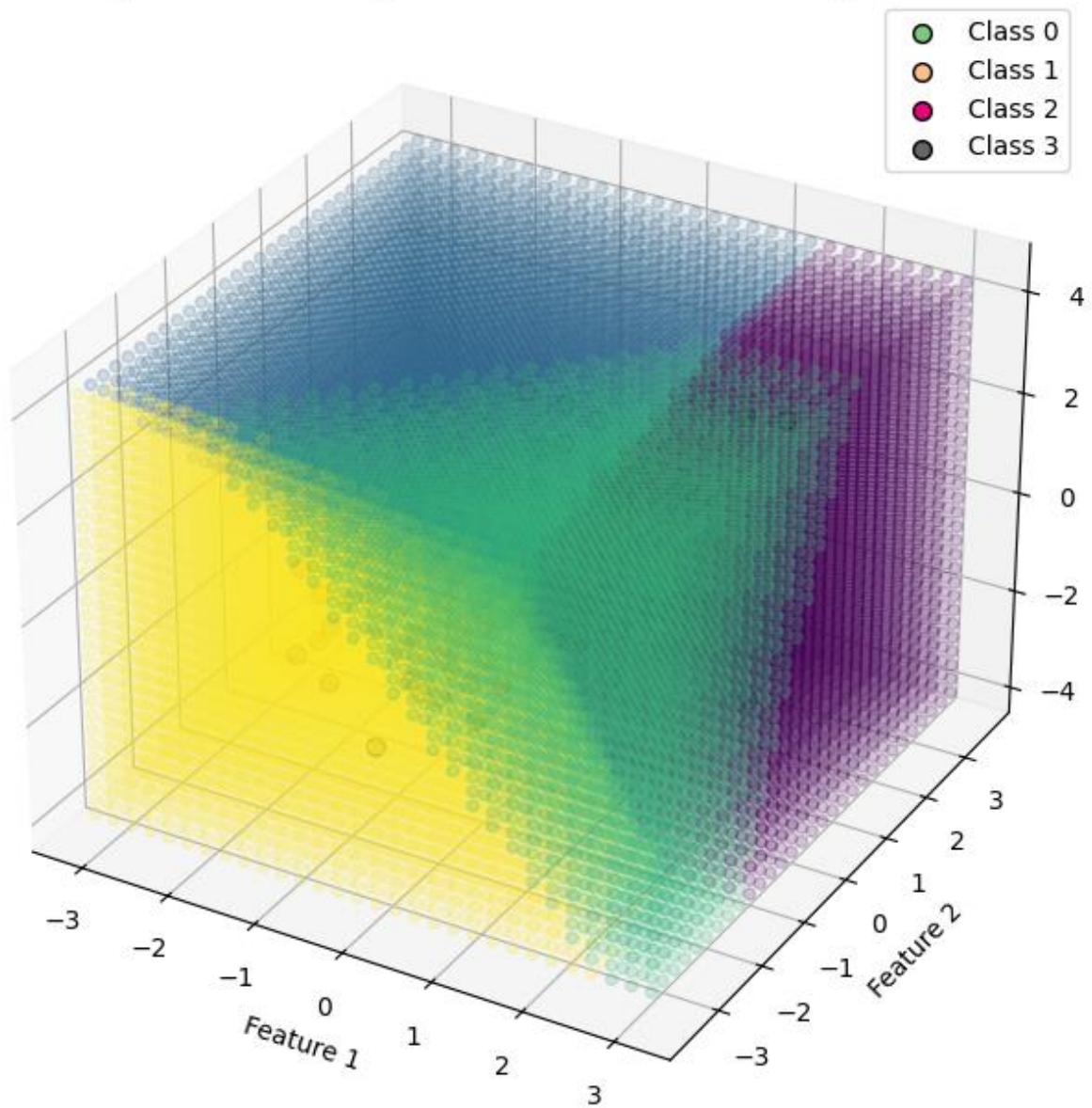
model with log_loss loss function score is equal ot 0.785 on the train set. eta0=1e-06. validation_fraction=0.1
model with log_loss loss function score is equal ot 0.745 on the test set. eta0=1e-06
test set: accuracy = 0.745, recall = 0.745, precision = 0.745
```

نکته مهم در مورد نتایج خروجی این است که در تصاویر فوق، مقادیر *precision* و *recall* به صورت *micro* محاسبه شده است که با مقدار *score* برابر است؛ اما در فایل *notebook* این مقادیر به صورت *macro* محاسبه شده است. در ادامه بهترین مدل بر اساس اطلاعات و *matric* های موجود روی مجموعه داده ارزیابی، مدلی است که به فرآپارامترهای زیر آموزش ببیند.

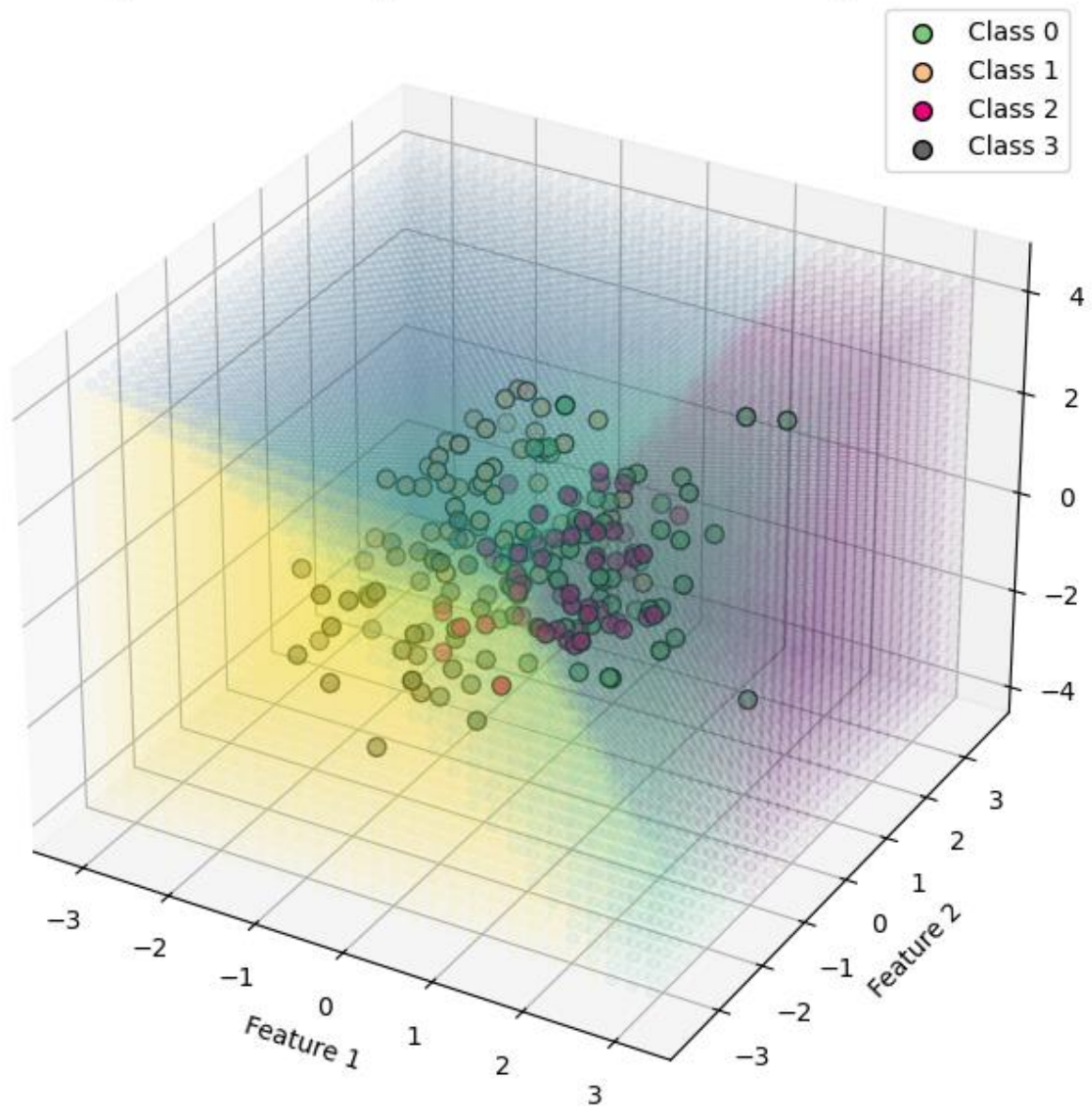
```
LogisticRegression(penalty="l2",
                    dual=True,
                    C=0.06,
                    solver="liblinear",
                    max_iter=1500,
                    multi_class="ovr",
                    tol=1e-6,
                    random_state=53)
```

۴. مرز و نواحی تصمیم‌گیری برآمده از مدل آموزش دیده خود را به همراه نمونه‌ها در یک نمودار نشان دهید. اگر می‌توانید نمونه‌هایی که اشتباه طبقه‌بندی شده‌اند را با شکل و رنگ متفاوت نمایش دهید. بدین منظور از ChatGPT کمک گرفته شده است. مرز تصمیم و نتایج پیش‌بینی‌های بهترین مدل روی مجموعه داده ارزیابی به شرح زیر است.

LogisticRegression , penalty=l2, dual=True, C=0.06, solver=liblinear,  
max\_iter=1500, multi\_class=ovr, tol=1e-6, random\_state=53



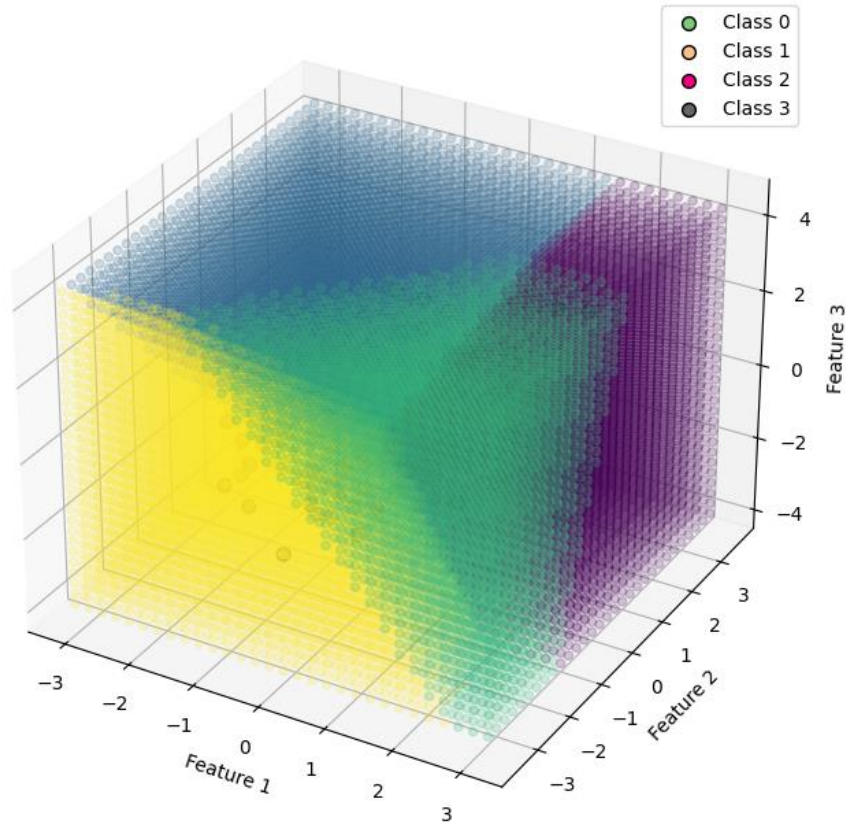
LogisticRegression , penalty=l2, dual=True, C=0.06, solver=liblinear,  
max\_iter=1500, multi\_class=ovr, tol=1e-6, random\_state=53



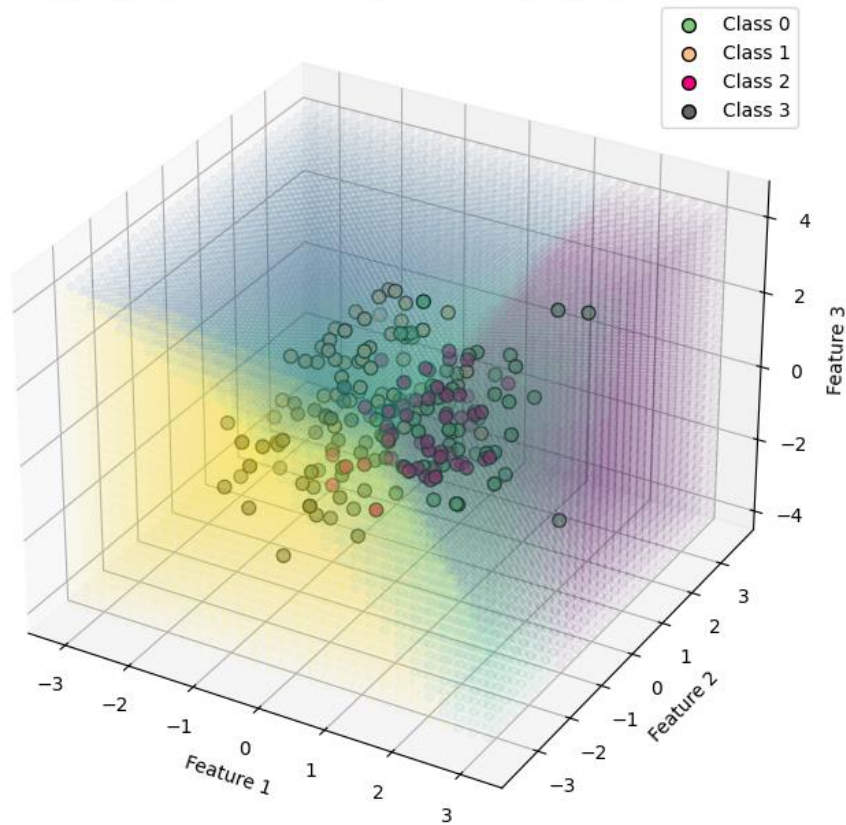
نمایش این نمودار به صورت interactive در داخل فایل Q1.1.ipynb قابل رویت است.



SGDClassifier, penalty=l2, loss='log\_loss', alpha=1e-6, max\_iter=4000, tol=1e-6, learning\_rate='adaptive', eta0=2.632526, early\_stopping=True, validation\_fraction=i, n\_iter\_no\_change=10, random\_state=53



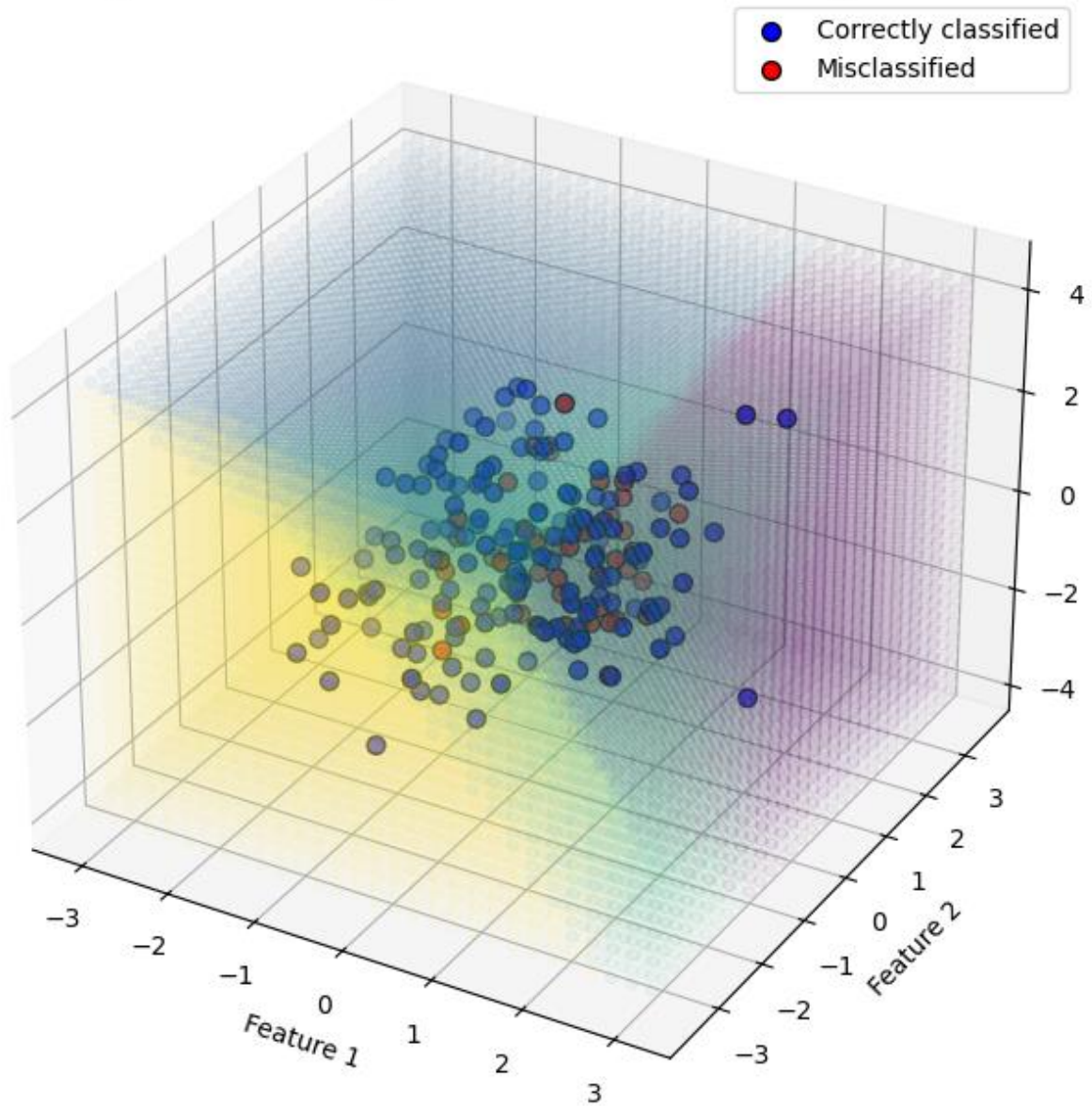
SGDClassifier, penalty=l2, loss='log\_loss', alpha=1e-6, max\_iter=4000, tol=1e-6, learning\_rate='adaptive', eta0=2.632526, early\_stopping=True, validation\_fraction=i, n\_iter\_no\_change=10, random\_state=53



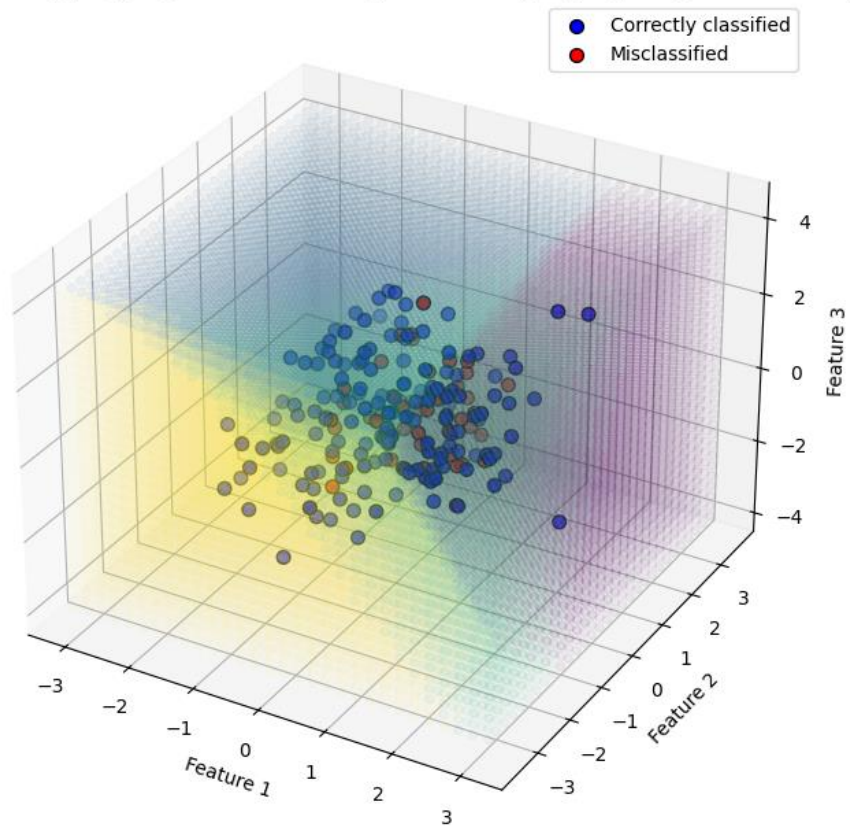
نمایش این نمودار به صورت interactive در داخل فایل Q1.1.ipynb قابل رویت است.

در ادامه نقاطی که درست پیش‌بینی شده اند را نسبت به نقاطی که اشتباه پیش‌بینی شده‌اند نمایش داده شده است.

LogisticRegression , penalty=l2, dual=True, C=0.06, solver=liblinear,  
max\_iter=1500, multi\_class=ovr, tol=1e-6, random\_state=53



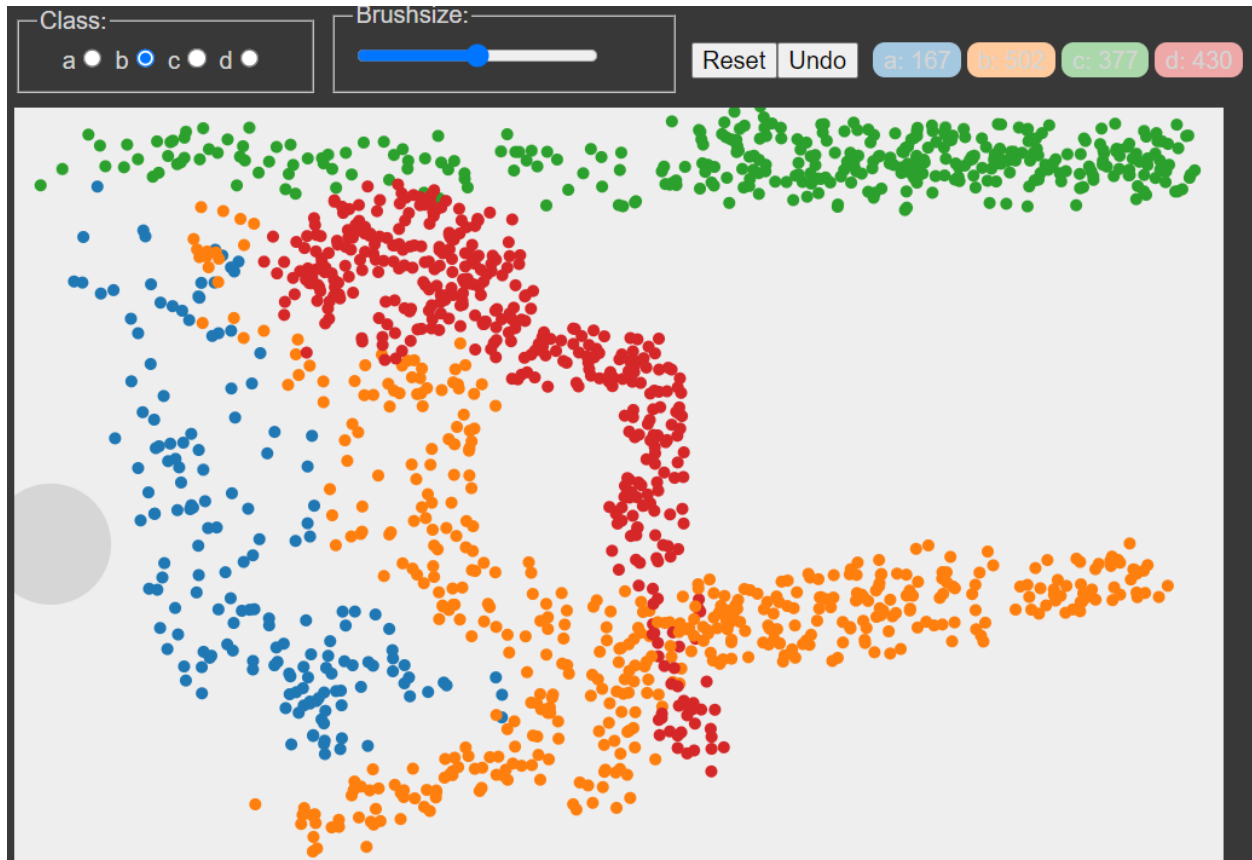
SGDClassifier, penalty=l2, loss='log\_loss', alpha=1e-6, max\_iter=4000, tol=1e-6, learning\_rate='adaptive', eta0=2.632526, early\_stopping=True, validation\_fraction=0.1, n\_iter\_no\_change=10, random\_state=53



۵. فرآیندی مشابه قسمت «۲» را با تعداد کلاس و ویژگی دلخواه؛ اما با استفاده از ابزار drawdata تکرار کنید .

قسمت های «۳» و «۴» را برای این داده های جدید تکرار و نتایج را به صورتی مناسب نشان دهید.

در ابتدا مجموعه داده را با استفاده از کتابخانه drawdata ایجاد می کنیم.



مجموعه داده فوق به منظور آموزش و ارزیابی ساختار یادگیری ماشین استفاده شده است. ۲۰ درصد از این مجموعه داده برای ارزیابی و ۸۰ درصد آن برای آموزش استفاده شده است.

تمام مراحل که در قسمت قبل توضیح داده شد را روی این مجموعه داده پیاده می کنیم که تصاویر نتایج بخش های گوناگون به ترتیب زیر می باشد.



