Marcin Mikuła

Interpolacja

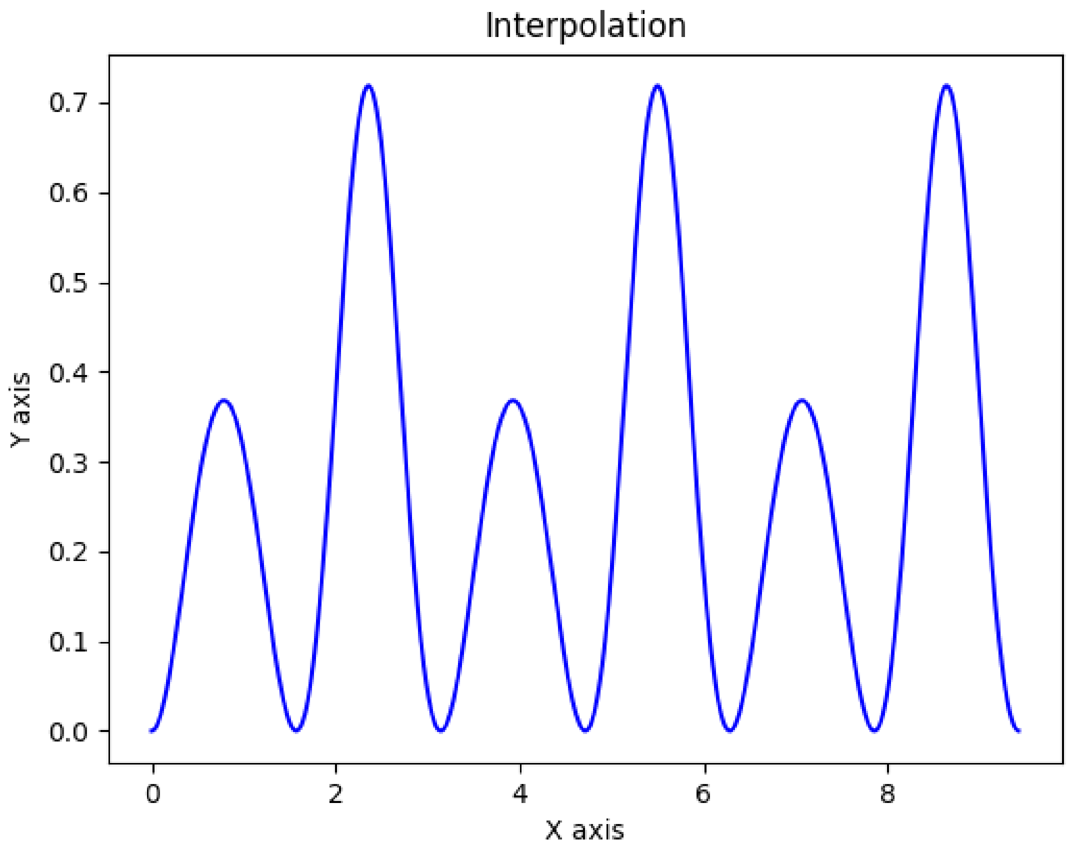
Do obliczeń użyłem języka Python na systemie Windows 10.

Funkcja do analizy:

$$f(x) = e^{-\sin(2*x)} + \sin(2*x) - 1$$

Pochodna:

