دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
دانشکدهٔ مهندسی برق - گروه مهندسی کنترل

یادگیری ماشین
پاسخ مینی پروژه دوم

نام و نام خانوادگی: سیدمحمد حسینی
شمارهٔ دانشجویی: ۹۹۰۱۳۹۹
تاریخ: مهرماه ۱۴۰۲

فهرست مطالب

فهرست تصاویر

فهرست جداول

فهرست برنامه‌ها

۱ سوال اول

۱.۱ بخش اول

سوال:
فرض کنید در یک مسألهٔ طبقه بندی دوکلاسه، دو لایهٔ انتهایی شبکهٔ شما فعال ساز ReLU و سیگموید است. چه اتفاقی می افتد؟

پاسخ:
توابع فعال‌ساز Relu و Sigmoid جزو پرکاربردترین اجزاء در یک مدل یادگیری ماشین هستند که به‌منظور اضافه‌کردن خاصیت غیرخطی به مدل مورداستفاده قرار می‌گیرند. به‌منظور تحلیل اثر این دو تابع فعال‌ساز بهتر است ابتدا خواص هرکدام را به‌صورت مجزا بررسی کنیم.

- تابع فعال‌سازی Sigmoid:
تابع سیگموید مقداری بین ۰ و ۱ خروجی می‌دهد که می‌تواند به‌عنوان احتمال تفسیر شود. این تابع فعال‌سازی اصولاً به‌عنوان فعال‌ساز در آخرین لایه مدل‌های طبقه‌بندی استفاده می‌شود؛ زیرا تفسیر احتمالی مستقیمی از خروجی ارائه می‌دهد. از دیگر خواص تابع سیگموید مشتق‌پذیری آن است که از لحاظ برنامه‌نویسی کار را بسیار ساده می‌کند؛ زیرا همان‌طور که در معادله ۱ مشاهده می‌کنید مشتق تابع سیگموید رابطه‌ای است متشکل از خود تابع سیگموید.

$$\frac{d}{dx}\sigma(x) = \sigma(x) \cdot (1 - \sigma(x)) \qquad (۱)$$

- تابع فعال‌سازی ReLU:
تابع ReLU ساده‌ترین تابع فعال‌سازی غیرخطی است که مورداستفاده قرار می‌گیرد، این تابع به‌ازای مقادیر مثبت تابع همانی است و به‌ازای مقادیر منفی عدد ۰ را به‌عنوان خروجی در نظر می‌گیرد که این مسئله به‌سادگی محاسبات هنگام Back propagation بسیار کمک می‌کند. مشتق این تابع به‌ازای مقادیر مثبت برابر ۱ و به‌ازای مقادیر منفی برابر ۰ است.

حال باتوجه‌به توضیحات فوق می‌توانیم یک شبکه که دولایه انتهایی آن متشکل از یک تابع ReLU و Sigmoid است را بررسی کنیم. در این شبکه اطلاعات به‌دست‌آمده از backbone شبکه به لایه یکی مانده به آخر ارسال می‌شود که با انجام یک عملیات خطی این اطلاعات به محیط دیگری تصویر می‌شوند که می‌توانند مقادیر مثبت و منفی را با هر اندازه‌ای داشته باشند، این مسئله به مقادیر موجود در Wight و Bias نورون بستگی دارد. حال خروجی نرون‌ها به لایه فعال‌ساز ارسال می‌شوند که در نتیجه آن مقادیر مثبت تبدیل خطی نگه داشته می‌شوند و مقادیر منفی به عدد ۰ تصویر می‌شوند. باید توجه داشت که فعال‌ساز ReLU به تعبیری همانند یک ماژول Attention عمل می‌کند و در فرایند آموزش شبکه Wight و Bias نرون‌ها را به سمتی متمایل می‌کند که در صورت پیدانکردن Feature معنی‌دار از ورودی خود، یک عدد منفی تولید کند. ایراد فعال‌ساز ReLU این است که اگر لایه‌های پشت‌هم در شبکه، همگی مقدار مثبت تولید کنند، تمام تبدیل‌های خطی موجود در این لایه‌ها می‌توانند با یک تبدیل خطی شبیه‌سازی شوند که این مسئله باعث کاهش پیچیدگی مدل ما خواهد شد؛ بنابراین استفاده

از روش‌های رگولاریزیشن و Batch Normalization در کنار توابع فعال‌سازی که به‌صورت پیوسته رفتار غیرخطی دارند موجب رفع این مشکل خواهد شد. در ادامه این مسئله خروجی لایه یکی مانده به آخر وارد لایه تصمیم‌گیری خواهد شد؛ ورودی این لایه تماماً اعداد مثبت است و تبدیل خطی برای اینکه بتواند کلاس مثبت را از منفی جدا کند باید به‌گونه‌ای تنظیم شود که بتواند ورودی‌های تماماً مثبت را به یک عدد مثبت یا منفی تبدیل کند؛ زیرا تابع سیگموید در نقطه ۰ مقدار ۵.۰ را دارد و اگر تبدیل خطی نتواند اعداد مثبت و منفی را از ورودی‌های تماماً مثبت استخراج کند، تابع سیگموید توانایی ایجاد خروجی مناسب را ندارد.

۲.۱ بخش دوم

سوال:

یک جایگزین برای ReLU تابع ELU می‌باشد . ضمن محاسبه گرادیان آن، حداقل یک مزیت آن را مطرح کنید

پاسخ:

ابتدا مشتق این تابع را محاسبه می‌کنیم:

$$ELU(x) = \begin{cases} x & \text{if} x > 0 \\ \alpha(e^x - 1) & \text{if} x \leq 0 \end{cases} \Rightarrow$$
$$\frac{d}{dx}ELU(x) = \begin{cases} 1 & \text{if} x > 0 \\ \alpha e^x & \text{if} x \leq 0 \end{cases} \quad (۲)$$

همانطور که در معادله ۲ مشخص است مشتق این تابع برای مقادیر مثبت با تابع ReLU تفاوتی ندارد اما برای مقادیر منفی برابر e^x می‌باشد. همانطور که در قسمت قبل مطرح شد تابع ReLU می‌تواند موجب این شود که در عمل تعداد لایه‌های شبکه کاهش پیدا کند اما با استفاده از تابع فعال‌ساز ELU و استفاده از تکنیک‌های مناسب، می‌توانیم به این مشکل غلبه کنیم. علاوه‌بر این تابع ELU در مشتق خود ناپیوستگی ندارد و بر خلاف ReLU مقدار آن به ازای مقادیر منفی به آرامی برابر $-\alpha$ می‌شود.[۱]

۳.۱ بخش سوم

در ابتدا با استفاده از توزیع یکنواخت تعداد ۲۰۰۰ داده ایجاد می‌کنیم و برچسب نقاطی که داخل مثلث مورد نظر هستند را به مقدار ۱ و برچسب بقیه نقاط را ۰ می‌کنیم. این عملات توسط کد زیر انجام گرفته است.

