

মূল বইয়ের অতিরিক্ত অংশ

পঞ্চদশ অধ্যায়: ক্ষেত্রফল সম্পর্কিত উপপাদ্য ও সম্পাদ্য

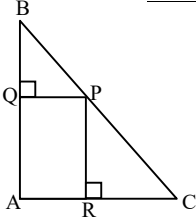


পরীক্ষায় কমন পেতে আরও প্রশ্ন ও সমাধান

- প্রশ্ন ▶ ১** ABC একটি সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ। BC এর অতিভুজ এবং P, BC এর উপর যে কোন বিন্দু। $PQ \perp AB$, $PR \perp AC$ ।
ক. উদ্দীপকের তথ্য চিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ কর।
খ. প্রমাণ কর যে, $PB^2 = 2PQ^2$ ।
গ. প্রমাণ কর যে, $PB^2 + PC^2 = 2PA^2$

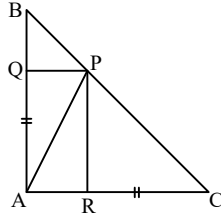
১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



চিত্রে, ABC একটি সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ। অতিভুজ BC এর উপর P যেকোনো বিন্দু এবং $PQ \perp AB$, $PR \perp AC$ ।

- খ** বিশেষ নির্বচন: মনে করি, সমদ্বিবাহু সমকোণী $\triangle ABC$ -এর $AB = AC$ এবং অতিভুজ $BC \perp P$, BC এর উপর যেকোনো বিন্দু। P, A যোগ করি।
প্রমাণ করতে হবে যে, $PB^2 = 2PQ^2$ ।
অঙ্কন: P বিন্দু থেকে AB এবং AC বাহুর উপর যথাক্রমে PQ এবং PR লম্ব টানি।



- প্রমাণ:** ধাপ যথার্থতা
(১) $\triangle ABC$ -এর, $\angle A = 90^\circ$ [দেওয়া আছে]
এবং $\angle B = \angle C = 45^\circ$ [$\because AC = AB$]
এখন, $\triangle PBQ$ -এর, $\angle Q = 90^\circ$ [$\because PQ \perp AB$]
সুতরাং, $\angle QPB = \angle PBQ = 45^\circ$
 $\therefore PQ = BQ$
(২) PBQ সমকোণী ত্রিভুজে PB অতিভুজ হওয়ায়,
 $PB^2 = BQ^2 + PQ^2$
 $= PQ^2 + PQ^2$ [$\because BQ = PQ$]
 $\therefore PB^2 = 2PQ^2$ (প্রমাণিত)

গ অনুশীলনীর ১৪নং প্রশ্নের সমাধান দ্রষ্টব্য।

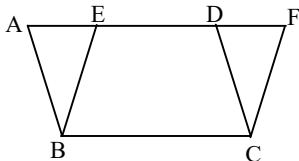
- প্রশ্ন ▶ ২** ABCD ও EBCF সামান্তরিক দুইটি একই ভূমি BC এর উপর এবং একই সমান্তরাল রেখাযুগল AF ও BC এর মধ্যে অবস্থিত।

[নোয়াখালী জিলা স্কুল, নোয়াখালী]

- ক. প্রদত্ত তথ্যানুসারে উপর্যুক্ত সামান্তরিক দুইটির চিত্র আঁক।
খ. প্রমাণ কর যে, সামান্তরিক ক্ষেত্র ABCD এর ক্ষেত্রফল = সামান্তরিক ক্ষেত্র EBCF এর ক্ষেত্রফল।
গ. প্রমাণ কর যে, ABCD সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় সামান্তরিক ক্ষেত্রটিকে চারটি সমান ত্রিভুজক্ষেত্রে বিভক্ত করে।

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



প্রদত্ত তথ্যানুসারে সামান্তরিক দুটির চিত্র আঁকা হলো।

খ
গ

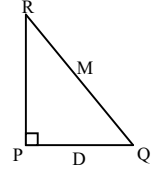
- পাঠ্যবইয়ের অধ্যায়-১৫ এর উপপাদ্য-৩৮ এর অনুরূপ। পৃষ্ঠা- ২৮৭
অনুশীলনীর ৫নং প্রশ্নের সমাধান দ্রষ্টব্য।

- প্রশ্ন ▶ ৩** PQR সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ QR-এর উপর M যে কোনো বিন্দু। D, PQ-এর উপর একটি বিন্দু।
ক. তথ্যগুলো চিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ কর।
খ. দেখাও যে, $RQ^2 + PD^2 = PQ^2 + RD^2$ ।
গ. প্রমাণ কর যে, $MR^2 + MQ^2 = 2PM^2$ ।

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

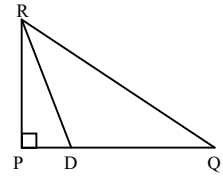
ক

- চিত্রে, PQR একটি সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ যার $\angle P = 90^\circ$, অতিভুজ QR এর উপর M যেকোনো একটি বিন্দু।
D, PQ এর উপরস্থ একটি বিন্দু।



খ

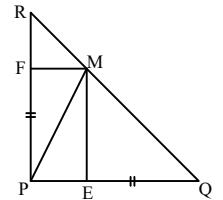
- $\triangle PQR$ -এর $\angle P =$ এক সমকোণ এবং D, PQ এর উপরস্থ একটি বিন্দু। R, D যোগ করি।
প্রমাণ করতে হবে যে,
 $RQ^2 + PD^2 = PQ^2 + RD^2$



প্রমাণ:

- ধাপ-১. $\triangle PRQ$ সমকোণী যার অতিভুজ RQ
 $\therefore RQ^2 = PR^2 + PQ^2 \dots \dots (i)$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য]
ধাপ-২. $\triangle PRD$ সমকোণী যার অতিভুজ RD
 $\therefore RD^2 = PR^2 + PD^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য]
বা, $PD^2 = RD^2 - PR^2 \dots \dots (ii)$
ধাপ-৩. (i) নং ও (ii) নং যোগ করে পাই,
 $\therefore RQ^2 + PD^2 = PR^2 + PQ^2 + RD^2 - PR^2$
বা, $RQ^2 + PD^2 = PQ^2 + RD^2$
 $\therefore RQ^2 + PD^2 = RD^2 + PQ^2$ (প্রমাণিত)

- গ** মনে করি, সমদ্বিবাহু সমকোণী $\triangle PRQ$ -এর $PR = PQ$ এবং অতিভুজ RQ। M, RQ এর উপর যেকোনো বিন্দু। M, P যোগ করি।
প্রমাণ করতে হবে যে, $MR^2 + MQ^2 = 2PM^2$ ।
অঙ্কন: M বিন্দু থেকে PR এবং PQ বাহুর উপর যথাক্রমে MF এবং ME লম্ব টানি।



প্রমাণ:

- ধাপ-১. $\triangle PRQ$ -এর, $\angle P = 90^\circ$
এবং $\angle R = \angle Q = 45^\circ$ [$\because PQ = PR$]
এখন, $\triangle MEQ$ -এর, $\angle E = 90^\circ$ [$\because ME \perp PQ$]
সুতরাং, $\angle EMQ = \angle EQM = 45^\circ$
 $\therefore QE = ME$

অনুরূপভাবে প্রমাণ করা যায়, $\triangle MRF$ সমকোণী ত্রিভুজে, $MF = RF$

- ধাপ-২. $\triangle MEQ$ সমকোণী ত্রিভুজে MQ অতিভুজ হওয়ায়
 $MQ^2 = ME^2 + QE^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য]
 $= ME^2 + ME^2$ [$\because ME = QE$]
 $\therefore MQ^2 = 2ME^2 \dots \dots (i)$
ধাপ-৩. $\triangle MRF$ সমকোণী ত্রিভুজে MR অতিভুজ হওয়ায়,
 $MR^2 = RF^2 + MF^2$
 $= MF^2 + MF^2$ [$\because RF = MF$]
 $\therefore MR^2 = 2MF^2 \dots \dots (ii)$

ধাপ-৪. (i) এবং (ii) নং যোগ করে পাই,

$$MQ^2 + MR^2 = 2ME^2 + 2MF^2 = 2(ME^2 + MF^2)$$

আবার, PEMF একটি আয়ত। $[\angle F = \angle P = \angle E = \text{এক সমকোণ}]$

$\therefore MF = PE$ $[\because \text{আয়তক্ষেত্রের বিপরীত বাহুদ্বয় পরস্পর সমান}]$

$\therefore MQ^2 + MR^2 = 2(ME^2 + PE^2) \dots \dots \dots (iii)$

ধাপ-৫. PEM সমকোণী ত্রিভুজে MP অতিভুজ হওয়ায়,

$$MP^2 = ME^2 + PE^2 \quad [\text{পিথাগোরাসের উপপাদ্য}]$$

ধাপ-৬. (iii) নং হতে পাই,

$$MQ^2 + MR^2 = 2MP^2$$

$\therefore MR^2 + MQ^2 = 2PM^2$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ৮ ΔPQR এর $PQ = QR = 4$ সে.মি. এবং $\angle Q = \text{এক সমকোণ}$ ।

ক. ত্রিভুজটি অঙ্কন কর এবং এক্ষেত্রে পিথাগোরাসের উপপাদ্যটি লিখ। ২

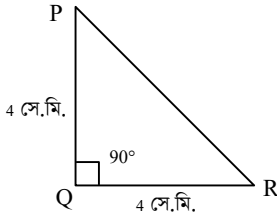
খ. PR বাহুর উপর A যেকোনো বিন্দু হলে, প্রমাণ কর যে,

$$AP^2 + AR^2 = 2AQ^2. \quad 8$$

গ. এমন একটি সামান্তরিক অঙ্কন কর যার একটি কোণ 60° এবং যার দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল প্রদত্ত Δ -ক্ষেত্র PQR এর ক্ষেত্রফলের সমান। ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

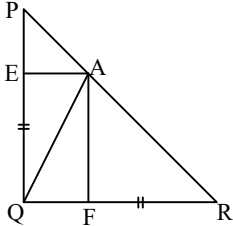
ক



চিত্রে, ΔPQR এর $PQ = QR = 4$ সে.মি. এবং $\angle Q = \text{এক সমকোণ}$ ।

এক্ষেত্রে পিথাগোরাসের উপপাদ্যটি হবে— PQR সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ PR এর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল অপর দুই বাহু PQ ও QR এর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের ক্ষেত্রফলের সমষ্টির সমান। অর্থাৎ $PR^2 = PQ^2 + QR^2$

খ



বিশেষ নির্বচন: মনে করি, সমদ্বিবাহু সমকোণী ΔQPR -এর $QP = QR$ এবং অতিভুজ PR। A, PR এর উপর যেকোনো বিন্দু। A, Q যোগ করি।

প্রমাণ করতে হবে যে, $AP^2 + AR^2 = 2AQ^2$.