```
These results are for training the LogisticRegression model before apply the normalization transform on the training and test set.  
model with sag solver and multi_class=multinomial score on train set is equal ot 0.5440677966101695  
model with sag solver and multi_class=multinomial score on test set is equal ot 0.5675675675675675  
test set: accuracy = 0.5675675675675675, recall = 0.4689517233821031, precision = 0.416779928723059
```

```
model with saga solver and multi_class=multinomial score on train set is equal ot 0.5432203389830509  
model with saga solver and multi_class=multinomial score on test set is equal ot 0.5675675675675675  
test set: accuracy = 0.5675675675675675, recall = 0.4689517233821031, precision = 0.41862960137325955
```

```
model with lbfgs solver and multi_class=multinomial score on train set is equal ot 0.8491525423728814  
model with lbfgs solver and multi_class=multinomial score on test set is equal ot 0.8581081081081081  
test set: accuracy = 0.8581081081081081, recall = 0.8493506493506493, precision = 0.8628756171970826
```

```
model with newton-cg solver and multi_class=multinomial score on train set is equal ot 0.8525423728813559  
model with newton-cg solver and multi_class=multinomial score on test set is equal ot 0.8581081081081081  
test set: accuracy = 0.8581081081081081, recall = 0.8493506493506493, precision = 0.8642871136922619
```

-----

```
/usr/local/lib/python3.10/dist-packages/sklearn/metrics/_classification.py:1344: UndefinedMetricWarning: Precision is ill-defined and being set to 0.0 in labels with no predicted samples. Use 'zero_division' parameter to control this behavior.  
  _warn_prf(average, modifier, msg_start, len(result))  
/usr/local/lib/python3.10/dist-packages/sklearn/metrics/_classification.py:1344: UndefinedMetricWarning: Precision is ill-defined and being set to 0.0 in labels with no predicted samples. Use 'zero_division' parameter to control this behavior.  
  _warn_prf(average, modifier, msg_start, len(result))  
/usr/local/lib/python3.10/dist-packages/sklearn/linear_model/_sag.py:350: ConvergenceWarning: The max_iter was reached which means the coef_ did not converge  
  warnings.warn(  
model with sag solver and multi_class=ovr score on train set is equal ot 0.5627118644067797  
model with sag solver and multi_class=ovr score on test set is equal ot 0.5709459459459459  
test set: accuracy = 0.5709459459459459, recall = 0.4686530768092495, precision = 0.39033817539092235  
  
model with saga solver and multi_class=ovr score on train set is equal ot 0.47627118644067795  
model with saga solver and multi_class=ovr score on test set is equal ot 0.5807567567567568  
test set: accuracy = 0.5807567567567568, recall = 0.4809425577835094, precision = 0.29273897058823534  
  
model with lbfgs solver and multi_class=ovr score on train set is equal ot 0.8161016949152542  
model with lbfgs solver and multi_class=ovr score on test set is equal ot 0.8344594594594594  
test set: accuracy = 0.8344594594594594, recall = 0.8071428571428572, precision = 0.8464960858097313  
  
model with liblinear solver and multi_class=ovr score on train set is equal ot 0.7703389830808475  
model with liblinear solver and multi_class=ovr score on test set is equal ot 0.7837837837837838  
test set: accuracy = 0.7837837837837838, recall = 0.7309993972272454, precision = 0.8293021749495691  
  
model with newton-cg solver and multi_class=ovr score on train set is equal ot 0.8161016949152542  
model with newton-cg solver and multi_class=ovr score on test set is equal ot 0.8344594594594594  
test set: accuracy = 0.8344594594594594, recall = 0.8071428571428572, precision = 0.8464960858097313  
  
model with newton-cholesky solver and multi_class=ovr score on train set is equal ot 0.8161016949152542  
model with newton-cholesky solver and multi_class=ovr score on test set is equal ot 0.8344594594594594  
test set: accuracy = 0.8344594594594594, recall = 0.8071428571428572, precision = 0.8464960858097313  
  
/usr/local/lib/python3.10/dist-packages/sklearn/metrics/_classification.py:1344: UndefinedMetricWarning: Precision is ill-defined and being set to 0.0 in labels with no predicted samples. Use 'zero_division' parameter to control this behavior.  
  _warn_prf(average, modifier, msg_start, len(result))  
/usr/local/lib/python3.10/dist-packages/sklearn/metrics/_classification.py:1344: UndefinedMetricWarning: Precision is ill-defined and being set to 0.0 in labels with no predicted samples. Use 'zero_division' parameter to control this behavior.  
  _warn_prf(average, modifier, msg_start, len(result))
```

همانطور که مشخص است پیش از اعمال normalization مدل‌ها همگرا نشده‌اند که این به معنی بهینه نبودن فرایند آموزش و عملکرد مدل‌ها است. در ادامه مدل روی داده‌های نرمال شده آموزش داده شده است.

