Seminario de Modelos y Métodos Cuantitativos
Tarea 2-3

Universidad Técnica Federico Santa María - Campus San Joaquín

6 de diciembre de 2015

Profesor Andrés Moreira

Juan Pablo Escalona G.
juan.escalonag@alumnos.usm.cl
201073515-k

Alonso Lepe M.
alonso.lepe@alumnos.usm.cl
201173593-5

1. Pregunta 1

Se tiene un grafo $G(n = 400, p = 1)$ esto implica que hay 79800 aristas que conectan a los 400 nodos entre todos. i.e. $\frac{399 \cdot 400}{2} = 79800$

Para que una componente conexa sea gigante debe tener un $k = np > 1$, en este caso $k = 400$, como se necesita un $k <= 1$ para que deje de ser gigante, entonces p debería ser a lo mas $\frac{1}{400} = 0{,}0025$

Si se elimina una arista en el segundo 00:00:01 entonces aún quedan 79799 aristas, es decir, una probabilidad de $p = \frac{79799}{79800} = 0{,}9999$. Pero se sabe que se necesita una probabilidad de 0.0025, por lo que la componente dejará de ser conexa cuando solo hayan $\frac{E}{79800} = 0{,}0025 \implies E \sim 200$ aristas.

Luego si cada segundo se elimina 1 arista y es preciso eliminar 79600 aristas entonces se tendría que esperar hasta las 22:06:40 (10 de la noche, 6 minutos y 40 segundos)

2. Pregunta 2

La Matriz laplaciana de un grafo se puede obtener a partir de la matriz de adyacencia siguiendo el siguiente formato:

$$l_{i,j} = \begin{cases} k_i & \text{si } i = j \\ -1 & \text{si } i \neq j \\ 0 & \text{e.t.o.c.} \end{cases} \tag{1}$$

que es lo mismo que decir $l = K - A$ donde K es la matriz diagonal de los grados de cada nodo y A es la matriz de adyacencia. Luego para la matriz de adyacencia dada se tiene la siguiente matriz laplaciana:

$$l = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 3 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \tag{2}$$

Luego el valor de Fielder es el segundo valor propio mas pequeño, en este caso corresponde a 0.438 ubicado en la tercera columna como se muestra en las ecuaciones (3) y (4).

$$V = \begin{bmatrix} 0{,}185 & -0{,}408 & \mathbf{0.465} & 0{,}378 & -0{,}756 & 0{,}040 \\ 0{,}185 & -0{,}408 & \mathbf{0.465} & -0{,}734 & 0{,}463 & 0{,}238 \\ -0{,}657 & -0{,}408 & \mathbf{0.261} & 0{,}357 & 0{,}292 & -0{,}278 \\ 0{,}657 & -0{,}408 & \mathbf{-0.261} & 0{,}357 & 0{,}292 & -0{,}278 \\ -0{,}185 & -0{,}408 & \mathbf{-0.465} & -0{,}189 & -0{,}148 & -0{,}472 \\ -0{,}185 & -0{,}408 & \mathbf{-0.465} & -0{,}168 & -0{,}145 & 0{,}751 \end{bmatrix} \tag{3}$$

$$E = \begin{bmatrix} 4{,}562 & 0{,}000 & \mathbf{0.438} & 3{,}000 & 3{,}000 & 3{,}000 \end{bmatrix} \tag{4}$$

Es importante ordenarlos para obtener el valor de Fielder, pues este es el segundo menor valor propio.

$$\text{Valor de Fielder: } 0{,}4384 \tag{5}$$

$$\text{Vector de Fielder: } \begin{bmatrix} 0{,}465 & 0{,}465 & 0{,}261 & -0{,}261 & -0{,}465 & -0{,}465 \end{bmatrix} \tag{6}$$