অঙ্কন: A বিন্দু থেকে QP এবং QR বাহুর উপর যথাক্রমে AE এবং AF লম্ব টানি।

প্রমাণ : ধাপ

যথার্থতা

(১) ΔQPR -এর, $\angle Q = 90^\circ$

[দেওয়া আছে]

এবং $\angle P = \angle R = 45^\circ$

$[\because QR = QP]$

এখন, ΔAFR -এর, $\angle F = 90^\circ$

$[\because AF \perp QR]$

সুতরাং, $\angle FAR = \angle FRA = 45^\circ$

$\therefore RF = AF$

অনুরূপভাবে প্রমাণ করা যায়, APE সমকোণী ত্রিভুজে, $AE = PE$

(২) AFR সমকোণী ত্রিভুজে AR অতিভুজ হওয়ায়

[পিথাগোরাসের উপপাদ্য]

$$AR^2 = AF^2 + RF^2$$

$$= AF^2 + AF^2$$

$[\because AF = RF]$

$\therefore AR^2 = 2AF^2 \dots \dots \dots (i)$

(৩) APE সমকোণী ত্রিভুজে AP অতিভুজ হওয়ায়,

$$AP^2 = PE^2 + AE^2$$

$$= AE^2 + AE^2$$

$[\because PE = AE]$

$\therefore AP^2 = 2AE^2 \dots \dots \dots (ii)$

(৪) (i) এবং (ii) নং যোগ করে পাই,

$$AR^2 + AP^2 = 2AF^2 + 2AE^2 = 2(AF^2 + AE^2)$$

আবার, QFAE একটি আয়ত। $[\angle E = \angle Q = \angle F = \text{এক সমকোণ}]$

$\therefore AE = QF$

$[\because \text{আয়তক্ষেত্রের বিপরীত বাহুদ্বয় পরস্পর সমান}]$

$\therefore AR^2 + AP^2 = 2(AF^2 + QF^2) \dots \dots \dots (iii)$

(৫) QFA সমকোণী ত্রিভুজে AQ অতিভুজ হওয়ায়,

$$AQ^2 = AF^2 + QF^2$$

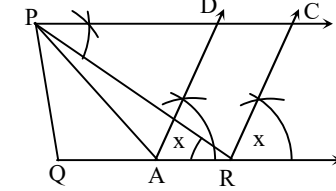
[পিথাগোরাসের উপপাদ্য]

(৬) (iii) নং হতে পাই,

$$AR^2 + AP^2 = 2AQ^2$$

$\therefore AP^2 + AR^2 = 2AQ^2$ (প্রমাণিত)

গ



মনে করি, PQR একটি ত্রিভুজক্ষেত্র এবং $\angle x$ একটি নির্দিষ্ট কোণ। এরূপ একটি সামান্তরিক আঁকতে হবে যার একটি কোণ $\angle x = 60^\circ$ এর সমান এবং যা দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ΔPQR এর ক্ষেত্রফল সমান।

অঙ্কনের বিবরণ:

(১) QR বাহুকে A বিন্দুতে সমদ্বিখন্ডিত করি।

(২) AR রেখাংশের A বিন্দুতে $\angle x$ এর সমান $\angle RAD$ আঁকি।

(৩) P বিন্দু দিয়ে QR বাহুর সমান্তরাল PC রশ্মি টানি এবং মনে করি তা AD রশ্মিকে D বিন্দুতে ছেদ করে।

(৪) R বিন্দু দিয়ে AD রেখাংশের সমান্তরাল RC রশ্মি টানি এবং মনে করি তা PC কে C বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে ARCD ই উদ্দিষ্ট সামান্তরিক।

প্রশ্ন ৫ ΔABC এর $AC^2 = AB^2 + BC^2$

ক. তথ্যানুসারে চিত্রটি অঙ্কন কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\angle B = \text{এক সমকোণ}$ । ৪

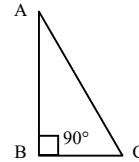
গ. CE ও AF ত্রিভুজটির মধ্যমা হলে দেখাও যে,

$$4(CE^2 + AF^2) = 5AC^2$$

৪

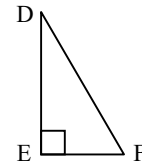
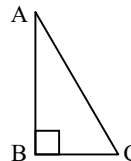
৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



ΔABC -এ, $AC^2 = AB^2 + BC^2$ এবং $\angle ABC = 90^\circ$

খ



মনে করি, $\triangle ABC$ -এ $AC^2 = AB^2 + BC^2$

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle B$ = এক সমকোণ

অঙ্কন : DEF একটি ত্রিভুজ আঁকি, যার $\angle E$ = এক সমকোণ

$DE = AB$ এবং $EF = BC$

প্রমাণ : যেহেতু $\angle E$ = এক সমকোণ

\therefore পিথাগোরাসের উপপাদ্যের সাহায্যে পাই,

$$DF^2 = DE^2 + EF^2$$

বা, $DF^2 = AB^2 + BC^2$ [\because অঙ্কন অনুসারে, $DE = AB$

বা, $DF^2 = AC^2$ এবং $EF = BC$]

$\therefore DF = AC$

এখন $\triangle ABC$ এবং $\triangle DEF$ -এ

$AB = DE$ [অঙ্কন অনুসারে]

$BC = EF$ [একই কারণে]

এবং $AC = DF$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$

$\therefore \angle B = \angle E$ [অঙ্কন অনুসারে]

কিন্তু $\angle E$ = এক সমকোণ

$\therefore \angle B$ = এক সমকোণ। (প্রমাণিত)

গ দেওয়া আছে, ABC সমকোণী

ত্রিভুজে $\angle B$ = এক সমকোণ।

অর্থাৎ $\angle ABC = 90^\circ$. AF এবং CE

যথাক্রমে BC ও AB বাহুর উপর

মধ্যমা।

দেখাতে হবে যে, $4(CE^2 + AF^2) = 5AC^2$

প্রমাণ:

ধাপ-১. AF , BC বাহুর মধ্যমা [দেওয়া আছে]

$$\therefore BF = CF = \frac{1}{2}BC$$

ধাপ-২. CE , AB বাহুর মধ্যমা [দেওয়া আছে]

$$\therefore BE = AE = \frac{1}{2}AB$$

ধাপ-৩. সমকোণী ত্রিভুজ $\triangle ABC$ এ, $\angle ABC = 90^\circ$

এবং অতিভুজ = AC [দেওয়া আছে]

\therefore পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 \dots\dots\dots (i)$$

ধাপ-৪. সমকোণী ত্রিভুজ $\triangle ABF$ -এ, অতিভুজ = AF

\therefore পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

$$AF^2 = AB^2 + BF^2 \dots\dots\dots (ii)$$

ধাপ-৫. সমকোণী ত্রিভুজ $\triangle BCE$ -এ, অতিভুজ = CE

\therefore পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

$$CE^2 = BC^2 + BE^2 \dots\dots\dots (iii)$$

ধাপ-৬. (ii) + (iii) নং যোগ করে পাই,

$$AF^2 + CE^2 = AB^2 + BF^2 + BC^2 + BE^2$$

বা, $AF^2 + CE^2 = BF^2 + BE^2 + AC^2$ [(i) নং থেকে]

বা, $4(AF^2 + CE^2) = 4(BF^2 + BE^2 + AC^2)$

বা, $4(AF^2 + CE^2) = 4BF^2 + 4BE^2 + 4AC^2$ [4 দ্বারা গুণ করে]

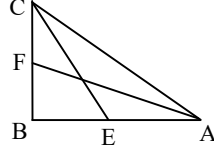
$$= (2BF)^2 + (2BE)^2 + 4AC^2$$

$$= BC^2 + AB^2 + 4AC^2$$

$$[\because 2BF = BC \text{ ও } 2BE = AB]$$

$$= AC^2 + 4AC^2 \text{ [(i) নং থেকে]}$$

$$\therefore 4(CE^2 + AF^2) = 5AC^2 \text{ (দেখানো হলো)}$$



প্রশ্ন ৬ ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ। $\angle C$ সূক্ষ্মকোণ এবং $AD \perp BC$ ।

ক. সমকোণী ত্রিভুজ ও সমবাহু ত্রিভুজের মধ্যে দুটি পার্থক্য লেখ। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $4AD^2 = 3AB^2$ ৪

গ. দেখাও যে, $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2BC \cdot CD$ ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক (১) সমকোণী ত্রিভুজে এক কোণ অবশ্যই 90° হতে হবে। কিন্তু সমবাহু ত্রিভুজ তিনটি কোণই 60° ।

(২) সমবাহু ত্রিভুজে তিনটি বাহুই সমান কিন্তু সমকোণী ত্রিভুজে তিনটি বাহু কখনোই সমান হতে পারে না।

খ দেওয়া আছে, $\triangle ABC$ -সমবাহু

অর্থাৎ $AB = BC = CA$ এবং AD, BC এর উপর লম্ব।

প্রমাণ করতে হবে যে, $4AD^2 = 3AB^2$

প্রমাণ: $AD \perp BC$ [দেওয়া আছে]

$$\therefore \angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$$

এখন, সমকোণী $\triangle ABD$ এবং সমকোণী $\triangle ACD$ -এ

অতিভুজ $AB =$ অতিভুজ AC [$\because ABC$ সমবাহু ত্রিভুজ]

এবং AD সাধারণ বাহু।

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACD$$

[\because সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের অতিভুজ এবং অপর একটি বাহু সমান]

সুতরাং, $BD = CD$

$$\therefore BC = 2BD$$

আবার, সমকোণী $\triangle ABD$ -এ $\angle ADB = 90^\circ$

এবং অতিভুজ = AB .

\therefore পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

$$AB^2 = AD^2 + BD^2$$

বা, $AD^2 = AB^2 - BD^2$

বা, $4AD^2 = 4AB^2 - 4BD^2$ [উভয়পক্ষকে 4 দ্বারা গুণ করে]

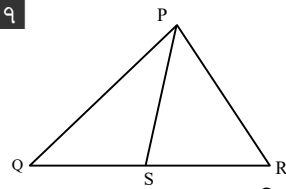
বা, $4AD^2 = 4AB^2 - (2BD)^2$

বা, $4AD^2 = 4AB^2 - BC^2$ [$\because BC = 2BD$]

বা, $4AD^2 = 4AB^2 - AB^2$ [$\because AB = BC$]

$$\therefore 4AD^2 = 3AB^2. \text{ (প্রমাণিত)}$$

প্রশ্ন ৭



চিত্রে $PQ > PR$ এবং S, QR এর মধ্যবিন্দু।

ক. পীথাগোরাসের উপপাদ্যটি লিখ। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\angle PSQ$ স্থূলকোণ। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $PQ^2 + PR^2 = 2(PS^2 + QS^2)$. ৪

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক পীথাগোরাসের উপপাদ্য: সমকোণী ত্রিভুজের

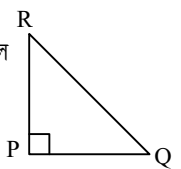
অতিভুজের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

অপর দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের

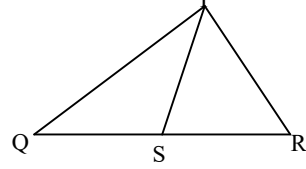
ক্ষেত্রফলের সমষ্টির সমান।

PQR সমকোণী ত্রিভুজে,

$$PQ^2 + PR^2 = QR^2 \text{ [পীথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]}$$



খ



বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, ΔPQR -এ $PQ > PR$ এবং S , QR এর মধ্যবিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle PSQ$ স্থূলকোণ।

প্রমাণ: ধাপ

যথার্থতা

(১) ΔPQR এ $PQ > PR$

[দেওয়া আছে]

$\therefore \angle PRQ > \angle PQR$

[ত্রিভুজের বৃহত্তম বাহুর বিপরীত কোণ, ক্ষুদ্রতম বাহুর বিপরীত কোণ অপেক্ষা বৃহত্তর]

