UNIVERSITE GASTON BERGER

Master2 Informatique

Memoire de fin de cycle

Présenté par:

PEKPASSI Digonaou

29 Juillet 2015

Table des matières

1 Introduction

L'apprentissage des préférences est un domaine qui a pour but de prédire les préférences utilisateurs. Il trouve par exemple son application dans les systèmes de recommandation, dans la recherche personnalisée.
Les informations que les utilisateurs considèrent comme pertinants diffèrent d'un utilisateur à un autre ce qui est en partie dû au fait que les utilisateurs n'ont pas les mêmes préférences. C'est pour cela que des méthodes utilisant des données sur les préférences des utilisateurs ont émergé afin de permettre une meilleure personnalisation des services. Les préférences utilisateurs peuvent être recueillies de deux façon, la première en demandant aux utilisateurs de fournir explicitement des informations sur leurs préférences, la seconde en recueillant implicitement ces préférences à partir des interacions entre le système et l'utilisateur.
Dans notre travail, c'est cette dernière approche qui nous fournit les données de préférence, ce qui dans ce cas peut contenir des données incomplètes ou inconsistences qui neccessitent des métodes d'extraction qui leur sont adaptées.
Dans la suite de ce document nous allons présenter un aperçut des formalisations proposées dans les travaux antérieurs, nous allons ensuite décrire l'approche que nous avons proposé puis, avec l'appuit de résultats expérimentaux, fournir une évaluation et une analyse sur l'efficacité de l'approche proposée.

2 Caractéristique de l'apprentissage des préférences

L'apprentissage de préférence est caractérisé par deux étapes à savoir :
- Etape 1 : L'apprentissage d'un modèle de préférences
- Etape 2 : La prédiction des préférences à partir du modèle de préférence appris

Le modèle de préférence est en quelque sorte une structure de règles qui a pour but de représenter de façon optimale les affinités des utilisateurs en terme de préférence.
Dès que le modèle de préférence est construit, on peut l'utiliser pour prédire les objets que l'utilisateur est plus succeptible de préférer.

Bien qu'ayant le même but qui est de prédire les préférences, les travaux sur l'apprentissage de préférence ont pris des approches différentes que nous pouvons distinguer par :
- Le **type du problème de préférence** étudié (appellé problème de classement). On peut distinguer trois types : le classement d'objet, le classement de labels et

le classement d'instances.

— le **type de modèle de préférence** construit pour prédire les préférences. Le modèle de préférence peut découler de différentes formes de combinaison de règles.

— La **méthode de construction** du modèle de préférence.

Ainsi nous allons par la suite décrire les types de classement qu'on rencontre puis nous énoncerons les types de modèles de préférence qui ont été proposés dans différents travaux tout en décrivant brièvement les méthodes utilisés pour leur apprentissage.

2.1 Les types de classement

Différentes sortes de problèmes d'apprentissage sont rencontrés. Ils sont appellés problèmes de classement et on en distingue principalement trois types :

— Le classement de labels

— Le classement d'instances

— Le classement d'objets

Dans le cadre des notations, nous allons utiliser une terminologie qui est souvent utilisée en apprentissage supervisé.

Ainsi on appellera *instances*, les objets de données. Chaque instance sera associé à un *label de classe* déterminant l'appartenance de l'instance à une classe donnée. L'espace caractéristique des instances sera noté $\mathcal{X}$ et l'espace de sortie sera l'ensemble des labels dénoté $\mathcal{Y}$. Les instances sont souvent représentées sous forme de vecteur caractéristique :

$$x = (x_1, x_2, ..., x_m) \in \mathcal{X} = \mathcal{X}_1 \times \mathcal{X}_2 \times ... \times \mathcal{X}_m$$

Nous allons décrire ci dessous ces différents types de classement.

