

মূল বইয়ের অতিরিক্ত অংশ

চতুর্থ অধ্যায়: সূচক ও লগারিদম

১



পরীক্ষায় কমন পেতে আরও প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ১ পৃথিবী থেকে সূর্যের গড় দূরত্ব ১ AU এবং সূর্য থেকে মঙ্গলের গড় দূরত্ব ১.৫২ AU।

[AU = Astronomical Unit, ১AU = ১৫০,০০০,০০০ km]

- ক. ০.০০৮৩৬ এর পূর্ণক ও অংশক নির্ণয় কর। ২
খ. সূর্যকে বৃত্তাকার পথে আবর্তন করে ধরে নিয়ে একবার আবর্তন করতে যদি পৃথিবীর ৩৬৫ দিন সময় লাগে তাহলে পৃথিবীর অতিক্রান্ত দূরত্ব বের কর। ৪
গ. বৃত্তাকার পথের পরিধি 7.453×10^{10} মিটার হলে পৃথিবীর আবর্তনবেগ মিটার/সেকেন্ড এককে বের কর? ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক. $0.00836 = 8.36 \times 10^{-3}$
 $\therefore \log(0.00836) = \log(8.36 \times 10^{-3}) = \log(8.36) - 3$
 \therefore সংখ্যাটির লগের পূর্ণক = - ৩ বা $\bar{3}$ (Ans.)
 \therefore সংখ্যাটির লগের অংশক $\log(8.36) = 0.92221$ (Ans.)

- খ. ১ AU = ১৫০,০০০,০০০ কি. মি.
পৃথিবী থেকে সূর্যের দূরত্ব, $d = 1$ AU
 $= 150000000$ কি.মি.
 $= 150000000 \times 1000$ মিটার
 $= 15 \times 10^{10}$ মিটার
 $= 1.5 \times 10^{11}$ মিটার (Ans.)

পৃথিবী সূর্যকে বৃত্তাকার পথে আবর্তন করে। এ বৃত্তের পরিধি হবে পৃথিবীর অতিক্রান্ত দূরত্ব।

এখন, বৃত্তাকার পথের পরিধি, $S = 2\pi \times$ ব্যাসার্ধ
 $= 2\pi \times d = 2\pi \times 1.5 \times 10^{11}$ মিটার
 $= 9.425 \times 10^{11}$ মিটার (Ans.)

- গ. পৃথিবীর আবর্তনের সময়, $t = 365$ দিন
 $= 365 \times 24$ ঘণ্টা
 $= 365 \times 24 \times 60$ মিনিট
 $= 365 \times 24 \times 60 \times 60$ সেকেন্ড
 $= 3.1536 \times 10^7$ সেকেন্ড

$$\text{আবর্তন বেগ} = \frac{\text{দূরত্ব}}{\text{সময়}} = \frac{\text{বৃত্তের পরিধি}}{\text{সময়}} = \frac{S}{t}$$

$$= \frac{9.425 \times 10^{11}}{3.1536 \times 10^7} \text{ মি./সে.}$$

$$= 2.3633 \times 10^3 \text{ মি./সে. (Ans.)}$$

প্রশ্ন ২ $R = 0.000845$, $x = 144$, $y = 64$, $z = 81$ এবং $\log_a \frac{1}{64} = -3$

- ক. R সংখ্যাটির সাধারণ লগের পূর্ণক ও অংশক নির্ণয় কর। ২
খ. সরল কর: $\log_{2\sqrt{3}} 144 + \log_{2\sqrt{2}} 64 - \log_{\sqrt{3}} 81 + a$ ৪
গ. দেখাও যে, $2 \log_2 x - 2 \log_2 y - \frac{1}{\log_2 2} = -4$ ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক. $0.000845 = 8.45 \times 10^{-4}$
 $\therefore \log(0.000845) = \log(8.45 \times 10^{-4}) = \log 8.45 - 4$
সংখ্যাটির লগের পূর্ণক = - ৪ বা $\bar{4}$
সংখ্যাটির লগের অংশক $\log 8.45 = 0.92685$
 $\therefore 0.000673$ এর লগের পূর্ণক - ৪ বা $\bar{4}$
এবং অংশক ০.৯২৬৮৫ (Ans.)

- খ. $\log_{2\sqrt{3}} 144 + \log_{2\sqrt{2}} 64 - \log_{\sqrt{3}} 81 + a$
 $= \log_{2\sqrt{3}} (2\sqrt{3})^4 + \log_{2\sqrt{2}} (2\sqrt{2})^4 - \log_{\sqrt{3}} (\sqrt{3})^8 + a$
 $= 4 \log_{2\sqrt{3}} (2\sqrt{3}) + 4 \log_{2\sqrt{2}} 2\sqrt{2} - 8 \log_{\sqrt{3}} \sqrt{3} + a$

$$= 4.1 + 4.1 - 8.1 + a \quad [\because \log_b b = 1]$$

$$= 8 - 8 + a$$

$$= a \quad [\because \log_a \frac{1}{64} = -3 \text{ বা, } a^{-3} = \frac{1}{64} = 4^{-3} \therefore a = 4]$$

$$= 4 \text{ (Ans.)}$$

গ দেওয়া আছে, $x = 144$, $y = 64$, $z = 81$

$$\text{এখন, বামপক্ষ} = 2 \log_2 x - 2 \log_2 y - \frac{1}{\log_2 2}$$

$$= 2 \log_2 144 - 2 \log_2 64 - \frac{1}{\log_2 2}$$

$$= \log_2 (144)^2 - \log_2 (64)^2 - \log_2 81 \quad [\log_a^b = \frac{1}{\log_b a}]$$

$$= \log_2 \left\{ \frac{(144)^2}{(64)^2} \right\} - \log_2 81 = \log_2 \left(\frac{144 \times 144}{64 \times 64} \div 81 \right)$$

$$= \log_2 \left(\frac{18 \times 18}{8 \times 8} \times \frac{1}{81} \right) = \log_2 \left(\frac{3^2 \cdot 2 \cdot 3^2 \cdot 2}{2^3 \cdot 2^3 \cdot 3^4} \times \frac{1}{3^4} \right)$$

$$= \log_2 \left(\frac{2^2}{2^6} \right) = \log_2 2^{-4}$$

$$= -4 \cdot \log_2 2 = -4 = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore 2 \log_2 x - 2 \log_2 y - \frac{1}{\log_2 2} = -4 \text{ (দেখানো হলো)}$$

প্রশ্ন ৩ $N = \log_{10} \sqrt{27} - \log_{10} \frac{1}{8} - \log_{10} \sqrt{1000}$

$$M = \log_{10} \frac{6}{5}, P = \frac{4^{n+3} - 8 \cdot 2^{2n+1}}{4^{n+2} \div 8}, Q = \frac{5 \cdot 2^n - 8 \cdot 2^{n-1}}{2^n - 3 \cdot 2^{n-2}}$$

- ক. ০.৯২৩১ কে বৈজ্ঞানিক রূপে প্রকাশ কর। ২
খ. $(N + M)$ এর মান নির্ণয় কর। ৪
গ. $(P \div Q)$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. $0.9231 = \frac{0.9231 \times 10}{10} = 9.231 \times 10^{-1}$ (Ans.)

খ. দেওয়া আছে, $N = \log_{10} \sqrt{27} - \log_{10} \frac{1}{8} - \log_{10} \sqrt{1000}$
 $= \log_{10} \sqrt{27} - \log_{10} 8^{-1} - \log_{10} \sqrt{1000}$
 $= \log_{10} \sqrt{27} + \log_{10} 8 - \log_{10} \sqrt{1000}$

$$\text{এবং } M = \log_{10} \frac{6}{5} = \log_{10} 1.2$$

$$\therefore N + M = \frac{\log_{10} \sqrt{27} + \log_{10} 8 - \log_{10} \sqrt{1000}}{\log_{10} 1.2}$$

$$= \frac{\log_{10} \sqrt{27} + \log_{10} 8 - \log_{10} \sqrt{1000}}{\log_{10} \frac{12}{10}}$$

$$= \frac{\log_{10} (3^3)^{\frac{1}{2}} + \log_{10} 2^3 - \log_{10} (10)^{\frac{3}{2}}}{\log_{10} 12 - \log_{10} 10}$$

$$= \frac{\frac{3}{2} \log_{10} 3 + 3 \log_{10} 2 - \frac{3}{2} \log_{10} 10}{\log_{10} (3 \times 2^2) - \log_{10} 10}$$

