

Lenguaje S

Ejercicio 1

a. IF $x \neq 0$ GOTO A \Rightarrow computa la función $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} / f(x) = 0$

$z \leftarrow z + 1$

IF $z \neq 0$ GOTO E

b. [C] IF $x \neq 0$ GOTO A \Rightarrow computa la función $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} / f(x) = x$

$z \leftarrow z + 1$

IF $z \neq 0$ GOTO E

[A] $x \leftarrow x - 1$

$y \leftarrow y + 1$

IF $x \neq 0$ GOTO C

Ejercicio 2

Expansión de IF $x = 0$ GOTO L :

IF $x \neq 0$ GOTO A₁

$z_1 \leftarrow z_1 + 1$

IF $z_1 \neq 0$ GOTO L

} Si $x = 0$ GOTO L xq z_1 nunca va a valer cero

[A₁] $z_2 \leftarrow z_2 + 1$ \Rightarrow Agrego esto p/q el programa siga y uso una variable auxiliar que no aparezca en el programa

Ejercicio 3

a. $f(x) = z \cdot x \Rightarrow z_2 \leftarrow x$

[B₁] IF $z_2 \neq 0$ GOTO A₁

GOTO C₁

[A₁] $z_2 \leftarrow z_2 - 1$

$y \leftarrow y + 1$

$y \leftarrow y + 1$

GOTO B₁

b. $g(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \text{ par} \\ 0 & \text{si } x \text{ impar} \end{cases} \Rightarrow$ IF $x \neq 0$ GOTO A₁

$z_1 \leftarrow z_1 + 1$

IF $z_1 \neq 0$ GOTO B₁

[A₁] $x \leftarrow x - 1$

IF $x \neq 0$ GOTO C₁

$z_2 \leftarrow z_2 + 1$

IF $z_2 \neq 0$ GOTO E₁

[C₁] $x \leftarrow x - 1$

IF $x \neq 0$ GOTO A₁

$z_3 \leftarrow z_3 + 1$

IF $z_3 \neq 0$ GOTO B₁

[B₁] $y \leftarrow y + 1$

c. $h(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{si } x = y \\ 0 & \text{si } x \neq y \end{cases} \Rightarrow$ IF $x_1 \neq 0$ GOTO A₁

IF $x_2 \neq 0$ GOTO E₁

GOTO E₂

[A₁] IF $x_2 \neq 0$ GOTO B₁

GOTO E₃

[B₁] $x_1 \leftarrow x_1 - 1$

$x_2 \leftarrow x_2 - 1$

IF $x_1 \neq 0$ GOTO A₁

IF $x_2 \neq 0$ GOTO E₄

[E₂] $y \leftarrow y + 1$

Ejercicio 4

a. $f(x) = \left\lfloor \frac{x}{z} \right\rfloor$ and $[z] = \text{parte entero de } z \Rightarrow$

```

 $z_1 \leftarrow x$ 
IF  $z_1 \neq 0$  GOTO  $A_1$ 
GOTO  $E_1$ 
 $[A_1]$   $z_1 \leftarrow z_1 - 1$ 
IF  $z_1 \neq 0$  GOTO  $B_1$ 
GOTO  $E_2$ 
 $[B_1]$   $z_1 \leftarrow z_1 - 1$ 
 $y \leftarrow y + 1$ 
IF  $z_1 \neq 0$  GOTO  $A_1$ 

```

b. $h(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{si } x > y \\ 0 & \text{si } x \leq y \end{cases} \Rightarrow$

```

 $[B_1]$  IF  $x_1 \neq 0$  GOTO  $A_1$ 
GOTO  $E_1$ 
 $[A_1]$  IF  $x_2 \neq 0$  GOTO  $C_1$ 
 $y \leftarrow y + 1$ 
GOTO  $E_2$ 
 $[C_1]$   $x_1 \leftarrow x_1 - 1$ 
 $x_2 \leftarrow x_2 - 1$ 
GOTO  $[B_1]$ 

```

Ejercicio 5

Sea $P(x)$ un predicado unario computable, probar que IF $P(x)$ GOTO L es un macro bien definido.