(২) এখানে $\angle PRQ = \angle PRS$

এবং $\angle PQR = \angle PQS$

$\therefore \angle PRS > \angle PQS$

[ধাপ (১) থেকে]

(৩) ΔPQS ও ΔPSR এর মধ্যে

$QS = SR$

[S , QR এর মধ্যবিন্দু]

$\therefore \angle SPR > \angle QPS$

[QS ও SR বাহুদ্বয় QR

সমান্তরাল রেখার উপর অবস্থিত এবং $PQ > PR$]

(৪) ΔPQS এর বহিঃস্থ

$\angle PSR = \angle PQS + \angle QPS$

[কোনো ত্রিভুজের বহিঃস্থ কোণ তার বিপরীত অন্তঃস্থ কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান]

(৫) আবার ΔPSR এর বহিঃস্থ

$\angle PSQ = \angle SPR + \angle PRS$

[একই কারণে]

(৬) ধাপ (২) ও ধাপ (৩) যোগ করে

$\angle PRS + \angle SPR > \angle PQS + \angle QPS$

$\angle PSQ > \angle PSR$

[ধাপ (৪) ও ধাপ (৫) হতে]

(৭) $\angle PSQ + \angle PSR = 180^\circ$

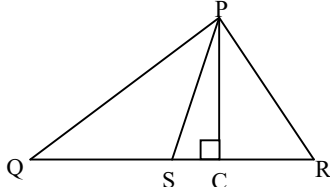
[সরলকোণ]

$\therefore \angle PSQ > 90^\circ$

[ধাপ (৬) থেকে]

$\therefore \angle PSQ$ স্থূলকোণ। (প্রমাণিত)

গ



বিশেষ নির্বচন : ΔPQR এর $PQ > PR$ এবং S , QR এর মধ্যবিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে $PQ^2 + PR^2 = 2(PS^2 + QS^2)$

অঙ্কন: P বিন্দু থেকে QR এর উপর PC লম্ব টানি।

প্রমাণ : ধাপ

যথার্থতা

(১) ΔPSC -এ $\angle PCS = 90^\circ$ এবং অতিভুজ PS

$\therefore PS^2 = PC^2 + SC^2$

[পীথাগোরাসের উপপাদ্য]

(২) ΔPQC এ $\angle PCQ = 90^\circ$ এবং অতিভুজ PQ

$\therefore PQ^2 = PC^2 + QC^2$

[পীথাগোরাসের উপপাদ্য]

$= PC^2 + (QS + SC)^2$

$= PC^2 + QS^2 + 2QS \cdot SC + SC^2$

$= PC^2 + SC^2 + QS^2 + 2QS \cdot SC$

$\therefore PQ^2 = PS^2 + QS^2 + 2QS \cdot SC$

[ধাপ (১) থেকে]

(৩) ΔPRC -এ $\angle PCR = 90^\circ$ এবং অতিভুজ PR

$\therefore PR^2 = PC^2 + CR^2$

$= PC^2 + (SR - SC)^2$

$= PC^2 + SR^2 - 2SR \cdot SC + SC^2$

$= PC^2 + SC^2 + SR^2 - 2SR \cdot SC$

$= PS^2 + SR^2 - 2SR \cdot SC$

[ধাপ (১) থেকে]

$PR^2 = PS^2 + QS^2 - 2QS \cdot SC$

[$SR = QS$]

(৪) ধাপ (২) ও ধাপ (৩) হতে পাই, $PQ^2 + PR^2$

$= PS^2 + QS^2 + 2QS \cdot SC + PS^2 + QS^2 - 2QS \cdot SC$

$= 2PS^2 + 2QS^2 = 2(PS^2 + QS^2)$

$\therefore PQ^2 + PR^2 = 2(PS^2 + QS^2)$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ▶ ৮

ΔPQR এ $\angle P =$ এক সমকোণ এবং QR বাহুর মধ্যবিন্দু S .

ক. উদ্দীপকের আলোকে চিত্রটি অঙ্কন কর।

২

খ. প্রমাণ কর যে, $QR^2 = PQ^2 + PR^2$

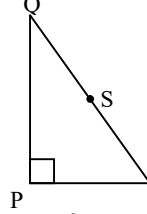
৪

গ. দেখাও যে, $PS = \frac{1}{2}QR$.

৪

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



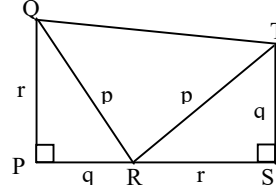
চিত্রে, PQR একটি সমকোণী ত্রিভুজ, যার $\angle P = 90^\circ$, এবং অতিভুজ QR এর মধ্যবিন্দু S ।

খ

দেওয়া আছে, ΔPQR এর $\angle P =$ এক সমকোণ।

ধরি, $PQ = r$, $PR = q$ এবং $QR = p$

প্রমাণ করতে হবে যে, $QR^2 = PQ^2 + PR^2$



PR বাহুকে S পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি, যেন $RS = PQ = r$ হয়। S বিন্দুতে $TS \perp PS$ আঁকি যেন $TS = PR = q$ হয়। R , T ও Q , T যোগ করি।

প্রমাণ : ΔPQR ও ΔTRS ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে,

$PQ = RS$, $PR = TS$ এবং

অন্তর্ভুক্ত কোণ $\angle RPQ =$ অন্তর্ভুক্ত কোণ $\angle RST =$ এক সমকোণ।

$\therefore \Delta PQR \cong \Delta TRS$

$\therefore \angle PQR = \angle TRS$ এবং $RT = QR = p$

এখন, $\angle PQR + \angle PRQ =$ এক সমকোণ

$\therefore \angle TRS + \angle PRQ =$ এক সমকোণ

কিন্তু, $\angle PRQ + \angle QRT + \angle TRS =$ দুই সমকোণ

$\therefore \angle QRT =$ এক সমকোণ

আবার, ট্রাপিজিয়াম $PQTS$ এর ক্ষেত্রফল $= \Delta PQR$ এর ক্ষেত্রফল

$+ \Delta QRT$ এর ক্ষেত্রফল $+ \Delta TRS$ এর ক্ষেত্রফল

বা, $\frac{1}{2}(PQ + TS)PS = \frac{1}{2} \times PR \times PQ + \frac{1}{2} \times QR \times RT + \frac{1}{2} \times RS \times TS$

বা, $\frac{1}{2}(r + q)(q + r) = \frac{1}{2}qr + \frac{1}{2}p^2 + \frac{1}{2}qr$

বা, $\frac{1}{2}(q + r)^2 = \frac{1}{2}(qr + p^2 + qr)$

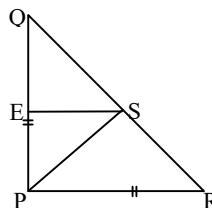
বা, $q^2 + 2qr + r^2 = 2qr + p^2$

বা, $q^2 + r^2 = p^2$

বা, $p^2 = r^2 + q^2$

$\therefore QR^2 = PQ^2 + PR^2$ (প্রমাণিত)

গ



বিশেষ নির্বচন: মনে করি, ΔPQR -এ $\angle P$ এক সমকোণ এবং S , QR এর মধ্যবিন্দু। P , S যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, $PS = \frac{1}{2} QR$

অঙ্কন: PQ এর মধ্যবিন্দু E নিই এবং S , E যোগ করি।

প্রমাণ: ধাপ

যথার্থতা

(১) ΔPQR -এ E ও S যথাক্রমে PQ ও QR এর মধ্যবিন্দু।

$$\therefore ES \parallel PR$$

$$\therefore \angle QES = \text{অনুরূপ } \angle EPR = \text{এক সমকোণ।}$$

$$\text{এবং } \angle SEP = \angle EPR = \text{এক সমকোণ}$$

(২) এখন ΔQES ও ΔPES -এ

$$QE = PE \quad [\because E, PQ \text{ এর মধ্যবিন্দু}]$$

$$ES = ES \quad [\because \text{সাধারণ বাহু}]$$

$$\text{এবং অন্তর্ভুক্ত } \angle QES = \text{অন্তর্ভুক্ত } \angle SEP \text{ [ধাপ (১) থেকে প্রত্যেকে এক সমকোণ]}$$

$$\therefore \Delta QES \cong \Delta PES$$

$$\therefore QS = PS$$

(৩) কিন্তু $QS = \frac{1}{2} QR$

$$\therefore PS = \frac{1}{2} QR \text{ (দেখানো হলো)}$$

প্রশ্ন ▶ ৯

ΔABC এ $DE \parallel BC$ এবং DC ও BE পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করেছে।

ক. দেখাও যে, ΔBOC ও ΔDOE সদৃশকোণী।

খ. প্রমাণ কর যে, $AD : BD = AE : CE$ ।

গ. যদি D , AB এর মধ্যবিন্দু হয়, তবে প্রমাণ কর যে,

$$\Delta ABC = 4(\Delta ADE).$$

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ΔABC এ $DE \parallel BC$ এবং

DC ও BE পরস্পর O

বিন্দুতে ছেদ করেছে।

যেহেতু $DE \parallel BC$ এবং BE

এদের ছেদক।

$$\text{সুতরাং } \angle DEB = \angle EBC \text{ [একান্তর কোণ]}$$

$$\text{অর্থাৎ, } \angle DEO = \angle OBC$$

আবার, $DE \parallel BC$ এবং CD এদের ছেদক।

$$\angle EDC = \angle DCB \text{ [একান্তর কোণ]}$$

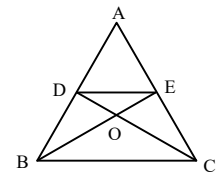
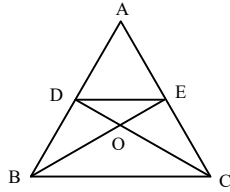
$$\text{অর্থাৎ, } \angle EDO = \angle OCB$$

$$\therefore \Delta BOC \text{ ও } \Delta DOE \text{ এ, } \angle DEO = \angle OBC$$

$$\angle EDO = \angle OCB \text{ এবং } \angle BOC = \angle DOE \text{ [বিপ্রতীপ কোণ]}$$

$$\therefore \text{ত্রিভুজদ্বয় সদৃশকোণী। (দেখানো হলো)}$$

খ পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনী-১৪.১ এর উপপাদ্য-২৮ দ্রষ্টব্য। পৃষ্ঠা-২৬৮



গ মনে করি ΔABC -এর AB বাহুর মধ্যবিন্দু D । D, E যোগ করি।

প্রমাণ করতে হবে যে,

$$\Delta\text{-ক্ষেত্র } ABC = 4(\Delta\text{-ক্ষেত্র } ADE)$$

অঙ্কন: B, E যোগ করি।

প্রমাণ: D , AB বাহুর মধ্যবিন্দু এবং $DE \parallel BC$ [দেওয়া আছে]

$\therefore E$ বিন্দুই হবে AC এর মধ্যবিন্দু।

ΔABE -এ DE , AB এর উপর মধ্যমা।

$$\Delta\text{-ক্ষেত্র } ADE = \frac{1}{2} (\Delta\text{-ক্ষেত্র } ABE)$$

[$\because DE$ মধ্যমা Δ -ক্ষেত্র ABE -কে সমদ্বিখণ্ডিত করে]

আবার, ΔABC -এ BE , AC -এর উপর মধ্যমা।

$$\therefore \Delta\text{-ক্ষেত্র } ABE = \frac{1}{2} (\Delta\text{-ক্ষেত্র } ABC) \text{ [একই কারণে]}$$

$$\therefore \Delta\text{-ক্ষেত্র } ADE = \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{2} (\Delta\text{-ক্ষেত্র } ABC) \right\} = \frac{1}{4} (\Delta\text{-ক্ষেত্র } ABC)$$

$$\text{অর্থাৎ, } \Delta\text{-ক্ষেত্র } ADE \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{4} (\Delta\text{-ক্ষেত্র } ABC \text{ এর ক্ষেত্রফল})$$

$$\therefore \Delta\text{-ক্ষেত্র } ABC = 4(\Delta\text{-ক্ষেত্র } ADE) \text{ (প্রমাণিত)}$$

প্রশ্ন ▶ ১০ ΔPQR এর $PR = QR$, QR কে M পর্যন্ত বর্ধিত করা হল যেন $QR = MR$.