$$= \frac{\frac{3}{2} (\log_{10} 3 + 2 \log_{10} 2 - 1)}{\log_{10} 3 + 2 \log_{10} 2 - 1} \quad [\because \log_{10} 10 = 1]$$

$$= \frac{3}{2} \text{ (Ans.)}$$

গ. দেওয়া আছে, $P = \frac{4^{n+3} - 8 \cdot 2^{2n+1}}{4^{n+2} \div 8} = \frac{4^n \cdot 4^3 - 8 \cdot 2^{2n} \cdot 2^1}{4^n \cdot 4^2 \div 2^3}$
 $= \frac{64 \cdot 4^n - 16 \cdot 4^n}{4^n \cdot 2^4 \div 2^3} = \frac{(64 - 16) 4^n}{4^n \cdot 2^{4-3}} = \frac{48 \cdot 4^n}{2} = 24 \cdot 4^n = 24 \cdot 4^{n-1} = 24 \cdot 4^0 = 24 \quad [n^0 = 1]$

$$\begin{aligned}\text{আবার, } Q &= \frac{5 \cdot 2^n - 8 \cdot 2^{n-1}}{2^n - 3 \cdot 2^{n-2}} = \frac{5 \cdot 2^n - 8 \cdot 2^{n-1}}{2^n - 3 \cdot 2^{n-2}} = \frac{5 \cdot 2^n - 8 \cdot 2^{n-1}}{2^n - \frac{3}{2} \cdot 2^n} \\ &= \frac{5 \cdot 2^n - 4 \cdot 2^n}{2^n - \frac{3}{2} \cdot 2^n} = \frac{2^n}{2^n \left(1 - \frac{3}{2}\right)} = \frac{2^n}{2^n \left(\frac{4-3}{2}\right)} = \frac{2^n}{\frac{1}{2}} = 2^n \times \frac{2}{1} = 4 \\ \therefore P \div Q &= 24 \div 4 = 6 \\ \therefore P \div Q &= 6 \quad (\text{Ans.})\end{aligned}$$

প্রশ্ন ▶ ৪ $\log_7 \sqrt{7} - \log_3 3\sqrt{3} + \log_5 5\sqrt{5} + \log_2 \sqrt{2}$ একটি বীজগণিতীয় রাশি।

ক. 0.006237 এর বৈজ্ঞানিক রূপ লিখ এবং সংখ্যাটির লগের পূর্ণক কত?

খ. উদ্দীপকের রাশিটির মান নির্ণয় কর।

গ. যদি $a^x = b$, $b^y = c$ এবং $c^z = a$ হয় তবে xyz এর মান উদ্দীপকের রাশির মানের সমান প্রমাণ কর।

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক 0.006237 এর বৈজ্ঞানিক রূপ $= 6.237 \times 10^{-3}$

0.006237 এর লগের পূর্ণক $= -3$ বা $\bar{3}$

খ $\log_7 \sqrt{7} - \log_3 3\sqrt{3} + \log_5 5\sqrt{5} + \log_2 \sqrt{2}$

$$\begin{aligned}&= \log_7 (7)^{\frac{1}{2}} - \log_3 (3)^{\frac{1}{2}} + \log_5 (5)^{\frac{1}{2}} + \log_2 (2)^{\frac{1}{2}} \\ &= \frac{1}{2} \log_7 7 - \log_3 3^{\frac{1}{2}} + \log_5 5^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} \log_2 2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot 1 - \log_3 3^{\frac{1}{2}} + \log_5 5^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{2} - \frac{3}{2} \log_3 3 + \frac{3}{2} \log_5 5 + \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{2} - \frac{3}{2} \cdot 1 + \frac{3}{2} \cdot 1 + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} - \frac{3}{2} + \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 \quad (\text{Ans.})\end{aligned}$$

গ $a^x = b$, $b^y = c$, $c^z = a$

দেওয়া আছে, $a^x = b$

$$\therefore (c^z)^x = b \quad [\because a = c^z]$$

$$\text{বা, } c^{zx} = b \quad \text{বা, } (b^y)^{zx} = b \quad [\because c = b^y]$$

$$\text{বা, } b^{xyz} = b^1 \quad \therefore xyz = 1$$

$\therefore xyz$ এর মান উদ্দীপকের রাশির মানের সমান। (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ▶ ৫ $R = \frac{m^2 + mn}{mn - n^3} - \frac{\sqrt{m}}{\sqrt{m} - n}$

$$\ell = a^2 + ab + b^2, m = b^2 + bc + c^2, n = c^2 + ca + a^2$$

ক. $\{(x^{-1} + y^{-1})^{-1}\}^{-1}$ এর মান নির্ণয় কর।

খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{(p^a \cdot p^b)^{c-2ab}}{p^{a^3} \cdot p^{b^3}} + \frac{(p^b \cdot p^c)^{m-2bc}}{p^{b^3} \cdot p^{c^3}} + \frac{(p^c \cdot p^a)^{n-2ca}}{p^{c^3} \cdot p^{a^3}} = 3$

গ. R এর সরলীকরণ কর।

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $\{(x^{-1} + y^{-1})^{-1}\}^{-1}$

$$\begin{aligned}&= \left\{ \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right)^{-1} \right\}^{-1} \\ &= \left\{ \left(\frac{x+y}{xy} \right)^{-1} \right\}^{-1} \\ &= \left(\frac{xy}{x+y} \right)^{-1} = \frac{x+y}{xy} \quad (\text{Ans.})\end{aligned}$$

খ দেওয়া আছে,

$$\ell = a^2 + ab + b^2,$$

$$m = b^2 + bc + c^2,$$

$$n = c^2 + ca + a^2$$

বামপক্ষ $= \frac{(p^a \cdot p^b)^{c-2ab}}{p^{a^3} \cdot p^{b^3}} + \frac{(p^b \cdot p^c)^{m-2bc}}{p^{b^3} \cdot p^{c^3}} + \frac{(p^c \cdot p^a)^{n-2ca}}{p^{c^3} \cdot p^{a^3}}$

$$\begin{aligned}&= \frac{(p^{a+b})^{a^2+ab+b^2-2ab}}{p^{(a^3+b^3)}} + \frac{(p^{b+c})^{(b^2+bc+c^2-2bc)}}{p^{(b^3+c^3)}} + \frac{(p^{c+a})^{(c^2+ca+a^2-2ca)}}{p^{(c^3+a^3)}} \\ &= \frac{p^{(a+b)(a^2-ab+b^2)}}{p^{a^3+b^3}} + \frac{p^{(b+c)(b^2-bc+c^2)}}{p^{b^3+c^3}} + \frac{p^{(c+a)(c^2-ca+a^2)}}{p^{c^3+a^3}} \\ &= \frac{p^{a^3+b^3}}{p^{a^3+b^3}} + \frac{p^{b^3+c^3}}{p^{b^3+c^3}} + \frac{p^{c^3+a^3}}{p^{c^3+a^3}} \\ &= 1 + 1 + 1 \\ &= 3 \\ &= \text{ডানপক্ষ}\end{aligned}$$

$$\therefore \frac{(p^a \cdot p^b)^{c-2ab}}{p^{a^3} \cdot p^{b^3}} + \frac{(p^b \cdot p^c)^{m-2bc}}{p^{b^3} \cdot p^{c^3}} + \frac{(p^c \cdot p^a)^{n-2ca}}{p^{c^3} \cdot p^{a^3}} = 3 \quad (\text{প্রমাণিত})$$

গ $R = \frac{m^2 + mn}{mn - n^3} - \frac{\sqrt{m}}{\sqrt{m} - n}$

$$\begin{aligned}&= \frac{(\sqrt{m})^3 + mn}{n(m - n^2)} - \frac{\sqrt{m}}{\sqrt{m} - n} \\ &= \frac{m\sqrt{m} + mn}{n \{(\sqrt{m})^2 - n^2\}} - \frac{\sqrt{m}}{\sqrt{m} - n} \\ &= \frac{m(\sqrt{m} + n)}{n(\sqrt{m} + n)(\sqrt{m} - n)} - \frac{\sqrt{m}}{\sqrt{m} - n} \\ &= \frac{m}{n(\sqrt{m} - n)} - \frac{\sqrt{m}}{\sqrt{m} - n} \\ &= \frac{m - \sqrt{m}n}{n(\sqrt{m} - n)} \\ &= \frac{\sqrt{m}(\sqrt{m} - n)}{n(\sqrt{m} - n)} \\ &= \frac{\sqrt{m}}{n} \quad (\text{Ans.})\end{aligned}$$