```
model with sag solver and multi_class=ovr score on train set is equal to 0.7966101694915254  
model with sag solver and multi_class=ovr score on test set is equal to 0.8209459459459459  
test set: accuracy = 0.8209459459459459, recall = 0.7841772151898735, precision = 0.8564135806515042
```

```
model with saga solver and multi_class=ovr score on train set is equal to 0.7966101694915254  
model with saga solver and multi_class=ovr score on test set is equal to 0.8209459459459459  
test set: accuracy = 0.8209459459459459, recall = 0.7841772151898735, precision = 0.8564135806515042
```

```
model with lbfgs solver and multi_class=ovr score on train set is equal to 0.7966101694915254  
model with lbfgs solver and multi_class=ovr score on test set is equal to 0.8209459459459459  
test set: accuracy = 0.8209459459459459, recall = 0.7841772151898735, precision = 0.8564135806515042
```

```
model with liblinear solver and multi_class=ovr score on train set is equal to 0.7864406779661017  
model with liblinear solver and multi_class=ovr score on test set is equal to 0.8040540540540541  
test set: accuracy = 0.8040540540540541, recall = 0.7642939339141871, precision = 0.8415916819074714
```

```
model with newton-cg solver and multi_class=ovr score on train set is equal to 0.7966101694915254  
model with newton-cg solver and multi_class=ovr score on test set is equal to 0.8209459459459459  
test set: accuracy = 0.8209459459459459, recall = 0.7841772151898735, precision = 0.8564135806515042
```

```
model with newton-cholesky solver and multi_class=ovr score on train set is equal to 0.7966101694915254  
model with newton-cholesky solver and multi_class=ovr score on test set is equal to 0.8209459459459459  
test set: accuracy = 0.8209459459459459, recall = 0.7841772151898735, precision = 0.8564135806515042
```

These results are obtained from training LogisticRegression model with different solvers and different multi\_class arguments

```
model with sag solver and multi_class=multinomial score on train set is equal to 0.8432203389830508
model with sag solver and multi_class=multinomial score on test set is equal to 0.8547297297297297
test set: accuracy = 0.8547297297297297, recall = 0.8422077922077922, precision = 0.8599756579362824
```

```
model with saga solver and multi_class=multinomial score on train set is equal to 0.8432203389830508
model with saga solver and multi_class=multinomial score on test set is equal to 0.8547297297297297
test set: accuracy = 0.8547297297297297, recall = 0.8422077922077922, precision = 0.8599756579362824
```

```
model with lbfgs solver and multi_class=multinomial score on train set is equal to 0.8432203389830508
model with lbfgs solver and multi_class=multinomial score on test set is equal to 0.8547297297297297
test set: accuracy = 0.8547297297297297, recall = 0.8422077922077922, precision = 0.8599756579362824
```

```
model with newton-cg solver and multi_class=multinomial score on train set is equal to 0.8432203389830508
model with newton-cg solver and multi_class=multinomial score on test set is equal to 0.8547297297297297
test set: accuracy = 0.8547297297297297, recall = 0.8422077922077922, precision = 0.8599756579362824
```

-----

همانطور که مشخص است نتایج روی داده‌های نرمال بهتر است. حال به محاسبه فرایارامتر C می‌پردازیم.

These results indicate the beset value of C between 0.01 and 1.5

```
model with sag solver and multi_class=multinomial score on train set is equal to 0.8432203389830508. C=0.81
model with sag solver and multi_class=multinomial score on test set is equal to 0.8547297297297297
test set: accuracy = 0.8547297297297297, recall = 0.8422077922077922, precision = 0.8599756579362824
```

```
model with saga solver and multi_class=multinomial score on train set is equal to 0.8432203389830508. C=0.81
model with saga solver and multi_class=multinomial score on test set is equal to 0.8547297297297297
test set: accuracy = 0.8547297297297297, recall = 0.8422077922077922, precision = 0.8599756579362824
```

```
model with lbfgs solver and multi_class=multinomial score on train set is equal to 0.8432203389830508. C=0.8
model with lbfgs solver and multi_class=multinomial score on test set is equal to 0.8547297297297297
test set: accuracy = 0.8547297297297297, recall = 0.8422077922077922, precision = 0.8599756579362824
```

```
model with newton-cg solver and multi_class=multinomial score on train set is equal to 0.8432203389830508. C=0.8
model with newton-cg solver and multi_class=multinomial score on test set is equal to 0.8547297297297297
test set: accuracy = 0.8547297297297297, recall = 0.8422077922077922, precision = 0.8599756579362824
```

```
model with sag solver and multi_class=ovr score on train set is equal to 0.8008474576271186. C=1.33
model with sag solver and multi_class=ovr score on test set is equal to 0.8277027027027027
test set: accuracy = 0.8277027027027027, recall = 0.791289933694997, precision = 0.85384419803748
```

```
model with saga solver and multi_class=ovr score on train set is equal to 0.8008474576271186. C=1.34
model with saga solver and multi_class=ovr score on test set is equal to 0.8277027027027027
test set: accuracy = 0.8277027027027027, recall = 0.791289933694997, precision = 0.85384419803748
```

```
model with lbfgs solver and multi_class=ovr score on train set is equal to 0.8008474576271186. C=1.34
model with lbfgs solver and multi_class=ovr score on test set is equal to 0.8277027027027027
test set: accuracy = 0.8277027027027027, recall = 0.791289933694997, precision = 0.85384419803748
```

```
model with liblinear solver and multi_class=ovr score on train set is equal to 0.7932203389830509. C=1.48
model with liblinear solver and multi_class=ovr score on test set is equal to 0.8175675675675675
test set: accuracy = 0.8175675675675675, recall = 0.7770343580470163, precision = 0.8533271015376278
```

```
model with newton-cg solver and multi_class=ovr score on train set is equal to 0.8008474576271186. C=1.34
model with newton-cg solver and multi_class=ovr score on test set is equal to 0.8277027027027027
test set: accuracy = 0.8277027027027027, recall = 0.791289933694997, precision = 0.85384419803748
```

```
model with newton-cholesky solver and multi_class=ovr score on train set is equal to 0.8008474576271186. C=1.34
model with newton-cholesky solver and multi_class=ovr score on test set is equal to 0.8277027027027027
test set: accuracy = 0.8277027027027027, recall = 0.791289933694997, precision = 0.85384419803748
```

در گام بعدی دو مدل که عملکرد بهتری دارند را نگه می‌داریم و بهترین میزان tol را برایشان محاسبه می‌کنیم.

```
among different solvers and multi_class approaches the newton-cg solver with multinomial approach and liblinear solver with ovr selected and the process will be continued

model with newton solver and multi_class=multinomial score on train set is equal to 0.8432203389830508, tol=0.8
model with newton solver and multi_class=multinomial score on test set is equal to 0.8547297297297297
test set: accuracy = 0.8547297297297297, recall = 0.84220779222077922, precision = 0.8599756579362824

model with liblinear solver and multi_class=ovr score on train set is equal to 0.7932203389830509, tol=1e-06
model with liblinear solver and multi_class=ovr score on test set is equal to 0.8175675675675675
test set: accuracy = 0.8175675675675675, recall = 0.7770343580470163, precision = 0.8533271015376278
```

در انتها فرایامتر dual را برای liblinear فعال می‌کنیم و مدل را آموزش می‌دهیم.

```
The dual parameter is only applicable for liblinear solver thus the solver is liblinear and dual is true.
model with liblinear solver and multi_class=ovr score on train set is equal to 0.7932203389830509.
model with liblinear solver and multi_class=ovr score on test set is equal to 0.8175675675675675
test set: accuracy = 0.8175675675675675, recall = 0.7770343580470163, precision = 0.8533271015376278
```

بهترین مدل LogisticRegression در آخرین آموزش حاصل شده است. حال به سراغ مدل SGDClassifier می‌رویم.

```
the SGDClassifier with different losses is calculated here

model with hinge loss function score is equal ot 0.7728813559322034 on the train set
model with hinge loss function score is equal ot 0.7871621621621622 on the test set
test set: accuracy = 0.7871621621621622, recall = 0.7569264069264069, precision = 0.8609801224743754

model with log_loss loss function score is equal ot 0.8144067796610169 on the train set
model with log_loss loss function score is equal ot 0.8547297297297297 on the test set
test set: accuracy = 0.8547297297297297, recall = 0.8361471861471862, precision = 0.8676587538623066

model with perceptron loss function score is equal ot 0.6025423728813559 on the train set
model with perceptron loss function score is equal ot 0.6385135135135135 on the test set
test set: accuracy = 0.6385135135135135, recall = 0.6587402049427366, precision = 0.541935050993022

model with squared_error loss function score is equal ot 0.1669491525423729 on the train set
model with squared_error loss function score is equal ot 0.13513513513513514 on the test set
test set: accuracy = 0.13513513513513514, recall = 0.15714285714285714, precision = 0.06695557963163597
```

تصویر فوق نشان می‌دهد که این مدل به روی دیتای نرمال شده چگونه عمل می‌کند.

```
Models with better performance selected and remains and the learning_rate is adaptive

model with hinge loss function score is equal ot 0.6440677966101694 on the train set
model with hinge loss function score is equal ot 0.6680189189189189 on the test set
test set: accuracy = 0.6680189189189189, recall = 0.5541509123787805, precision = 0.49074790624086395

model with log_loss loss function score is equal ot 0.6720338983050848 on the train set
model with log_loss loss function score is equal ot 0.7162162162162162 on the test set
test set: accuracy = 0.7162162162162162, recall = 0.6004712586991868, precision = 0.5471872170776129

model with perceptron loss function score is equal ot 0.8181694915254237 on the train set
model with perceptron loss function score is equal ot 0.7972972972972973 on the test set
test set: accuracy = 0.7972972972972973, recall = 0.7673324673324673, precision = 0.8101792531291496

/usr/local/lib/python3.10/dist-packages/sklearn/metrics/_classification.py:1344: UndefinedMetricWarning: Precision is ill-defined and being set to 0.0 in labels with no predicted samples. Use 'zero_division' parameter to control this behavior.
  warn_prf(average, modifier, msg_start, len(result))
/usr/local/lib/python3.10/dist-packages/sklearn/metrics/_classification.py:1344: UndefinedMetricWarning: Precision is ill-defined and being set to 0.0 in labels with no predicted samples. Use 'zero_division' parameter to control this behavior.
  warn_prf(average, modifier, msg_start, len(result))
```

حال مقدار  $\epsilon_0$  بهینه را مشخص می‌کنیم. همان‌طور که مشخص است عملکرد بعضی مدل‌ها کاهش پیدا کرده؛ اما این به دلیل مقدار  $\epsilon_0$  اولیه است و با اصلاح آن نتیجه بهتر خواهد شد؛ بنابراین به سراغ بهینه‌سازی مقدار  $\epsilon_0$  می‌رویم.

```
The best eta0 is selected between 1e13 and 20
model with hinge loss function score is equal ot 0.8152542372881356 on the train set. eta0=5.264052631578948
model with hinge loss function score is equal ot 0.8344594594594594 on the test set. eta0=5.264052631578948
test set: accuracy = 0.8344594594594594, recall = 0.8218614718614718, precision = 0.8486149149097423

model with log_loss loss function score is equal ot 0.811864406779661 on the train set. eta0=34.210842105263154
model with log_loss loss function score is equal ot 0.8277027027027027 on the test set. eta0=34.210842105263154
test set: accuracy = 0.8277027027027027, recall = 0.8023809523809524, precision = 0.8396593728514632

model with perceptron loss function score is equal ot 0.8313559322033899 on the train set. eta0=13.158631578947368
model with perceptron loss function score is equal ot 0.8445945945945946 on the test set. eta0=13.158631578947368
test set: accuracy = 0.8445945945945946, recall = 0.8389610389610389, precision = 0.8472479332694387
```

با بهینه‌سازی مقدار  $\eta_0$  و بررسی عملکرد مدل‌ها به این نتیجه می‌رسیم که **adaptive learning rate** می‌تواند به بهبود نتایج کمک کند. حال دو مدلی که عملکرد بهتری دارند را انتخاب کرده و باقی آموزش‌ها را به روی آنها انجام می‌دهیم.

```
model with hinge loss function score is equal ot 0.8152542372881356 on the train set. tol=1e-06
model with hinge loss function score is equal ot 0.8344594594594594 on the test set. tol=1e-06
test set: accuracy = 0.8344594594594594, recall = 0.8218614718614718, precision = 0.8486149149097423

model with perceptron loss function score is equal ot 0.8144067796610169 on the train set. tol=1e-06
model with perceptron loss function score is equal ot 0.847972972972973 on the test set. tol=1e-06
test set: accuracy = 0.847972972972973, recall = 0.830952380952381, precision = 0.8562195119753627
```

در ادامه بهترین مقدار فرایامتر  $\alpha$  را حساب می‌کنیم.

```
The best value for alpha obtained between 1e-6 and 1e-2

model with hinge loss function score is equal ot 0.809322033898305 on the train set. alpha=1e-06
model with hinge loss function score is equal ot 0.831081081081081 on the test set. alpha=1e-06
test set: accuracy = 0.831081081081081, recall = 0.8108225108225109, precision = 0.8446446292052674

model with perceptron loss function score is equal ot 0.8440677966101695 on the train set. alpha=0.008947473684210526
model with perceptron loss function score is equal ot 0.8783783783783784 on the test set. alpha=0.008947473684210526
test set: accuracy = 0.8783783783783784, recall = 0.8523809523809525, precision = 0.897303029461069
```

همان‌طور که مشخص است عملکرد مدل **perceptreon** اختلاف زیادی با مدل‌ها دیگر دارد.

در انتها بهترین نسبت مجموعه داده صحت‌سنجی نسبت به آموزش را به دست می‌آوریم.

```
The best fraction ov train val is selected
model with hinge loss function score is equal ot 0.8110169491525424 on the train set. eta0=1e-06, validation_fraction=0.1
model with hinge loss function score is equal ot 0.8243243243243243 on the test set. eta0=1e-06
test set: accuracy = 0.8243243243243243, recall = 0.8043290043290043, precision = 0.8403431680267839

model with perceptron loss function score is equal ot 0.8440677966101695 on the train set. eta0=0.008947473684210526, validation_fraction=0.1
model with perceptron loss function score is equal ot 0.8783783783783784 on the test set. eta0=0.008947473684210526
test set: accuracy = 0.8783783783783784, recall = 0.8523809523809525, precision = 0.897303029461069
```

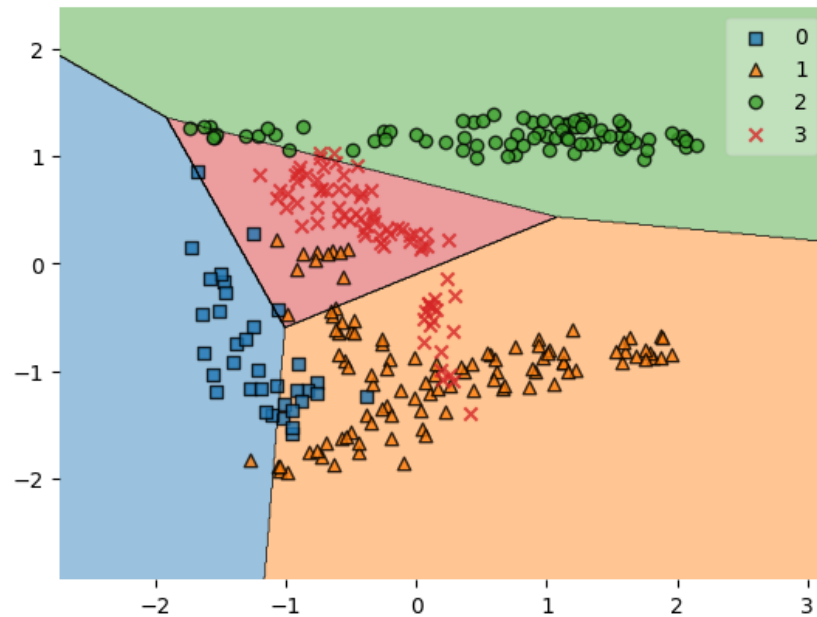
همان‌طور که از مقایسه قابل تشخیص است بهترین مدل **SGDClassifier** نسبت به بهترین مدل **LogisticRegression** عملکرد مطلوب‌تری دارد؛ بنابراین اگر یک مدل با مشخصات زیر آموزش ببیند می‌تواند بهترین نتیجه را در پیش‌بینی کلاس‌های این دیتاست داشته باشد.

```
SGDClassifier(penalty="l2",
              loss='perceptron',
              alpha=0.008947473684210526,
              max_iter=4000,
              tol=1e-6,
```

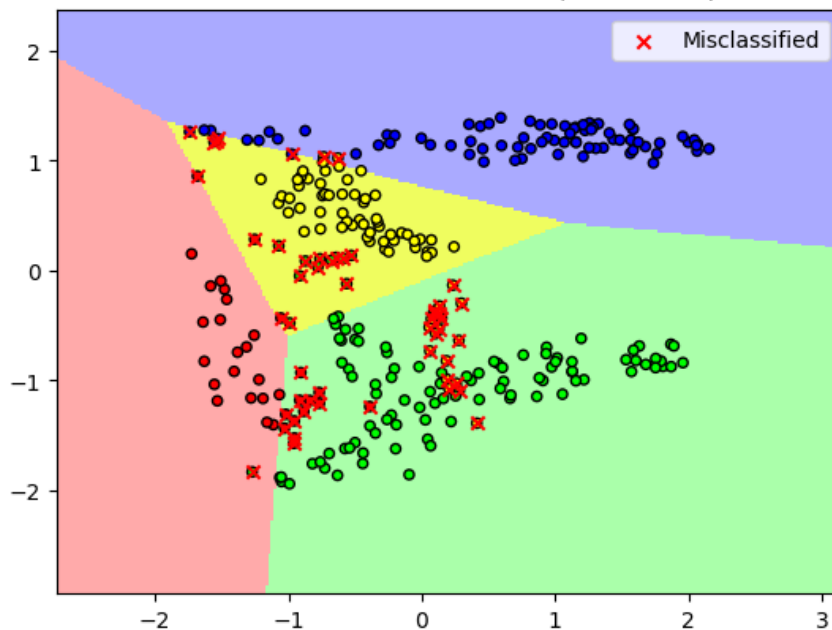
```
learning_rate='adaptive',  
eta0=13.15863157,  
early_stopping=True,  
validation_fraction=0.1,  
n_iter_no_change=10,  
random_state=53)
```

حال به رسم نمودارهای خواسته شده در صورت سؤال، برای مدل LogisticRegression می پردازیم.