ক. জ্যামিতিক উপপাদ্যের প্রমাণে ধাপগুলো কী কী? ২

খ. দেখাও যে, $PQ + PM > 2PR$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\angle QPM = 1$ সমকোণ। ৪

১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক জ্যামিতিক উপপাদ্যের প্রমাণে সাধারণত নিম্নোক্ত ধাপগুলো থাকে :

(১) সাধারণ নির্বচন (২) চিত্র ও বিশেষ নির্বচন (৩) প্রয়োজনীয় অঙ্কনের বর্ণনা এবং (৪) প্রমাণের যৌক্তিক ধাপগুলোর বর্ণনা।

খ

দেওয়া আছে, ΔPQR এ $QR = RP$ ।

QR কে M পর্যন্ত বর্ধিত করা হলো যেন

$QR = MR$ হয়। P, M যোগ করা হলে

প্রমাণ করতে হবে যে, $QP + PM > 2PR$

প্রমাণ: ধাপ

যথার্থতা

(১) ΔPQM এ

ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর সমষ্টি

তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর।

$$PQ + PM > QM$$

$$\text{বা, } PQ + PM > QR + RM$$

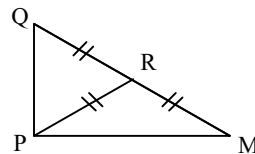
$$\text{বা, } PQ + PM > QR + QR \quad [\because QR = MR]$$

$$\text{বা, } PQ + PM > 2QR$$

$$\text{বা, } PQ + PM > 2PR \quad [\because QR = PR]$$

$$\therefore PQ + PM > 2PR \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ



দেওয়া আছে, ΔPQR এ $PR = QR$ । QR কে M পর্যন্ত বর্ধিত করা হলো যেন $RM = QR$ হয়। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle QPM = 1$ সমকোণ।

প্রমাণ: ধাপ

যথার্থতা

- (১) ΔPQR এ $PR = QR$ [দেওয়া আছে]
 $\therefore \angle PQR = \angle QPR \dots (i)$ [সমান সমান বাহুর বিপরীত
 আবার, ΔPRM এ কোণদ্বয় সমান]
 $PR = MR$ [$\because PR = QR, QR = MR$]
 $\therefore \angle PMR = \angle RPM \dots (ii)$
 বা, $\angle QPR + \angle RPM = \angle PQR + \angle PMR$ [(i) + (ii) করে]
 $\therefore \angle QPM = \angle PQM + \angle PMQ \dots \dots (iii)$
- (২) এখন, ΔPQM এ
 $\angle QPM + \angle PQM + \angle PMQ = 180^\circ$ [ত্রিভুজের তিন কোণের
 বা, $\angle QPM + \angle PQM = 180^\circ$ [(iii) থেকে] [সমষ্টি দুই সমকোণ]
 বা, $2\angle QPM = 180^\circ$
 $\therefore \angle QPM = 1$ সমকোণ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১১ ΔPQR এ $\angle PQR = 1$ সমকোণ এবং $PQ = QR$, Q থেকে PR এর উপর QM লম্ব PR কে M বিন্দুতে ছেদ করে। N , PQ এর মধ্যবিন্দু।

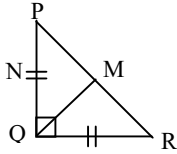
ক. উপরের তথ্যানুসারে চিত্র আঁক।

খ. প্রমাণ কর যে, $PR = \sqrt{2}PQ$ ।

গ. প্রমাণ কর যে, $MN = \frac{1}{2}QR$ ।

১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



ΔPQR এ $\angle PQR = 1$ সমকোণ। $QM \perp PR$ এবং N , PQ বাহুর মধ্যবিন্দু।

খ. ΔPQR এ $\angle PQR = 1$ সমকোণ

এবং $PQ = QR$ । প্রমাণ করতে

হবে যে, $PR = \sqrt{2}PQ$

প্রমাণ:

এখানে, ΔPQR এ $\angle PQR = 1$ সমকোণ

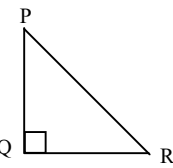
\therefore পীথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে পাই,

$$PR^2 = PQ^2 + QR^2$$

$$\text{বা, } PR^2 = PQ^2 + PQ^2$$

$$\text{বা, } PR^2 = 2PQ^2$$

$$\therefore PR = \sqrt{2}PQ \text{ (প্রমাণিত)}$$



$$[\because PQ = QR]$$

$$[\because \text{বর্গমূল করে}]$$

গ. ΔPQR এ $\angle PQR = 1$ সমকোণ ও $PQ =$

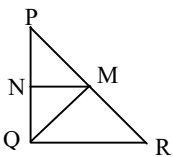
QR । Q হতে PR এর উপর QM লম্ব যা

PR কে M বিন্দুতে ছেদ করে। আবার N ,

PQ এর মধ্যবিন্দু। M, N যোগ করি।

প্রমাণ করতে হবে যে, $MN = \frac{1}{2}QR$ ।

প্রমাণ:



ΔPQM ও ΔQMR এ

$$PQ = QR$$

[দেওয়া আছে]

$$QM = QM$$

[সাধারণ বাহু]

$$\angle QMP = \angle QMR = 1 \text{ সমকোণ}$$

[$\because QM \perp PR$]

$$\therefore \Delta PQM \cong \Delta QMR$$

$$\therefore PM = RM$$

অর্থাৎ M , PR এর মধ্যবিন্দু।

আবার, N , PQ এর মধ্যবিন্দু।

আমরা জানি, ত্রিভুজের যেকোন দুই বাহুর

মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাংশের দৈর্ঘ্য তৃতীয়

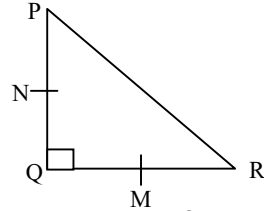
বাহুর অর্ধেক।

এখন, ΔPQR -এ

PQ ও PR বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে N ও M

$$\therefore MN = \frac{1}{2}QR \text{ (প্রমাণিত)}$$

প্রশ্ন ১২



M ও N যথাক্রমে QR ও PQ এর মধ্যবিন্দু।

ক. $\angle P = 2\angle R$ হলে, $\angle P$ এর পরিমাণ নির্ণয় কর।

খ. প্রমাণ কর যে, $4(MP^2 + RN^2) = 5PR^2$

গ. PR এর মধ্যবিন্দু S হলে, প্রমাণ কর যে, $QS = \frac{1}{2}PR$ ।

১২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, ΔPQR এ $\angle Q = 90^\circ$ এবং $\angle P = 2\angle R$

আমরা জানি, ত্রিভুজের তিনকোণের সমষ্টি 180°

$$\therefore \Delta PQR \text{ এ, } \angle P + \angle Q + \angle R = 180^\circ$$

$$\text{বা, } 2\angle R + 90^\circ + \angle R = 180^\circ$$

$$\text{বা, } 3\angle R = 180^\circ - 90^\circ \text{ বা, } 3\angle R = 90^\circ$$

$$\text{বা, } \angle R = \frac{90^\circ}{3} \therefore \angle R = 30^\circ$$

$$\therefore \angle P = 2 \times 30^\circ = 60^\circ \text{ (Ans.)}$$

খ. দেওয়া আছে, ΔPQR এ

$\angle Q =$ একসমকোণ এবং QR ও PQ

এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে M ও N । P, M

ও R, N যোগ করা হল। প্রমাণ করতে

হবে যে, $4(PM^2 + RN^2) = 5PR^2$

প্রমাণ:

ধাপ-১. ΔPQR এ $\angle Q =$ একসমকোণ

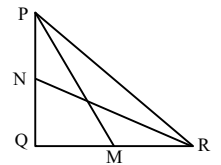
হওয়ায় PR অতিভুজ

$$\therefore PR^2 = PQ^2 + QR^2 \dots \dots (i)$$

[পীথাগোরাসের

উপপাদ্য অনুসারে]

অনুরূপভাবে, ΔPQM এ $PM^2 = PQ^2 + QM^2$



$$= PQ^2 + \left(\frac{1}{2} QR\right)^2 = PQ^2 + \frac{1}{4} QR^2 \quad [M, QR \text{ এর মধ্যবিন্দু}]$$

$$\therefore 4PM^2 = 4PQ^2 + QR^2 \dots\dots (ii)$$

$$\text{ধাপ-২. } \Delta RQN \text{ এ } RN^2 = QN^2 + QR^2$$

$$= \left(\frac{1}{2} PQ\right)^2 + QR^2 \quad [N, PQ \text{ এর মধ্যবিন্দু}]$$

$$= \frac{1}{4} PQ^2 + QR^2$$

$$\therefore 4RN^2 = PQ^2 + 4QR^2 \dots\dots (iii)$$

$$\text{ধাপ-৩. [(ii) + (iii)] হতে পাই,$$

$$4PM^2 + 4RN^2 = 5PQ^2 + 5QR^2$$

$$\text{বা, } 4(PM^2 + RN^2) = 5(PQ^2 + QR^2)$$

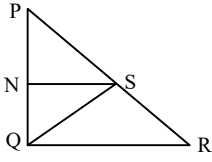
$$\text{বা, } 4(PM^2 + RN^2) = 5PR^2 \quad [(i) \text{ নং হতে}]$$

$$\therefore 4(PM^2 + RN^2) = 5PR^2 \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ দেওয়া আছে, ΔPQR এ
 $\angle Q = \text{এক সমকোণ}$ । PQ ও PR
 এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে N ও S ।
 Q, S যোগ করি।

প্রমাণ করতে হবে যে, $QS = \frac{1}{2} PR$

অঙ্কন: N, S যোগ করি।



প্রমাণ:

ধাপ-১. ΔPQR এ PQ ও PR এর
 মধ্যবিন্দু যথাক্রমে N ও S

$$\therefore NS \parallel QR$$

$$\therefore \angle PNS = \angle NQR \quad [\text{অনুরূপকোণ}]$$

ধাপ-২. ΔPNS এবং ΔQNS এ

$$PN = QN$$

$$NS = NS$$

$$\text{এবং } \angle PNS = \angle SNQ$$

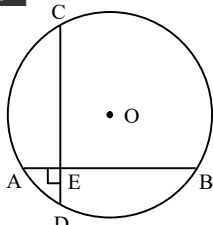
$$\therefore \Delta PNS \cong \Delta QNS$$

$$\therefore PS = QS$$

$$\text{ধাপ-৩. কিন্তু } PS = \frac{1}{2} PR \quad [S, PR \text{ এর মধ্যবিন্দু}]$$

$$\therefore QS = \frac{1}{2} PR \text{ (প্রমাণিত)}$$

প্রশ্ন ১৩



ক. $OP \perp AB$ হলে প্রমাণ কর যে, $AP = \frac{1}{2} AB$ ।

খ. প্রমাণ কর যে, $2\angle AEC = (\angle BOD + \angle AOC)$

গ. ΔBEC এর $\angle E = 90^\circ$ এবং Q, BC এর মধ্যবিন্দু প্রমাণ কর যে,
 $EQ^2 = BQ^2 = \frac{1}{4} BC^2$ ।

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে $OP \perp AB$.