প্রশ্ন ▶ ৬ $A = 6^{p+q}$, $B = 6^{q+r}$ এবং $C = 6^{p+r}$

ক. $\log_6 A^2$ এর মান নির্ণয় কর।

খ. $\left(\frac{A}{B}\right)^{p+r} \times \left(\frac{B}{C}\right)^{p+q} \times \left(\frac{C}{A}\right)^{r+q}$ এর মান বের কর।

গ. প্রমাণ কর যে, $\log_6 \{(AB)^{p+r} \times (BC)^{q+p} \times (CA)^{r+q}\} = 0$

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $\log_6 A^2 = \log_6 (6^{p+q})^2$ [মান বসিয়ে]

$$\begin{aligned}&= \log_6 6^{(2p+2q)} \\ &= (2p+2q) \log_6 6 \\ &= 2p+2q \quad [\because \log_6 a = 1] \quad (\text{Ans.})\end{aligned}$$

খ $\left(\frac{A}{B}\right)^{p+r} \times \left(\frac{B}{C}\right)^{p+q} \times \left(\frac{C}{A}\right)^{r+q}$

$$\begin{aligned}&= \frac{A^{p+r}}{B^{p+r}} \times \frac{B^{p+q}}{C^{p+q}} \times \frac{C^{r+q}}{A^{r+q}} = \frac{A^{p+r}}{A^{r+q}} \times \frac{B^{p+q}}{B^{p+r}} \times \frac{C^{r+q}}{C^{p+q}} \\ &= A^{p+r-r-q} \times B^{p+q-p-r} \times C^{r+q-p-q} \\ &= A^{p-q} \times B^{q-r} \times C^{r-p} \\ &= (6^{p+q})^{p-q} \times (6^{q+r})^{q-r} \times (6^{p+r})^{r-p} \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= 6^{p^2-q^2} \times 6^{q^2-r^2} \times 6^{r^2-p^2} \\ &= 6^{p^2-q^2+q^2-r^2+r^2-p^2} \\ &= 6^0 = 1 \quad (\text{Ans.})\end{aligned}$$

গ. বামপক্ষ = $\log_6 \{(AB)^{p-r} \times (BC)^{q-p} \times (CA)^{r-q}\}$
 $= \log_6 (A^{p-r+r-q} \times B^{p-r+q-p} \times C^{q-p+r-q})$
 $= \log_6 (A^{p-q} \times B^{q-r} \times C^{r-p})$
 $= \log_6 \{(6^{p+q})^{p-q} \times (6^{q+r})^{q-r} \times (6^{r+p})^{r-p}\}$ [মান বসিয়ে]
 $= \log_6 (6^{p^2-q^2} \times 6^{q^2-r^2} \times 6^{r^2-p^2})$
 $= \log_6 6^{p^2-q^2+q^2-r^2+r^2-p^2}$
 $= \log_6 6^0$
 $= 0 \times \log_6 6$
 $= 0 \times 1 = 0 = \text{ডানপক্ষ}$
 $\therefore \log_6 \{(AB)^{p-r} \times (BC)^{q-p} \times (CA)^{r-q}\} = 0$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ▶ ৭ $A = \frac{(7^{x-1})^{x+1}}{(7^x)^{x-1}}, B = \frac{49^{x+1}}{7.7^x}$

$C = \log_k \sqrt{125} + \log_k \sqrt{64} - \log_k 10^{\frac{3}{2}}, D = \log_k 6 - \log_k 3$

ক. A এর সরলকৃত মান নির্ণয় কর।

খ. $A \div B$ এর মান নির্ণয় কর।

গ. দেখাও যে, $\frac{C}{D} = \frac{3}{2}$

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে,

$$A = \frac{(7^{x-1})^{x+1}}{(7^x)^{x-1}}$$

$$= \frac{7^{x^2-1}}{7^{x^2-x}}$$

$$= 7^{x^2-1-x^2+x}$$

$$= 7^{x-1} \text{ (Ans.)}$$

খ. দেওয়া আছে, $A = \frac{(7^{x-1})^{x+1}}{(7^x)^{x-1}}, B = \frac{49^{x+1}}{7.7^x}$

$$\therefore A \div B = \frac{(7^{x-1})^{x+1}}{(7^x)^{x-1}} \div \frac{49^{x+1}}{7.7^x}$$

$$= 7^{x-1} \div \frac{(7)^{2x+2}}{7^{x+1}}$$

$$= 7^{x-1} \div 7^{2x+2-x-1}$$

$$= 7^{x-1} \div 7^{x+1}$$

$$= 7^{x-1-x-1}$$

$$= 7^{-2}$$

$$= \frac{1}{7^2}$$

$$= \frac{1}{49} \text{ (Ans.)}$$

গ. দেওয়া আছে,

$C = \log_k \sqrt{125} + \log_k \sqrt{64} - \log_k 10^{\frac{3}{2}}$ এবং $D = \log_k 6 - \log_k 3$

$$\text{বামপক্ষ} = \frac{C}{D} = \frac{\log_k \sqrt{125} + \log_k \sqrt{64} - \log_k 10^{\frac{3}{2}}}{\log_k 6 - \log_k 3}$$

$$= \frac{\log_k 5^{\frac{3}{2}} + \log_k 8 - \frac{3}{2} \log_k 10}{\log_k 6 - \log_k 3}$$

$$= \frac{\frac{3}{2} \log_k 5 + \log_k 2^3 - \frac{3}{2} \log_k 10}{\log_k (3.2) - \log_k 3}$$

$$= \frac{\frac{3}{2} \log_k 5 + 3 \log_k 2 - \frac{3}{2} \log_k 10}{\log_k 3 + \log_k 2 - \log_k 3}$$

$$= \frac{\frac{3}{2} (\log_k 5 + 2 \log_k 2 - \log_k 10)}{\log_k 2}$$

$$= \frac{3 (\log_k 5 + \log_k 2^2 - \log_k 10)}{2 \log_k 2}$$

$$= \frac{3 (\log_k 5 + \log_k 4 - \log_k 10)}{2 \log_k 2}$$

$$= \frac{3 \left\{ \frac{\log_k (5.4) - \log_k 10}{\log_k 2} \right\}}{2 \log_k 2}$$

$$= \frac{3 \log_k 20 - \log_k 10}{2 \log_k 2}$$

$$= \frac{3 \log_k 10}{2 \log_k 2}$$

$$= \frac{3 \log_k 2}{2 \log_k 2}$$

$$= \text{ডানপক্ষ}$$

$\therefore \frac{C}{D} = \frac{3}{2}$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ▶ ৮ $P = 0.000673, x = 2, y = 3, z = 5$

ক. P এর সাধারণ লগের পূর্ণক ও অংশক নির্ণয় কর।

খ. সরল কর: $\log z + x^4 \log \frac{x^4}{yz} + x^2 y \log \frac{z^2}{x^3 y} + (x+z) \log \frac{y^4}{x^4 z}$

গ. সরল কর:

$$\frac{\log \sqrt{y^3} + y \log x - \frac{y}{x} \log (zx)}{\log (xy) - \log z} \div \left\{ \frac{(2x)^m + \frac{1}{4} \times \sqrt{2x^m}}{2x - \frac{m}{2}} \right\} \frac{1}{m}$$

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. $0.000673 = 6.73 \times 10^{-4}$

$\therefore \log(0.000673) = \log(6.73 \times 10^{-4}) = \log 6.73 - 4$

সংখ্যাটির লগের পূর্ণক = -4 বা $\bar{4}$

সংখ্যাটির লগের অংশক $\log 6.73 = 0.82802$

$\therefore 0.000673$ এর লগের পূর্ণক -4 বা $\bar{4}$

এবং অংশক 0.82802 (Ans.)