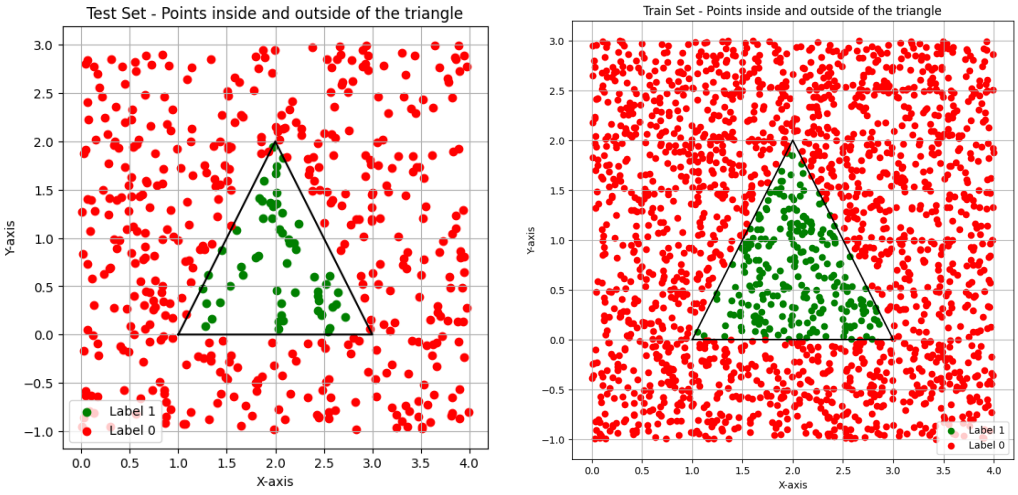
```
1
2  def point_in_triangle(point, v1, v2, v3):
3    """Check if point (px, py) is inside the triangle with vertices v1, v2, v3."""
4    # Unpack vertices
5    x1, y1 = v1
6    x2, y2 = v2
7    x3, y3 = v3
8    px, py = point
9
```

```
    # Vectors
    v0 = (x3 - x1, y3 - y1)
    v1 = (x2 - x1, y2 - y1)
    v2 = (px - x1, py - y1)

    # Dot products
    dot00 = np.dot(v0, v0)
    dot01 = np.dot(v0, v1)
    dot02 = np.dot(v0, v2)
    dot11 = np.dot(v1, v1)
    dot12 = np.dot(v1, v2)

    # Barycentric coordinates
    invDenom = 1 / (dot00 * dot11 - dot01 * dot01)
    u = (dot11 * dot02 - dot01 * dot12) * invDenom
    v = (dot00 * dot12 - dot01 * dot02) * invDenom

    # Check if point is in triangle
    return (u >= 0) and (v >= 0) and (u + v < 1)

# Triangle vertices
v1 = (1, 0)
v2 = (2, 2)
v3 = (3, 0)

# Generate random points
np.random.seed(53)

x_coords = np.random.uniform(0, 4, 2000)
y_coords = np.random.uniform(-1, 3, 2000)
x_train = np.column_stack((x_coords, y_coords))

x_coords = np.random.uniform(0, 4, 500)
y_coords = np.random.uniform(-1, 3, 500)
x_test = np.column_stack((x_coords, y_coords))

# Label points based on whether they are inside the triangle
y_train = np.array([point_in_triangle(pt, v1, v2, v3) for pt in x_train]).astype(int)
y_test = np.array([point_in_triangle(pt, v1, v2, v3) for pt in x_test]).astype(int)


```

Code : ۱ data generation

کد فوق به منظور ایجاد ۲۰۰۰ نقطه و بررسی اینکه هر نقطه درون مختصات مثلث قرار دارد یا خیر نوشته شده است. تابع `point_in_triangle` بررسی می‌کند که آیا یک نقطه داخل مثلثی با رئوس داده شده قرار دارد.

مختصات رئوس مثلث و نقطه مورد نظر به تابع داده می‌شودو سپس نسبت مختصات نقطه به مثلث مشخص می‌شود. نقاط تصادفی برای مجموعه‌های آموزشی و تست تولید و با استفاده از تابع مذکور برچسب‌گذاری می‌شوند. همانطور که در شکل ۱ نمایش داده شده است، دو مجموعه داده به منظور آموزش و ارزیابی مدل تولید شده است.



(آ) (ب)

شکل ۱: مجموعه داده تولید شده

در ادامه یک مدل MLP روی این مجموعه داده آموزش دیده است و نتایج آن به همراه Decision boundary آن نمایش داده شده است. مدل اول MLP با استفاده از توابع ReLU ایجاد شده است که جزییات آن به شرح زیر است:

```
MLP(
(layers): Sequential(
(0): Linear(in_features=2, out_features=8, bias=True)
(1): ReLU()
(2): Linear(in_features=8, out_features=64, bias=True)
(3): ReLU()
(4): Linear(in_features=64, out_features=8, bias=True)
(5): ReLU()
(6): Linear(in_features=8, out_features=1, bias=True)
(7): Sigmoid()
)
)
```

در ادامه مدل فوق با config زیر به میزان ۱۵۰ Epoch آموزش داده شده است.

```
    device = "cuda" if torch.cuda.is_available else "cpu"
    model = MLP(input_size=2, hidden_size1=8, hidden_size2=64, hidden_size3=8, output_size=1).to(
    device)
    optimizer = optim.Adam(model.parameters(), lr=0.001)
    criterion = nn.BCELoss()  # For binary classification
    # DataLoader
    train_loader = DataLoader(TensorDataset(x_train_tensor, y_train_tensor), batch_size=128,
    shuffle=True)
    test_loader = DataLoader(TensorDataset(x_test_tensor, y_test_tensor), batch_size=512, shuffle
    =False)
```

Code : ۲ Configuration

کد زیر به منظور اجرای حلقه آموزش نوشته شده است. در این کد، چندین متغیر برای نگه‌داری اطلاعات مانند تاریخچه‌ی خطاها و معیارهای متریکی مورد استفاده قرار گرفته است. سپس یک حلقه تکرار برای ایپاک‌های مختلف اجرا می‌شود. در هر ایپاک، داده‌های آموزشی بارگذاری شده و مدل در حالت آموزش قرار می‌گیرد. سپس خطا محاسبه می‌شود و بهینه‌سازی می‌شود. معیارهای متریکی مورد نظر نیز برای داده‌های آموزشی توسط توابعی که مستقلا پیاده‌سازی شده‌اند محاسبه می‌شوند. سپس مدل به حالت ارزیابی در آورده می‌شود و برای داده‌های تست خطا و معیارهای متریکی محاسبه می‌شود. در انتهای آموزش، این اطلاعات برای تحلیل و نمایش خروجی‌های آموزش به دست می‌آید.

```
num_epochs = 150
train_loss_hist = []
test_loss_hist = []
train_metrics = []
test_metrics = []

for epoch in range(num_epochs):
    loop = tqdm(train_loader)
    model.train()
    train_loss = 0.0
    train_TP, train_FP, train_TN, train_FN = 0, 0, 0, 0

    print("train")
    for inputs, labels in loop:
        inputs = inputs.to(device)
        labels = labels.to(device)

        outputs = model(inputs)
        loss = criterion(outputs, labels)

        optimizer.zero_grad()
```