প্রমাণ করতে হবে যে, $AP = \frac{1}{2} AB$ ।

অঙ্কন: $O, A; O, B$ যোগ করি।

প্রমাণ:

ধাপ-১. $OP \perp AB$ হওয়ায়,

$$\angle OPA = \angle OPB = \text{এক সমকোণ}$$

অতএব, ΔOAP ও ΔOPB উভয়েই সমকোণী ত্রিভুজ।

ধাপ-২. এখন, OAP এবং OPB সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে

$$\text{অতিভুজ } OA = \text{অতিভুজ } OB$$

[উভয়েই একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

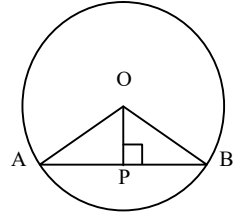
$$\text{এবং } OP = OP$$

[সাধারণ বাহু]

$$\therefore \Delta OAP \cong \Delta OPB$$

$$\therefore AP = PB$$

$$\therefore AP = \frac{1}{2} AB \text{ (প্রমাণিত)}$$



খ O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB ও CD জ্যা

দুইটি পরস্পরকে E বিন্দুতে সমকোণে

ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে,

$$2\angle AEC = (\angle BOD + \angle AOC)$$

অঙ্কন: $O, A; O, B; O, C; O, D$

এবং C, B যোগ করি।

প্রমাণ:

ধাপ-১. ΔBEC -এ বহিঃস্থ $\angle AEC = \text{অন্তঃস্থ}$ [ত্রিভুজের বহিঃস্থ
 $(\angle BCE + \angle CBE)$ কোণ অন্তঃস্থ

$$\text{বা, } \angle AEC = \angle BCD + \angle ABC$$

বিপরীত কোণদ্বয়ের

ধাপ-২. এখন, BD চাপের উপর অবস্থিত সমষ্টির সমান।]

$\angle BCD$ বৃত্তস্থ কোণ এবং $\angle BOD$ কেন্দ্রস্থ [বৃত্তের একই চাপের
 দ্বারা আবদ্ধ কেন্দ্রস্থ

$$\therefore \angle BOD = 2\angle BCD$$

কোণ বৃত্তস্থ কোণের

ধাপ-৩. আবার, AC চাপের উপর অবস্থিত

$$\angle ABC$$
 বৃত্তস্থ কোণ এবং $\angle AOC$ কেন্দ্রস্থ [এ একই কারণে]

কোণ।

$$\therefore \angle AOC = 2\angle ABC$$

$$\text{ধাপ-৪. } \therefore \angle BOD + \angle AOC = 2\angle BCD + 2\angle ABC$$

$$= 2(\angle BCD + \angle ABC) = 2\angle AEC$$

$$\therefore 2\angle AEC = (\angle BOD + \angle AOC) \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে ΔBEC এবং

$\angle E = 90^\circ$ এবং Q, BC এর মধ্যবিন্দু।

E, Q যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে,

$$EQ^2 = BQ^2 = \frac{1}{4} BC^2$$

অঙ্কন: EC এর মধ্যবিন্দু F নিয়ে F, Q যোগ করি।

প্রমাণ:

ধাপ-১. ΔBEC এর F ও Q যথাক্রমে CE [অঙ্কন এবং কল্পনানুসারে]
 এবং BC এর মধ্যবিন্দু।

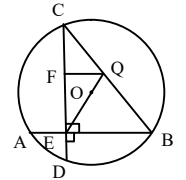
$$\therefore FQ \parallel EB$$

[< ত্রিভুজের যে কোন দুই

$$\therefore \angle CFQ = \angle FEB = \text{এক সমকোণ}$$

বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোজক

ধাপ-২. এখন, ΔCFQ এবং ΔEFQ এর [কল্পনা]



মধ্যে $CF = FE$, FQ বাহু সাধারণ এবং

অন্তর্ভুক্ত $\angle CFQ = \angle EFQ$ । [$\angle F$, CE এর মধ্যবিন্দু]

$\triangle CFQ \cong \triangle EFQ$ [\angle প্রত্যেকে সমকোণ]

$\therefore CQ = EQ$

ধাপ-৩. কিন্তু $CQ = \frac{1}{2} BC = BQ$

$\therefore BQ = EQ = \frac{1}{2} BC$

$\therefore BQ^2 = EQ^2 = \frac{1}{4} BC^2$ (প্রমাণিত)



সৃজনশীল প্রশ্নব্যাংক

প্রশ্ন ▶ ১৪ $\triangle ABC$ একটি সমবাহু ত্রিভুজ $AD \perp BC$.

ক. উদ্দীপকের আলোকে চিত্রটি অঙ্কন কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $3AB^2 = 4AD^2$. ৪

গ. যদি উক্ত ত্রিভুজের AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে x ও y হয়

তবে প্রমাণ কর যে, $\triangle AXY = \frac{1}{4} \triangle ABC$. ৪

প্রশ্ন ▶ ১৫ $ABCD$ ও $EBCF$ সামান্তরিক দুইটি একই ভূমি BC এর উপর এবং একই সমান্তরাল রেখাযুগল AF ও BC এর মধ্যে অবস্থিত।

ক. প্রদত্ত তথ্যানুসারে উপযুক্ত সামান্তরিক দুইটি আঁক। ২

খ. প্রমাণ কর যে, সামান্তরিক ক্ষেত্র $ABCD$ এর ক্ষেত্রফল = সামান্তরিক ক্ষেত্র $EBCF$ এর ক্ষেত্রফল। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $ABCD$ সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় সামান্তরিক ক্ষেত্রটিকে চারটি সমান ত্রিভুজক্ষেত্রে বিভক্ত করে। ৪

প্রশ্ন ▶ ১৬ ABC সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ BC এর উপর M যে কোন বিন্দু। N , AB এর উপর একটি বিন্দু।

ক. তথ্যগুলোকে চিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $BC^2 + AN^2 = AB^2 + CN^2$ ৪

গ. দেখাও যে, $MC^2 + MB^2 = 2MA^2$ ৪

প্রশ্ন ▶ ১৭ ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ যার $\angle A =$ এক সমকোণ।

ক. পীথাগোরাসের উপপাদ্যটি লিখ। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $BC^2 = AB^2 + AC^2$ ৪

গ. যদি ABC ত্রিভুজের $AB > AC$ হয় এবং $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক AG , BC বাহুকে G বিন্দুতে ছেদ করে, তবে প্রমাণ কর যে, $\angle AGB$ স্থূলকোণ। ৪

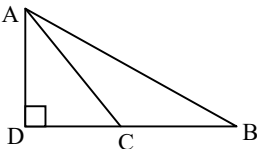
প্রশ্ন ▶ ১৮ $\triangle ABC$ ও $\triangle DBC$ ত্রিভুজদ্বয় একই ভূমি BC এর উপর এবং একই সমান্তরাল রেখাযুগল BC ও AD এর মধ্যে অবস্থিত।

ক. পীথাগোরাসের সমকোণী ত্রিভুজ সংক্রান্ত উপপাদ্যটি বিবৃত কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\triangle ক্ষেত্র ABC$ এর ক্ষেত্রফল = $\triangle ক্ষেত্র BCD$ এর ক্ষেত্রফল। ৪

গ. উদ্দীপকের ABC ত্রিভুজটি যদি সমবাহু হয় এবং AD , BC এর উপর লম্ব হয় তবে প্রমাণ কর যে, $4AD^2 = 3AB^2$. ৪

প্রশ্ন ▶ ১৯



ক. এমন একটি ত্রিভুজ অঙ্কন কর যা দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল একটি নির্দিষ্ট চতুর্ভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $AB^2 = AD^2 + BD^2$ ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $AB^2 = AC^2 + BC^2 + 2BC \cdot CD$ ৪

প্রশ্ন ▶ ২০ $\triangle PQR$ এর একটি মধ্যমা QD ।

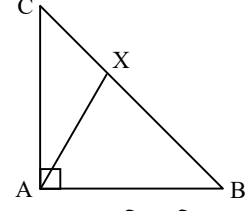
ক. উদ্দীপকের আলোকে আনুপাতিক চিত্র আঁক। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $PQ^2 + QR^2 = 2(PD^2 + QD^2)$ ৪

গ. $PQ = QR = PR$ হলে দেখাও যে, $4QD^2 = 3PQ^2$. ৪

প্রশ্ন ▶ ২১ চিত্রে $\angle A = 90^\circ$

$AC = AB$

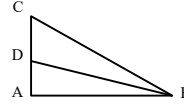


ক. $BC = 5\text{cm}$ এবং $AB = 3\text{cm}$ হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত? (যেখানে $\angle A = 90^\circ$) ২

খ. প্রমাণ করো যে, $XA^2 = \frac{1}{2}(BX^2 + CX^2)$ ৪

গ. AX মধ্যমা হলে প্রমাণ করো যে, $\frac{1}{2}(AB + AC) > AX$. ৪

প্রশ্ন ▶ ২২



চিত্রে $\triangle ABC$ -এ $\angle A =$ এক সমকোণ।

ক. $AB = 6\text{cm}$ এবং $AC = 8\text{cm}$ হলে, $\triangle ABC$ -এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $BC^2 = AB^2 + AC^2$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $BC^2 + AD^2 = BD^2 + AC^2$. ৪

উত্তর: ক. ২৪ বর্গ সে.মি.

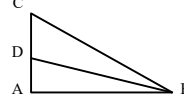
প্রশ্ন ▶ ২৩ $\triangle ABC$ ও $\triangle DBC$ এর একই ভূমি BC এবং উভয়ই BC ও AD সমান্তরাল রেখাযুগলের মধ্যে অবস্থিত।

ক. উদ্দীপকের তথ্যানুসারে $\triangle ABC$ ও $\triangle DBC$ আঁক। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\triangle ক্ষেত্র ABC$ এর ক্ষেত্রফল = $\triangle ক্ষেত্র DBC$ এর ক্ষেত্রফল। ৪

গ. উদ্দীপকের $\triangle ABC$ এর AB ও AC বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে X ও Y হলে, প্রমাণ কর যে, $\triangle ক্ষেত্র AXY$ এর ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{4} (\triangle ক্ষেত্র ABC \text{ এর ক্ষেত্রফল})$ ৪

প্রশ্ন ▶ ২৪



চিত্রে $\triangle ABC$ -এ $\angle A =$ এক সমকোণ।

ক. $AB = 6\text{cm}$ এবং $AC = 8\text{cm}$ হলে, $\triangle ABC$ -এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $BC^2 = AB^2 + AC^2$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $BC^2 + AD^2 = BD^2 + AC^2$. ৪

উত্তর: ক. ২৪ বর্গ সে.মি.