খ. দেওয়া আছে, $x = 2, y = 3, z = 5$

প্রদত্ত রাশি = $\log z + x^4 \log \frac{x^4}{yz} + x^2 y \log \frac{z^2}{x^3 y} + (x+z) \log \frac{y^4}{x^4 z}$

$$= \log 5 + 2^4 \log \frac{2^4}{3.5} + 2^2.3 \log \frac{5^2}{2^3.3} + (2+5) \log \frac{3^4}{2^4.5}$$

[মান বসিয়ে]

$$= \log 5 + \log \left(\frac{2^4}{3.5} \right)^{16} + \log \left(\frac{5^2}{2^3.3} \right)^{12} + \log \left(\frac{3^4}{2^4.5} \right)^7$$

$$= \log 5 + \log \frac{2^{64}}{3^{16}.5^{16}} + \log \frac{5^{24}}{2^{36}.3^{12}} + \log \frac{3^{28}}{2^{28}.5^7}$$

$$= \log \frac{5}{3^{16}.5^{16}.2^{36}.3^{12}.2^{28}.5^7}$$

$$= \log \frac{5^{25}.2^{64}.3^{28}}{5^{23}.2^{64}.3^{28}}$$

$$= \log 5^2$$

$$= 2 \log 5 \text{ (Ans.)}$$

গ. এখানে, $\frac{\log \sqrt{y^3} + y \log x - \frac{y}{x} \log (zx)}{\log xy - \log z}$

$$= \frac{\log \sqrt{3^3} + 3 \log 2 - \frac{3}{2} \log (5 \times 2)}{\log (2 \times 3) - \log 5} \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$= \frac{\log(3^3)^{\frac{1}{2}} + 3 \log(2^2)^{\frac{1}{2}} - \frac{3}{2} \log 10}{\log 6 - \log 5}$$

$$= \frac{\log 3^{\frac{3}{2}} + \frac{3}{2} \log 4 - \frac{3}{2} \log 10}{\log \left(\frac{6}{5}\right)}$$

$$= \frac{\frac{3}{2} \log 3 + \frac{3}{2} \log 4 - \frac{3}{2} \log 10}{\log 1.2}$$

$$= \frac{\frac{3}{2} (\log 3 + \log 4 - \log 10)}{\log 1.2}$$

$$= \frac{\frac{3}{2} \log \left(\frac{3 \times 4}{10}\right)}{\log 1.2} = \frac{\frac{3}{2} (\log 1.2)}{(\log 1.2)} = \frac{3}{2}$$

এখন, $\left\{ \frac{(2x)^m + \frac{1}{4} \times \sqrt{2x^m}}{2x^{\frac{m}{2}}} \right\}^{\frac{1}{m}}$

$$= \left\{ \frac{(2.2)^m + \frac{1}{4} \times \sqrt{2.2^m}}{2.2^{\frac{m}{2}}} \right\}^{\frac{1}{m}} \text{ [x এর মান বসিয়ে]}$$

$$= \left\{ \frac{(2^2)^m + \frac{1}{4} \times (2^{m+1})^{\frac{1}{2}}}{2^{1 - \frac{m}{2}}} \right\}^{\frac{1}{m}}$$

$$= \left(2^{2m + \frac{1}{2} + \frac{m}{2} + \frac{1}{2} - 1 + \frac{m}{2}} \right)^{\frac{1}{m}}$$

$$= \left(2^{\frac{4m + 1 + m + 1 - 2 + m}{2}} \right)^{\frac{1}{m}}$$

$$= \left(2^{\frac{6m}{2}} \right)^{\frac{1}{m}}$$

$$= (2^{3m})^{\frac{1}{m}}$$

$$= 2^3$$

$$= 8$$

\therefore প্রদত্ত রাশি $= \frac{3}{2} \div 8 = \frac{3}{2} \times \frac{1}{8} = \frac{3}{16}$ (Ans.)

প্রশ্ন ৯ $(x^2 - 1)^2 = 3x^2$, $x^4 + 1 = \frac{17x^2}{4}$ দুইটি সমীকরণ

এবং $a = 2$, $b = 3$, $c = 5$

ক. ১ম সমীকরণ হতে $x - \frac{1}{x}$ এর মান বের কর।

খ. ২য় সমীকরণ হতে দেখাও যে, $8x^6 - 8 = 63x^3$ যখন $x > 0$

গ. $\frac{\log \sqrt{b^3} - b \log \frac{1}{a} - \frac{b}{a} \log (ca)}{\log (ab) - \log c}$ এর মান নির্ণয় কর।

8

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $(x^2 - 1)^2 = 3x^2$

বা, $x^2 - 1 = \pm \sqrt{3x}$ [বর্গমূল করে]

$\therefore x - \frac{1}{x} = \pm \sqrt{3}$ (Ans.)

খ. ২য় সমীকরণ, $x^4 + 1 = \frac{17x^2}{4}$

বা, $\frac{x^4 + 1}{x^2} = \frac{17}{4}$

বা, $x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{17}{4}$

বা, $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = \frac{17}{4}$

বা, $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \frac{17}{4} - 2 = \frac{17 - 8}{4} = \frac{9}{4}$

$\therefore x - \frac{1}{x} = \frac{3}{2}$ [বর্গমূল করে]

এখন, $x^3 - \frac{1}{x^3} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x - \frac{1}{x}\right)$

বা, $\frac{x^6 - 1}{x^3} = \left(\frac{3}{2}\right)^3 + 3 \cdot \frac{3}{2}$

বা, $\frac{x^6 - 1}{x^3} = \frac{27}{8} + \frac{9}{2}$

বা, $\frac{x^6 - 1}{x^3} = \frac{27 + 36}{8}$

বা, $\frac{x^6 - 1}{x^3} = \frac{63}{8}$

$\therefore 8x^6 - 8 = 63x^3$ (দেখানো হলো)

গ. দেওয়া আছে, $a = 2$, $b = 3$, $c = 5$

$\frac{\log \sqrt{b^3} - b \log \frac{1}{a} - \frac{b}{a} \log (ca)}{\log (ab) - \log c}$

এখন, $\frac{\log \sqrt{3^3} - 3 \log \frac{1}{2} - \frac{3}{2} \log (5 \times 2)}{\log (2 \times 3) - \log 5}$ [মান বসিয়ে]

$= \frac{\log(3^3)^{\frac{1}{2}} - 3 \log \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} - \frac{3}{2} \log 10}{\log 6 - \log 5}$

$= \frac{\frac{3}{2} \log 3 - \frac{3}{2} \log \frac{1}{2} - \frac{3}{2} \log 10}{\log \frac{6}{5}}$

$= \frac{\frac{3}{2} \log \left(3 \div \frac{1}{2} \div 10\right)}{\log 1.2}$

$= \frac{\frac{3}{2} \log \left(3 \times 2 \times \frac{1}{10}\right)}{\log 1.2}$

$= \frac{\frac{3}{2} \log 1.2}{\log 1.2} = \frac{3}{2}$ (Ans.)

2

8



সৃজনশীল প্রশ্নব্যাংক

- প্রশ্ন ▶ ১০** (i) $a = 2$, $b = 3$ এবং $c = 5$ (ii) $x = \sqrt{5 + 2\sqrt{6}}$
- ক. $\frac{1}{x}$ এর মান নির্ণয় কর। ২
- খ. (ii) নং ব্যবহার করে প্রমাণ কর $\frac{x^6 + 1}{x^3} = 18\sqrt{3}$ ৪
- গ. প্রমাণ কর যে, $\frac{b \log_{10} \sqrt{b} + b \log_{10} a - \log_{10} (ac\sqrt{ac})}{\log_{10} \left(\frac{ab}{c}\right)} \div \frac{3}{2} = 1$ ৪

উত্তর: ক. $\sqrt{3} - \sqrt{2}$

প্রশ্ন ▶ ১১ বার্ষিক চক্রবৃদ্ধি মুনাফা $r\%$ হারে 1000000 টাকা 5 বছরের মুনাফা আসলে দ্বিগুণ হয়।

- ক. 5 বছর পর মুনাফা ও আসলের মোট পরিমাণ বৈজ্ঞানিক আকারে প্রকাশ কর। ২
- খ. মুনাফার হার (r) বের কর। [লগারিদম ব্যবহার করে] ৪
- গ. মুনাফার হার 12.25% হলে কত বছর পর মুনাফা আসলে দ্বিগুণ হবে? [লগারিদম ব্যবহার করে] ৪

উত্তর: ক. 2×10^6 টাকা; খ. 14.9%; গ. 6 বছর (প্রায়);

প্রশ্ন ▶ ১২ y ধনাত্মক এবং $y^{4x} + y^{2x}(2y - 9) + y^2 = 0$ হলো একটি x

চলক বিশিষ্ট সূচকীয় সমীকরণ, যখন $y = \frac{3 \log_{10} \left(\frac{12}{10}\right)}{2(\log_{10} 3 + \log_{10} 4 - \log_{10} 10)}$

- ক. y এর মান নির্ণয় কর। ২
- খ. দেখাও যে, $y^x + y^{1-x} = 3$ ৪
- গ. x এর মান বের কর। ৪
- উত্তর:** ক. 2; গ. 0, 1;

প্রশ্ন ▶ ১৩ সূর্য থেকে পৃথিবীতে আলো আসতে 500s সময় লাগে। আলোর বেগ সেকেন্ডে 3×10^8 মিটার।

