

## Лабораторная работа 4.

### Нахождение корней нелинейного уравнения.

#### Цель работы:

- программирование численных методов решения нелинейных уравнений;
- сравнительный анализ методов простой итерации, половинного деления и метода Ньютона.

#### Задание:

1. Найти корень уравнения

$$x - \cos(x) = 0$$

простой итерацией, половинным делением и методом Ньютона с погрешностью  $\text{eps} < 0.000001$  и для каждого из трех методов определить количество шагов алгоритма.

2. Выполнить п.1 для  $\text{eps} < 0.00000001$ .

3. Выполнить п.1 для уравнения

$$x - 10\cos(x) = 0$$

и объяснить результаты.

#### Указания

Численному решению уравнения

$$f(x) = 0 \quad (1)$$

должно предшествовать хотя бы грубое исследование вопросов существования и положения корней.

#### Итерационные методы

Заданное уравнение  $f(x) = 0$  приводят к виду

$$x = \varphi(x). \quad (2)$$

Выбирая некоторое начальное приближение  $X_0$ , вычисляют последовательные приближения

$$X_{j+1} = \varphi(X_j), \quad (j=0, 1, 2, \dots).$$

Сходимость таких приближений к искомому решению  $X$  требует отдельного исследования. Сходимость зависит прежде всего от вида функции, а также от начального приближения. (В данной лабораторной работе такие исследования не делаются, но в пункте 3 задания приведена функция, для которой решения методом Ньютона и методом простой итерации расходятся.) Для того, чтобы программа нахождения корней этими методами не закикливалась, следует ограничивать максимальное число итераций  $N_{\max}$ , например,  $N_{\max} < 100000$ .

Возможны различные способы приведения уравнения (1) к виду (2).

Простая итерация

$$X_{j+1} = X_j - f(X_j).$$

Метод Ньютона

$$X_{j+1} = X_j - f(X_j) / f'(X_j).$$

Метод половинного деления

Для использования этого метода нужно задать границы интервала на оси абсцисс, содержащего ровно один корень  $[x_l, x_r]$  и требуемую точность вычислений.

Суть метода заключается в следующем. Выбирают  $X$  на середине интервала  $[x_l, x_r]$  и определяют  $f(X)$ . Если  $f(X) < \text{eps}$ , то середина интервала считается корнем функции, иначе корень ищется на том интервале из двух полученных, для которого значения функции на концах имеют разные знаки.

#### Требования к отчету

Отчет по лабораторной работе должен состоять из 4-х разделов, отражающих основные этапы разработки программы:

- Постановка задачи;
- Разработка алгоритма;

- Кодирование (соответствующий раздел отчета называется «Текст программы»);
- Тестирование (соответствующий раздел отчета называется «Анализ результатов»).

В разделе «Постановка задачи» должен быть приведен текст задания.

Раздел «Разработка алгоритма» должен содержать следующую информацию:

- краткое описание (обоснование) алгоритма (для 3-х методов);
- описание входных, выходных и вспомогательных данных с указанием их идентификаторов и типов;
- схему алгоритма, состоящую из двух частей: общей (укрупненной) схемы и уточненной схемы одного из блоков:
  1. Простая итерация;
  2. Метод Ньютона;
  3. Половинное деление.

(Номер блока равен остатку от деления порядкового номера студента в списке группы на 3.)

В разделе «Текст программы» должен быть приведен листинг программы, включающий необходимые комментарии.

В разделе «Анализ результатов» должны быть приведены распечатки экранов. Для экономии краски изображения экранов должны иметь белый фон, для чего их нужно предварительно обработать в графическом редакторе (Paint).

Отчет должен быть распечатан на принтере на листах бумаги формата А4, скрепленных в левом верхнем углу с помощью степлера, и подписан исполнителем с указанием даты сдачи отчета преподавателю.