প্রশ্ন ▶ ২৫ $\triangle DEF$ -এর DM একটি মধ্যমা।

ক. রেখা প্রতিসমতা নেই এমন দুটি চিত্র অঙ্কন কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $DE^2 + DF^2 = 2(DM^2 + EM^2)$ ৪

গ. যদি DM , $\angle EDF$ -এর অন্তর্দ্বিখণ্ডক হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $EM : MF = ED : DF$. ৪

প্রশ্ন ▶ ২৬ ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ যার $\angle A =$ এক সমকোণ, BC বাহুর মধ্যবিন্দু D .

ক. প্রদত্ত তথ্যানুযায়ী ABC ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। ২

খ. দেখাও যে, $AB + AC > 2AD$ ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $AD = \frac{1}{2} BC$ ৪



নিজেকে যাচাই করি



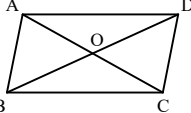
নিজেকে যাচাই করার জন্য অধ্যায়ের মডেল প্রশ্নপত্রের ওপর পরীক্ষা দাও। তোমার করা উত্তরগুলো পরের পৃষ্ঠায় দেওয়া উত্তরপত্র থেকে মিলিয়ে নাও। প্রয়োজনে উত্তরপত্রটি শিক্ষক বা অভিভাবককে দিয়ে মূল্যায়ন করাও।

সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

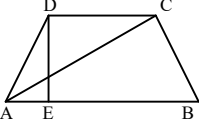
সময়: ৩০ মিনিট; মান-৩০

১. $\triangle ABC$ এ $EF \parallel BC$, $EF = 2$ সে.মি. এবং $BC = 4$ সে.মি. হলে, $\triangle ABC$ ও $\triangle AEF$ -এর ক্ষেত্রফলদ্বয়ের অনুপাত কত?
K 1:4 L 2:3 M 9:16 N 2:3

২. $\triangle ABC$ ও $\triangle BDC$ এর উচ্চতা সমান। $\triangle ABC$ এর ক্ষেত্রফল 54 বর্গ একক হলে, $\triangle BDC$ এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক?
K 9 L 27 M 54 N 108

৩. 
ABCD সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল 180 বর্গ সে.মি. হলে $\triangle AOB$ -এর ক্ষেত্রফল কত সে.মি.?
K 90 L 60 M 45 N 30

৪. $\triangle ABC$ এ $AB = AC = 6$ সে.মি. এবং D, BC এর মধ্যবিন্দু। $AD^2 + CD^2 =$ কত বর্গ সে.মি.?
K 18 L 36 M 54 N 72

৫. 
ABCD ট্রাপিজিয়ামে DE লম্ব হলে —

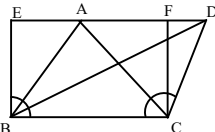
- i. ADE একটি সমকোণী ত্রিভুজ।
ii. $AB \parallel CD$.
iii. $\triangle ACD$ -এর ক্ষেত্রফল = ABCD ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল - $\triangle ABC$ -এর ক্ষেত্রফল।

নিচের কোনটি সঠিক?

- K i ও ii L i ও iii
M ii ও iii N i, ii ও iii

৬. একটি সামান্তরিক ক্ষেত্রের এবং সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি আয়তক্ষেত্র একই ভূমির উপর এবং এর একই পাশে অবস্থিত হলে—
K সামান্তরিক ও আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা একই
L আয়তক্ষেত্রের চেয়ে সামান্তরিকের পরিসীমা কম
M আয়তক্ষেত্রের চেয়ে সামান্তরিকের পরিসীমা বেশি
N সামান্তরিকের পরিসীমা আয়তক্ষেত্রের পরিসীমার দ্বিগুণ

৭. $\triangle ABC$ এর AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E হলে $\triangle ABC : \triangle ADE =$ কত?
K 1:2 L 2:1 M 1:4 N 4:1

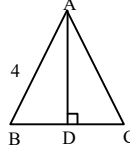
৮. 
BC \parallel DE এবং AB \parallel CD
চিত্রে —

- i. $\triangle ABC = \triangle BDC$
ii. $\triangle BDC =$ আয়তক্ষেত্র BCDE
iii. সামান্তরিক ক্ষেত্র ABCD = আয়তক্ষেত্র BCDE

নিচের কোনটি সঠিক?

- K i ও ii L i ও iii
M ii ও iii N i, ii ও iii

নিচের চিত্রের আলোকে (৯ ও ১০) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



চিত্রে, $\triangle ABC$ সমবাহু, $AD \perp BC$ এবং $AB = 4$ সে.মি.।

৯. BD = কত সে.মি.?

- K $2\sqrt{3}$ L $2\sqrt{5}$ M 2 N 4

১০. ত্রিভুজটির উচ্চতা কত সে.মি.?

- K $2\sqrt{3}$ L $2\sqrt{5}$ M $4\sqrt{3}$ N $4\sqrt{5}$

১১. যে চতুর্ভুজের প্রত্যেকটি কর্ণ 5 সে.মি. এবং পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখন্ডিত করে এরূপ চতুর্ভুজ কোন ধরনের?

- K সামান্তরিক L রম্বস
M বর্গক্ষেত্র N ট্রাপিজিয়াম

১২. ABCD রম্বসের কর্ণদ্বয় O বিন্দুতে ছেদ করে। রম্বসের ক্ষেত্রফল 64 বর্গ সে.মি. হলে, $\triangle AOB$ এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.?

- K 16 L 32 M 64 N 128

১৩. $\triangle ABC$ এর $AB^2 = AC^2 + BC^2$ হলে নীচের কোনটি সঠিক?

- K $\angle A = 45^\circ$ L $\angle B = 45^\circ$
M $\angle B = 90^\circ$ N $\angle C = 90^\circ$

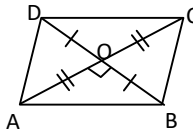
১৪. ABC সমকোণী ত্রিভুজের $\angle B =$ এক সমকোণ এবং D অভিত্তজ AC এর মধ্যবিন্দু হলে নিচের কোনটি সঠিক?

- K $AB = BD$ L $BC = BD$
M $AB = BC$ N $BD = CD$

১৫. সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান সমান দুই বাহুর দৈর্ঘ্য 5m এবং অপর বাহুর দৈর্ঘ্য 6m হয়, তবে সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত?

- K 12 L 20 M 24 N 40

নিচের চিত্রের আলোকে (১৬-১৮) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



চিত্রে, $AC = 24$ cm, $BD = 10$ cm

১৬. বাহুর দৈর্ঘ্য কত?

- K 30 সে. মি. L 17 সে. মি.
M 15 সে. মি. N 13 সে. মি.

১৭. ABCD এর ক্ষেত্রফল cm^2 এককে কত?

- K 60 L 120
M 240 N 480

১৮. $\triangle AOD$ এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.?
K 120 L 60 M 30 N 15

১৯. ABCD সামান্তরিকের অভ্যন্তরের P যেকোনো বিন্দু। PAB ও PCD ত্রিভুজ ক্ষেত্রফলের সমষ্টি 50 বর্গমিটার হলে ABCD এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ মিটার?
K 50 L 100 M 150 N 200

২০. $\triangle ABC$ -এর AB ও AC বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু X ও Y হলে —

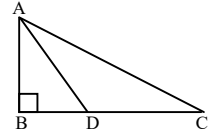
- i. BC ও XY সমান্তরাল।
ii. $\triangle AXY$ -এর ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{4}$ $\triangle ABC$ -এর ক্ষেত্রফল।

- iii. $\triangle XBC$ -এর ক্ষেত্রফল = $\triangle YBC$ -এর ক্ষেত্রফল।

নিচের কোনটি সঠিক?

- K i ও ii L i ও iii
M ii ও iii N i, ii ও iii

২১. চিত্রে —



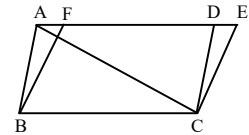
- i. $AD^2 = AB^2 + BD^2$.
ii. ADB সমকোণী ত্রিভুজ।
iii. ADC স্থূলকোণী ত্রিভুজ।

নিচের কোনটি সঠিক?

- K i ও ii L i ও iii
M ii ও iii N i, ii ও iii

২২. $\triangle ABC$ -এ BC ভূমির সমান্তরাল যেকোনো সরলরেখা AB ও AC বাহুকে D ও E বিন্দুতে ছেদ করে। $\triangle BDC$ -এর ক্ষেত্রফল 40 বর্গ একক হলে $\triangle EBC$ -এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক?
K 20 L 40 M 80 N 160

- ২৩.



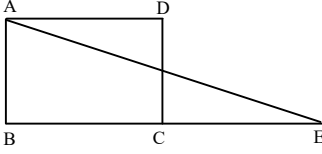
- BCEF সামান্তরিকে ক্ষেত্রফল 200 বর্গ সে.মি. হলে $\triangle ABC$ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.?

- K 300 L 200
M 100 N 50

২৪. 5 সে. মি. ভূমির উপর এবং একই সমান্তরাল রেখাগুলোর মধ্যে অবস্থিত দুইটি ত্রিভুজের একটির ক্ষেত্রফল 25 বর্গমিটার হলে অপরটির ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার?

- K 5 L 25 M 50 N 125

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে (২৫-২৭) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



চিত্রে আয়তক্ষেত্র ABCD এ BE = 2BC এবং BE = ৪ সে.মি., AE = $2\sqrt{17}$ সে.মি.।

২৫. AB সমান কত সে.মি.?

K 2 L 4 M 6 N 17

২৬. ABCD আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.?

K 4 L 8 M 16 N 32

২৭. ত্রিভুজ ABE এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.?

K 32 L 16 M 8 N 4

২৮. চিত্রে, ABC একটি

সমদ্বিবাহু সমকোণী

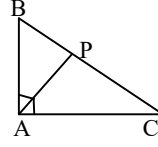
ত্রিভুজ। AP = 4

একক হলে $PB^2 +$

$PC^2 =$ কত বর্গ

একক?

K 64 L 32 M 16 N 8



নিচের তথ্যের ভিত্তিতে (২৯ ও ৩০) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

চিত্রে, ত্রিভুজ ABC এর D

ও E বিন্দু যথাক্রমে AB ও

AC বাহুর মধ্যবিন্দু এবং

ΔABC এর ক্ষেত্রফল 16

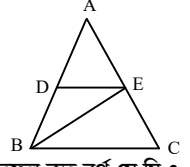
বর্গ সে.মি.।

২৯. ত্রিভুজ ABE এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.?

K 16 L 12 M 8 N 4

৩০. ত্রিভুজ ADE এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.?

K 8 L 4 M 2 N 1



সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

সময়: ২ ঘণ্টা ৩০ মিনিট; মান-৭০

[বি. দ্র. যে কোনো ৭টি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে। প্রতি প্রশ্নের মান ১০

১০ × ৭ = ৭০]

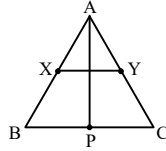
১. ▶ ΔABC এবং ΔDEF দুইটি সদৃশ বাহু।

ক. দুইটি ত্রিভুজ সদৃশ হওয়ার শর্ত কী?