2.1.1 Le classement de labels

Soit S_y l'ensemble des permutations de l'ensemble de labels $\mathcal{Y} = \{y_1, y_2, ..., y_k\}$ suivant un ordre total $\succ$.

Le *classement de labels* consiste à apprendre un classeur de labels qui est une fonction $\mathcal{C}$ définie sur $\mathcal{X} \to S_y$ et qui permet de fournir en sortie une permutation de l'ensemble $\mathcal{Y} = \{y_1, y_2, ..., y_k\}$ en fonction d'une instance $x \in \mathcal{X}$ en entrée.

Si pour une instance x on définit par π_x une application de $\{1, 2, ..., k\} \to \{1, 2, ..., k\}$ qui à chaque indice i d'un label associe la position $\pi_x(i)$ de ce label dans la permutation $\mathcal{C}(x)$, nous obtenons :

$$y_{\pi_x^{-1}(1)} \succ_x y_{\pi_x^{-1}(2)} \succ_x \cdots \succ_x y_{\pi_x^{-1}(k)}$$

L'ensemble d'apprentissage utilisé pour résoudre le problème de classement de labels consiste souvent en un ensemble de préférences par paires de la forme $y_i \succ_x y_j$ indiquant que y_i est préféré à y_j pour l'instance x.

Example 1

Comme exemple de situations où on a affaire à un classement de label, on peut parler du classement des différentes rubriques (sport, technologie, santé etc..) en fonction des différents journaux.
De même on peut faire un classement de labels sur l'ordre de préférence d'un ensemble de produits (exple : logements de vacances) en fonction des caractéristiques démographiques d'une personne.

2.1.2 Le classement d'instances

Dans le classement d'instances les éléments de $\mathcal{Y} = \{y_1, y_2, ..., y_k\}$ se distinguent entre eux par un ordre naturel $y_1 < y_2 < ... < y_k$. Chaque instance x de $\mathcal{X}$ est liée à une classe de $\mathcal{Y}$. L'ensemble d'apprentissage pour le classement d'instance, consiste souvent à un ensemble d'instances qui ont un label déterminant leur classe d'appartenance. Contrairement à la classification, le but n'est pas d'apprendre un classifieur mais une *fonction de classement* $f(.)$ qui à partir d'un sous ensemble $X \in \mathcal{X}$ d'instances fournit en entrée, il fournit un classement ordonné de ces objets suivant la classe de chaqu'un des objets.
Dans le cas où on a $k = 2$, ce problème est connu comme un *problème de classement bipartite*. Dans le cas où $k > 2$, il est considéré comme un problème de classement *k-partite* ou *multipartite*.

Example 2

Comme example, on peut prendre le cas d'un reviewer qui cherche à classer les articles en fonction de leur qualité, en les répartissant en catégories rejetés, faiblement rejetés, faiblement acceptés, acceptés.

2.1.3 Classement d'objets

Dans le cas du *classement d'objets*, les instances de $\mathcal{X}$, appellées objets, ne sont pas liés à une caractéristique en sortie (labels) comme les classements précédents. Le but est d'apprendre une fonction de classement $f(.)$ qui avec un sous ensemble $Z \in \mathcal{X}$ d'instances (appellées ici objets) fournies en entrée, donne un classement de ces objets en sortie. Ceci est souvent effectué en assignant un score à chaque instance et en ordonnant ces instances en fonction de leur score. Comme ensemble d'apprentissage, un classeur d'objets a souvent accès à des exemples de classement entre des paires d'objets de la forme $z \succ z'$ déterminant que l'objet z doit être classé au dessus de l'objet z'.

Example 3

Comme exemple, nous pouvons considérer le problème de l'apprentissage du classement des résultats de recherche d'un moteur de recherche.

Le classement d'objet est le classement qui nous concerne dans le cadre de notre travail. Ainsi dans la suite du document nous allons nous restreindre à ce type de classement. La section suivante décrira les différents types de modèles de préférences qui ont été proposés dans les travaux antérieurs en ce qui concerne le classement d'objet.