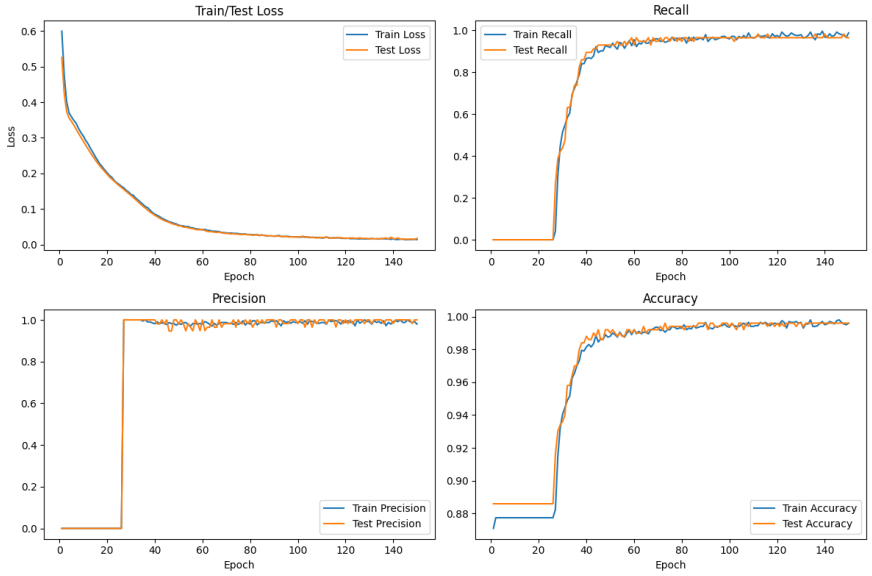
```
        loss.backward()
        optimizer.step()
        train_loss += loss.item()

        TP, FP, TN, FN = calculate_metrics(outputs, labels)
        train_TP += TP
        train_FP += FP
        train_TN += TN
        train_FN += FN

        loop.set_postfix(
            epoch=epoch+1,
            total_loss=train_loss / len(train_loader),
        )

    train_metrics.append((train_TP, train_FP, train_TN, train_FN))
    train_loss_hist.append(train_loss / len(train_loader))

    model.eval()
    torch.cuda.empty_cache()
    test_loss = 0.0
    test_TP, test_FP, test_TN, test_FN = 0, 0, 0, 0
    print("Test:")

    with torch.no_grad():
        loop = tqdm(test_loader)
        for inputs, labels in loop:
            inputs = inputs.to(device)
            labels = labels.to(device)

            outputs = model(inputs)
            loss = criterion(outputs, labels)

            test_loss += loss.item()

            TP, FP, TN, FN = calculate_metrics(outputs, labels)
            test_TP += TP
            test_FP += FP
            test_TN += TN
            test_FN += FN

            loop.set_postfix(
                loss=loss.item(),
                total_loss=test_loss / len(test_loader),
            )
```

```
    test_metrics.append((test_TP, test_FP, test_TN, test_FN))
    test_loss_hist.append(test_loss / len(test_loader))

```

آموزش حلقه ۳: Code

۱.۳.۱ نتایج MLP با تابع فعال‌ساز ReLU

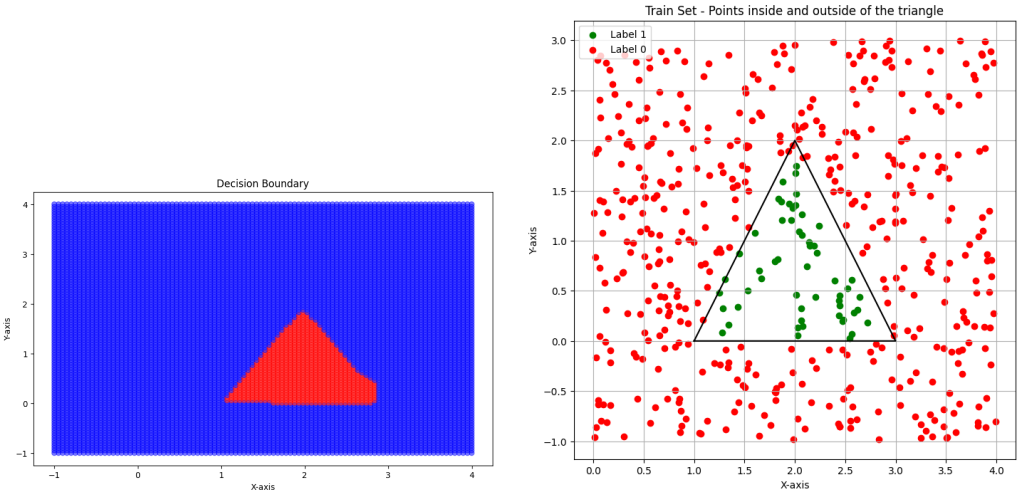
در شکل ۲ نتایج مربوط به این آموزش نشان داده شده است. همانطور که مشخص است فرآیند آموزش برای مدل MLP به درستی انجام شده و مدل روی دیتاست آموزش over fit نشده است این درحالی است که میزان متریک‌ها برای هر دو دیتاست به ۱ بسیار نزدیک شده است.



شکل ۲: نمودارهای متریک و تابع هزینه حین آموزش

در ۳(آ) نتیجه عملکرد مدل روی دیتای ارزیابی قابل ملاحضه است و همانطور که مشخص است تنها ۲ نقطه در راس بالایی مثلث اشتباه طبقه بندی شده‌اند این درحالی است که هیچ کلاسی که متعلق به داخل دایره بوده، به اشتباه به عنوان یک کلاس در خارج از دایره تشخیص داده نشده است، به عبارت دیگر False Negative برابر صفر است و Precision برابر ۱ است.

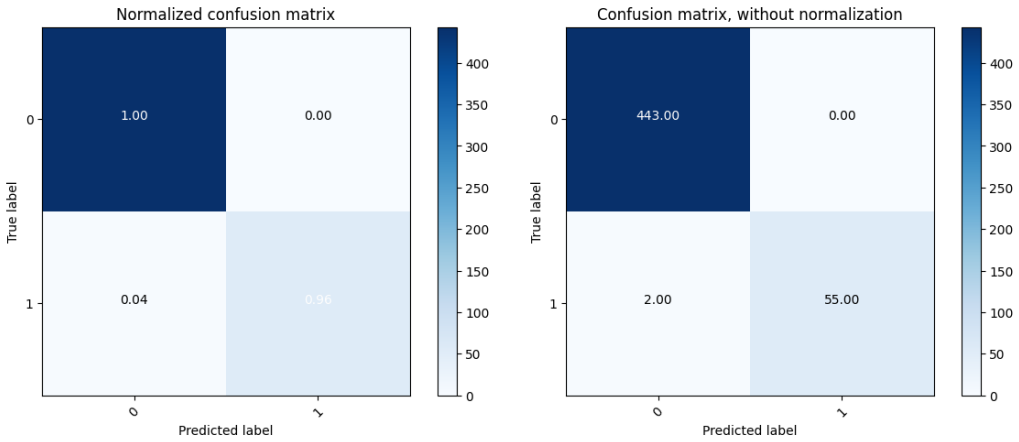
در انتها در ۳(ب) مرز تصمیم مدل مشخص است که با توجه با این نمودار مرز حوالی راس پایین سمت راست مثلث از دقت کافی برخوردار نیست.



(ب) (آ)

شکل ۳: نتایج مدل MLP و مرز تصمیم مربوط به مدل

در شکل ۴ ماتریس درهم‌ریختگی به صورت نرمال و غیرنرمال نشان داده شده است که نشان می‌دهد مدل تنها دو نقطه را که مطعلق به داخل مثل بوده است به اشتباه به عنوان کلاس خارج از مثلث تشخیص داده است.



(ب) (آ)

شکل ۴: Matrix Confusion

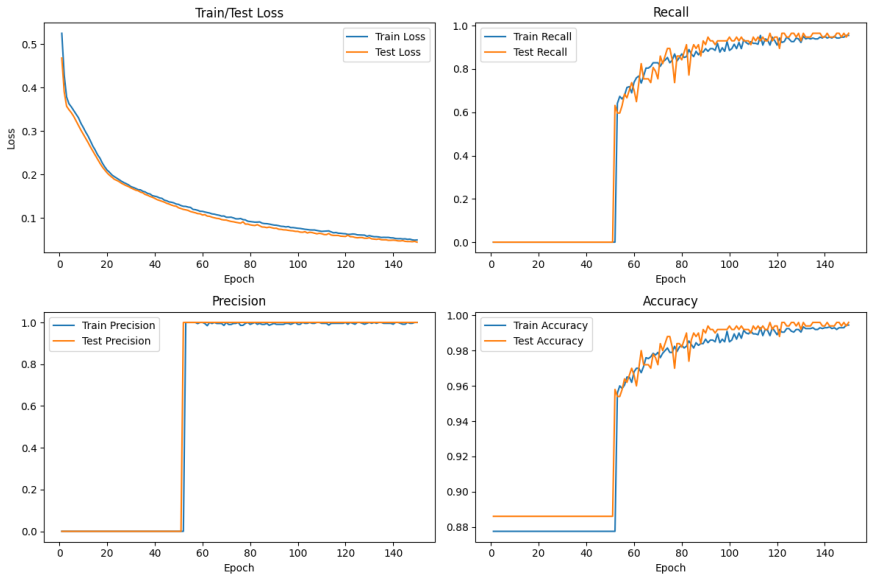
۲.۳.۱ نتایج MLP با تابع فعال‌ساز ELU

این مدل با استفاده از تابع ELU ساخته شده است و جزییات آن به شرح زیر می‌باشد:

```
MLP(
  (layers): Sequential(
```

```
    (0): Linear(in_features=2, out_features=8, bias=True)
    (1): ELU(alpha=1.0)
    (2): Linear(in_features=8, out_features=64, bias=True)
    (3): ELU(alpha=1.0)
    (4): Linear(in_features=64, out_features=8, bias=True)
    (5): ELU(alpha=1.0)
    (6): Linear(in_features=8, out_features=1, bias=True)
    (7): Sigmoid()
  )
)
```