```
LogisticRegression(C=1.48, max_iter=1500, multi_class='ovr', random_state=53,  
solver='liblinear', tol=1e-06)
```

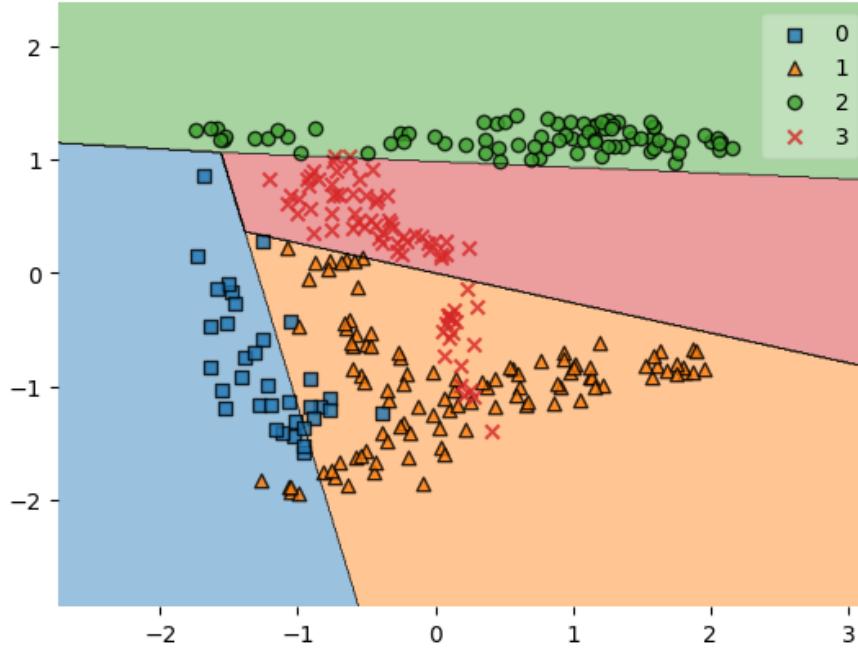


```
LogisticRegression(C=1.48, max_iter=1500, multi_class='ovr', random_state=53,  
solver='liblinear', tol=1e-06)
```

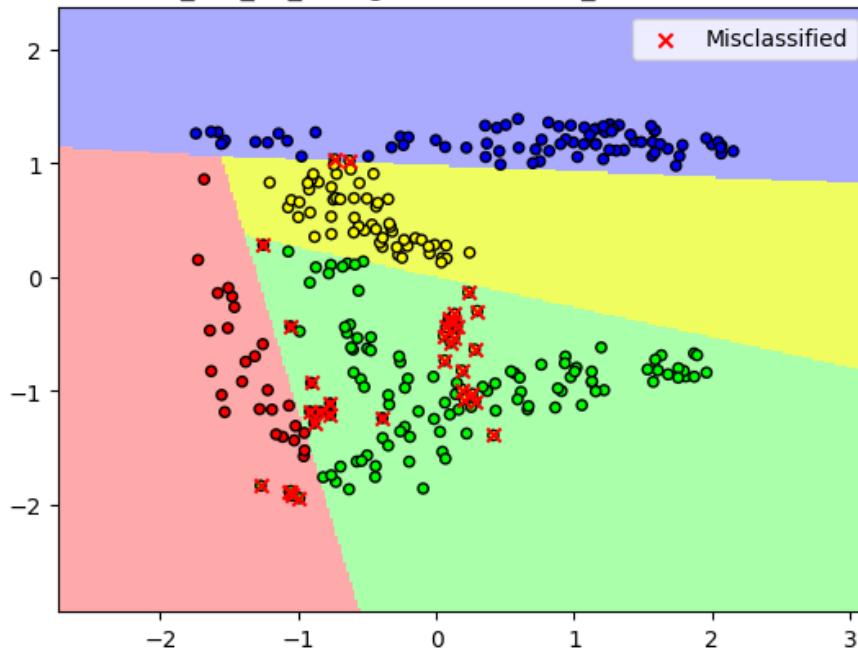


حال نتایج را برای مدل SGDClassifier بررسی می‌کنیم.

```
SGDClassifier(alpha=0.008947473684210526, early_stopping=True, eta0=13.15863157,  
              learning_rate='adaptive', loss='perceptron', max_iter=4000,  
              n_iter_no_change=10, random_state=53, tol=1e-06)
```



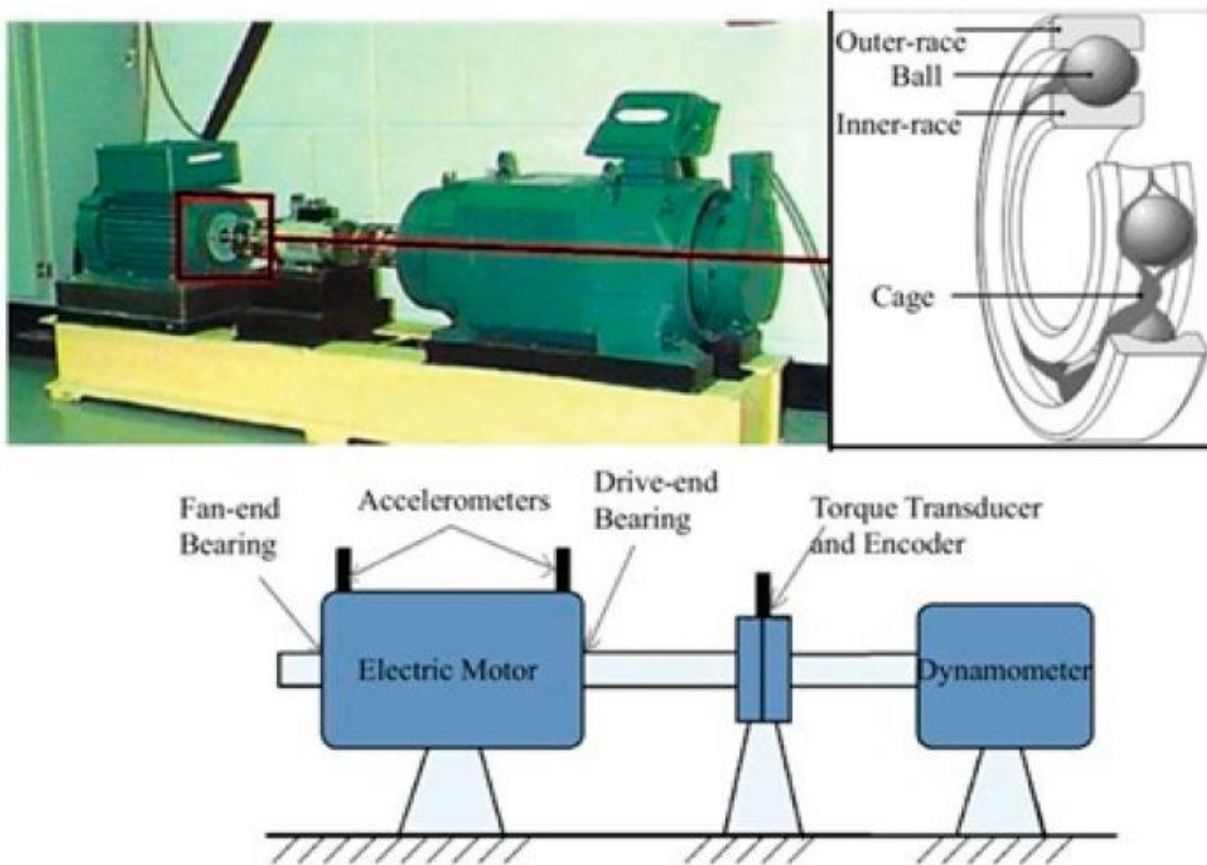
```
SGDClassifier(alpha=0.008947473684210526, early_stopping=True, eta0=13.15863157,  
              learning_rate='adaptive', loss='perceptron', max_iter=4000,  
              n_iter_no_change=10, random_state=53, tol=1e-06)
```



## سؤال ۲

۱. با مراجعه به صفحه دیتاست Bearing CWRU با یک دیتاست مربوط به حوزه «تشخیص عیب» آشنا شوید. با جستجوی آن در اینترنت و مقالات، توضیحاتی از اهداف، ویژگی ها و حالت های مختلف این دیتاست ارائه کنید. در ادامه، ابتدا به صفحه داده های سالم (X\_Normal) (۱) را دریافت کنید. سپس، به صفحه داده های عیب در حالت k12 مراجعه کرده و داده های کلاس عیب (X\_007IR) را دریافت کنید.

CWRU Bearing به عنوان یک مجموعه داده جامع و معیار (Benchmark) برای ارزیابی الگوریتم های یادگیری ماشین با وظیفه (Task) طبقه بندی (Classification) در زمینه تشخیص عیب شناخته می شود. این مجموعه داده به منظور تشخیص خرابی در Ball Bearing توسعه یافته است. این مجموعه داده به منظور توسعه و آزمایش الگوریتم های تشخیص خرابی مورد استفاده قرار می گیرد.<sup>i, ii</sup> با توجه به شکل زیر ابزار موجود در جمع آوری دیتای CWRU، شامل یک موتور دو اسب بخار، token converter, encoder, dynamometer, و دستگاه کنترل است که به منظور جمع آوری داده به یکدیگر متصل شده اند. یک بلبرینگ معمولی شامل یک مسیر داخلی، یک مسیر خارجی، توپ ها و یک قفس است که توپ ها را در جای خود نگه می دارد. بلبرینگ شفت موتور گشتاور را از طریق dynamometer و سیستم کنترل الکترونیکی به شافت منتقل می شود.<sup>iii</sup>



این مجموعه شامل سیگنال های لرزش ball bearing ها است. سنسورهای لرزش در فرایند جمع آوری دیتا در انتهای fan, drive و Basement قرار داده شده است. در ادامه به منظور ایجاد شرایط نزدیک به حالت واقع، عیوب به صورت مصنوعی در دستگاه ایجاد می شوند



تا توسط حسگرها مقدار لرزش دستگاه معیوب حین کار اندازه‌گیری شود. به صورت کلی با استفاده از داده‌های حسگرها می‌توان سه وضعیت عادی، عیب در drive و عیب در fan را مشخص کرد.<sup>iii</sup>

حسگرها با نرخ ۱۲۰۰۰ نمونه در ثانیه از سه محل متفاوت میزان لرزش را ثبت کرده‌اند این درحالی است که برای حسگری که در محل drive قرار دارد با نرخ ۴۸۰۰۰ نمونه در ثانیه نمونه‌برداری انجام شده است.<sup>a</sup>

## ۲. برای تشکیل دیتاست مراحل زیر را انجام دهید

۱. ز هر کلاس M نمونه با طول N جدا کنید (M حداقل ۱۰۰ و N حداقل ۲۰۰ باشد). (یک ماتریس از داده های هر دو کلاس به همراه برچسب مربوطه تشکیل دهید. می توانید پنجره ای به طول N در نظر بگیرید و در نهایت یک ماتریس  $N \times M$  از داده های هر کلاس استخراج کنید.

```
n_samples = 300
len_data = 200

normal_data_matrix = normal_data[:,-(normal_data.shape[0] % len_data)].reshape(-1, len_data)
fault_data_matrix = fault_data[:,-(fault_data.shape[0] % len_data)].reshape(-1, len_data)
print(normal_data_matrix.shape)
print(fault_data_matrix.shape)

normal_data_matrix = normal_data_matrix[:n_samples,:]
fault_data_matrix = fault_data_matrix[:n_samples,:]
print(normal_data_matrix.shape)
print(fault_data_matrix.shape)
```

```
(2419, 200)
(609, 200)
(300, 200)
(300, 200)
```

کد فوق به منظور حرکت یک پنجره با طول ۲۰۰ روی مجموعه داده می‌باشد. در نتیجه آن ماتریس داده‌های سالم شامل ۲۴۱۹ نمونه و ماتریس داده‌های ناسالم شامل ۶۰۹ نمونه است. در ادامه تعداد ۳۰۰ نمونه از هر کدام جدا شده تا در فرایند آموزش و ارزیابی استفاده شود.

## ۲. در مورد اهمیت استخراج ویژگی در یادگیری ماشین توضیحاتی بنویسید. سپس، با استفاده از حداقل ۸

عدد از روش های ذکر شده در جدول ۱، ویژگی های دیتاست قسمت «۲-آ» را استخراج کنید و یک

دیتاست جدید تشکیل دهید.

استخراج ویژگی در الگوریتم‌های یادگیری ماشین خصوصاً الگوریتم‌های قدیمی‌تر از مهم‌ترین قسمت‌ها است. روش‌های استخراج ویژگی مبتنی بر روش‌های گوناگون ریاضی هستند و متناسب با وظیفه ساختار یادگیری ماشین و نوع داده‌های ورودی باید از بین آنها بهترین‌ها را انتخاب کرد. به‌عنوان مثال تبدیل فوری یکی از انواع ویژگی است که می‌توان آن را از داده‌هایی که خاصیت فرکانسی دارند استخراج کرد و تنها هارمونیک‌هایی که شامل اطلاعات موردنیاز مسئله هست را بررسی کرد. گروهی دیگر از روش‌های استخراج ویژگی مقادیر نسبی را به‌عنوان خروجی خود نشان می‌دهند که با استفاده از این گروه از روش‌ها می‌توانیم حساسیت ساختار یادگیری ماشین را نسبت به تغییرات عملکرد حسگرها و یا تغییر دقت حسگرها کاهش دهیم که این مسئله باعث همگانی شدن ساختار می‌شود. از سوی دیگر گاهی اوقات ویژگی‌های مربوط به یک‌طبقه خاص در مسئله وابستگی به دامنه سیگنال‌های ورودی دارد که این مسئله با گروه دیگر از روش‌های استخراج ویژگی مانند RMS یا روش قله به دست می‌آیند. کاربرد دیگر روش‌های استخراج ویژگی در شرایطی است که ابعاد داده‌های ورودی زیاد است و امکان بررسی آنها به‌صورت مستقل وجود ندارد؛ بنابراین با روش‌های کاهش ابعاد مانند PCA مسئله را ساده‌تر می‌کنیم.



```

1 normal_features = pd.DataFrame(feature_extraction(normal_data_matrix))
2 fault_features = pd.DataFrame(feature_extraction(fault_data_matrix))
3 normal_features['Label'] = 0
4 fault_features['Label'] = 1
5
6 selected_features = ['Standard Deviation', 'Peak', 'Skewness', 'Kurtosis',
7                      'Crest Factor', 'Mean', 'Root Mean Square',
8                      'Impulse Factor', 'Square Mean Root', 'Shape Factor', 'Label']
9
10 main_df = pd.concat([normal_features, fault_features], ignore_index=True)
11 df = main_df[selected_features]
12 df.head()

```

	Standard Deviation	Peak	Skewness	Kurtosis	Crest Factor	Mean	Root Mean Square	Impulse Factor	Square Mean Root	Shape Factor	Label
0	0.058989	0.198810	-0.728862	0.640523	3.368817	-0.001747	0.059015	4.365452	0.059015	1.295841	0
1	0.066826	0.184416	-0.466580	-0.272507	2.727056	0.010360	0.067625	3.265005	0.067625	1.197264	0
2	0.072411	0.174820	-0.366553	-0.483823	2.404593	0.006504	0.072702	2.947953	0.072702	1.225968	0
3	0.070446	0.197559	-0.348124	-0.255664	2.725963	0.017020	0.072473	3.266700	0.072473	1.198366	0
4	0.053036	0.152706	-0.472174	0.251543	2.879044	-0.000669	0.053041	3.692401	0.053041	1.282509	0

در ادامه برچسب‌های هر کدام از کلاس‌ها را در ستونی جدید به اسم label ذخیره می‌کنیم و ویژگی‌های موجود در متغیر selected\_features را استخراج کرده یک مجموعه‌داده جدید را ایجاد می‌کنیم.

### ۳. اهمیت فرایند برزدن را مطرح کنید و مجموعه‌داده را به زیربخش آموزش و ارزیابی تقسیم کنید.

بر زدن در فرایند آموزش الگوریتم یادگیری ماشین باعث می‌شود که در گام نخست روش‌های مبتنی بر مشتق به‌صورت پایدارتر همگرا بشوند و احتمال وقوع یک batch با شرایطی خاص را کاهش می‌دهد. از سوی دیگر بر زدن باعث می‌شود که الگوریتم با احتمال بیشتری از نقاط بهینه محلی عبور کند و به سمت نقطه بهینه جهانی حرکت کند. با استفاده از دستور زیر عملیات بر زدن مجموعه‌داده رخ خواهد داد.