$$f'(x) = 2*\left(1 - e^{-\sin(2*x)}\right)*\cos(2*x)$$



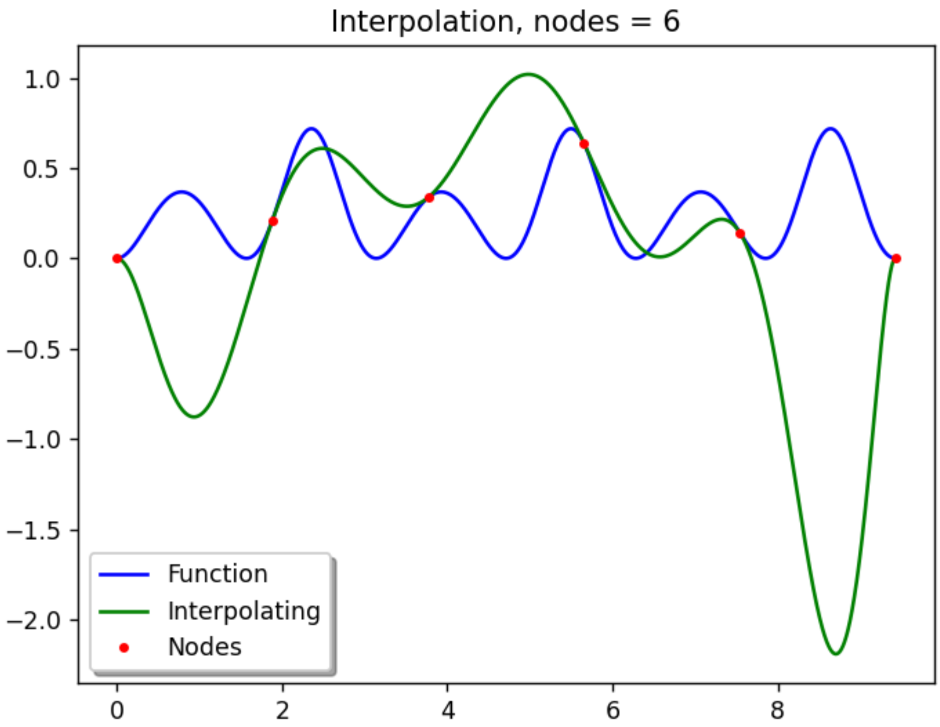
Wykres 1. Zadana funkcja

Funkcję interpolującą wyznaczam dla liczby punktów wynoszącą 30 000.

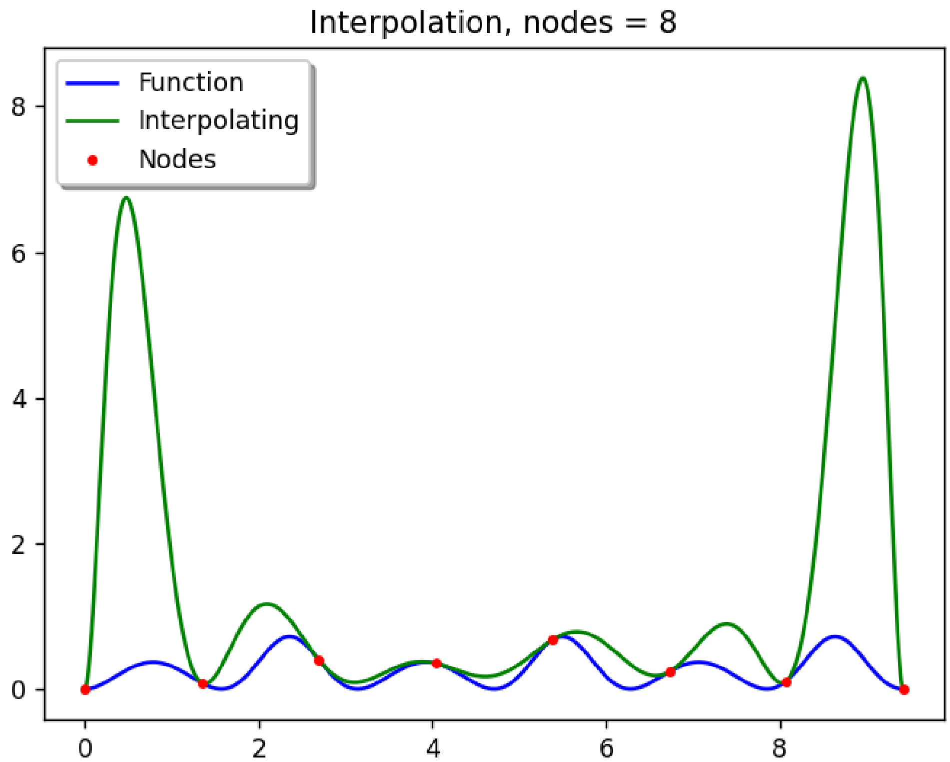
Metoda Hermita

Hermit				
Liczba węzłów	Rozkład równomierny		Rozkład Chebysheva	
-	Norma maksimum	Kwadrat różnicy	Norma maksimum	Kwadrat różnicy
3	0,718	3514,059	0,963	4096,872
5	0,610	2530,425	0,990	5626,151
6	2,901	23909,181	1,079	7692,858
8	7,971	160955,613	1,103	3966,285
9	21,085	562158,981	0,685	1517,177
10	58,442	5466547,215	0,313	353,506
11	121,822	25132496,214	0,213	130,895
12	180,585	49448349,501	0,161	98,793
15	377,018	117149093,301	0,027	3,230
20	12412,640	133338972311,241	0,011	0,062