- ক. আলোর বেগ সেকেন্ডে কত কি.মি. বৈজ্ঞানিক আকারে প্রকাশ কর। ২
- খ. সূর্য থেকে পৃথিবীর দূরত্ব 1AU হলে 1AU সমান কত কি.মি.? ৪
- গ. যদি বৃহস্পতির দূরত্ব 7.8×10^{11} মিটার হয় তবে তা AU এককে কত হবে? ৪

উত্তর: ক. 3×10^5 কি.মি.; খ. 1.5×10^8 কি.মি.; গ. 5.2 AU

প্রশ্ন ▶ ১৪ $2^{2x} - 3 \cdot 2^{x+2} = -32$ হলো একটি x চলক বিশিষ্ট সূচকীয় সমীকরণ। $x^2 - \sqrt{6x+1} = 0$ একটি বীজগাণিতিক সমীকরণ।

- ক. দেখাও যে, $3 \log_{10} 2 + 2 \log_{10} 3 + \log_{10} 5 = \log_{10} 360$ ২
- খ. বীজগাণিতিক সমীকরণ হতে $x^4 - \frac{1}{x}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪
- গ. সূচকীয় সমীকরণ হতে x এর মান বের কর। ৪

উত্তর: খ. $\pm 8\sqrt{3}$; গ. 2, 3;

প্রশ্ন ▶ ১৫ (i) $a^2 = 7 + 4\sqrt{3}$, $a > 0$ (ii) $P = 3 \log_{25} 36 + \log \left(\frac{8}{9}\right)^3 - 2 \log_{125} 128 - \log 2$

ক. $P = \{a, b\}$, $R = \{2, 3, 4\}$ এবং $S = \{4, 5, 6\}$ হলে $P \times (R - S)$ নির্ণয় কর। ২

খ. $\frac{1}{a^3} (a^6 - 1)$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও $P = 0$. ৪

উত্তর: ক. $\{(a, 2), (a, 3), (b, 2), (b, 3)\}$; খ. $30\sqrt{3}$

প্রশ্ন ▶ ১৬ $p = \frac{x^b}{x^a}$, $q = \frac{x^c}{x^b}$ এবং $r = \frac{x^a}{x^c}$

ক. $p \times q \times r$ এর সরল মান কত? ২

খ. $p^{a+b} \cdot q^{b+c} \cdot r^{c+a}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে $p^{a^2+ab+b^2} \cdot q^{b^2+bc+c^2} \cdot r^{c^2+ca+a^2}$ এর মান $p^{a+b} \cdot q^{b+c} \cdot r^{c+a}$ এর মানের সমান। ৪

উত্তর: ক. 1; খ. 1

প্রশ্ন ▶ ১৭ $a = \sqrt[3]{b}$, $b = \sqrt[3]{c}$ এবং $c = \sqrt[3]{a}$

ক. a কে c এর সূচকীয় রাশিতে প্রকাশ কর। ২

খ. xyz এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $3x = 4y = 18z$ হলে x, y, z এর মান নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. $\frac{1}{c^{xy}}$; খ. 1;

গ. $x = 2, y = \frac{3}{2}, z = \frac{1}{3}$

প্রশ্ন ▶ ১৮ $x = 2, y = 3, z = 5$

ক. দেখাও যে, $y \log x + \log z = \log 40$ ২

খ. দেখাও যে, $\frac{\log_{10} \sqrt{y^3} + \log_{10} x^3 - \log_{10} \sqrt{(xz)^3}}{\log_{10} x^2 y - \log_{10} zx} = \frac{3}{2}$ ৪

গ. $7 \log \frac{x^4}{yz} + z \log \frac{z^2}{x^3 y} + y \log \frac{81}{80}$ এর সরলীকরণ কর। ৪

উত্তর: গ. $\log 2$

প্রশ্ন ▶ ১৯ $E = \frac{11^{m+1}}{(11^m)^{m-1}} \div \frac{121^{m+1}}{(11^{m-1})^{m+1}}$ এবং

$A = \{x \in \mathbb{O} : x \text{ মৌলিক সংখ্যা এবং } x \leq 7\}$,

$B = \{x \in \mathbb{O} : x \text{ জোড় সংখ্যা এবং } x < 7\}$

ক. দেখাও যে, $5 \log_{10} 5 - \log_{10} 25 = \log_{10} 125$ ২

খ. E এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. যদি A ও B এর উপাদানগুলোর মধ্যে $y = x - 1$ সম্পর্ক বিবেচনায় থাকে তবে অসমতাটি নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: খ. $\frac{1}{121}$; গ. $R = \{(3, 2), (5, 4), (7, 6)\}$



নিজেকে যাচাই করি



নিজেকে যাচাই করার জন্য অধ্যায়ের মডেল প্রশ্নপত্রের ওপর পরীক্ষা দাও। তোমার করা উত্তরগুলো পরের পৃষ্ঠায় দেওয়া উত্তরপত্র থেকে মিলিয়ে নাও। প্রয়োজনে উত্তরপত্রটি শিক্ষক বা অভিভাবককে দিয়ে মূল্যায়ন করাও।

সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

সময়: ৩০ মিনিট;

মান-৩০

১. $(x^{-1} + y^{-1})^{-1}$ এর মান কোনটি?

- K $\frac{x+y}{xy}$ L $\frac{1}{x+y}$
M $x+y$ N $\frac{xy}{x+y}$

২. $(2x^{-2} \sqrt[3]{x^2})^{-6}$ এর সরলীকরণ নিচের কোনটি?

- K $\frac{x^2}{16}$ L $\frac{x^2}{128}$
M $\frac{x^8}{64}$ N $\frac{x^2}{32}$

৩. $2^{2x+2} = 32$ হলে x এর মান কত?

- K 1 L $\frac{3}{2}$
M $\frac{7}{2}$ N 7

৪. $A = 81^x - 1$ এবং $B = 9^x - 1$ হলে, $A \div B$ এর মান কত?

- K 9 L $9^x + 1$
M $9^x - 1$ N 9^{x+1}

৫. সূচকের ক্ষেত্রে —

- i. $(ab)^m = a^m \cdot b^m$
ii. $a^0 = 1, (a \neq 0)$
iii. $\frac{a^m}{a^n} = a^m + a^n$

নিচের কোনটি সঠিক?

- K i, ii L ii, iii
M i, iii N i, ii ও iii

৬. $7^{-x} = \frac{1}{2401}$ হলে x এর মান কত?

- K 2 L 3
M 4 N 5

৭. $3 \log_{10} 2 + 2 \log_{10} 2$ এর মান কোনটি?

- K $\log_{10} 32$ L $\log_{10} 16$
M $\log_{10} 8$ N $\log_{10} 4$

৮. $\log_{25} 5 + \log_{\sqrt{5}} 5 =$ কত?

- K $\frac{1}{\sqrt{5}}$ L 1
M $2\frac{1}{2}$ N 4

৯. $a > 0, b > 0$ এবং $a, b \in \mathbb{N}$ হলে—

- i. $\log_a M^r = M \log_a r$
ii. $\log_a b \times \log_b a = 1$
iii. $\log_a (\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt{a}) = \frac{5}{6}$

নিচের কোনটি সঠিক?

- K i ও ii L i ও iii
M ii ও iii N i, ii ও iii

১০. একটি সংখ্যা $p \times 10^m$ আকারে লেখার জন্য শর্ত কোনটি?

- K $1 < p < 10$ L $1 \leq p < 10$
M $1 \leq p \leq 10$ N $1 < p \leq 10$

১১. লগের ক্ষেত্রে —

- i. ধনাত্মক সংখ্যার লগের মান আছে
ii. ঋণাত্মক সংখ্যার লগের মান নেই
iii. শূন্য, ঋণাত্মক সংখ্যার লগের মান আছে

- নিচের কোনটি সঠিক?
K i ও ii L i ও iii
M ii ও iii N i, ii ও iii

১২. $\left(\frac{3^{\frac{3}{2}} \cdot 6^{\frac{7}{2}} \cdot 15^3}{10^2 \cdot 6^{\frac{5}{2}} \cdot 2^2} \right)^{-1} =$ কত?

- K $\frac{16}{5\sqrt{3}}$ L $\frac{5\sqrt{3}}{32}$
M $\frac{32}{5\sqrt{3}}$ N $\frac{5\sqrt{3}}{16}$

১৩. $\log_a \log_a \log_a a^a =$ কত?

- K a^{-1} L a^0
M a N a^2

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে (১৪ ও ১৫) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

 $x = \log_2 32, y = \log_5 625, z = \log_3 27$ ১৪. $x + y =$ কত?