খ. প্রমাণ করো যে, $\frac{\Delta ABC}{\Delta DEF} = \frac{AB^2}{DE^2} = \frac{AC^2}{DF^2} = \frac{BC^2}{EF^2}$

গ. যদি AD, ΔABC -এর মধ্যমা হয় তবে প্রমাণ করো যে,
 $AB^2 + AC^2 = 2(AD^2 + BD^2)$

২. ▶



ক. পিথাগোরাসের উপপাদ্যটি লেখ।

খ. X, AB এবং Y, AC এর মধ্যবিন্দু হলে প্রমাণ কর যে,
 $4 \Delta AXY = \Delta$ ক্ষেত্র ABC.

গ. ত্রিভুজটি সমবাহু এবং $AP \perp BC$ হলে প্রমাণ কর যে,
 $4AP^2 = 3AB^2$.

৩. ▶ ΔPQR এ $\angle P =$ এক সমকোণ এবং QR বাহুর মধ্যবিন্দু S

ক. পীথাগোরাসের উপপাদ্যটি লিখ।

খ. প্রমাণ কর যে, $PQ^2 + PR^2 = QR^2$

গ. দেখাও যে, $QR = 2PS$

৪. ▶ ABC একটি ত্রিভুজ যেখানে $\angle B =$ এক সমকোণ।

ক. দুইটি ত্রিভুজের সদৃশতার দুইটি শর্ত লিখ।

খ. যদি $AB = BC$ হয় এবং R, AC এর উপর যেকোন বিন্দু হয় তবে
প্রমাণ কর $RA^2 + RC^2 = 2RB^2$ ।

গ. প্রমাণ কর যে, $AC^2 = AB^2 + BC^2$

৫. ▶ ΔABC ও ΔPQR দুটি সদৃশ্যকোণী ত্রিভুজ।

ক. সদৃশ বহুভুজ কাকে বলে?

খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{AB}{PQ} = \frac{AC}{PR} = \frac{BC}{QR}$ ।

গ. যদি $PQ = QR = PR$ এবং D, PR এর মধ্যবিন্দু হয়, তবে প্রমাণ কর
যে, $4QD^2 = 3PQ^2$.

৬. ▶ ΔABC এর তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ৩ সে.মি., ৪ সে.মি. এবং ৫ সে.মি.।

ক. প্রদত্ত তথ্যানুসারে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

খ. ত্রিভুজটির সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি সামান্তরিক আঁক যার একটি কোণ
 $\angle x$ এর সমান। যেখানে $\angle x = 45^\circ$

গ. ত্রিভুজটির AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে X ও Y হলে প্রমাণ

২ কর যে, Δ ক্ষেত্র AXY এর ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{4}$ (Δ ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল) ৪

৮. ▶ ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ। যেখানে $\angle B = 1$ সমকোণ।

ক. $AC = 2\sqrt{2}$ এবং $AB = BC$ হলে, AB এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $AC^2 = AB^2 + BC^2$ ৪

গ. যদি $AB = BC$ হয় এবং P, AC এর উপরস্থ যেকোন বিন্দু হয়,
তাহলে প্রমাণ কর যে, $PA^2 + PC^2 = 2PB^2$ ৪

৮. ▶ ΔPQR -এ $\angle Q =$ এক সমকোণ এবং ΔDEF একটি সমবাহু ত্রিভুজ
যার DG একটি মধ্যমা।

ক. $PR = 13$ সে.মি., $RQ = 12$ সে.মি., হলে PQ এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $PR^2 = PQ^2 + RQ^2$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $4DG^2 = 3DF^2$. ৪

৯. ▶ ΔABC এর BC, AC এবং AB বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D, E এবং
F। ABC ত্রিভুজের AD ও BE মধ্যমা দুইটির পরস্পর G বিন্দুতে ছেদ করে।

ক. উদ্দীপকের আলোকে চিত্র অঙ্কন কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, ΔAEF এর ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{4}$ (ΔABC এর ক্ষেত্রফল) ৪

গ. যদি G বিন্দুর মধ্য দিয়ে অঙ্কিত DE এর সমান্তরাল রেখাংশ AC কে
Y বিন্দুতে ছেদ করে তবে প্রমাণ কর যে, $AC = 6 EY$ । ৪

১০. ▶ ABC ও DBC ত্রিভুজ ক্ষেত্রদ্বয় একই ভূমি BC এর উপর এবং একই
সমান্তরাল রেখাযুগল BC ও AD এর মধ্যে অবস্থিত।

ক. তথ্যানুসারে চিত্র অঙ্কন করো। ২

খ. প্রমাণ কর যে, ΔABC এর ক্ষেত্রফল = ΔDBC এর ক্ষেত্রফল। ৪

গ. যদি ABC সমবাহু ত্রিভুজ হয় এবং $AD \perp BC$ হয়,
প্রমাণ কর যে, $4AD^2 = 3AB^2$. ৪

১১. ▶ ABCD একটি সামান্তরিক যার একটি কোণ 60° ।

ক. সন্নিহিত বাহুদ্বয় ৩ সে.মি. ও ৩.৪ সে.মি. হলে সামান্তরিকটি অঙ্কন
করো। ২

খ. প্রদত্ত সামান্তরিক এবং একটি ত্রিভুজ একই ভূমি ও একই সমান্তরাল রেখা
যুগলের মধ্যে অবস্থিত হলে, প্রমাণ কর যে, ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}$

(সামান্তরিক ABCD) ৪

গ. ABCD সামান্তরিক অঙ্কন কর যার একটি কোণ প্রদত্ত কোণের সমান ও
যা দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্র একটি ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান। ৪

সৃজনশীল বহুনির্বাচনি | মডেল প্রশ্নপত্রের উত্তর

১	K	২	M	৩	M	৪	L	৫	N	৬	M	৭	N	৮	L	৯	M	১০	K	১১	M	১২	K	১৩	N	১৪	N	১৫	K
১৬	N	১৭	L	১৮	M	১৯	L	২০	N	২১	N	২২	L	২৩	M	২৪	L	২৫	K	২৬	L	২৭	M	২৮	L	২৯	M	৩০	L

সৃজনশীল রচনামূলক | মডেল প্রশ্নপত্রের উত্তর

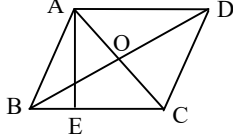
৬. ক. ৬ বর্গ সে.মি.	৮. ক. ৫ সে.মি.
৭. ক. ২	

সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

সময়: ৩০ মিনিট; মান-৩০

১. $\triangle ABC$ এর AB ও AC এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E হলে $\triangle BDE : \triangle ABC =$ কত?
K $1:\sqrt{2}$ L $1:2$ M $1:3$ N $1:4$
২. দুইটি ত্রিভুজ ক্ষেত্রের উচ্চতা সমান হলে তাদের ক্ষেত্রফল ও ভূমির সম্পর্ক কেমন হবে?
K সমান L সমানুপাতিক
M অসমান N ব্যস্তানুপাতিক
৩. ABC সমকোণী ত্রিভুজের $\angle B =$ এক সমকোণ এবং D অতিভুজ AC এর মধ্যবিন্দু হলে নিচের কোনটি সঠিক?
K $AB = BD$ L $BC = BD$
M $AB = BC$ N $BD = CD$
৪. $\triangle ABC$ এ $EF \parallel BC$, $EF = 2$ সে.মি. এবং $BC = 4$ সে.মি. হলে, $\triangle ABC$ ও $\triangle AEF$ -এর ক্ষেত্রফলদ্বয়ের অনুপাত কত?
K $1:4$ L $2:3$ M $9:16$ N $2:3$
৫. $\triangle ABC$ ও $\triangle BDC$ এর উচ্চতা সমান। $\triangle ABC$ এর ক্ষেত্রফল ৫৪ বর্গ একক হলে, $\triangle BDC$ এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক?
K ৯ L ২৭ M ৫৪ N ১০৮

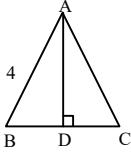
নিচের চিত্রের আলোকে (৬-৮) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



$ABCD$ রম্বসটির ক্ষেত্রফল ১৯২ বর্গ সে.মি. এবং একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য $BD = 24$ সে.মি.। AE রম্বসটির উচ্চতা।

৬. AC কর্ণের দৈর্ঘ্য কত?
K ৯৬ সে.মি. L ৪৮ সে.মি.
M ২০ সে.মি. N ১৬ সে.মি.
৭. BC বাহুর দৈর্ঘ্য কত?
K ১৪.৪২ সে.মি. L ১৬ সে.মি.
M ১৬.২৪ সে.মি. N ২০.৪২ সে.মি.
৮. AE এর দৈর্ঘ্য কত?
K ১৪.৪ সে.মি. L ১৩.৩১ সে.মি.
M ১২.২ সে.মি. N ১১.৩ সে.মি.

নিচের চিত্রের আলোকে (৯ ও ১০) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

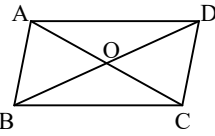


চিত্রে, $\triangle ABC$ সমবাহু, $AD \perp BC$ এবং $AB = 4$ সে.মি.।

৯. $BD =$ কত সে.মি.?
K $2\sqrt{3}$ L $2\sqrt{5}$
M ২ N ৪
১০. ত্রিভুজটির উচ্চতা কত সে.মি.?
K $2\sqrt{3}$ L $2\sqrt{5}$
M $4\sqrt{3}$ N $4\sqrt{5}$
১১. বর্গের ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার যখন পরিসীমা ২০ মিটার?
K ৩৬ L ২৫ M ১৬ N ৯

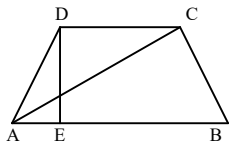
১২. যে চতুর্ভুজের প্রত্যেকটি কর্ণ ৫ সে.মি. এবং পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখন্ডিত করে এরূপ চতুর্ভুজ কোন ধরনের?
K সামান্তরিক L রম্বস
M বর্গক্ষেত্র N ট্রাপিজিয়াম
১৩. কোনো আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ দৈর্ঘ্যের অর্ধেক। দৈর্ঘ্য ৪ সে.মি. হলে ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.?
K ১২৮ L ৪৮ M ৩২ N ১৬
১৪. $ABCD$ রম্বসের কর্ণদ্বয় O বিন্দুতে ছেদ করে। রম্বসের ক্ষেত্রফল ৬৪ বর্গ সে.মি. হলে, $\triangle AOB$ এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.?
K ১৬ L ৩২ M ৬৪ N ১২৮
১৫. $\triangle ABC$ এর $AB^2 = AC^2 + BC^2$ হলে নীচের কোনটি সঠিক?
K $\angle A = 45^\circ$ L $\angle B = 45^\circ$
M $\angle B = 90^\circ$ N $\angle C = 90^\circ$
১৬. $ABCD$ বর্গের কর্ণ AC এবং প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য $\sqrt{2}$ সে.মি. হয় তবে AC -এর দৈর্ঘ্য কত সে.মি.?
K $\sqrt{2}$ L ২ M $2\sqrt{2}$ N ৪

১৭. ৫ সে. মি. ভূমির উপর এবং একই সমান্তরাল রেখাগুলোর মধ্যে অবস্থিত দুইটি ত্রিভুজের একটির ক্ষেত্রফল ২৫ বর্গমিটার হলে অপরটির ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার?
K ৫ L ২৫ M ৫০ N ১২৫
১৮. ত্রিভুজের ভূমি $\frac{2}{3}$ মিটার ও উচ্চতা ৩ মিটার হলে তার ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার?
K ১ L ২ M ৩ N ৯

১৯. 
 $ABCD$ সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল ১৮০ বর্গ সে.মি. হলে $\triangle AOB$ -এর ক্ষেত্রফল কত সে.মি.?
K ৯০ L ৬০ M ৪৫ N ৩০

২০. $ABCD$ সামান্তরিকের অভ্যন্তরের P যেকোনো বিন্দু। PAB ও PCD ত্রিভুজ ক্ষেত্রদ্বয়ের ক্ষেত্রফলের সমষ্টি ৫০ বর্গমিটার হলে $ABCD$ এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ মিটার?
K ৫০ L ১০০
M ১৫০ N ২০০

২১. $\triangle ABC$ এ $AB = AC = 6$ সে.মি. এবং D , BC এর মধ্যবিন্দু। $AD^2 + CD^2 =$ কত বর্গ সে.মি.?
K ১৮ L ৩৬
M ৫৪ N ৭২

২২. 