```
df_shuffled = df.sample(frac=1).reset_index(drop=True)
```

در ادامه با استفاده از دستور زیر مجموعه‌داده با نسبت ۰.۸ به ۰.۲ به زیرمجموعه‌های آموزش و ارزیابی تقسیم می‌شود این درحالی است که اب تنظیم پارامتر stratify از هر کلاس به تعداد مساوی انتخاب می‌کنیم تا با مشکل عدم تعادل روبرو نشویم.

```
X_train_raw, X_test_raw, y_train, y_test = train_test_split(X, y,
test_size=0.20, stratify=y, random state=53)
```

### ۴. حداقل دو روش برای نرمال سازی داده ها را با ذکر اهمیت این فرآیند توضیح دهید و با استفاده از یکی از

این روش ها، داده ها را نرمال کنید. آیا از اطلاعات بخش «ارزیابی» در فرآیند نرمال سازی استفاده کردید؟

چرا؟

در ابتدا باید توضیح دهیم که فرایند نرمالیزه کردن در کدام ابعاد ماتریس داده انجام می‌شود. اگر تبدیل ریاضی در جهت بردار نمونه انجام شود به آن batch normalization می‌گویند و اگر در جهت بردار ویژگی استفاده شود به آن layer normalization می‌گویند.

روش اول نرمال کردن داده با استفاده از نرم دوم بردار داده است. در این روش با استفاده از فرمول زیر تمام مقادیر مربوط به یک ویژگی خاص که در بردار آن ویژگی قرار دارد نرمال می‌شود. این روش از نرمال کردن باعث می‌شود که علاوه بر حفظ جهت بردار داده، نسبت اهمیت هر درایه نسبت به باقی درایه‌ها ثابت بماند. این روش معمولاً به صورت batch normalization استفاده می‌شود.

$$x_{norm,i} = \frac{x_i}{\sqrt{\sum x_j^2}} = \frac{x_i}{||X||}$$

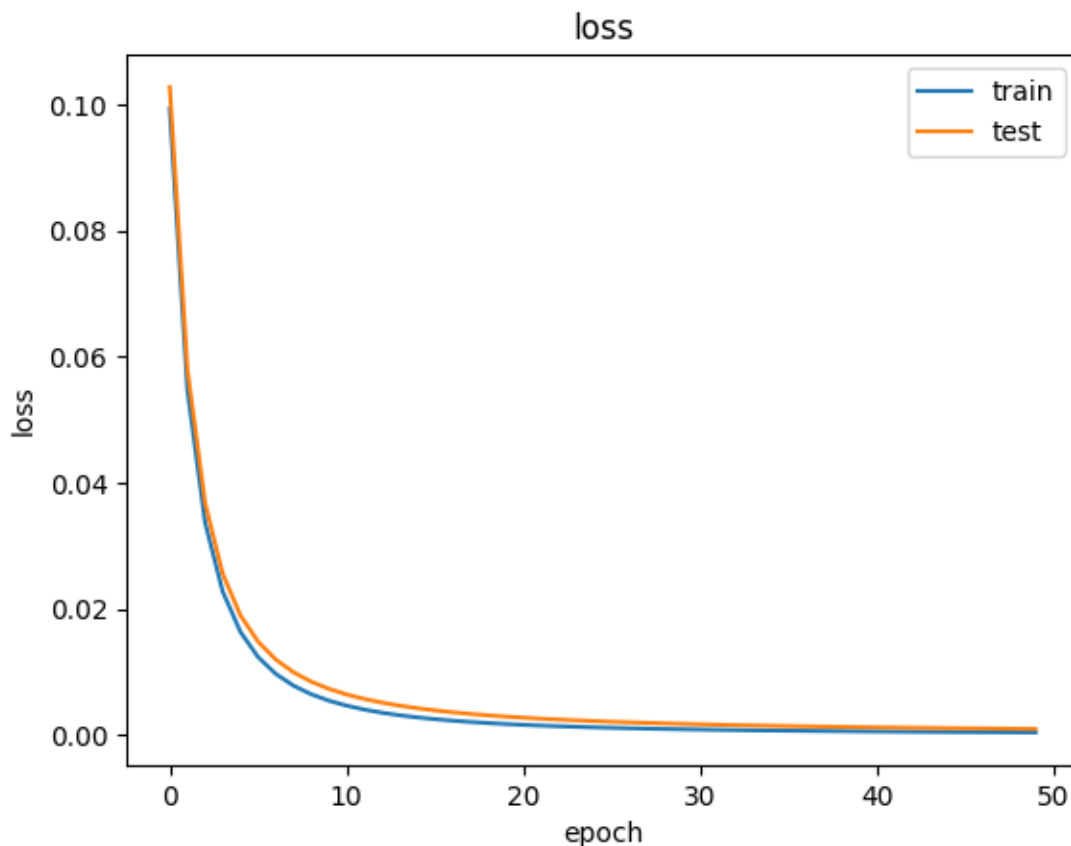
روش دوم نرمال کردن بر اساس حداکثر و حداقل مقدار است که این روش مقادیر را بین ۰ و ۱ تصویر می‌کند و در بسیاری از ساختارهای یادگیری ماشین خصوصا در پردازش تصاویر استفاده می‌شود. فرمول این روش به شکل زیر است.

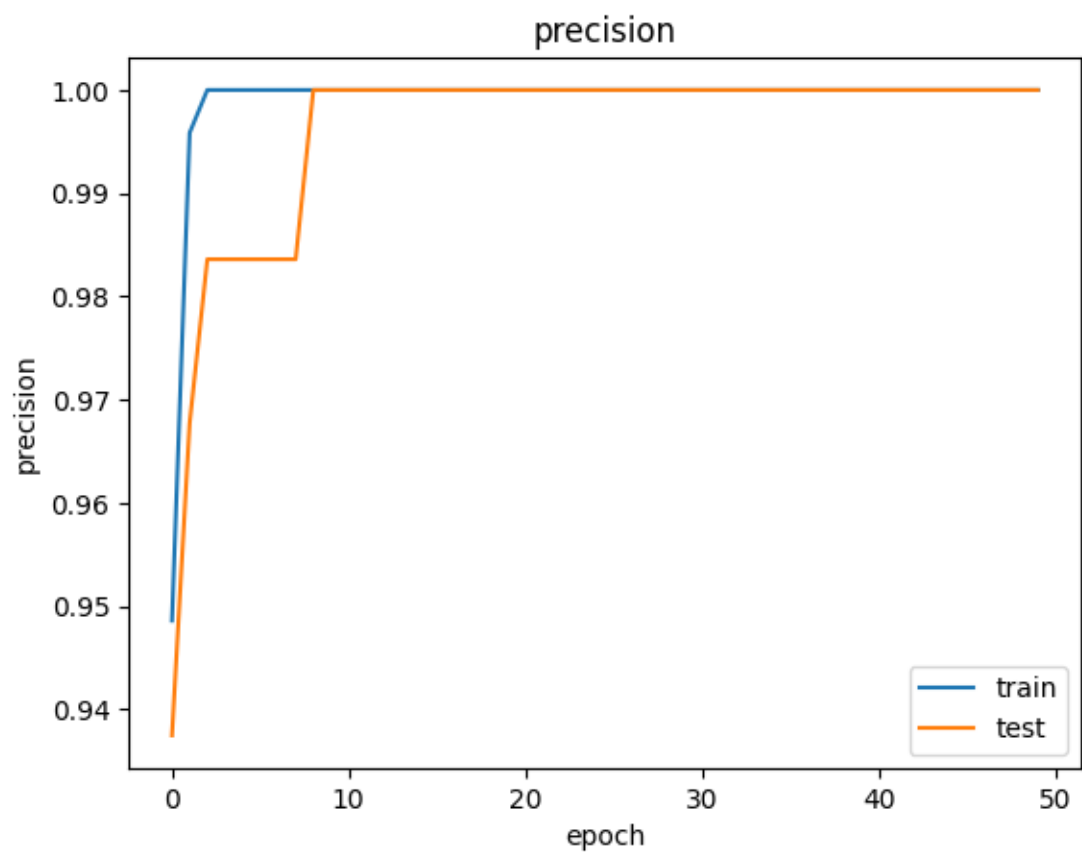
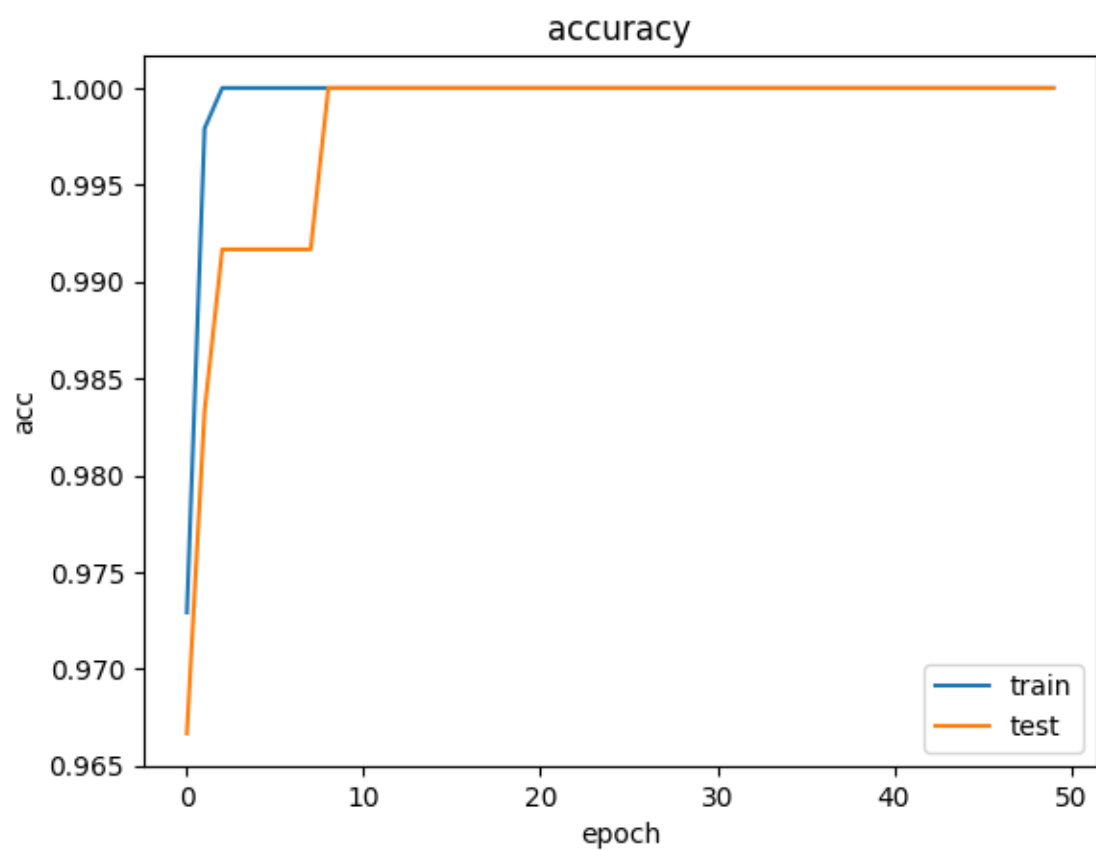
$$x_{norm,i} = \frac{x_i - \min(x)}{\max(X) - \min(X)}$$

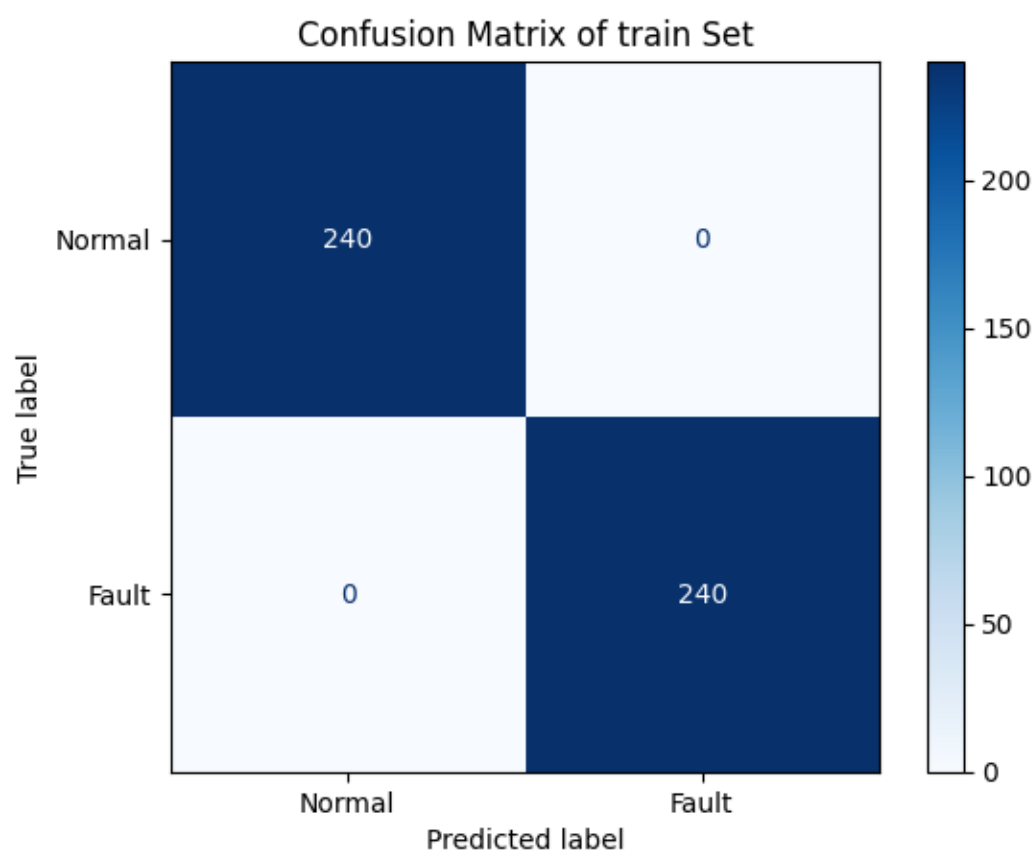
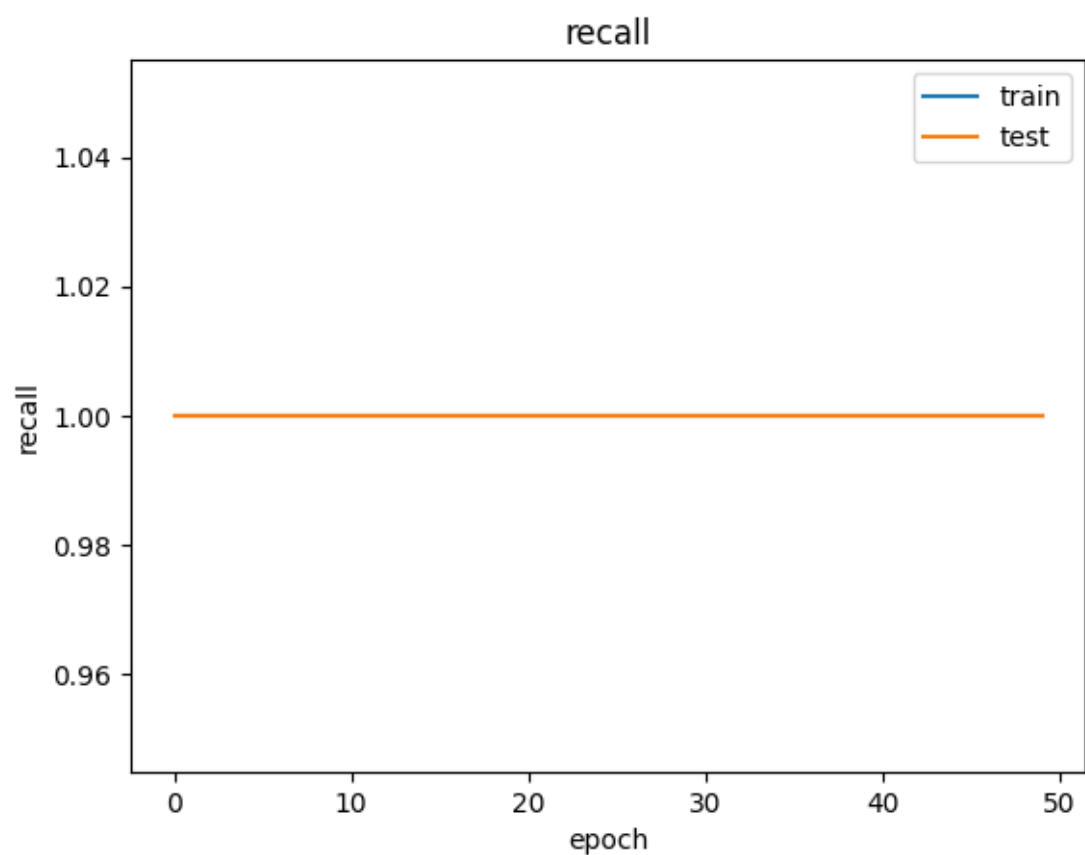
در این بخش از روش نرمال کردن حداکثر و حداقل استفاده شده است و محدوده داده‌ها به عددی بین ۰ و ۱ تصویر شده. نکته حائز اهمیت این است که از اطلاعات مجموعه داده ارزیابی در بدست آوردن مقادیر حداقل و حداکثر استفاده نشده است چون در شرایطی عملی داده‌های ارزیابی توسط ساختار یادگیری ماشین دیده نشده و ما از مقادیر آن اطلاعی نداریم بنابراین باید عملیات نرمال سازی را بر اساس داده‌های آموزش انجام دهیم و در ادامه هنگام ارزیابی مدل با استفاده از مقادیر بدست آمده از مجموعه داده آموزش، مجموعه داده ارزیابی را نرمال کنیم.

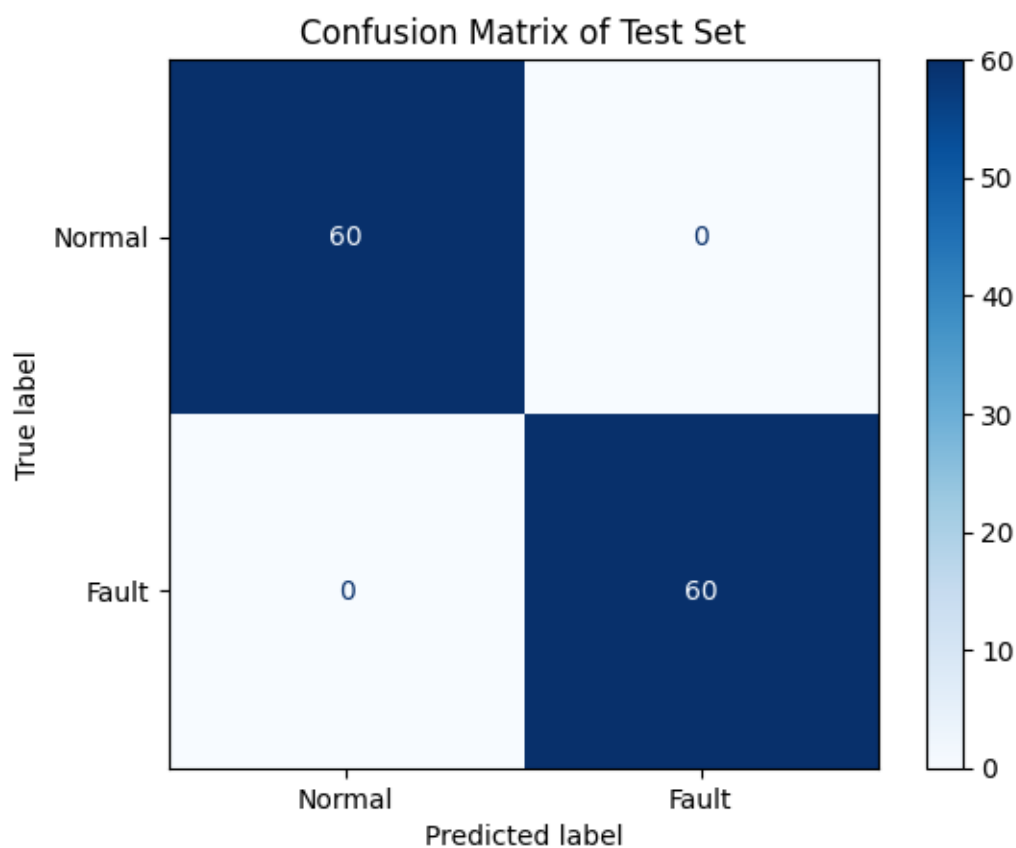
۳. بدون استفاده از کتابخانه‌های آماده پایتون، مدل طبقه بند، تابع اتلاف و الگوریتم یادگیری و ارزیابی را کدنویسی کنید تا دو کلاس موجود در دیتاست به خوبی از یکدیگر تفکیک شوند. نمودار تابع اتلاف را رسم کنید و نتیجه ارزیابی روی داده های تست را با حداقل ۲ شاخصه محاسبه کنید. نمودار تابع اتلاف را تحلیل کنید. آیا می توان از روی نمودار تابع اتلاف و قبل از مرحله ارزیابی با قطعیت در مورد عمل کرد مدل نظر داد؟ چرا و اگر نمی توان، راه حل چیست؟

مدل یادگیری خطی Perceptron به منظور پیاده سازی انتخاب شد و با کمک ChatGPT کد آن نوشته شده است. این مدل با نرخ یادگیری ۰.۰۱، تابع هزینه MSE و کاهش نرخ یادگیری به ازای هر ۱۰ epoch بدون بهبود در هزینه تابع ارزیابی آموزش دیده است. نمودارهای مربوط به این آموزش و ارزیابی های آن به شکل زیر است.

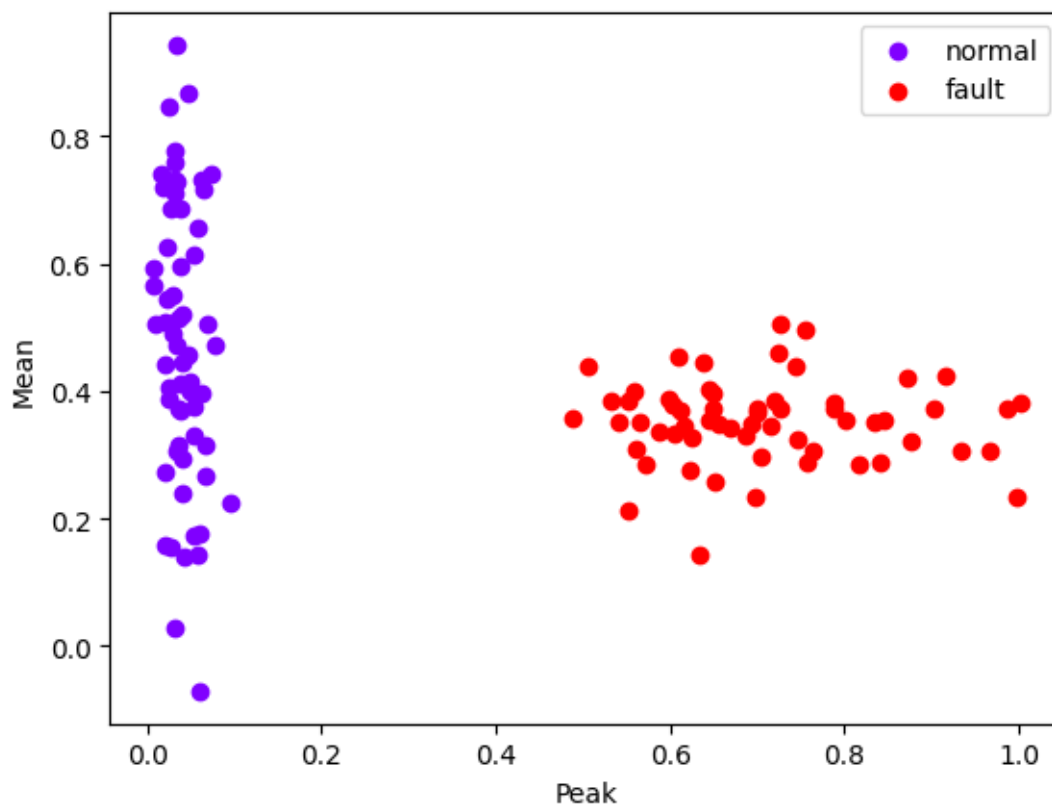








همان‌طور که مشخص است نمودار تابع هزینه هم برای مجموعه داده آموزش و هم ارزیابی به صورت نزولی عمل کرده و تا نزدیکی مقدار صفر رفته است نکته حائز اهمیت در این نمودار، کم بودن مقدار تابع هزینه در همان epoch اول است که نشان می‌دهد این مجموعه داده از تفکیک پذیری خوبی برخوردار است.



نمودار فوق مربوط به ترسیم ویژگی میانگین به ویژگی حداکثر مقدار داخل پنجره برای مجموعه داده ارزیابی است و همان طور که مشخص است این مجموعه داده به صورت ذاتی از تفکیک پذیری مناسبی برخوردار است و نتایج به دست آمده از آموزش کاملاً درست هستند. تنها ابهام موجود مربوط به نمودار **recall** است که از ابتدا ۱ می باشد. دلیل رخ دادن این مسئله این است که مقدار این **metric** در انتهای **epoch** اول و بعد از بروزرسانی وزن های مدل محاسبه شده است بنابراین چون تفکیک پذیری مجموعه داده بالا است و مدل به راحتی در **epoch** اول به نتیجه مطلوب رسیده این معیار از همان ابتدا ۱ است.

برای اظهار نظر در مورد عملکرد مدل به روی مجموعه داده ارزیابی با استفاده از نمودار تابع هزینه مجموعه داده آموزش، می توان گفت که با کاهش سریع تابع هزینه در ابتدا، بهبود عملکرد مدل روی مجموعه داده ارزیابی که مبدائی یکسان با مجموعه داده آموزش دارد، انتظار می رود؛ اما به صورت دقیق نمی توان این مسئله را مشخص کرد و حتی ممکن است در شرایط خاص برای مجموعه داده ارزیابی نتیجه گیری اشتباه باشد. برای رفع این مشکل می توان یک قسمت از مجموعه داده آموزش را به عنوان مجموعه داده صحت سنجی انتخاب کرد و با بررسی آن روی عملکرد مدل روی مجموعه داده ارزیابی نظر داد.

۴. فرآیند آموزش و ارزیابی را با استفاده از یک طبقه بند خطی آماده پایتون (`model_linear.sklearn`) انجام داده و نتایج را مقایسه کنید. در حالت استفاده از دستورات آماده سایکیت لرن، آیا راهی برای نمایش نمودار تابع اتلاف وجود دارد؟ پیاده سازی کنید