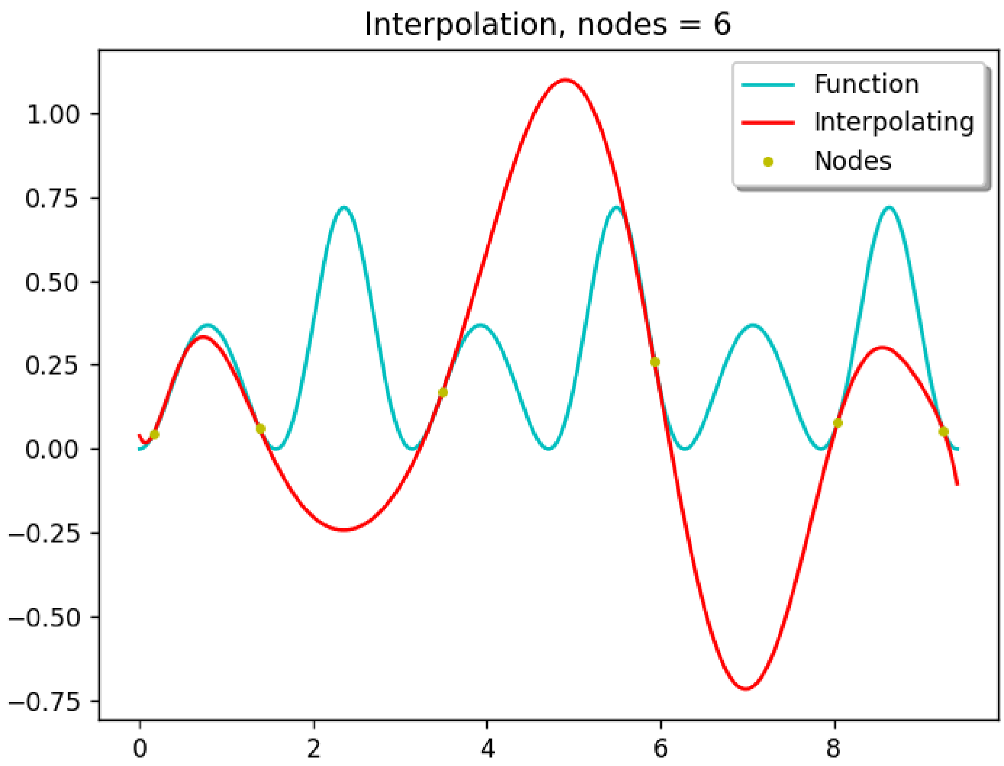
Tabela 1. Błędy uzyskane przy użyciu metody Hermita dla węzłów o rozkładzie równoległym i Chebysheva