- K 7 L 9
M 10 N 657

১৫. $\frac{x-y}{z}$ এর মান কত?

- K $\frac{1}{9}$ L $\frac{1}{3}$
M 1 N 3

১৬. $\log_e \frac{a^3 b^3}{c^3}$ হলো—

- i. $3 \log_e \frac{ab}{c}$ এর সমান।
ii. $\log_e a^3 b^3 - \log_e c^3$ এর সমান।
iii. $3(\log_e ab - \log_e c)$ এর সমান।

নিচের কোনটি সঠিক?

- K i ও ii L i ও iii
M ii ও iii N i, ii ও iii

১৭. সূর্য থেকে শুরুর দূরত্ব 105,600,000 কি. মি. হলে উক্ত দূরত্বের আদর্শ রূপ কোনটি?

- K 1.56×10^{-8} L 1.056×10^{-7}
M 1.056×10^8 N 1.56×10^8

১৮. $\frac{m}{n} = 36$ হলে $\log_6 m - \log_6 n =$ কত?

- K 1 L 2
M 3 N 6

১৯. $6^4 \times 6^4 \times 6^4 \times 6^4$ রাশিটির ভিত্তি 6 হলে ঘাত নিচের কোনটি?

- K 12 L 16
M 24 N 36

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে (২০ ও ২১) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
 $a^4 = b^2$

২০. নিচের কোন সম্পর্কটি সঠিক?

- K $2 = \log_a a$ L $\frac{1}{2} = \log_a a$
M $\frac{1}{2} = \log_a b$ N $2a = \log_a b$

২১. a ও b এর সম্ভাব্য মান কত?

- K $(a, b) = (6, 9)$ L $(a, b) = (4, 3)$
M $(a, b) = (3, 9)$ N $(a, b) = (5, 10)$

২২. $\frac{4^n - 1}{2^n - 1} =$ কত?

- K $2^n - 1$ L $2^n + 1$
M 2^{n-1} N 2^{n+1}

২৩. 0.00836 এর লগের অংশ কত?

- K 3.922 L 0.922
M 0.0779 N -2.07793

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে (২৪ ও ২৫) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

 $P = 3 \times 10^4$

২৪. নিচের কোন সম্পর্কটি সঠিক?

- K $\log P = 4 + \log 3$ L $\log P = 3 + \log 4$
M $\log P = \frac{4}{3} + \log 10$ N $4 = P + \log 3$

২৫. $\log P$ এর পূর্ণক কত?

- K 3 L 4
M $\frac{4}{3}$ N $\frac{3}{10}$

২৬. $\log x = \frac{1}{2} \log y$ হলে $\log x^2$ এর মান কত?

- K x L y
M $\log y$ N $\log \sqrt{y}$

২৭. $\log_5 (\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt{5})$ এর মান কত?

- K $\frac{5}{6}$ L $\frac{6}{5}$
M 5 N 6

২৮. $a^x = N, (a > 0, a \neq 1)$ হলে N এর a ভিত্তিক লগ কত?

- K $x = \log_a N$ L $a = \log_x N$
M $N = \log_a x$ N $N = \log_x a$

২৯. $x^2 = (x^{ab} \cdot x^{ab})^c$ হলে abc এর মান কত?

- K 0 L 1
M 2 N 3

৩০. কোন শর্তে $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$ হবে?

- K $a \neq 0$ L $m \neq 0$
M $b \neq 0$ N $b = 0$

সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

সময়: ২ ঘণ্টা ৩০ মিনিট; মান-৭০

[বি. দ্র. যে কোনো ৭টি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে। প্রতি প্রশ্নের মান ১০]

১০ × ৭ = ৭০]

১. ▶ L, M, N, P, Q ও R কয়েকটি বীজগাণিতিক রাশি যেখানে:

$$L = \left(\frac{a^y}{a^z}\right)^{y^2+yz+z^2} M = \left(\frac{a^x}{a^y}\right)^{x^2+xy+y^2} N = \left(\frac{a^z}{a^x}\right)^{z^2+zx+x^2}$$

$$Q = \frac{4^{x+3} - 8 \cdot 2^{2x+1}}{4^{x+2} \div 8} \text{ এবং } R = \frac{5 \cdot 2^x - 8 \cdot 2^{x-1}}{2^x - 3 \cdot 2^{x-2}}$$

ক. $8^{x+1} = 64$ হলে, x এর মান নির্ণয় কর।

খ. দেখাও যে, LMN = 1

গ. প্রমাণ কর যে, $Q \div R = 6$

$$২. \text{ ▶ } \sqrt{\frac{a}{b}} + \sqrt{\frac{b}{a}} = 3 \text{ হলে,}$$

ক. $(a+b)^2$ এর মান নির্ণয় কর।খ. দেখাও যে, $\log(a+b) = \log 3 + \frac{1}{2} \log a + \frac{1}{2} \log b$ গ. $4 \log(a-b)$ এর মান কত?

৩. ▶ L, M, N ও P কয়েকটি বীজগাণিতিক রাশি যেখানে,

$$L = \left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{a+b}, M = \left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{b+c}, N = \left(\frac{x^c}{x^a}\right)^{c+a}$$

$$\text{এবং } P = 7 \log_{10} a - 2 \log_{10} b + 3 \log_{10} c$$

ক. $(\sqrt{3})^{x+1} = (\sqrt{3})^{2x-1}$ হলে, x এর মান নির্ণয় কর।

খ. দেখাও যে, LMN = 1

গ. $a = \frac{10}{9}, b = \frac{25}{24}$ এবং $c = \frac{81}{80}$ হলে, $\log_{10} 4 - P$ এর মান নির্ণয় কর।৪. ▶ $a = \log_x(xyz), b = \log_y(xyz)$ ও $c = \log_z(xyz)$

ক. সকল ক্ষেত্রে xyz এর মান নির্ণয় কর।

খ. দেখাও যে, $\frac{x^{a-1}}{yz} + \frac{y^{b-1}}{zx} + \frac{z^{c-1}}{xy} = 3$ গ. দেখাও যে, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$ ৫. ▶ $x = 2, y = 3$ এবং $z = 5$ ক. দেখাও যে, $\log(x^3 y^2 z) = y \log x + x \log y + \log z$ খ. সরল কর: $7 \log \frac{x^4}{yz} + z \log \frac{z^2}{x^3 z} + y \log \frac{y^4}{x^4 z}$ গ. $\frac{3 \log \sqrt{y} + y \log x - y \log \sqrt{xz}}{\log(xy) - \log z}$ এর মান নির্ণয় কর।৬. ▶ $p = x^a, q = x^b, r = x^c$ ক. $\left(\frac{p}{q}\right)^c \times \left(\frac{q}{r}\right)^a \times \left(\frac{r}{p}\right)^b$ এর মান নির্ণয় কর।

খ. দেখাও যে,

$$\frac{(a-b) \log(pq) + (b-c) \log(qr) + (c-a) \log(rp)}{\sqrt{a^{-1}b} \times \sqrt{b^{-1}c} \times \sqrt{c^{-1}a}} = 0 \quad ৪$$

গ. সরল কর: $2abc \left\{ \left(\frac{p}{q}\right)^{a+b-c} \times \left(\frac{q}{r}\right)^{b+c-a} \times \left(\frac{r}{p}\right)^{c+a-b} \right\} \times \sqrt{a^{-3}b^{-2}c} \times \sqrt{c^{-3}a} \quad ৪$ ৭. ▶ $A = \log_{10} \frac{10}{9}, B = \log_{10} \frac{25}{24}, C = \log_{10} \frac{81}{80}$ এবং $D = \frac{x+a}{x-a}$ চারটি বীজগাণিতিক রাশি।ক. $\log_e 10$ এর মান নির্ণয় কর।খ. $7A - 2B + 3C - \log_{10} 2$ এর মান নির্ণয় কর।গ. $D^2 - 5D + 6 = 0$ হলে x এর মান নির্ণয় কর।