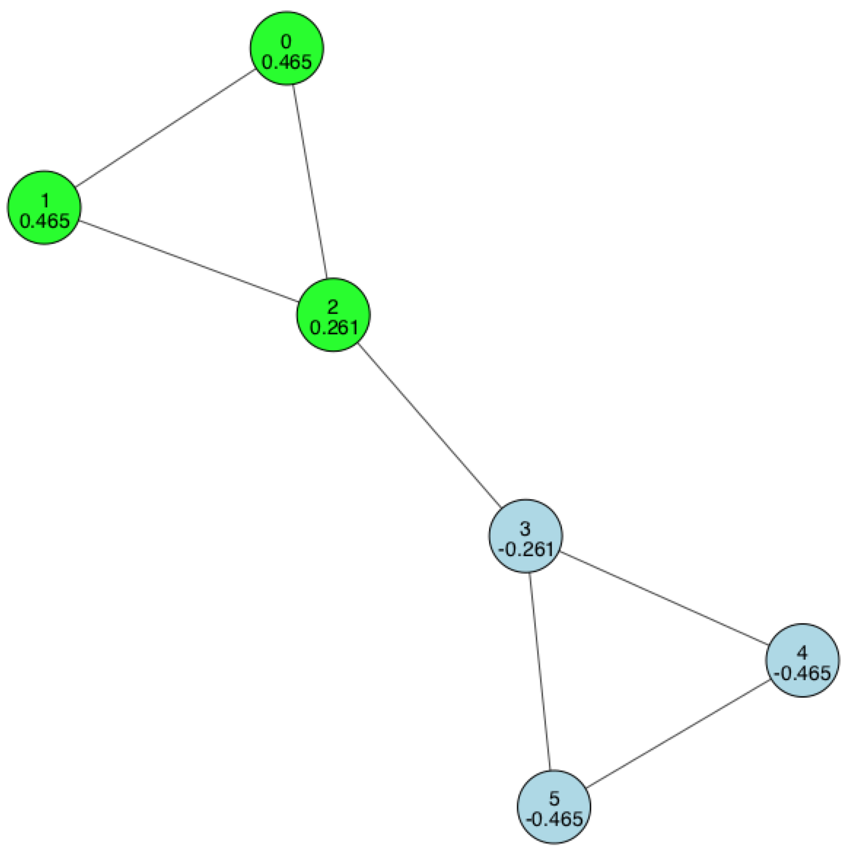

Figura 1: Partición de la red en dos comunidades mostrando sus respectivos valores del vector propio.

Se decidió cortar en el 0, pues los valores se separan uniformemente en torno al este. Se observan claramente dos comunidades en esta red las que interactúan únicamente por el vértice 2-3.

3. Pregunta 4

3.1. Grafico de la red

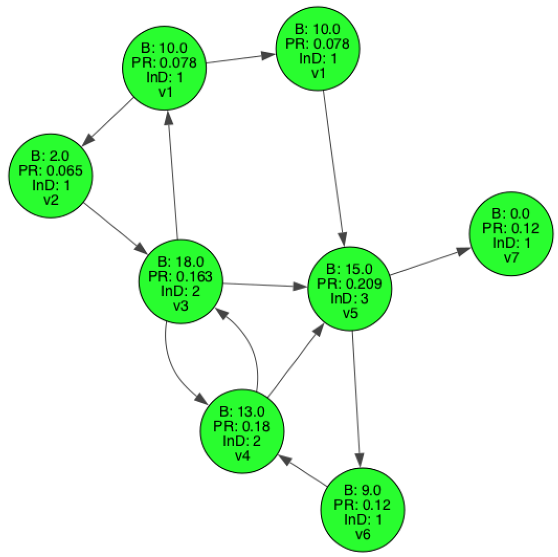

Figura 2: Red chica dirigida. B: Betweenness, PR: PageRank, InD: Grado de entrada.

3.2. Ranking de los índices

Grado Entrada			Betweenness			PageRank		
Posición	Nodo	Valor	Posición	Nodo	Valor	Posición	Nodo	Valor
1	v5	3	1	v3	18	1	v5	0.209
2	v4	2	2	v5	15	2	v4	0.180
2	v3	2	3	v4	13	3	v3	0.163
3	v1	1	4	v1	10	4	v6	0.120
3	v2	1	5	v6	9	4	v7	0.120
3	v6	1	6	v8	3	5	v1	0.078
3	v7	1	7	v2	2	6	v2	0.065
3	v8	1	8	v7	0	6	v8	0.065

Cuadro 1: Ranking de cada índice para la red chica.

4. Referencias

5. Apéndice