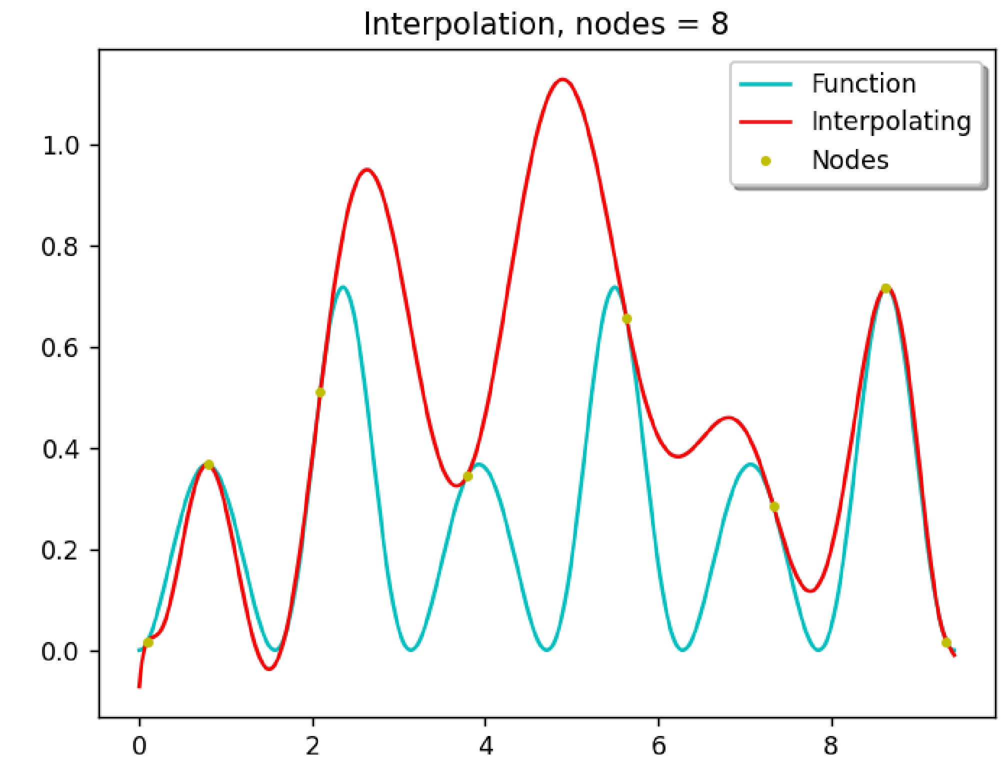
Wykres 1. Interpolacja Hermita dla 6 równoodległych węzłów, brak efektu Rungego



Wykres 2. Interpolacja Hermita dla 8 równoodległych węzłów, bardzo widoczny efekt Rungego



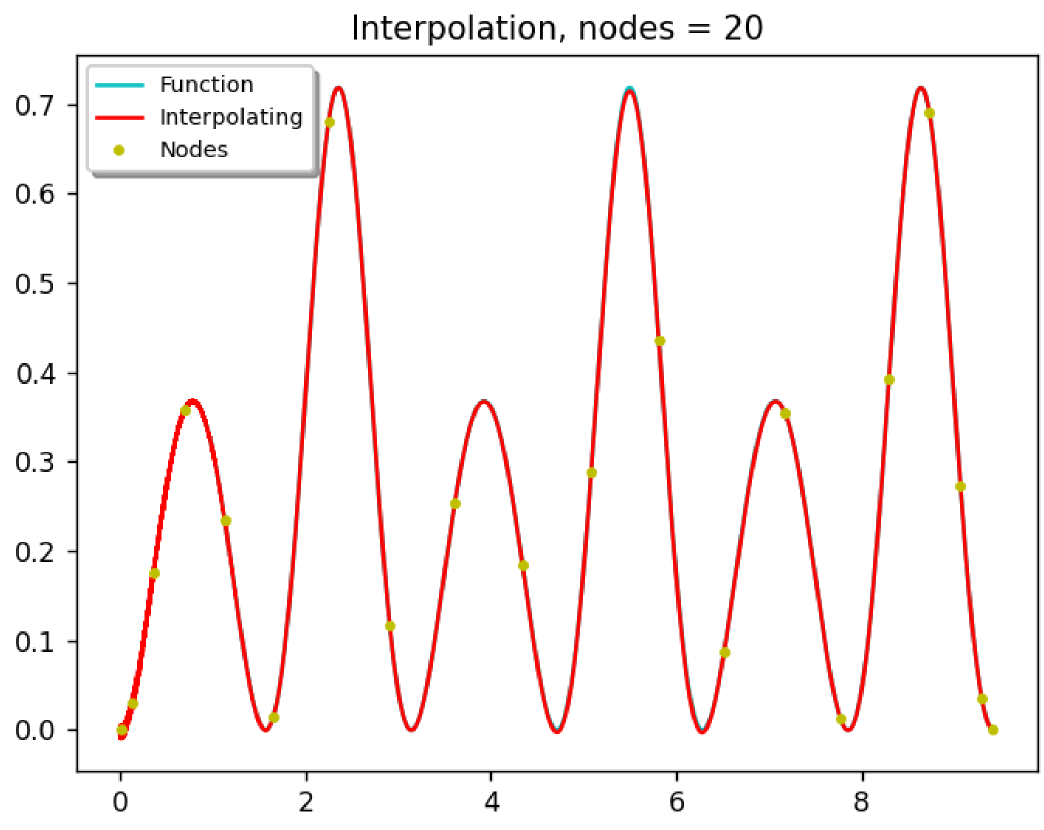
Wykres 3. Interpolacja Hermita dla 6 węzłów Chebysheva