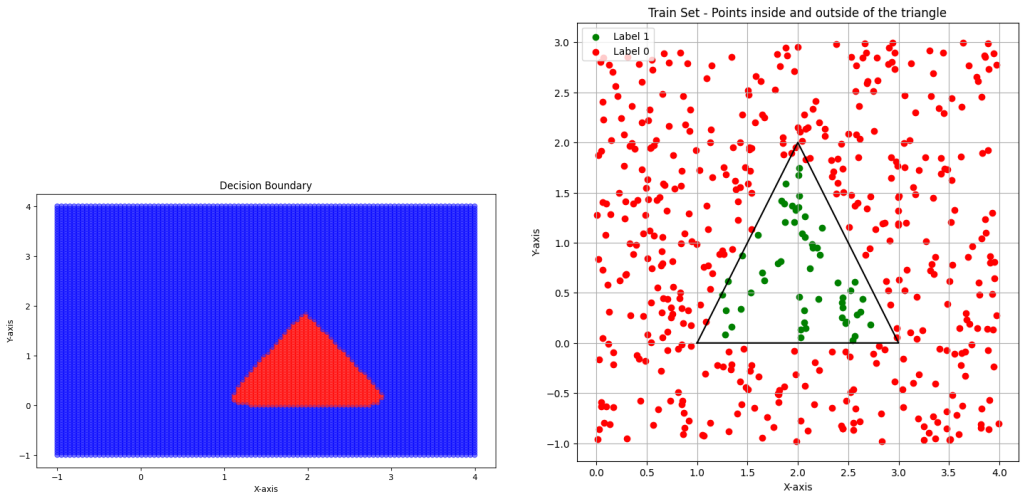
در شکل ۵ نتایج مربوط به این آموزش نشان داده شده است. همانطور که مشخص است فرآیند آموزش برای مدل MLP با تابع فعال‌ساز ELUبه درستی انجام شده و مدل روی دیتاست آموزش over fit نشده است این درحالی است که شیب نمودار هزینه همچنان کاهشی می‌باشد.در ادامه میزان متریک‌ها برای هر دو دیتاست به ۱ بسیار نزدیک شده است.



شکل ۵: نمودارهای متریک و تابع هزینه حین آموزش

در ۶(آ) نتیجه عملکرد مدل روی دیتای ارزیابی قابل ملاحضه است و همانطور که مشخص است تنها ۲ نقطه در راس بالایی مثلث اشتباه طبقه بندی شده‌اند این درحالی است که هیچ کلاسی که متعلق به داخل دایره بوده، به اشتباه به عنوان یک کلاس در خارج از دایره تشخیص داده نشده است، به عبارت دیگر False Negative برابر صفر است و Precision برابر ۱ است.

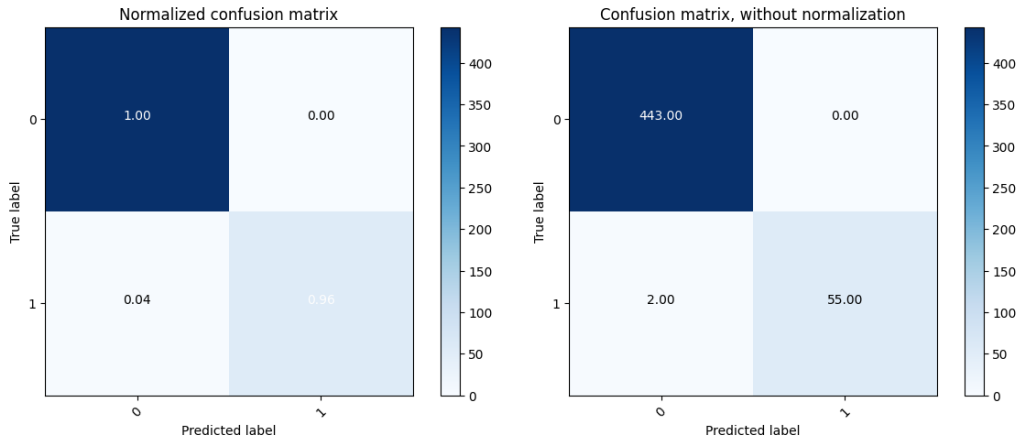
در ۶(ب) مرز تصمیم مدل مشخص است که با توجه به این نمودار و مقایسه آن با ۳(ب)، مشخص است که نتایج بدست آمده از این مدل توانایی تعمیم‌پذیری بیشتری دارند و هر سه راس این مثلث به یک شکل هستند.



(ب) (آ)

شکل ۶: نتایج مدل MLP و مرز تصمیم مربوط به مدل

در شکل ۷ماتریس درهم‌ریختگی به صورت نرمال و غیرنرمال نشان داده شده است که نشان می‌دهد مدل تنها دو نقطه را که مطعلق به داخل مثل بوده است به اشتباه به عنوان کلاس خارج از مثلث تشخیص داده است.



(ب) (آ)

شکل ۷: Matrix Confusion

۳.۳.۱ نتایج مدل بر مبنای mcculloch-pitts نرون

مدل‌های مبتنی بر نرون‌های mcculloch-pitts به ما این امکان را می‌دهند که با استفاده از دانش انسانی، بهترین پاسخ را برای مسئله خود بدست بیاوریم. راه حلی که می‌توانیم نقاط داخل مثلث را شناسایی کنیم حاصل ترکیب AND ۳ گزاره متفاوت است؛ هر یک از این گذاره‌ها نشان‌دهنده این است که نقطه مد نظر ما نسبت به خط گذرنده از هر ضلع مثلث چه وضعیتی دارد. بدین منظور باید سه معادله خط بدست آوریم و با

قرار دادن نقاط اطراف خط مشخص کنیم که تغییر علامت چه زمانی رخ می‌دهد و با چه ترکیب منطقی از این تغییر علامت‌ها می‌توانیم مثلث را پیدا کنیم.