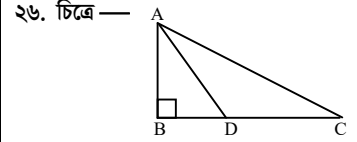
$ABCD$ ট্রাপিজিয়ামে DE লম্ব হলে —

- i. ADE একটি সমকোণী ত্রিভুজ।
- ii. $AB \parallel CD$.
- iii. $\triangle ACD$ -এর ক্ষেত্রফল = $ABCD$ ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল — $\triangle ABC$ -এর ক্ষেত্রফল।

নিচের কোনটি সঠিক?

- K i ও ii L i ও iii
M ii ও iii N i, ii ও iii

২৩. ১৮ মিটার লম্বা একটি খুঁটি ভূমি থেকে ৫ মিটার উপরে ভেঙে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন না হয়ে মাটি স্পর্শ করে। ভাঙা অংশ খুঁটির গোড়া থেকে কত মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে?
K ২২ L ১২ M ১০ N ৮
২৪. একটি মই-এর এক প্রান্ত ভূমি থেকে ৪ মিটার উঁচু দালানের ছাদ বরাবর পৌঁছায় এবং অপর প্রান্ত ৬ মিটার দূরে থাকে। মই-এর দৈর্ঘ্য কত মিটার?
K ১৮ L ১৬ M ১০ N ৮
২৫. একজন লোক একটি নির্দিষ্ট স্থান থেকে যাত্রা শুরু করে ২৪ কি.মি. ঠিক উত্তরে যাওয়ার পর ২১ কি.মি. ঠিক পূর্ব দিকে যায়। সেখান থেকে ঠিক দক্ষিণ দিকে ৮ কি.মি. যায়। যাত্রা শেষে লোকটি যাত্রা শুরুর স্থান থেকে কত কি.মি. দূরে অবস্থান করবে?
K ২০ L ২১ M ২৪ N ২৯



- i. $AD^2 = AB^2 + BD^2$.
- ii. ADB সমকোণী ত্রিভুজ।
- iii. ADC স্থূলকোণী ত্রিভুজ।

নিচের কোনটি সঠিক?

- K i ও ii L i ও iii
M ii ও iii N i, ii ও iii

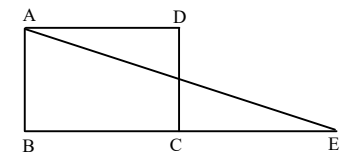
২৭. $\triangle ABC$ -এর AB ও AC বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু X ও Y হলে —
i. BC ও XY সমান্তরাল।

- ii. $\triangle ক্ষেত্র AX Y$ -এর ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{4} \triangle ক্ষেত্র ABC$ -এর ক্ষেত্রফল।
- iii. $\triangle ক্ষেত্র XBC$ -এর ক্ষেত্রফল = $\triangle ক্ষেত্র YBC$ -এর ক্ষেত্রফল।

নিচের কোনটি সঠিক?

- K i ও ii L i ও iii
M ii ও iii N i, ii ও iii

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে (২৮-৩০) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



চিত্রে আয়তক্ষেত্র $ABCD$ এ $BE \perp CD$ এবং $BE = 8$ সে.মি., $AE = 2\sqrt{17}$ সে.মি.।

২৮. AB সমান কত সে.মি.?
K ২ L ৪
M ৬ N ১৭
২৯. $ABCD$ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.?
K ৪ L ৮
M ১৬ N ৩২
৩০. ত্রিভুজ ABE এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.?
K ৩২ L ১৬
M ৮ N ৪

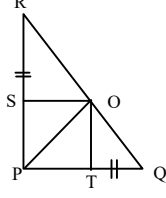
সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

সময়: ২ ঘণ্টা ৩০ মিনিট; মান-৭০

[বি. দ্র. যে কোনো ৭টি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে। প্রতি প্রশ্নের মান ১০]

১০ × ৭ = ৭০]

১. ▶



ক. উপরোক্ত চিত্রের জ্যামিতিক বর্ণনা দাও। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $OQ^2 + OR^2 = 2OP^2$ ৪গ. $PR = 4.4$ সে.মি., হলে দেখাও যে, Δ -ক্ষেত্র $PQR = 2 \times \Delta$ -ক্ষেত্র POQ . ৪২. ▶ ABCD একটি সামান্তরিক যার একটি কোণ 60° ।

ক. সন্নিহিত বাহুদ্বয় ৩ সে.মি. ও ৩.৪ সে.মি. হলে সামান্তরিকটি অঙ্কন করো। ২

খ. প্রদত্ত সামান্তরিক এবং একটি ত্রিভুজ একই ভূমি ও একই সমান্তরাল রেখা যুগলের মধ্যে অবস্থিত হলে, প্রমাণ কর যে, ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}$ (সামান্তরিক ABCD) ৪

গ. ABCD সামান্তরিক অঙ্কন কর যার একটি কোণ প্রদত্ত কোণের সমান ও যা দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্র একটি ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান। ৪

৩. ▶ ΔABC এর $\angle C$ সূক্ষ্মকোণ। AD, BC এর উপর লম্ব।

ক. উপরোক্ত তথ্যের আলোকে চিত্রটি আঁক। ২

খ. দেখাও যে, $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2BC \cdot CD$ ৪গ. ΔABC এর মধ্যমা যদি AD হয়, তাহলে প্রমাণ কর যে, $AB^2 + AC^2 = 2(BD^2 + AD^2)$ ৪৪. ▶ ΔDEF এর শিরঃকোণ $\angle D$ এর সমদ্বিখন্ডক ভূমিকে P বিন্দুতে ছেদ করেছে।

ক. প্রদত্ত তথ্য অনুসারে চিত্র আঁক। ২

খ. $EP : PF = ED : DF$ প্রমাণ করো। ৪গ. ΔDEF এর ক্ষেত্রফলের সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি সামান্তরিক আঁক যার একটি কোণ একটি নির্দিষ্ট কোণের সমান। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যিক) ৪৫. ▶ ΔPQR এর PQ ও PR এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে M ও N এবং $PQ = 7$ সে.মি, $PR = 8$ সে.মি. ও $QR = 9$ সে. মি.ক. ΔPQR এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো। ২খ. দেখাও যে, $MN \parallel QR$ এবং $MN = \frac{1}{2} QR$. ৪গ. প্রমাণ কর যে Δ ক্ষেত্র PMN এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{4}$ (Δ ক্ষেত্র PQR এর ক্ষেত্রফল) ৪৬. ▶ ΔABC এর তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ৩ সে.মি., ৪ সে.মি. এবং ৫ সে.মি.।

ক. প্রদত্ত তথ্যানুসারে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো। ২

খ. ত্রিভুজটির সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি সামান্তরিক আঁক যার একটি কোণ $\angle X$ এর সমান। যেখানে $\angle X = 45^\circ$ ৪গ. ত্রিভুজটির AB ও AC বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে X ও Y হলে প্রমাণ কর যে, Δ ক্ষেত্র AXY এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{4}$ (Δ ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল) ৪

৭. ▶ ABC ও DBC ত্রিভুজ ক্ষেত্রদ্বয় একই ভূমি BC এর উপর এবং একই সমান্তরাল রেখাযুগল BC ও AD এর মধ্যে অবস্থিত।

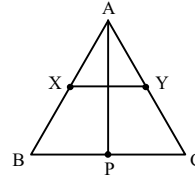
ক. তথ্যানুসারে চিত্র অঙ্কন করো। ২

খ. প্রমাণ কর যে, ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \Delta DBC$ এর ক্ষেত্রফল। ৪গ. যদি ABC সমবাহু ত্রিভুজ হয় এবং $AD \perp BC$ হয়, প্রমাণ কর যে, $4AD^2 = 3AB^2$. ৪৮. ▶ PQR সমকোণী ত্রিভুজে $\angle PQR = 1$ সমকোণ এবং PE ও RF দুইটি মধ্যমা।ক. $PR = 13$ সে.মি., $PQ = 12$ সে.মি. হলে PQR সমকোণী ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো। ২খ. প্রমাণ করো যে, $PR^2 = PQ^2 + QR^2$ ৪গ. দেখাও যে, $4(PE^2 + RF^2) = 5PR^2$ ৪৯. ▶ ΔABC এর D, BC এর মধ্যবিন্দু।

ক. সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য ৪ সে.মি. হলে এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $AB + AC > 2AD$ । ৪গ. $AB = BC = CA$ এবং $AD \perp BC$ হয় তবে দেখাও যে, $4AD^2 = 3AB^2$ ৪

১০. ▶



ক. পিথাগোরাসের উপপাদ্যটি লেখ। ২

খ. X, AB এবং Y, AC এর মধ্যবিন্দু হলে প্রমাণ কর যে, $4\Delta AXY = \Delta$ ক্ষেত্র ABC. ৪গ. ত্রিভুজটি সমবাহু এবং $AP \perp BC$ হলে প্রমাণ কর যে, $4AP^2 = 3AB^2$. ৪১১. ▶ ΔABC এবং ΔDEF দুইটি সদৃশ বাহু।

ক. দুইটি ত্রিভুজ সদৃশ হওয়ার শর্ত কী? ২

খ. প্রমাণ করো যে, $\frac{\Delta ABC}{\Delta DEF} = \frac{AB^2}{DE^2} = \frac{AC^2}{DF^2} = \frac{BC^2}{EF^2}$ ৪গ. যদি AD, ΔABC -এর মধ্যমা হয় তবে প্রমাণ করো যে, $AB^2 + AC^2 = 2(AD^2 + BD^2)$ ৪

সৃজনশীল বহুনির্বাচনি

মডেল প্রশ্নপত্রের উত্তর

১	N	২	L	৩	N	৪	K	৫	M	৬	N	৭	K	৮	L	৯	M	১০	K	১১	L	১২	M	১৩	M	১৪	K	১৫	N
১৬	L	১৭	L	১৮	K	১৯	M	২০	L	২১	L	২২	N	২৩	L	২৪	M	২৫	N	২৬	N	২৭	N	২৮	K	২৯	L	৩০	M

সৃজনশীল রচনামূলক

মডেল প্রশ্নপত্রের উত্তর

৫. ক. ২৬.৪৩ বর্গ সে. মি. (প্রায়)	৮. ক. ৩০ বর্গ সে.মি.
৬. ক. ৬ বর্গ সে.মি.	৯. ক. $4\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি.