Esercizio 4.1 Sia f(x)=4x^2-12x+1. Determinare $p(x) \in \pi_4$ che interpola f(x) sulle ascisse $i = i$, i=0,...,4.

Soluzione Caso Lagrange:
Per prima cosa si calcolano gli $f(x_i)$ per ogni i=0,...,4:
f(0)=1
f(1)=-7
f(2)=-7
f(3)=1
f(4)=17

Adesso calcoliamo $L_{kn}(x)$ con k=0,...,4 e n=4:
L_{04}=$\frac{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)}{24}$

L_{14}=$\frac{(-x)(x-2)(x-3)(x-4)}{6}$
L_{24}=$\frac{(x)(x-1)(x-3)(x-4)}{4}$
L_{34}=$\frac{(-x)(x-1)(x-2)(x-4)}{6}$
L_{44}=$\frac{(x)(x-1)(x-2)(x-3)}{24}$

A questo punto possiamo scrivere $p(x) \in \pi_4$= $\frac{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)}{24}-7\frac{(-x)(x-2)(x-3)(x-4)}{6}-7\frac{(x)(x-1)(x-3)(x-4)}{4}$+$\frac{(-x)(x-1)(x-2)(x-4)}{6}$+17$\frac{(x)(x-1)(x-2)(x-3)}{24}$

Eseguendo i calcoli, si ottiene il polinomio $p(x) = 4x^2 - 12x + 1$

Esercizio 4.14 Quali diventano le ascisse di Chebyshev, per un problema definito su un generico intervallo [a,b]?

Soluzione

Nel caso a=-1 e b=1, la formula per il calcolo delle ascisse di Chebyshev Ã¨:
$x_i^{(k)} = cos(\frac{(2i+1)\pi}{2k})$ con k grado del polinomio e i=0,...,k.

Nel caso generico, la formula diventa: $x_i^{(k)} = \frac{a+b}{2} + \frac{b-a}{2}cos(\frac{(2i+1)\pi}{2k})$ con k grado del polinomio e i=0,...,k.