```
1 from sklearn.linear_model import SGDClassifier
2 from sklearn.datasets import make_classification
3 from sklearn.model_selection import train_test_split
4 from sklearn.metrics import accuracy_score
5
6 perceptron = SGDClassifier(loss='perceptron', learning_rate='adaptive', eta0=0.01, random_state=53)
7
8 # Train the model
9 perceptron.fit(X_train, y_train)
10
11 # Make predictions
12 y_pred = perceptron.predict(X_test)
13
14 # Calculate and print the accuracy
15 accuracy = accuracy_score(y_test, y_pred)
16 print(f'Accuracy: {accuracy}')
17
```

Accuracy: 1.0

با استفاده از کد فوق و کتابخانه **sklearn**، مدل **perceptron** آموزش دیده است که همانند نتایج قبلی به دقت ۱ رسیده است. برای ثبت نتایج هر **epoch** نیاز است تا از متد **partial\_fit** استفاده کنیم. این متد با هربار فراخوانی یک **epoch** مدل را آموزش می دهد و می توان بعد از آموزش مقادیر هزینه را ثبت نمود.

```

# Training loop
for epoch in range(n_epochs):
    # Update the model with the current training data
    model.partial_fit(X_train, y_train, classes=np.unique(y_train))

    # Make predictions
    y_pred_train = model.predict(X_train)

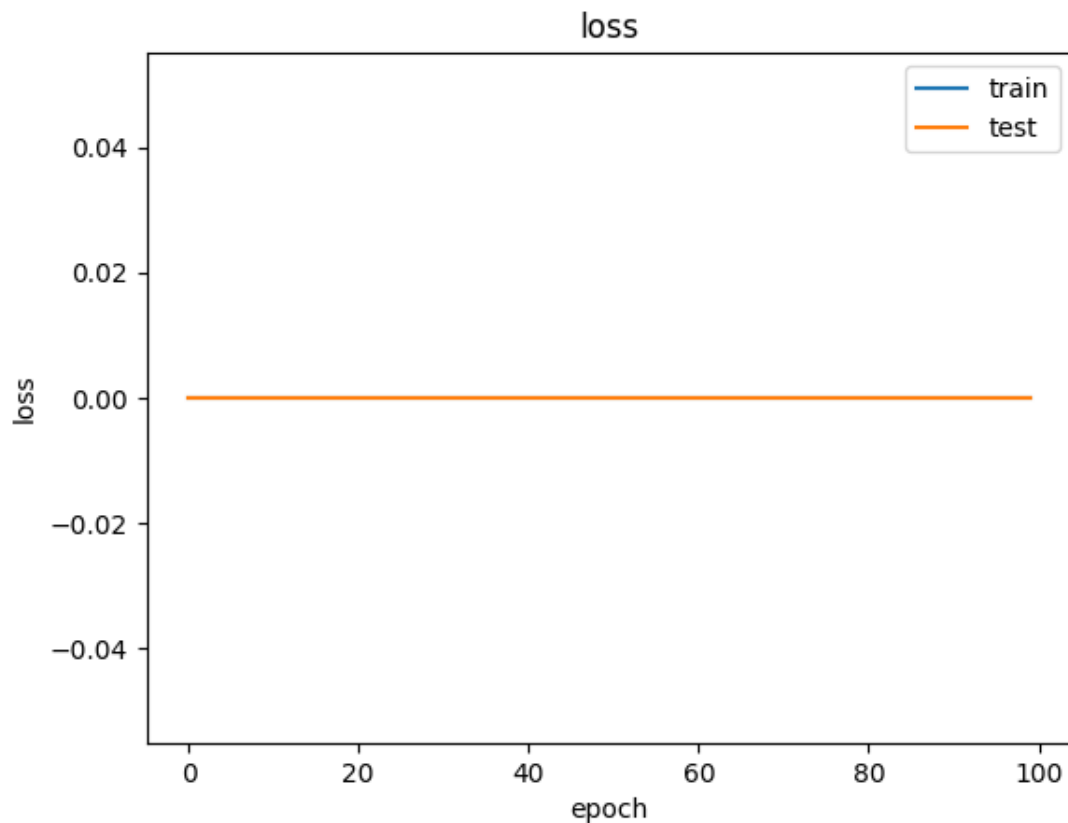
    # Calculate accuracy, recall, and precision
    accuracy = accuracy_score(y_train, y_pred_train)
    recall = recall_score(y_train, y_pred_train, average='macro')
    precision = precision_score(y_train, y_pred_train, average='macro')