3 Les types de modèles de préférence

Les modèles de préférence peuvent être principalement catégorisés en deux types :

— Les *modèles de préférence quantitatifs*. Ceux ci se basent sur le calcul de scores pour prédire les préférences entre les objets ;

— Le *modèles de préférence qualitatifs*. Ceux ci se basent sur la construction de relations binaires pour prédire les préférences entre les objets.

Nous allons décrire plus explicitement ces deux types de modèles de préférence rencontrés mais nous mettrons plus l'accent sur les modèles de préférence qualitatifs puisque c'est sur cette forme de représentation que reposera notre modèle de préférence.

3.1 Modèles de préférences quantitatifs

Les modèles de préférences quantitatifs sont des modèles construits par apprentissage de préférence et qui calculent des scores sur des objets afin de pouvoir les comparer.
Comme exemple nous pouvons prendre le cas où on a deux tuples t_1 et t_2, auquels un modèle de préférence quantitatif alloue respectivement des scores de s_{t_1} et s_{t_2}. Si $s_{t_1} > s_{t_2}$ alors le modèle détermine que t_1 est préféré à t_2. Il y'a une panoplie de travaux qui ont été menés sur l'étude de modèles de préférences quantitatives, comme les travaux utilisant le boosting, le SVM, la descente de gradient etc.Nous n'allons pas explicité ces travaux vu

que nous nous focaliseront sur les modèles de préférence qualitatifs qui sont le cadre dans lequel s'effectue notre travail.

3.2 Modèles de préférence qualitatifs

Les modèles de préférence qualitatifs définissent des relations binaires qui déterminent quel objet est plus préféré qu'un autre. Ces modèles de préférences peuvent se distinguer par :

— les propriétés caractérisant les relation binaires comme la réflexivité, la transitivité, etc..,

— les formulations utilisés dans ces modèles comme la représentation en formules logiques, à base de contextes contextes, etc ..,

— leur constitution en tant que combinaison d'autres modèles.

Ainsi dans la suite de ce document nous allons tout d'abord faire un rappel sur différentes propriétés sur les relations binaires puis nous allons décrire les différentes formulations rencontrées dans la description des modèles de préférence qualitatifs ainsi que différentes formes de composition (combinaisons) de modèles.

3.2.1 Propriétés qui peuvent caractériser les relations binaires

Definition 1. ***Relation binaire***

Une relation binaire $\mathcal{R}$ sur un ensemble E est un sous-ensemble du produit cartésien $E \times E$ c'est à dire un ensemble de couples (x, y) d'éléments de E. Nous noterons $x\mathcal{R}y$ pour indiquer que le couple (x,y) appartient à la relation $\mathcal{R}$.

Une relation binaire est :

— réflexive si $\forall x \in E,\ x\mathcal{R}x$

— irréflexive si $\forall x \in E,\ \neg(x\mathcal{R}x)$

— symétrique si $\forall x, y \in E,\ x\mathcal{R}y \Rightarrow y\mathcal{R}x$

— antisymétrique si $\forall x, y \in E,\ x\mathcal{R}y \wedge y\mathcal{R}x \Rightarrow x = y$

— asymétrique si $\forall x, y \in E,\ x\mathcal{R}y \Rightarrow \neg(y\mathcal{R}x)$

— complète si $\forall x, y \in E, x\mathcal{R}y \vee y\mathcal{R}x$

— transitive si $\forall x, y \in E, x\mathcal{R}y \wedge y\mathcal{R}z \Rightarrow x\mathcal{R}z$

— négativement transitive si $\forall x, y \in E, \neg(x\mathcal{R}y) \wedge \neg(y\mathcal{R}z) \Rightarrow \neg(x\mathcal{R}z)$