$P(x) = 0$ si es falso y $P(x) \neq 0$ si es verdadero $\Rightarrow z_1 \leftarrow P(x)$

```

IF  $z_1 \neq 0$  GOTO L

```

Ejercicio 6

Probar que $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ biyectiva y computable $\Rightarrow f^{-1}$ computable.

$[A_1]$ $z_1 \leftarrow f(z_2)$ IF $z_1 = x_1$ GOTO B_1

$z_2 \leftarrow z_2 + 1$ GOTO A_1

$[B_1]$ $y \leftarrow z_2$

IF $z_3 \neq 0$ GOTO $B_1 \Rightarrow$ si son iguales goto B_1

Ejercicio 7

$\psi(x, y) = \begin{cases} x - y & \text{si } x \geq y \\ 1 & \text{sino} \end{cases} \Rightarrow$

```

 $[B_1]$  IF  $x_1 \neq 0$  GOTO  $A_1$ 
 $[E_1]$  IF  $x_2 \neq 0$  GOTO  $E_1$ 
 $[A_1]$  IF  $x_2 \neq 0$  GOTO  $C_1$ 
 $y \leftarrow x_1$ 
GOTO  $E_2$ 
 $[C_1]$   $x_1 \leftarrow x_1 - 1$ 
 $x_2 \leftarrow x_2 - 1$ 
GOTO  $B_1$ 

```

Ejercicio 8

$f: \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N} / x_1 - x_2 = \begin{cases} x_1 - x_2 & x_1 \geq x_2 \\ 0 & x_1 < x_2 \end{cases}$

Sean f y g computables de una variable. Probar que $f+g$ y $f-g$ son computables.

1. Defino $h: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} / h(n) = f(n) + g(n)$

Veamos que h es computable:

```

 $y \leftarrow f(x)$ 
 $z_1 \leftarrow g(x)$ 
 $[A_1]$  IF  $z_1 \neq 0$  GOTO  $B_1$ 
GOTO  $E_1$ 
 $[B_1]$   $y \leftarrow y + 1$ 
 $z_1 \leftarrow z_1 - 1$ 
GOTO  $A_1$ 

```

2. Defino $p: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} / p(n) = \begin{cases} f(n) - g(n) & \text{si } f(n) \geq g(n) \\ 0 & \text{si } f(n) < g(n) \end{cases}$

Vamos que p es computable:

$z_1 \leftarrow f(x)$

$z_2 \leftarrow g(x)$

[B₁] IF $z_1 \neq 0$ GOTO A₁

IF $z_2 \neq 0$ GOTO E₁

[A₁] IF $z_2 \neq 0$ GOTO C₁

$y \leftarrow z_1$

GOTO E₂

[C₁] $z_1 \leftarrow z_1 - 1$

$z_2 \leftarrow z_2 - 1$

GOTO B₁

Ejercicio 9

Sea $F: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ computable \Rightarrow probar que $h(x_1, x_2) = 1$ si $F(x_1) \neq 0$ y $h(x_1, x_2) = 0$ si $F(x_1) = 0$ es computable.

$z_1 \leftarrow F(x_1) \Rightarrow$ al expandir $F(x_1)$, redireccion la salida a z_1

IF $z_1 \neq 0$ GOTO E₁

GOTO E₂ \Rightarrow Salto incondicional

[E₁] $y \leftarrow y + 1$

Ejercicio 10

a. • $d_1 = \{1, x = z, y = 0\}$

• $d_2 = \{4, x = z, y = 0\} \Rightarrow$ pongo cuarta instruccion para indicar que es la terminal

b. • $d_1 = \{1, x = z, y = 0\}$

• $d_2 = \{4, x = z, y = 0\}$

• $d_3 = \{5, x = 1, y = 0\}$

• $d_4 = \{6, x = 1, y = 1\}$

• $d_5 = \{1, x = 1, y = 1\}$

• $d_6 = \{4, x = 1, y = 1\}$

• $d_7 = \{5, x = 0, y = 1\}$

• $d_8 = \{6, x = 0, y = 2\}$

• $d_9 = \{7, x = 0, y = 2\}$