در شکل ۵ نتایج مربوط به این آموزش نشان داده شده است. همانطور که مشخص است فرآیند آموزش برای مدل MLP با تابع فعال‌ساز ELUبه درستی انجام شده و مدل روی دیتاست آموزش over fit نشده است این درحالی است که شیب نمودار هزینه همچنان کاهشی می‌باشد.در ادامه میزان متریک‌ها برای هر دو دیتاست به ۱ بسیار نزدیک شده است. روش محاسبه هر یک از این معادلات خط با قرار دادن یک جفت از راس‌های مثلث در معادله زیر می‌باشد:

$$y = w(x - x_1) + y_1, \quad w = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} \tag{۳}$$

با استفاده از رابطه فوق سه جفت مقدار برای هر معادله خط بدست آمد که این مقادیر عبارتند از $(-2,1)$، $(2,1)$ و $(0,1)$ که سه ضلع مثلث را تشکیل می‌دهند. در ادامه یک نرون لازم است تا عملیات منطقی AND را انجام دهد. با جایگذاری نقاط مختلف از صفحه در معادلات خط بدست آمده و مقایسه آنها رابطه منطقی زیر بدست می‌آید:

$$l'_1 + l'_2 + l_3$$

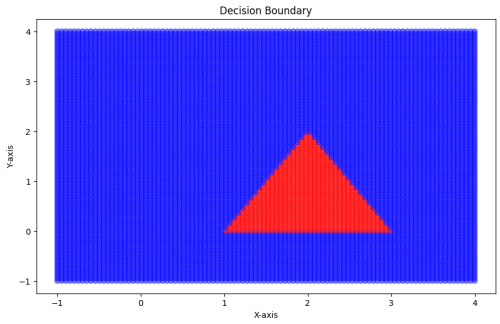
مدل مرتبط با روابط فوق به شکل زیر در پایتون قابل پیاده‌سازی می‌باشد:

```
#define muculloch pitts
class McCulloch_Pitts_neuron():

  def __init__(self , weights ,bias, threshold):
    self.weights = np.array(weights).reshape(-1, 1)     #define weights
    self.threshold = threshold    #define threshold
    self.bias = np.array(bias)

  def model(self , x):
    #define model with threshold
    return (x.T @ self.weights + self.bias >= self.threshold).astype(int)

def model(x):
    neur1 = McCulloch_Pitts_neuron([-2, 1],2, 0)
    neur2 = McCulloch_Pitts_neuron([2, 1], -6, 0)
    neur3 = McCulloch_Pitts_neuron([0, 1], 0, 0)
    neur4 = McCulloch_Pitts_neuron([1, 1, 1], 0, 3)

    z1 = neur1.model(np.array(x))
    z2 = neur2.model(np.array(x))
    z3 = neur3.model(np.array(x))
    z4 = np.squeeze(np.array([1-z1, 1-z2, z3]), axis=-1)
    z4 = neur4.model(z4)

    # 3 bit output
```

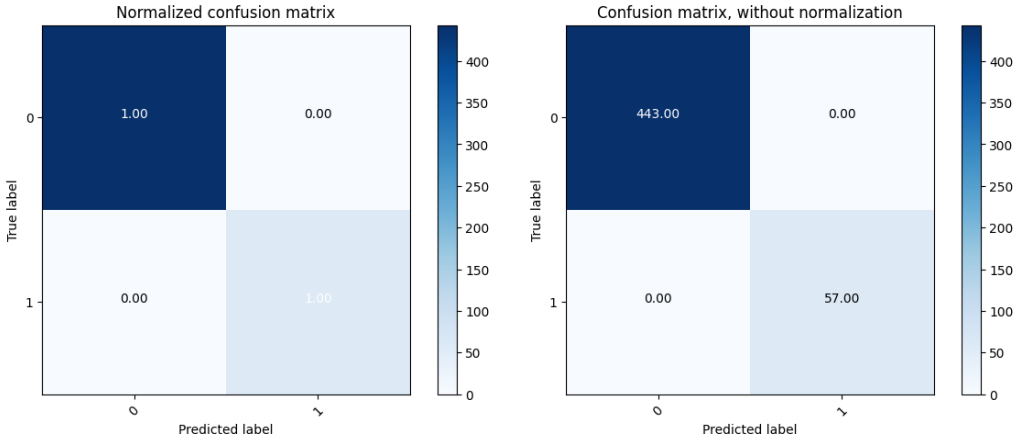
```
۲۶        # return str(z1) + str(z2)
۲۷        return z4
۲۸
۲۹
```

Code :۴ آموزش حلقه

همانطور که در شکل ؟؟ مشخص است یک مثلث دقیق بدست آمده است و انتظار می‌رود که نتایج ماتریس درهم‌ریختگی آن بهترین وضعیت ممکن باشد که این مسئله در شکل ۹ قابل مشاهده است.



شکل ۸: mcculloch-pitts و مرز تصمیم مربوط به مدل



(ب) (آ)

شکل ۹: Matrix Confusion

۲ سوال۲

۱.۲ بخش اول

سوال:

در مورد دیتاست Bearin CWRU و عیوب موجود توضیح دهید.

پاسخ:

دیتاست استفاده شده برای این پروژه، دیتاست Bearing CWRU است. این دیتاست شامل داده‌های ارتعاشی از بلبرینگ‌ها در شرایط مختلف، شامل حالت‌های سالم و معیوب است. در این مینی‌پروژه، ما بر روی داده‌های بخش 12k Drive End Bearing Fault Data تمرکز می‌کنیم. علاوه بر داده‌های استفاده شده در مینی‌پروژه قبلی، ما اکنون دو کلاس جدید OR007@6_1 و B007_1 از بلبرینگ‌های معیوب را اضافه می‌کنیم. این گسترش پیچیدگی و تنوع بیشتری به داده‌ها اضافه می‌کند و امکان تحلیل جامع‌تر و آموزش مدل قوی‌تر را فراهم می‌کند. انواع داده‌های معیوب و توضیحات آن به شرح زیر می‌باشد:

- **سالم:** داده‌هایی که نشان‌دهنده بلبرینگ‌های در عادی خوب هستند.
- **کلاس معیوب ۱ OR007@6_1:** این عیوب در قسمت بیرونی بلبرینگ رخ می‌دهد و می‌تواند ارتعاش و نویز قابل توجهی ایجاد کند که عملکرد کلی ماشین‌آلات را تحت تاثیر قرار می‌دهد.
- **کلاس معیوب ۲ B007_1:** این عیوب در سطح بلبرینگ‌ها رخ می‌دهد و با نامنظمی‌هایی در سطح بلبرینگ‌ها همراه است.
- **کلاس معیوب ۳ (IR007_1):** این عیوب در قسمت داخلی بلبرینگ رخ می‌دهد و باعث ایجاد ناهنجاری در عملکرد کلی بلبرینگ می‌شود.

۲.۲ پیش‌پردازش

کد زیر یک چنجره به طول len_data را روی سری زمانی عبور می‌دهد و داده۷ها را به شکل یک ماتریس $(n, \texttt{len\_data})$ ایجاد می‌کند که مقدار n با توجه به تعداد داده موجود در فایل دیتا بستگی دارد. سپس با توجه به متغییر n_samples تعداد نمونه دلخواه را جدا می‌کنیم. به دلیل اینکه در این مسئله تصمیم به آموزش یک شبکه عصبی داریم بیشترین تعداد داده ممکن را از دیتاست استخراج می‌کنیم که برابر ۶۰۰ نمونه پنجره با طول ۲۰۰ است.

```
n_samples = 600
len_data = 200

normal_data_matrix = normal_data[:-(normal_data.shape[0] % len_data)].reshape(-1, len_data)
fault1_data_matrix = fault1_data[:-(fault1_data.shape[0] % len_data)].reshape(-1, len_data)
fault2_data_matrix = fault2_data[:-(fault2_data.shape[0] % len_data)].reshape(-1, len_data)
fault3_data_matrix = fault3_data[:-(fault3_data.shape[0] % len_data)].reshape(-1, len_data)

```

Code :۵ Sliding Window

در ادامه خروجی کد فوق نشان داده شده است.

```
(2419, 200)
(609, 200)
```

```
(607, 200)
(612, 200)
```