Wykres 4. Interpolacja Hermita dla 8 węzłów Chebysheva

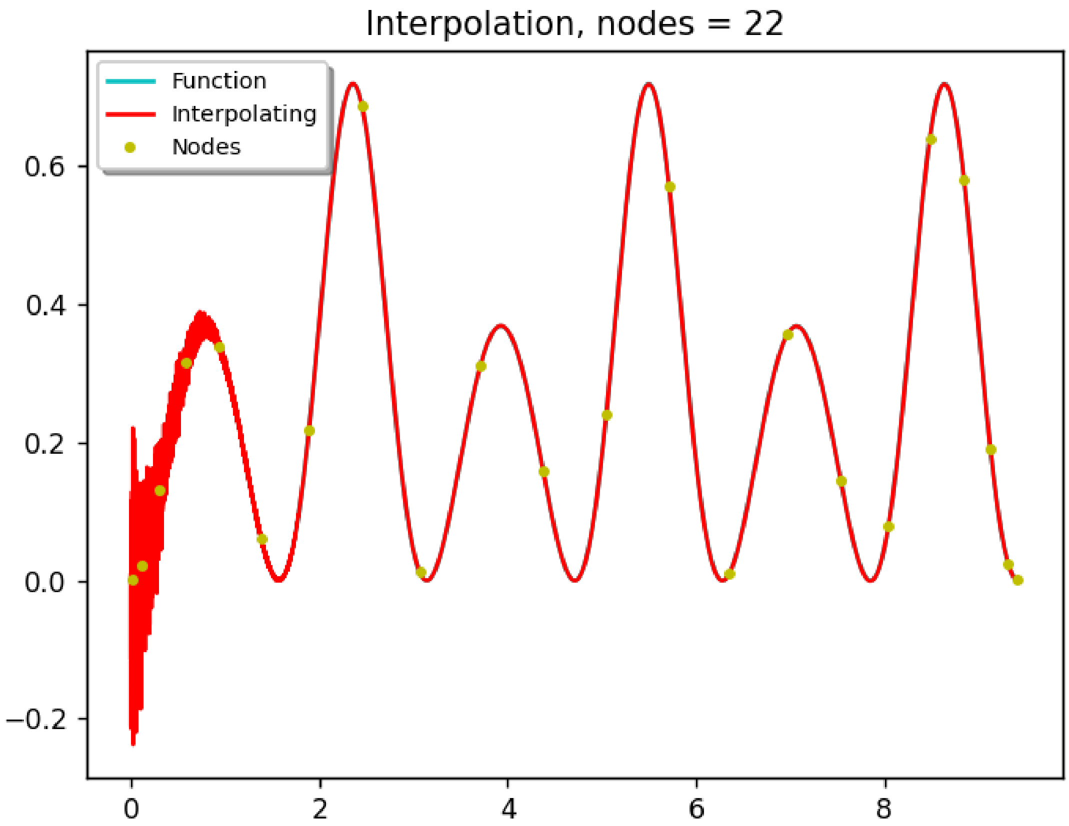
Można zauważyć, że zastosowanie węzłów Chebysheva w metodzie Hermit'a również zapobiega powstawaniu efektu Rungego, sprawiając, że funkcja interpolująca dokładniej przybliża zadaną funckję. Warto zwrócić uwagę, że błędy dla równomiernego rozkładu węzłów są bardzo duże.

Najlepszą dokładność udało mi się uzyskać przy 20 węzłach Chebysheva.



Wykres 5. Interpolacja Hermita dla 20 węzłów Chebysheva

Dla wielomianu powyżej 39 stopnia funkcja interpolująca jest błędnie wyznaczana. Dla przykładu wykres wielomianu 43 stopnia.



Wykres 6. Interpolacja Hermita dla 22 węzłów Chebysheva