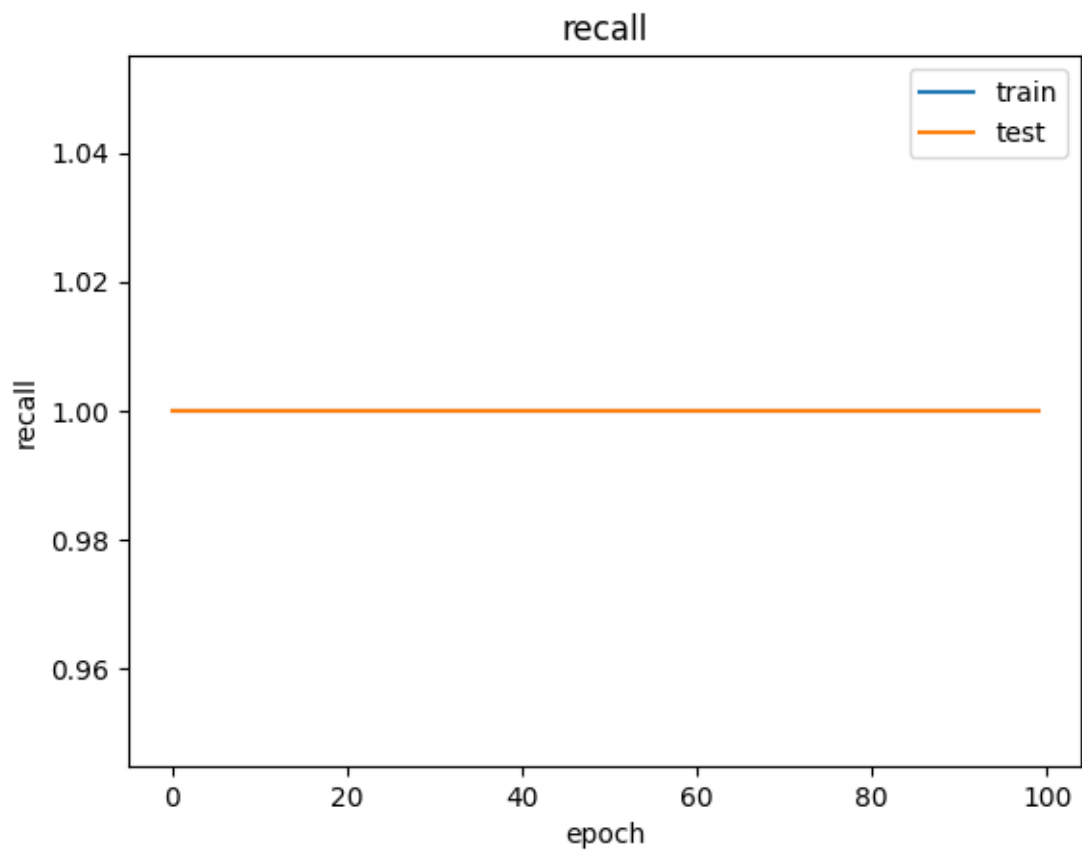
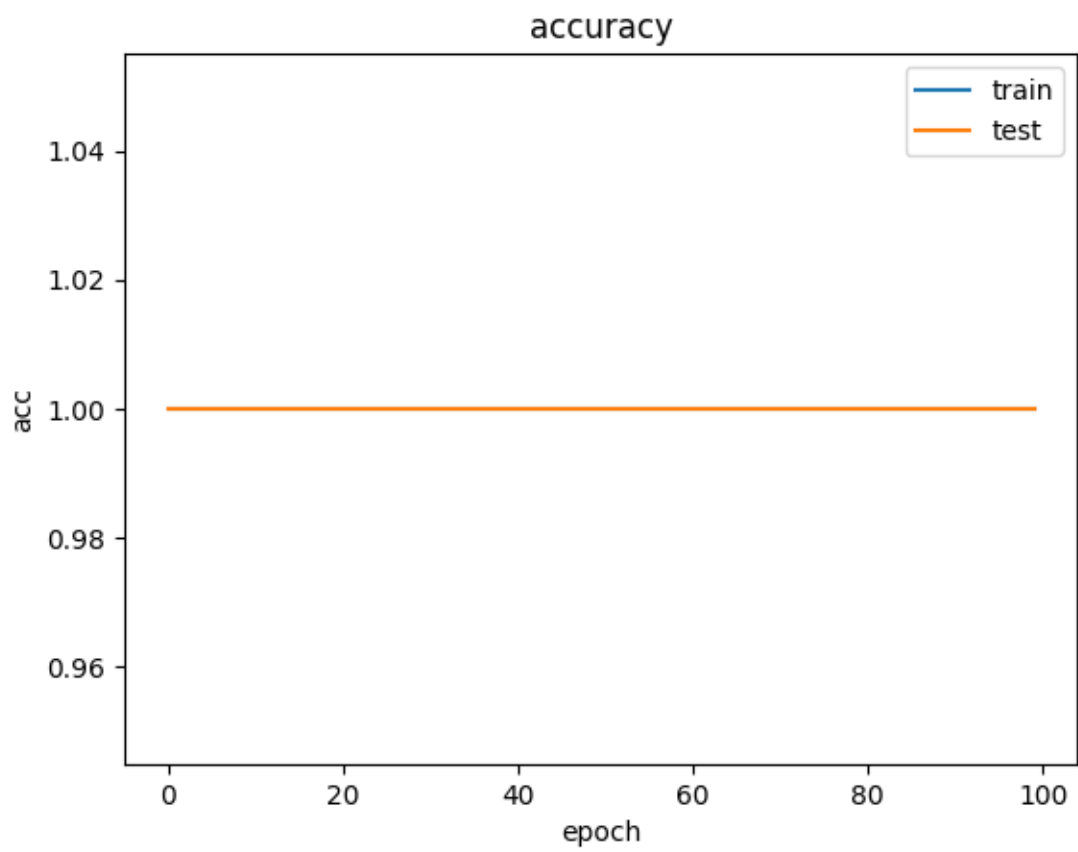
    # Calculate hinge loss
    # The decision function gives the distance of the samples to the hyperplane
    decision_scores = perceptron.decision_function(X_train)
    loss = ((y_pred_prob_train - np.array(y_train))**2).mean()

    # Save the metrics
    acc_list.append(accuracy)
    recall_list.append(recall)
    precision_list.append(precision)
    loss_list.append(loss)

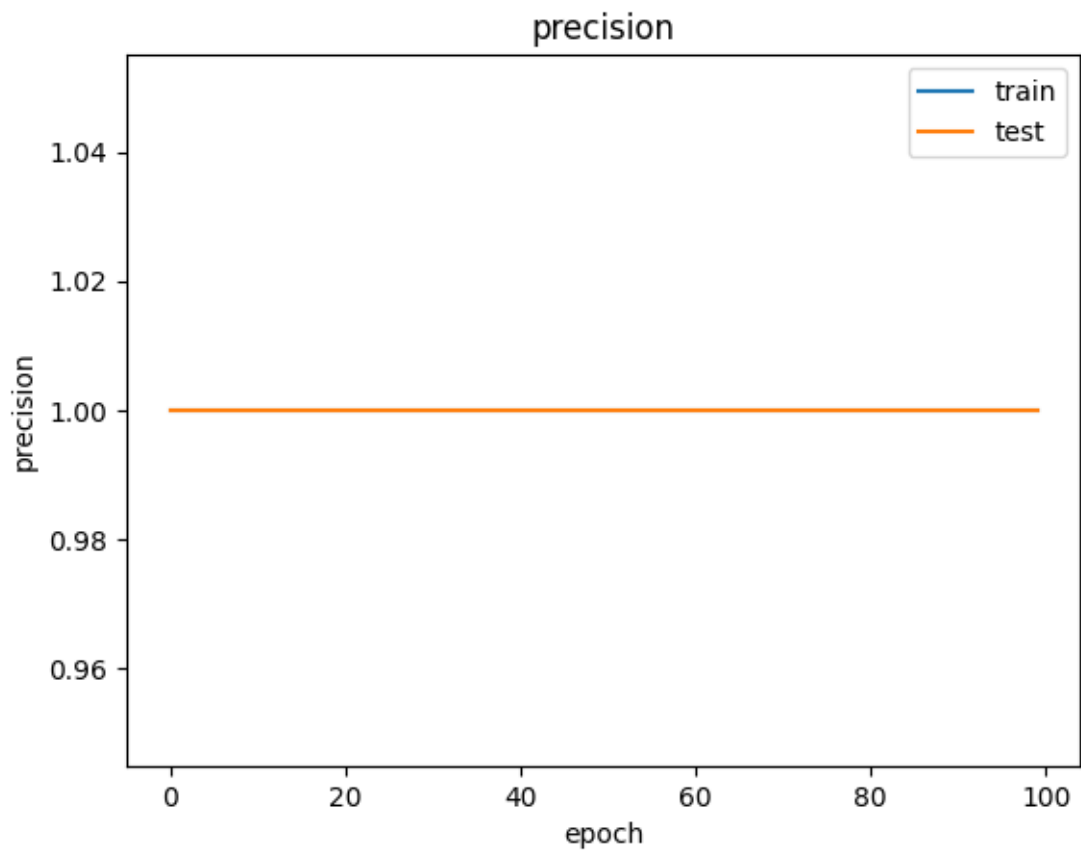
```

کد فوق نمایش روش استفاده از `partial_fit` را نشان می‌دهد که در ادامه نتایج ذخیره شده در این روش، نشان داده شده است. در ادامه نمودارهای مربوط به این آموزش نمایش داده شده است.







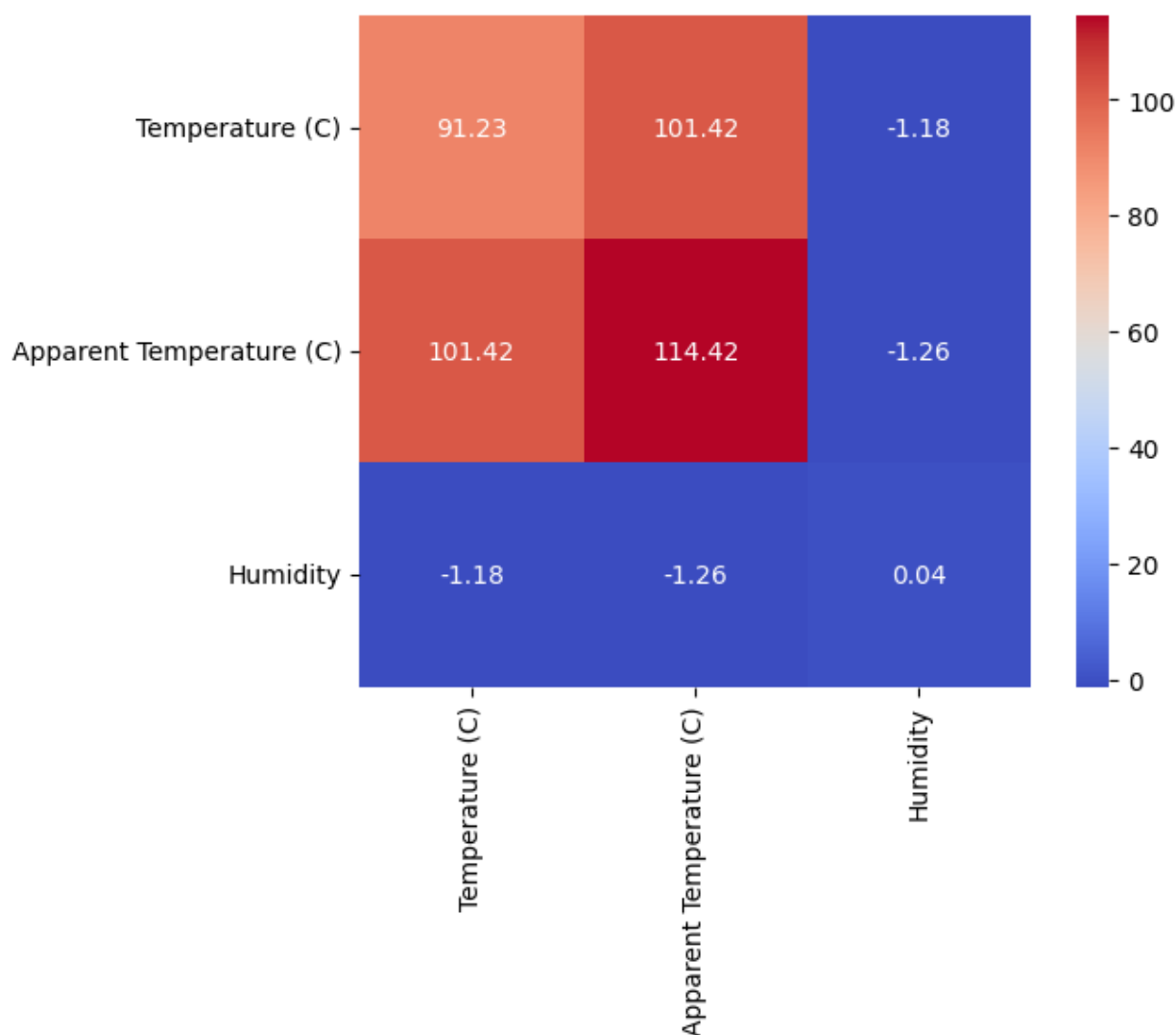


همانطور که مشخص است از اولین epoch نتیجه تابع هزینه این آموزش هم برای مجموعه داده آموزش و هم برای ارزیابی به به صفر رسیده و تمام معیارها به مقدار ۱ رسیده اند علت تفاوت این نمودار با آموزش قبلی این است که الگوریتم های کتابخانه sklearn بهینه هستند و در همان epoch اول به بهترین میزان خود رسیده است.

### سوال ۳

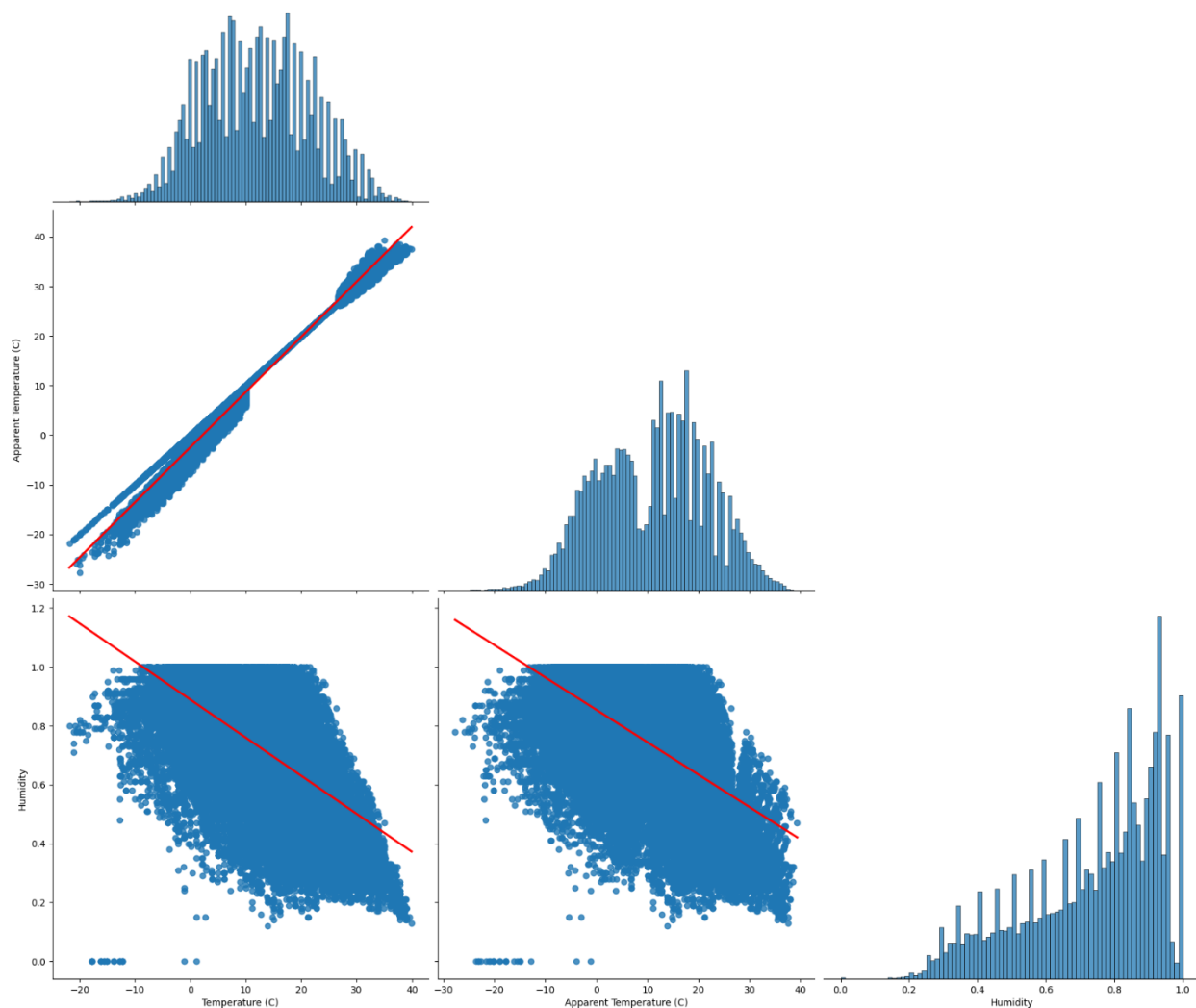
یک دیتاست در زمینه آب و هوا با نام Szeged in Weather ۲۰۱۶-۲۰۰۶ را در نظر بگیرید. در این دیتاست هدف آن است که ارتباط بین Humidity با Temperature و هم چنین ارتباط بین Humidity و Temperature Apparent پیدا شده و با کمک داده های Humidity و Temperature تخمین انجام شود.

۱. ابتدا هیت مپ ماتریس همبستگی و هیستوگرام پراکندگی ویژگی ها را رسم و تحلیل کنید

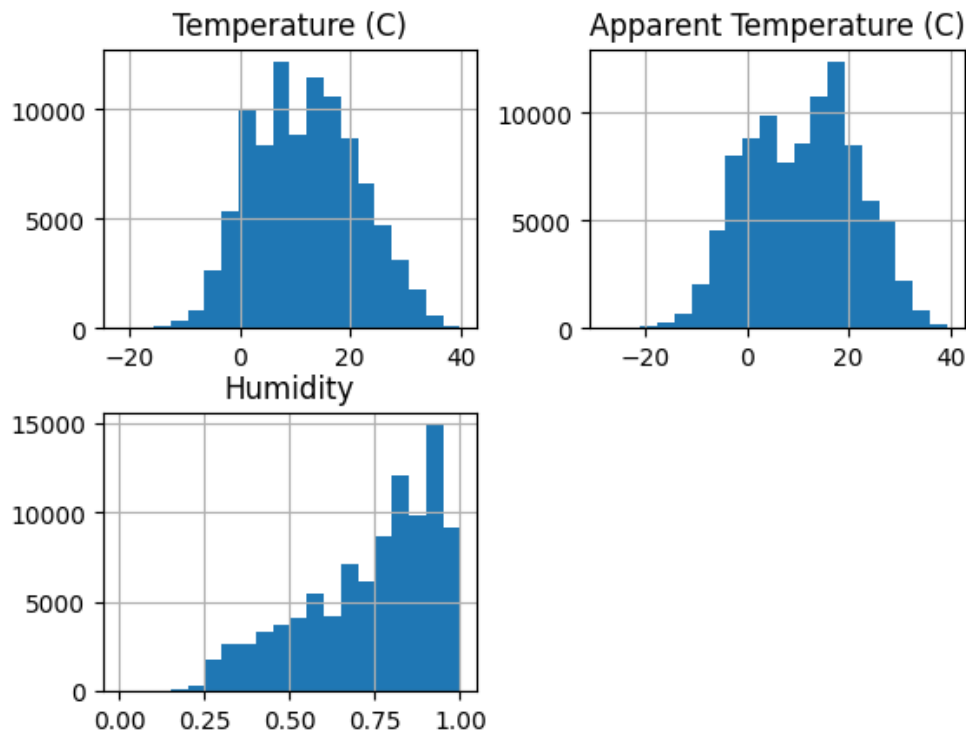


نمودار فوق مربوط به heat map داده های موجود است و همان طور که مشخص است واریانس رطوبت بسیار کم است که این به معنی تغییرات کم رطوبت هوا در زمان های متفاوت در محل اندازه گیری است. از سوی دیگر واریانس دما و دمای ظاهری در طول ساعات متفاوت بسیار زیاد است که این مسئله باتوجه به تفاوت دما در طول روز و شب به علت حضور خورشید یا شرایط متفاوت جوی مانند وزیدن باد منطقی

است. از سوی دیگر با توجه به منفی بودن ضریب **covariance** مشخص است که افزایش دمای هوا و دمای قابل احساس، تاثیر منفی روی رطوبت هوا دارد و عکس این رابطه نیز صحیح می باشد. ضریب **covariance** مربوط به دما و دمای حسی مقداری مثبت و بزرگ می باشد که نشان دهنده این است که افزایش هریک از این متغیرها تاثیر مستقیم و زیادی روی دیگری خواهد گذاشت.



نمودار فوق مربوط به رسم نقاط دو مولفه از میان دما، دمای قابل احساس و رطوبت نسبت به همدیگر می باشد و نمودارهای روی قطر هیستوگرام پراکندگی داده می باشد باید توجه کرد که محورها نرمال شده اند.



نمودار فوق هیستوگرام حسگرها به صورت نرمال نشده است و همانطور که مشخص است چون رطوبت مقداری بین ۰ و ۱ دارد میزان واریانس آن به نسبت کم شده است. از طرف دیگر نمودارهای دما نشان‌دهنده توضیحی نرمال است.

۲. روی این دیتاست، تخمین LS و RLS را با تنظیم پارامترهای مناسب اعمال کنید. نتایج به دست آمده را با

محاسبه خطاها و رسم نمودارهای مناسب برای هر دو مدل با هم مقایسه و تحلیل کنید.

با استفاده از کتابخانه مدل LinearRegression را پیاده سازی شده است و مجموعه داده با نسبت ۰.۲ برای مجموعه داده ارزیابی و ۰.۸ برای مجموعه آموزش جدا شده است و نتایج آن به شرح زیر است.

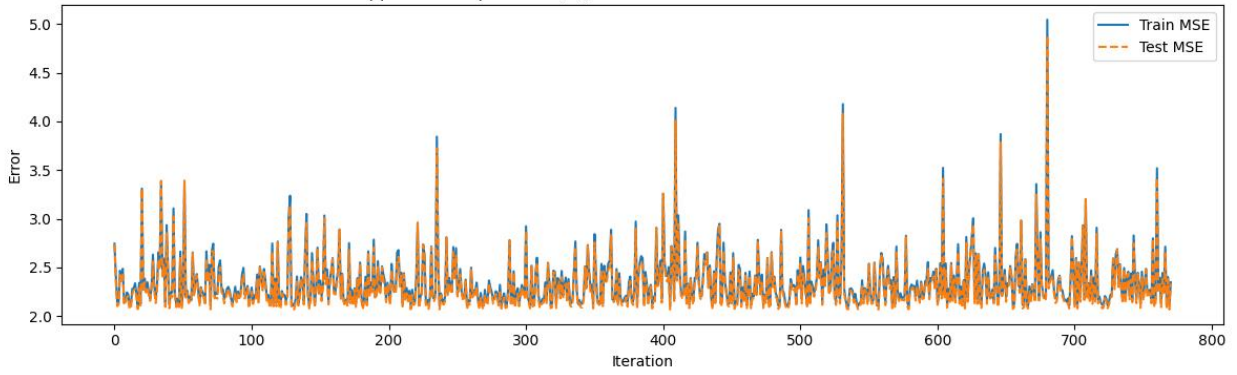
```
Apparent Temperature (C) accuracy on training set is equal to 0.9863194080189283
Apparent Temperature (C) accuracy on testset is equal to 0.9864954840061168
Apparent Temperature (C) mse loss on training set is 1.5705913008265022
Apparent Temperature (C) mse loss on test set is 1.5244808554474927