در ادامه با استفاده از کد زیر featureهای ممکن را از هر پنجره از داده استخراج می‌کنیم و سپس ویژگی‌هایی که مد نظر هست را انتخاب می‌کنیم.

```python
def feature_extraction(data):
    features = {}
    # Standard Deviation
    features['Standard Deviation'] = np.std(data, axis=1)
    # Peak
    features['Peak'] = np.max(np.abs(data), axis=1)
    # Skewness
    features['Skewness'] = scipy.stats.skew(data, axis=1)
    # Kurtosis
    features['Kurtosis'] = scipy.stats.kurtosis(data, axis=1)
    # Crest Factor (peak divided by RMS)
    rms = np.sqrt(np.mean(np.square(data), axis=1))
    features['Crest Factor'] = features['Peak'] / rms
    # Clearance Factor (peak divided by the mean of the square root of the absolute values)
    features['Clearance Factor'] = features['Peak'] / np.mean(np.sqrt(np.abs(data)), axis=1)
    # Peak to Peak
    features['Peak to Peak'] = np.ptp(data, axis=1)
    # Shape Factor (RMS divided by the mean of the absolute values)
    features['Shape Factor'] = rms / np.mean(np.abs(data), axis=1)
    # Impact Factor (peak divided by mean)
    features['Impact Factor'] = features['Peak'] / np.mean(data, axis=1)
    # Square Mean Root (the square root of the mean of the squares)
    features['Square Mean Root'] = rms
    # Mean
    features['Mean'] = np.mean(data, axis=1)
    # Absolute Mean
    features['Absolute Mean'] = np.mean(np.abs(data), axis=1)
    # Root Mean Square
    features['Root Mean Square'] = rms
    # Impulse Factor (peak divided by the absolute mean)
    features['Impulse Factor'] = features['Peak'] / features['Absolute Mean']
    return features
normal_features = pd.DataFrame(feature_extraction(normal_data_matrix))
fault1_features = pd.DataFrame(feature_extraction(fault1_data_matrix))
fault2_features = pd.DataFrame(feature_extraction(fault2_data_matrix))
fault3_features = pd.DataFrame(feature_extraction(fault3_data_matrix))
normal_features['Label'] = 0
fault1_features['Label'] = 1
fault2_features['Label'] = 2
fault3_features['Label'] = 3
```

```
۴۱
۴۲ selected_features = ['Standard Deviation', 'Peak', 'Skewness', 'Kurtosis',
۴۳                      'Crest Factor', 'Mean', 'Root Mean Square',
۴۴                      'Impulse Factor','Square Mean Root','Shape Factor','Label']
۴۵
۴۶ main_df = pd.concat([normal_features, fault1_features, fault2_features, fault3_features],
       ignore_index=True)
۴۷ df = main_df[selected_features]
۴۸
```

Code :۶ Feature Extraction and Feature Selection

در ادامه تقسیم دیتاست به ۳ زیرمجموعه آموزش، ارزیابی و آزمون انجام شده است که به موجب آن ابتدا به صورت تصادفی shuffle می‌شوند و پس از آن یک بار به صورت عادی و بار بعدی به صورت stratify تقسیم داده انجام می‌شود. با مشخص کردن آرگمان stratify باعث می‌شویم که توزیع داده در زیرمجموعه آزمون و ارزیابی بهم نریزد. تقسیم مجموعه داده با استفاده از آرگمان فوق باعث بهبود نتایج آموزش مدل نسبت به شرایطی که انتخاب هر زیرمجموعه به صورت کاملا تصادفی بوده، شده است.

اضافه کردن مجموعه داده اعتبارسنجی و بررسی تابع هزینه روی این مجموعه داده حین آموزش، موجب آن میشود که از اتفاق افتادن over-fitting جلوگیری شود.

```
۱ df_shuffled = df.sample(frac=1).reset_index(drop=True)
۲
۳ X = df_shuffled.drop('Label', axis=1)
۴ y = df_shuffled['Label']
۵
۶ # X_train_raw, X_test_raw, y_train, y_test = train_test_split(X, y, test_size=0.20, random_state
      =53)
۷ # X_train_raw, X_val_raw, y_train, y_val = train_test_split(X_train_raw, y_train, test_size=0.25,
       random_state=53)
۸ X_train_raw, X_test_raw, y_train, y_test = train_test_split(X, y, test_size=0.20, stratify=y,
      random_state=53)
۹ X_train_raw, X_val_raw, y_train, y_val = train_test_split(X_train_raw, y_train, test_size=0.25,
      stratify=y_train, random_state=53)
۱۰
```

Code :۷ Train Validatiaon Test Split

۳.۲ بخش دوم

در ادامه مجموعه داده بدست آمده را نرمال می‌کنیم، باید توجه داشت که مقادیر میانگین و واریانسی که به منظور نرمال کردن مجموعه داده ارزیابی و آزمون در نظر گرفته شده است از مجموعه داده آموزش بدست آمده است. در انتها متناسب با عدد موجود در Label هر داده، یک آرایه به صورت One-hot به آن داده اختصاص داده شده است.

```
X_train, X_train_max, X_train_min = min_max_normalization(X_train_raw)
X_test, _, _ = min_max_normalization(X_test_raw,X_train_max,X_train_min)
X_val, _, _ = min_max_normalization(X_val_raw,X_train_max,X_train_min)

X_train = torch.tensor(X_train.to_numpy(), dtype=torch.float32)
X_val = torch.tensor(X_val.to_numpy(), dtype=torch.float32)
X_test = torch.tensor(X_test.to_numpy(), dtype=torch.float32)

y_train = torch.tensor(y_train.to_numpy(), dtype=torch.long)
y_val = torch.tensor(y_val.to_numpy(), dtype=torch.long)
y_test = torch.tensor(y_test.to_numpy(), dtype=torch.long)

# Perform one-hot encoding
y_train = torch.nn.functional.one_hot(y_train, num_classes=4).float()
y_val = torch.nn.functional.one_hot(y_val, num_classes=4).float()
y_test = torch.nn.functional.one_hot(y_test, num_classes=4).float()

```

Code :۸ Normalization and One-hot

در ادامه یک مدل MLP با سه لایه پنهان ایجاد می‌کنیم که شرح تعداد نرون‌های آن در کد زیر آمده است سپس با مقداردهی اولیه مدل، یک شی در محیط برنامه نویسی ایجاد می‌کنیم. پارامتر بعدی که در آموزش این مدل استفاده شده است تابع هزینه `CrossEntropyLoss` است که یک شی از آن با مقادیر پیش‌فرض ایجاد شده است. تابع بهینه ساز این مدل از الگوریتم Adam پیروی میکند که با گام اموزشی اولیه 0.001 شروع به بهینه کردن مدل می‌کند و در ادامه با استفاده از تابع `lr_scheduler` اگر طی ۱۵ Epoch بهبودی در نتایج تابع هزینه روی مجموعه داده ارزیابی رخ ندهد، میزان گام آموزشی ۱.۰ مقدار قبلی خود خواهد شد.

```
class MLP(nn.Module):
    def __init__(self, input_dim, output_dim):
        super(MLP, self).__init__()
        self.hidden1 = nn.Linear(input_dim, 32)
        self.hidden2 = nn.Linear(32, 64)
        self.output = nn.Linear(64, output_dim)
        self.relu = nn.ReLU()
        self.softmax = nn.Softmax(dim=1)

    def forward(self, x):
        x = self.relu(self.hidden1(x))
        x = self.relu(self.hidden2(x))
        x = self.output(x)
        x = self.softmax(x)
        return x

# Initialize the model, loss function, and optimizer
model = MLP(input_dim=X_train.shape[1], output_dim=len(set(y)))
criterion = nn.CrossEntropyLoss()
```

```
optimizer = optim.Adam(model.parameters(), lr=0.001)
scheduler = optim.lr_scheduler.ReduceLROnPlateau(optimizer, mode='min', factor=0.1, patience=15,
    verbose=True)