Definition 2. ***Indifférence par rapport à une relation*** *Etant donnée une relation $\mathcal{R}$ sur un ensemble E, et un couple $(x, y) \in E \times E$, x est indifférent à y par rapport à $\mathcal{R}$ (noté $x\tilde{\mathcal{R}}y$) si on a $x\mathcal{R}y \wedge y\mathcal{R}x$.*

Definition 3. ***Incompatibilité par rapport à une relation*** *Etant donnée une relation $\mathcal{R}$ sur un ensemble E, et un couple $(x, y) \in E$, x est incompatiple à y par rapport à la relation $\mathcal{R}$ (noté $x||_{\mathcal{R}}y$) si $\neg(x\mathcal{R}y) \wedge \neg(y\mathcal{R}x)$*

Definition 4. ***Relation d'ordre*** *On appelle relation d'ordre sur un ensemble E, toute relation binaire sur E qui est réflexive, antisymétrique et transitive.*

Si la relation d'ordre est complète, c'est à dire tous les éléments de E sont comparables par cette relation, elle est appellée relation d'ordre totale sinon ele est appellée relation d'ordre partiel.

Definition 5. ***Préordre*** *Un préordre sur un ensemble E est une relation binaire réflexive et transitive.*

Definition 6. *(Relation d'ordre strict) Une relation d'ordre strict sur un ensemble E est une relation binaire irréflexive et transitive. L'ordre strict est dit faible, s'il est partiel et négativement transitif.*

3.2.2 Formulations rencontrés dans les modèles de préférence qualitatives

Les règles constituant les modèles de préférences qualitatives peuvent être représentées par différentes formulations que nous allons exposer dans la suite de cette sous-section.

1. **Formulations à base de formules logiques** Les travaux de [?] nous montrent comment peuvent être utiliées les formules logiques pour décrire les modèles de préférence. En effet dans ces travaux on parle de formules de préférences qui sont des formules logique de premier ordre appliquées à des couples de transactions afin de déterminer lequel est plus préféré. Elles sont sous la forme :

$$C(t_1, t_2) = \bigvee_{i=1}^{k} \bigwedge_{j=1}^{k_i} f_{ij}$$

Example 4

Soit deux transactions $t_1 = \{x_1, x_2, x_3\}$ et $t_2 = \{y_1, y_2, y_3\}$ d'une instance de la relation R(Plat,TypePlat, TypeVin). On a qu'ils vérifient la formule de préférence C si et seulement si

$$\begin{aligned} C(t_1, t_2) \quad \equiv \quad & (x_1 = y_1 \wedge x_2 = "fish" \wedge y_2 = "fish" \wedge x_3 = "white" \wedge y_3 = "red") \\ & \vee (x_1 = y_1 \wedge x_2 = "meat" \wedge y_2 = "meat" \wedge x_3 = "red" \wedge y_3 = "white") \end{aligned}$$

est vérifié. Cette condition veut dire que dans le cas où c'est un plat à base de poisson, le client préfère le vin blanc au vin rouge et dans le cas où c'est un plat à base de viande, le client préfère le vin rouge au vin blanc.

2. **Formulations à base de contextes** Les préférences entre les objets peuvent varier en fonction du contexte dans lequel ils se trouvent. Par exemple lorsque l'on prend des films, en fonction d'un contexte commun aux deux films comme le cas où les deux films sont des films de comédie, on peu préférer ceux où jouent certains acteurs alors que ceux ci peuvent ne pas être les plus préférés dans le contexte où c'est des films d'action. Tout dépend ainsi du contexte qui est ici la catégorie du film.
   Différents travaux ont recours à l'utilisation de contextes dans la définition de leur modèles. Ainsi nous pouvons parler :