Humidity accuracy on training set is equal to 0.4424797955038111
Humidity accuracy on testset is equal to 0.44192120432173676
Humidity mse loss on training set is 0.021310949624329792
Humidity mse loss on test set is 0.021289415712958348

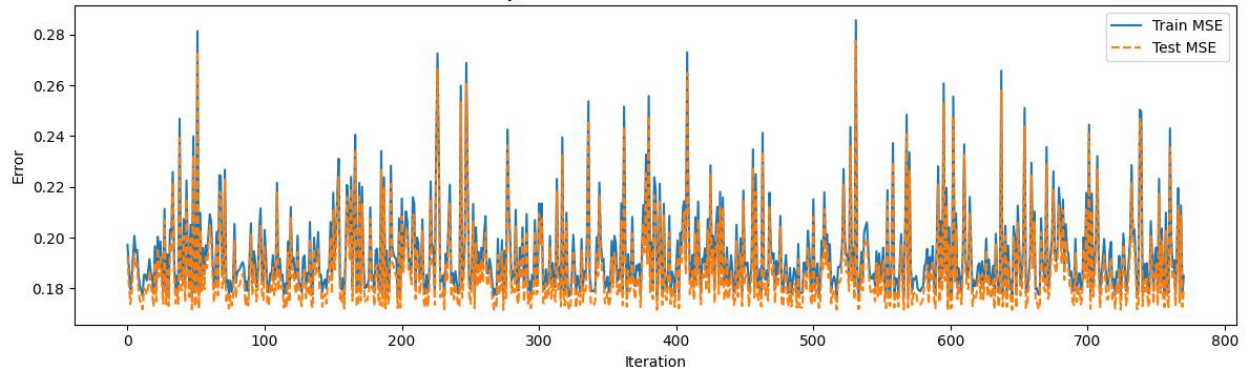
Temperature (C) accuracy on training set is equal to 0.9871057929817124
Temperature (C) accuracy on testset is equal to 0.9872771524102542
Temperature (C) mse loss on training set is 1.1815381381847463
Temperature (C) mse loss on test set is 1.1402114757257233
```

در ادامه الگوریتم RLS پیاده سازی شده و بهترین میزان برای forgetting factor ابتدا از بین ۰.۱ تا ۰.۹ با گام ۰.۱ بدست آمد و سپس از بین ۰.۹ تا ۰.۹۹ با گام ۰.۰۱ انتخاب شد که بهترین نتیجه به ازای ۰.۹۹ می باشد.

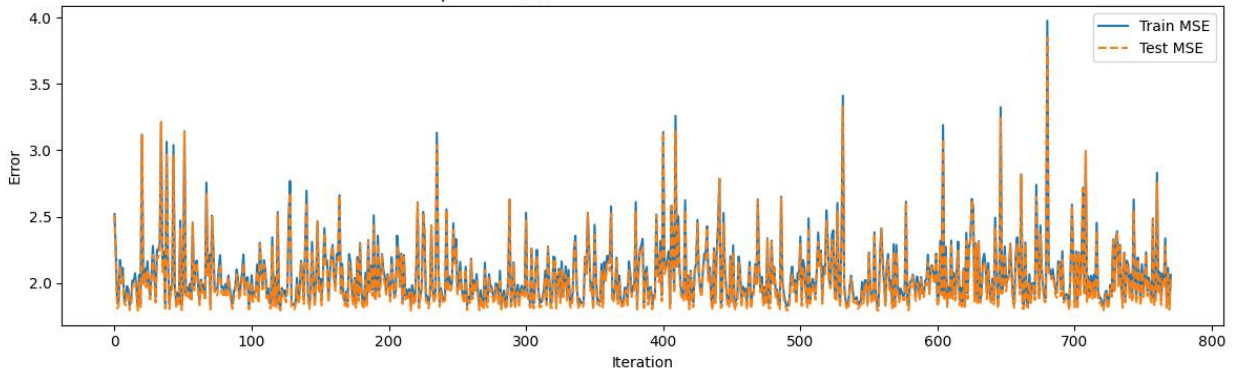
forgetting factor=0.9  
Apparent Temperature (C), last mse in test 2.3342710037426437

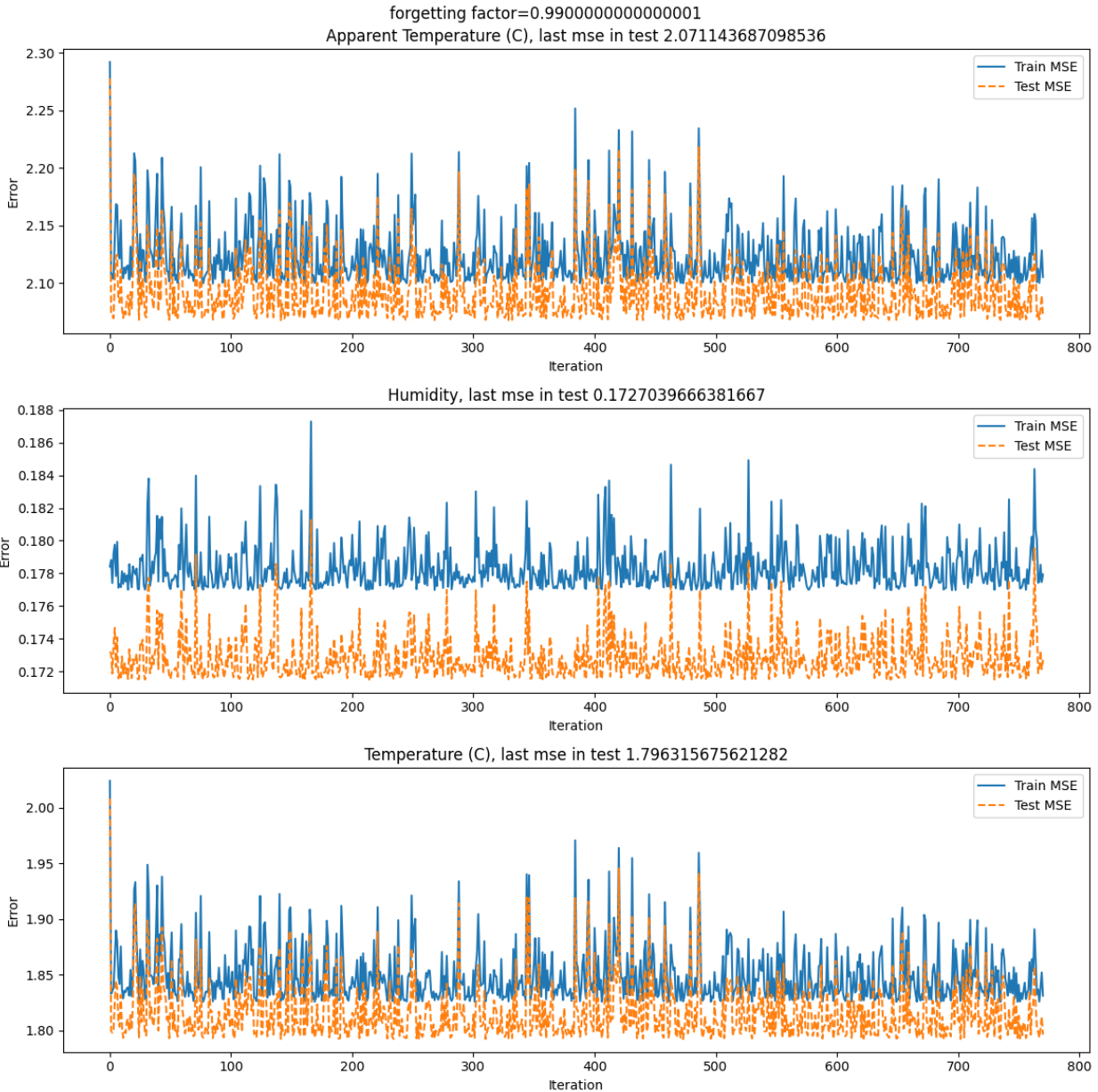


Humidity, last mse in test 0.17993484876136165



Temperature (C), last mse in test 2.045350665568271





نمودارهای فوق مربوط به forgetting factor های ۰.۹ و ۰.۹۹ است و بقیه نمودارها در فایل Q3.ipynb می باشد. همانطور که مشخص است میزان mse برای LS کمتر از RLS می باشد بنابراین در این مقایسه الگوریتم LS عملکرد بهتری دارد.

### ۳. در مورد Square Least Weighted توضیح دهید و آن را روی دیتاست داده شده اعمال کنید.

Weighted least square بر پایه least square بنا شده و با اضافه کردن یک ماتریس مربعی به هر نمونه از داده های جمع آوری شده وزنی مشخص را نسبت می دهد که این مسئله می تواند بعضی ایرادات کمی مجموعه داده را برطرف کند به عنوان نمونه در یک مجموعه داده نامتعادل با افزایش وزن داده هایی که کمتر هستند یا افزایش وزن داده هایی که از اهمیت بیشتری برخوردار هستند می توان به نتیجه مطلوب تری رسید. رابطه مربوط به WLS به شکل زیر است.

$$\theta = (X^T W X)^{-1} X^T W y$$

در حل این سوال به منظور لحاظ کردن عنصر زمان در محاسبه بهترین وزن‌ها، به هر نمونه از مجموعه داده وزنی معکوس شماره مکانی آن داده شده است. نتایج آموزش به شرح زیر می‌باشد.

```
mse loss for Apparent Temperature (C) 1.5319736086224753
mse loss for Humidity 0.02227638133144112
mse loss for Temperature (C) 1.1464081578485372
```

همانطور که مشخص است این مدل عملکرد بهتری نسبت به RLS دارد اما با اختلاف کمی از LS عملکرد ضعیف‌تری دارد.

---

<sup>i</sup> <https://engineering.case.edu/bearingdatacenter>

<sup>ii</sup> [XiongMeijing/CWRU-1: Multiclass classification of vibration signals of faulty bearings \(github.com\)](#)

<sup>iii</sup> Yoo, Y., Jo, H. and Ban, S.W., 2023. Lite and efficient deep learning model for bearing fault diagnosis using the CWRU dataset. *Sensors*, 23(6), p.3157.