```

Code :۹ Model and Configuration

در انتها مدل با استفاده از کد زیر آموزش داده می‌شود؛ باید توجه داشته که کد زیر با بررسی تغییرات تابع هزینه دستاست ارزیابی، میزان بهبود آن را بررسی می‌کند و اگر به ازای ۳۰ Epoch بهبود محسوس رخ ندهد فرایند آموزش متوقف می‌شود.

```
# Training loop with early stopping
num_epochs = 500
patience = 30
best_val_loss = float('inf')
epochs_without_improvement = 0
Best_model = None

# Metrics storage
train_losses = []
val_losses = []
train_accuracies = []
val_accuracies = []

for epoch in range(num_epochs):
    model.train()
    train_loss = 0.0
    train_correct = 0
    total_train = 0

    for inputs, labels in train_loader:
        optimizer.zero_grad()
        outputs = model(inputs)
        loss = criterion(outputs, labels)
        loss.backward()
        optimizer.step()
        train_loss += loss.item()

        _, preds = torch.max(outputs, 1)
        _, targets = torch.max(labels,1)
        train_correct += (preds == targets).sum().item()
        total_train += labels.size(0)

    train_loss /= len(train_loader)
    train_accuracy = train_correct / total_train
    train_losses.append(train_loss)
    train_accuracies.append(train_accuracy)
```

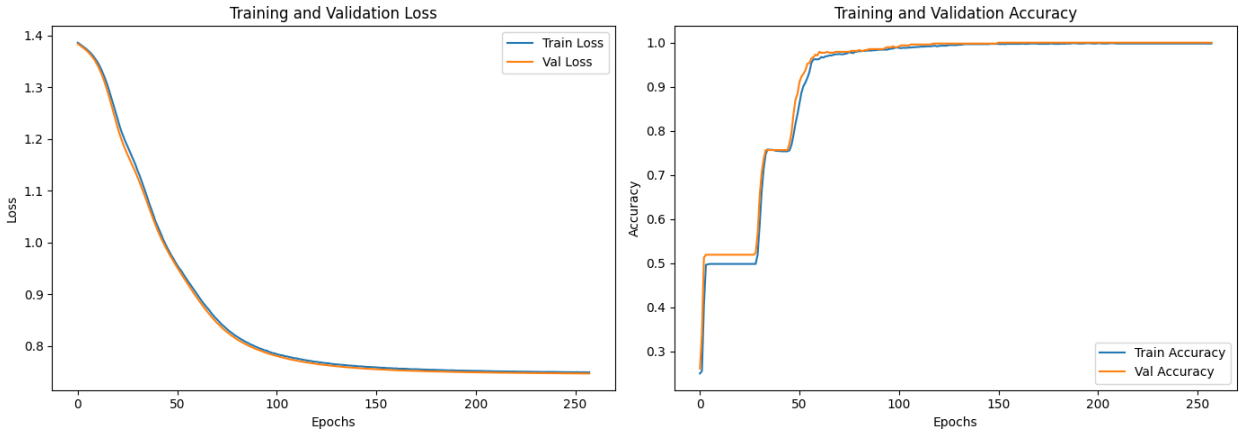
```
    model.eval()
    val_loss = 0.0
    val_correct = 0
    total_val = 0
    with torch.no_grad():
        for inputs, labels in val_loader:
            outputs = model(inputs)
            loss = criterion(outputs, labels)
            val_loss += loss.item()

            _, preds = torch.max(outputs, 1)
            _, targets = torch.max(labels,1)
            val_correct += (preds == targets).sum().item()
            total_val += labels.size(0)

    val_loss /= len(val_loader)
    val_accuracy = val_correct / total_val
    val_losses.append(val_loss)
    val_accuracies.append(val_accuracy)

    print(f'Epoch {epoch+1}/{num_epochs}, Train Loss: {train_loss:.4f}, Val Loss: {val_loss:.4f},
     Train Accuracy: {train_accuracy:.4f}, Val Accuracy: {val_accuracy:.4f}')

    scheduler.step(val_loss)

    if  best_val_loss - val_loss > 1e-3:
        best_val_loss = val_loss
        torch.save(model.state_dict(), 'best_model.pth')
        epochs_without_improvement = 0
    else:
        epochs_without_improvement += 1

    if epochs_without_improvement >= patience:
        print(f'Early stopping triggered after {epoch+1} epochs.')
        break
```

Code :۱۰ Train Loop

۱.۳.۲ نتایج

پس از آموزش مدل با configuration که در بالا مطرح شد نتایج بدست آمده از تابع هزینه و متریک Accuracy در شکل ۱۰ نشان داده شده است. در این آموزش، با گذشتن Epoch ۲۵۸ بهبودی در میزان تابع هزینه دیتاست ارزیابی مشاهده نشده است و فرایند آموزش stop early شده است. همانطور که مشخص است

میزان accuracy این مجموعه داده آموزش و ارزیابی در طی فرایند آموزش به حدود یک نزدیک شده است و همانطور که از این نمودار مشخص است، بهینه سازی این مدل در ۲ نقطه به extremum local رسیده است و برای حدود چند Epoch بهبودی در نتایج این متریک مشاهده نمی‌شود.

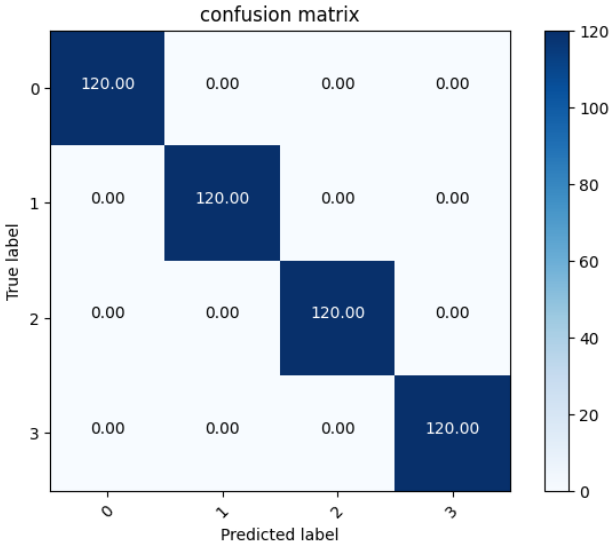


شکل ۱۰: نتایج آموزش مدل MLP

به منظور تحلیل بهتر نتایج بدست آمده از آموزش این مدل متریک‌ها و معیارهای دیگری علاوه بر Accuracy مورد نیاز است زیرا که متریک Accuracy با در نظر گرفتن کلاس‌های نرمالی که به درستی تشخیص داده شده‌اند در فرمول خود، باعث کاهش اثر نمونه‌هایی که به اشتباه تشخیص داده‌شده‌اند می‌شود بنابراین متریک‌های دیگری مورد نیاز است که در ادامه نتایج مدل را برحسب Recall و Precision و Score F-۱ و ماتریس درهم‌ریختگی روی مجموعه داده آزمون بررسی می‌شود.

نتایج آموزش مدل روی داده آزمون در شکل ۱۱ و شکل ۱.۳.۲ نشان دهنده عملکرد بسیار خوب این مدل می‌باشد که تمام نمونه‌ها را به درستی تشخیص داده است.

	precision	recall	f1-score	support
0	00.1	00.1	00.1	359
1	00.1	00.1	00.1	375
2	00.1	00.1	00.1	348
3	00.1	00.1	00.1	358
accuracy			00.1	1440
macro avg	00.1	00.1	00.1	1440
weighted avg	00.1	00.1	00.1	1440



شکل ۱۱: Matrix Confiusion

۴.۲ بخش سوم

در ادامه با استفاده از کد زیر ۲ مدل جدید با هایconfiguratin جدید ایجاد می‌کنیم که در مدل اول تنها تابع هزینه به L1Loss تبدیل شده و در مدل دوم علاوه بر آن بهینه‌ساز به الگوریتم SGD تغییر یافته است.