৮. ▶ নিচের তথ্যটি লক্ষ্য কর এবং সংশ্লিষ্ট প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও:

$$A = \log_5 \sqrt[3]{5} + \log_7 \sqrt[3]{7} \cdot \sqrt{7}, P = \log \frac{16}{15}, Q = \log \frac{25}{24}, R = \log \frac{81}{80},$$

$$T = x^2 + y^2$$

ক. $A - \log_4 2$ এর মান নির্ণয় কর।খ. $T = 11xy$ হলে দেখাও যে, $\log \frac{x-y}{3} = \frac{1}{2} \log x + \frac{1}{2} \log y$ গ. $7P + 5Q + 3P$ এর সরলীকরণ কর।

$$৯. \text{ ▶ } A = \left(\frac{a^y}{a^z}\right)^{y^2+yz+z^2}, B = \left(\frac{a^x}{a^y}\right)^{x^2+xy+y^2}, C = \left(\frac{a^z}{a^x}\right)^{z^2+zx+x^2}$$

$$\text{এবং } f(p) = \frac{1+p^2+p^4}{p^2}$$

ক. $\log_5 25 = 2$ হলে, a এর মান কত?খ. দেখাও যে, $f\left(\frac{1}{p^2}\right) = f(p^2)$ গ. প্রমাণ কর যে, $ABC = 1$ ১০. ▶ $2^x, 2^{x+4}, 2^{x+1}, x^2 + y^2 = 7xy$ চারটি রাশি।ক. $[(a^7)^3]^4]^{-5}$ এর মান নির্ণয় করো।খ. $\frac{2^{x+4} - 4 \cdot 2^{x+1}}{2^{x+2} \div 2}$ এর মান নির্ণয় করো।গ. দেখাও যে, $\log(x^4 + y^4) = \log 47 + (\log x^2 + \log y^2)$

$$১১. \text{ ▶ } x^3 + \frac{1}{x^3} = 52, P = 5^{b-c}, Q = 5^{c-a} \text{ এবং } R = 5^{a-b}$$

ক. ২ ভিত্তিক ১১ লগারিদমের পূর্ণক নির্ণয় কর।

খ. প্রমাণ কর যে, $x^{-1} = 2 - \sqrt{3}$ গ. $\left(\frac{P}{Q}\right)^{b-a} \times \left(\frac{Q}{R}\right)^{c-b} \times \left(\frac{R}{P}\right)^{a-c}$ এর একটি মান নির্ণয় কর।

সৃজনশীল বহুনির্বাচনি

মডেল প্রশ্নপত্রের উত্তর

১	N	২	M	৩	L	৪	L	৫	K	৬	M	৭	K	৮	M	৯	M	১০	L	১১	K	১২	M	১৩	L	১৪	L	১৫	L
১৬	N	১৭	M	১৮	L	১৯	L	২০	L	২১	M	২২	L	২৩	L	২৪	K	২৫	L	২৬	M	২৭	K	২৮	K	২৯	L	৩০	M

সৃজনশীল রচনামূলক

মডেল প্রশ্নপত্রের উত্তর

১. ক. ১	৭. ক. 2.30259;
২. ক. 9ab; গ. $2 \log 5 + 2 \log a + 2 \log b$	খ. 0; গ. 2a, 3a
৩. ক. 5; গ. $\log_{10} 2$	৮. ক. $\frac{2}{3}$; গ. $\log 2$
৪. ক. x^a, y^b, z^c	৯. ক. 5
৫. খ. $\log \left(\frac{486}{3125}\right)$; গ. $\frac{3}{2}$	১০. ক. $\frac{1}{a^{420}}$; খ. 4
৬. ক. 1; গ. 2	১১. ক. 3; গ. 1

সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

সময়: ৩০ মিনিট;

মান-৩০

১. $4^x = 8$ হলে, $x =$ কত?

- K $\frac{1}{3}$ L $\frac{1}{2}$
M $\frac{2}{3}$ N $\frac{3}{2}$

২. $a^m \times a^n = a^m$ হলে, n এর মান কত?

- K 0 L 1
M 2 N 8

৩. কোন শর্তে $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$ হবে?

- K $a \neq 0$ L $m \neq 0$
M $b \neq 0$ N $b = 0$

৪. $\frac{3^3 \cdot 3^5}{3^6} =$ কত?

- K 4 L 8
M 9 N 12

৫. $\left(\frac{11}{\sqrt{5}}\right)^{5x-2} = \left(\frac{5}{\sqrt{5}}\right)^{2x+1}$ সমীকরণের সমাধান কোনটি?

- K 7 L 1
M $\frac{3}{5}$ N $\frac{1}{3}$

৬. $4^x = 16$ হলে x এর মান কত?

- K 0 L 1
M 2 N 4

৭. $x^x \sqrt{x} = (x\sqrt{x})^x$ হলে x এর মান কোনটি?

- K $\frac{2}{3}$ L $\frac{3}{2}$
M $\frac{4}{9}$ N $\frac{9}{4}$

৮. $5^{3x-7} = 3^{3x-7}$ হলে $x =$ কত?

- K $\frac{3}{5}$ L $\frac{1}{2}$
M 0 N $\frac{7}{3}$

৯. $(\sqrt{3})^{2x+1} = 27$ হলে x এর মান কত?

- K $\frac{5}{2}$ L 1
M $\frac{7}{2}$ N 3

১০. $25^{x+1} = 625$ হলে, x এর মান কত?

- K 1 L 2
M 3 N 4

১১. $3^{2x+1} = 5^{2x+1}$ হলে x এর মান কত?

- K $\frac{5}{3}$ L 1
M $\frac{3}{5}$ N $-\frac{1}{2}$

১২. শূন্য ব্যতীত যে কোন সংখ্যার ন্যূনতম শক্তির মান কত?

- K 0 L 1
M 10 N 100

১৩. $a^x = a^y$ হলে, $x = y$ হবে যদি —

- i. $a > 0$
ii. $a < 0$
iii. $a \neq 1$

নিচের কোনটি সঠিক?

- K i ও ii L i ও iii
M ii ও iii N i, ii ও iii

১৪. $a^x = b$ হলে —

- i. $a = b^{\frac{1}{x}}$
ii. $b = 1$ হলে, $x = 0$
iii. $x < 0$ হলে, $b < 0$ [যখন $a > 0$]

নিচের কোনটি সঠিক?

- K i ও ii L i ও iii
M ii ও iii N i, ii ও iii

নিচের তথ্যের আলোকে (১৫-১৭) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$$a = \frac{3^{m+1}}{(3^m)^{m+1}}, b = \frac{(3^{m-1})^{m+1}}{9^{m-1}}$$

১৫. $a = 3$ হলে m এর মান কোনটি?

- K 0 L 1
M -1 N 2

১৬. $b = 81$ হলে, নিচের কোনটি m এর সঠিক মান?

- K 4, -3 L 3, -1
M -3, 1 N -3, 5

১৭. $a \times b = 27$ হলে m এর মান কত?

- K 0 L 1
M -2 N $-\frac{1}{2}$

১৮. $\log_{10} 100$ এর মান কত?

- K 10 L 2
M $\sqrt{2}$ N $\frac{1}{2}$

১৯. $\log_5(\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt{5})$ এর মান কত?

- K $\frac{5}{6}$ L $\frac{6}{5}$
M 5 N 6

২০. $\log_9 3$ এর মান নিচের কোনটি?

- K 2 L 1
M $\frac{1}{2}$ N 0

২১. $\log_9 \frac{1}{9} = -2$ হলে x এর মান কত?

- K ± 3 L -3
M 3 N 9

২২. $\log_3 3 + \log_4 2 =$ কত?

- K $\frac{2}{5}$ L $\frac{5}{2}$
M $\frac{7}{4}$ N $\frac{11}{2}$

২৩. 400 এর —

- i. লগ 4 হলে ভিত্তি $2\sqrt{5}$
ii. মান $(2\sqrt{5})^4$ এর সমান।
iii. $2\sqrt{5}$ ভিত্তিক লগ 4.

নিচের কোনটি সঠিক?

- K i ও ii L i ও iii
M ii ও iii N i, ii ও iii

২৪. 0.0000000037 এর বৈজ্ঞানিক রূপ কোনটি?

- K $\frac{37}{10^7}$ L 37×10^{10}
M 37×10^{-10} N 3.7×10^{-9}

২৫. 5.789 এর লগারিদমের পূর্ণক কত?

- K $\bar{1}$ L 0
M $\bar{0}$ N $\bar{2}$

২৬. $\log 0.00856$ এর পূর্ণক নিচের কোনটি?

- K -5 L -3
M -2 N 0

২৭. লগারিদম পদ্ধতিতে —

- i. বীজগণিতীয় রাশির ক্ষেত্রে e ভিত্তিক লগ হয়
ii. সংখ্যার ক্ষেত্রে 10 কে ভিত্তি হিসেবে ধরতে হয়
iii. লগ সারণীতে লগের ভিত্তি 10 ধরতে হয়

নিচের কোনটি সঠিক?