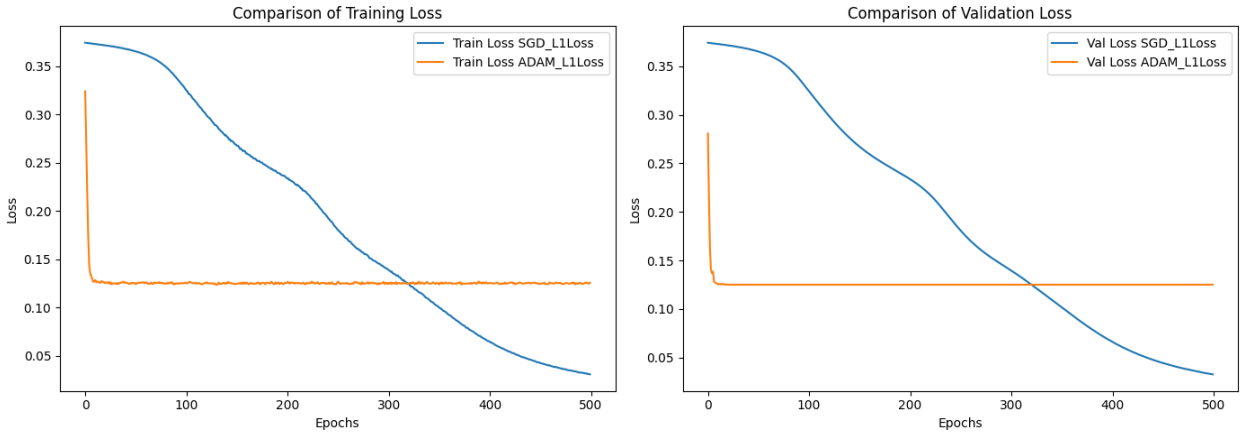
```
# Model 1
model = MLP(input_dim=X_train.shape[1], output_dim=len(set(y)))
criterion = nn.L1Loss()
optimizer = optim.Adam(model.parameters(), lr=0.1)
scheduler = optim.lr_scheduler.ReduceLROnPlateau(optimizer, mode='min', factor=0.1, patience=15,
    verbose=True)

# model 2
model = MLP(input_dim=X_train.shape[1], output_dim=len(set(y)))
criterion = nn.L1Loss()
optimizer = optim.SGD(model.parameters(), lr=0.1)
scheduler = optim.lr_scheduler.ReduceLROnPlateau(optimizer, mode='min', factor=0.1, patience=15,
    verbose=True)

```

۱.۴.۲ نتایج

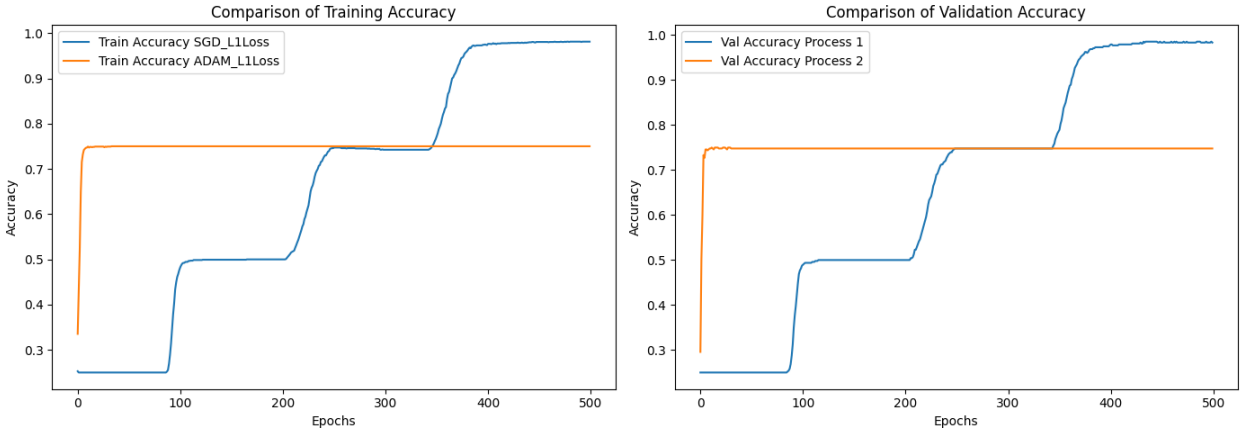
با توجه به نمودارهای موجود در شکل ۱۳ و شکل ۱۲ مشخص می‌شود که تغییر تابع هزینه به تنهایی می‌تواند به شدت روی عملکرد مدل تاثیر بگذارد؛ این مسئله با بررسی نمودارهای نارنجی که مربوط به مدل با تابع هزینه L1Loss و بهینه ساز Adam است مشخص می‌شود. در آموزش این مدل مشخص می‌شود که یک نقطه بهینه محلی

پیدا شده است که مدل نتوانسته است از آن خارج شود و مقدار Accuracy برابر ۷۵% شده است که نشان دهنده افت شدید این متریک نسبت به شرایطی است که تابع هزینه از نوع CrossEntropyLoss است.

در ادامه با تغییر بهینه‌ساز در فرایند آموزش به SGD نشان داده می‌شود که دوباره مدل به نتیجه مطلوب می‌رسد اما باید این نکته را در نظر داشته که بابت رسیدن به این نتیجه نیاز است که ۵۰۰ Epoch طی شود که خیلی بیشتر از تعداد Epoch طی شده در فرایند آموزش نشان داده‌شده در زیرقسمت ۳.۲ می‌باشد. نکته حائز اهمیت در نمودارهای شکل ۱۲ این است که آموزشی که با نمودار آبی نشان داده شده است همچنان می‌تواند آموزش داده شود و داری شیب نزولی هم در نمودار آموزش و هم در نمودار ارزیابی است.



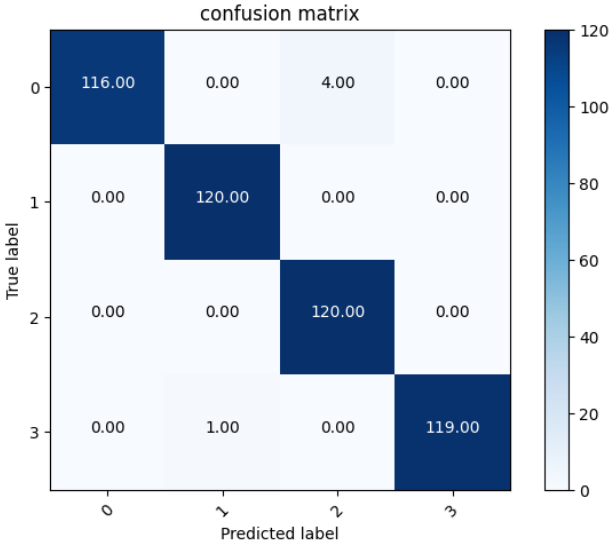
شکل ۱۲: تابع هزینه آموزش مدل MLP با بهینه ساز و تابع هزینه جدید



شکل ۱۳: متریک‌های آموزش مدل MLP با بهینه ساز و تابع هزینه جدید

در ادامه به منظور مقایسه عملکرد مدلی که تابع هزینه و الگوریتم بهینه‌سازی آن عوض شده است با مدل قبلی، ماتریس درهم‌ریختگی را روی مجموعه داده تست محاسبه می‌کنیم که در شکل ۱۴ نمایش آن قابل ملاحظه است. همانطور که از این ماتریس مشخص است، مدلی که تابع هزینه و بهینه ساز آن تغییر کرده است در ۴ نمونه از کلاس سالم را به اشتباه متعلق به کلاس ۲ تشخیص داده است و ۱ نمونه از کلاس ۳ را متعلق به کلاس ۱ تشخیص داده است که در مجموع ۵ خطا دارد؛ این درحالی است که مدل بدست آمده در زیرقسمت ۳.۲

هیچ خطایی روی محموعه داده آزمون نداشته است، بنابراین تغییر تابع هزینه و یا بهینه ساز می‌تواند موجب کاهش عملکرد مدل در این مسئله بشود.



شکل ۱۴: ماتریس درهم‌ریختگی روی داده‌های آزمون

مراجع

[۱] Yuan, Avinash. n.d. "Activation Functions Cheatsheet: Learning Machine Ac-". Accessed: May ۱۸، ۲۰۲۴.