- K i, ii L i, iii
M ii, iii N i, ii ও iii

২৮. তথ্যগুলো লক্ষ্য কর —

- i. পূর্ণক ধনাত্মক কিংবা ঋণাত্মক হতে পারে কিন্তু অংশক সর্বদা ধনাত্মক
ii. $\log_a a = 1$ ($a > 0, a \neq 1$)
iii. $\log_{10} N = n + \log_{10} a$, n কে বলা হয় $\log_{10} N$ এর পূর্ণক

নিচের কোনটি সঠিক?

- K i ও ii L ii ও iii
M i ও iii N i, ii ও iii

0.000512 সংখ্যাটি বিবেচনা করে (২৯ ও ৩০) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

২৯. সংখ্যাটির সাধারণ লগের পূর্ণক কত?

- K 3 L 4
M -3 N -4

৩০. সংখ্যাটির সাধারণ লগের অংশক কত?

- K -1.63 L 1.63
M 0.71 N 0.81

সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

সময়: ২ ঘণ্টা ৩০ মিনিট; মান-৭০

[বি. দ্র. যে কোনো ৭টি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে। প্রতি প্রশ্নের মান ১০]

১০ × ৭ = ৭০]

$$১. \triangleright a = \frac{3 \cdot 2^x - 4 \cdot 2^{x-2}}{2^x - 2^{x-1}}, b = \frac{2^{x+4} - 4 \cdot 2^{x+1}}{2^{x+2} \div 2} \text{ এবং } c = \frac{9^{x+1}}{3^{(x+1)(x-1)}}$$

ক. $\frac{5^{x+2} + 35 \cdot 5^{x-1}}{4 \cdot 5^x}$ এর মান নির্ণয় কর।খ. ab এর মান নির্ণয় কর।গ. যদি $a = bc$ হয় তবে x এর মান নির্ণয় কর।

$$২. \triangleright P = \frac{x^a}{x^b}, Q = \frac{x^b}{x^c} \text{ এবং } R = \frac{x^c}{x^a}$$

ক. $\log_x 2025 = 4$ হলে $2x$ এর মান নির্ণয় কর।খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{1}{Pab} \cdot \frac{1}{Qbc} \cdot \frac{1}{Rca} = 1$ গ. $P^{a+b-c} \cdot Q^{b+c-a} \cdot R^{c+a-b}$ এর মান নির্ণয় কর।

$$৩. \triangleright A = P^{x+y}, B = P^{y+z} \text{ এবং } C = P^{z+x}$$

ক. $2^{3x+1} = 4^{x+1}$ হলে, x এর মান কত?খ. $\left(\frac{A}{B}\right)^{x+z} \times \left(\frac{B}{C}\right)^{y+x} \times \left(\frac{C}{A}\right)^{z+y}$ এর মান নির্ণয় কর।গ. দেখাও যে, $(AB)^{x-z} \times (BC)^{y-x} \times (CA)^{z-y} = 1$

$$৪. \triangleright \text{যদি } p = \frac{3^a}{3^b}, q = \frac{3^b}{3^c} \text{ এবং } r = \frac{3^c}{3^a}$$

ক. $p^{a+b} \times q^{b+c}$ এর নির্ণয় কর।খ. $\frac{1}{pab} \times \frac{1}{qbc} \times \frac{1}{rca}$ এর সরলীকরণ কর।গ. দেখাও যে, $\frac{q^a}{r^b} \times p^c = 3^{2b(a-c)}$

$$৫. \triangleright P = \frac{4^n - 1}{2^n - 1} - 2^n, Q = \frac{2^{n+4} - 4 \cdot 2^{n+1}}{2^{n+2} \div 2} \text{ ও}$$

ক. $R = [a - \{a^{-1} + (b^{-1} - a)^{-1}\}^{-1}] \div a^2 b$ ক. P এর মান বের কর।খ. প্রমাণ কর যে, $P + Q - \log_3 \sqrt{2} 324 = \log 10$ গ. R এর সরলীকরণ কর।

$$৬. \triangleright p = \sqrt{x^{-1}y} \sqrt{y^{-1}z} \sqrt{z^{-1}x},$$

$$q = \left\{ \frac{3^{y+1}}{(3^y)^{y-1}} \div \frac{9^{y+1}}{(3^{y-1})^{y+1}} \right\} \times \sqrt{81} \text{ এবং } r = \left(2a^{-1} \sqrt[3]{a^2} \right)^{-6} \div \sqrt[3]{64}$$

ক. p এর মান নির্ণয় কর।খ. r কে সরল কর।গ. প্রমাণ কর যে, $\log(pq) = 0$

$$৭. \triangleright P = \left(\frac{x^q}{x^r}\right)^{q+r-p} \times \left(\frac{x^r}{x^p}\right)^{r+p-q} \times \left(\frac{x^p}{x^q}\right)^{p+q-r} \text{ এবং}$$

$$২. Q = \log_{10} \sqrt{27} + \log_{10} 8 - \log_{10} \sqrt{1000}$$

ক. $\log_5 (3\sqrt{5} \cdot \sqrt{5})$ এর মান নির্ণয় কর।খ. প্রমাণ কর যে, $P - 1 = 0$ গ. দেখাও যে, $Q \div \log_{10} 1.2 = \frac{3}{2}$

$$৮. \triangleright A = \frac{6^b 10^a + 2 \cdot 15^b}{2^b + 1 \cdot 3^{2b-a} 5^a + 6^a}$$

ক. $4^{x-1} = 16$ হলে x এর মান নির্ণয় কর।খ. A কে সরল কর।গ. A থেকে দেখাও যে, $\log A = \log 2 + 2 \log 5$

$$৯. \triangleright P = \frac{x^a}{x^b}, Q = \frac{x^b}{x^c} \text{ এবং } R = \frac{x^c}{x^a}$$

ক. সরল কর : $\sqrt{P} \cdot \sqrt{Q} \cdot \sqrt{R}$ খ. প্রমাণ কর যে, $\sqrt[ab]{P} \cdot \sqrt[bc]{Q} \cdot \sqrt[ca]{R} = 1$ গ. দেখাও যে, $\log p^{a^2+ab+b^2} + \log q^{b^2+bc+c^2} + \log r^{c^2+ac+a^2} = 0$

$$১০. \triangleright A = \log_2 \sqrt{5} 8000$$

$$B = \frac{\log_{10} \sqrt{125} + \log_{10} 27 - \log_{10} \sqrt{1000}}{\log_{10} 4.5}$$

$$C = \frac{9^{m+1}}{(3^{m-1})^{m+1} \div (3^m)^{m-1}}$$

ক. A এর মান নির্ণয় কর।খ. B এর মান নির্ণয় কর।গ. প্রমাণ কর যে, $C = AB$

$$১১. \triangleright a = 3, a + b = 8 \text{ এবং } c = 10 - a$$

ক. $(a^{-1} + b^{-1})^{-1} \times c^{-2}$ এর মান নির্ণয় কর।

খ. 2৬% হার মুনাফায় কোন টাকার ৪ বছরের সরল মুনাফা ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য 1282 টাকা হলে মূলধন কত?

গ. প্রমাণ কর যে, $\frac{\log_{10} \sqrt{b} + b \log_{10} 3 - \log_{10} a^2 c^2 \sqrt{ac}}{\log_{10} \left(\frac{ab}{c}\right)} \div \frac{5}{2} = 1$

সৃজনশীল বহুনির্বাচনি | মডেল প্রশ্নপত্রের উত্তর

১	N	২	K	৩	M	৪	M	৫	K	৬	M	৭	N	৮	N	৯	K	১০	K	১১	N	১২	L	১৩	L	১৪	K	১৫	K
১৬	L	১৭	N	১৮	L	১৯	K	২০	M	২১	M	২২	L	২৩	N	২৪	N	২৫	L	২৬	L	২৭	N	২৮	N	২৯	N	৩০	M

সৃজনশীল রচনামূলক | মডেল প্রশ্নপত্রের উত্তর

১. ক. ৪; খ. 16; গ. $x = 3, -1$	৭. ক. $\frac{5}{6}$
২. ক. ৪; গ. 1	৮. ক. 3 খ. 50
৩. ক. 1; খ. 1	৯. ক. 1;
৪. ক. $3^{a^2-c^2}$; খ. 1	১০. ক. 6 খ. $\frac{3}{2}$
৫. ক. 1; গ. 1	১১. ক. $\frac{15}{392}$;
৬. ক. 1 খ. $\frac{a^2}{256}$	খ. 3731.2 টাকা (প্রায়)