   — Des **CP-nets**. Soit $\mathcal{A} = \{A_1, ..., A_n\}$ un ensemble d'attributs d'objets. Un CP-nets sur $\mathcal{A}$ est un graphe direct dans lequel il existe un noeud pour chaque attribut A_i de $\mathcal{A}$. Si pour deux attribut A_i, A_j on a une flèche du noeud de A_i vers le noeud de A_j, alors A_i est appellé un parent de A_j. L'ensemble de tous les parents d'un attribut A_i est noté $P(A_i)$. Pour chaque attribut A_i, son noeud dispose d'une table de préférence conditionnelle $CPT(A_i)$ qui contient un ensemble de règles de préférence conditionnelles de la forme $z_i : a_{i_1} \succ a_{i_2}$ où $z_i \in dom(Pa(A_i))$ et a_{i_1}, a_{i_2} appartiennent à $dom(A_i)$. Ces règles signifient : étant donné z_1 (dans notre cas ici c'est une forme de contexte), a_{i_1} est strictement préféré à a_{i_2} ceteris paribus (toute autre chose étant égale : c'est à dire que la règle est vraie quelle que soient les autres valeurs prises au niveau des attributs de $\mathcal{A} \setminus (\{A_i\} \cup P(A_i))$.
   En des termes plus simples, cette règle de préférence indique qu'un tuple contenant z_i et a_{i_1} est préféré à un tuple contenant z_i et a_{i_2} en considérant que les valeurs des tuples sur les autres attributs sont les mêmes.

Example 5

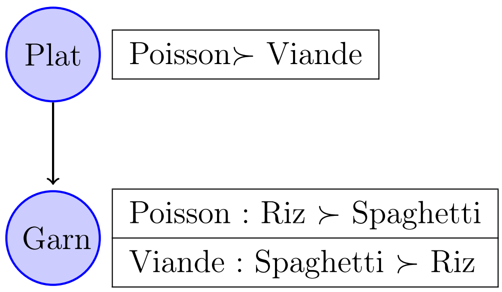
Cas des préférences au niveau des plats de riz. L'utilisateur préfère accompagner le riz au poisson plutôt qu'à la viande, et dans le cas du spagetti, il préfère la viande au poisson.

Riz	Poisson$\succ$ Viande
Spaghetti	Viande$\succ$ Poisson

L'ensemble de ces tables de préférences conditionnelles vont former les CP-nets comme on peut le voir au niveau de l'exemple ci dessous.

Example 6

Meme genre que l'exemple précédent.



Soit un CP-nets N sur $\mathcal{A}$. Soit A_i un attribut de $\mathcal{A}$ et $Y = \mathcal{A} \setminus (Pa(A_i) \cup A_i)$. Pour toute instance z_i de $Pa(A_i)$ on associe l'ordre $\succ_{z_i}^{i}$ induit sur $dom(A_i)$ par la table de préférence $CPT(X_i)$a.

Une relation de préférence $\succ$ satisfait $\succ_{z_i}^{i}$ ssi pour $y \in dom(Y)$ et $a_{i_1}, a_{i_2} \in dom(A_i)$, si $ya_{i_1}z_i \succ ya_{i_2}z_i$ alors $a_{i_1} \succ_{z_i}^{i} a_{i_2}$.
Une relation de préférence satisfait $CPT(A_i)$ ssi elle satisfait $\succ_{z_i}^{i}$ pour chaque $z_i \in dom(Pa(A_i))$.
Une relation de préférences $\succ$ satisfait le CP-net N ssi elle satisfait $CPT(A_i)$ pour chaque A_i.

Ainsi un modèle de préférence basé sur le CP-net est une relation de préférence qui satisfait le CP-net.

— Des **règles de préférence contextuelles** Une paire de transaction est une paire sous la forme $\langle t_1, t_2 \rangle$ avec t_1 et t_2 des transactions caractérisant des objets. Cette paire décrit le fait que t_1 est préféré à t_2. Nous les utiliseront pour décrire les règles de préférence contextuelles.

Les règles de préférence contextuelles ont été étudiées dans les travaux de [?],[?]. Elles ont une formulation similaire aux règles de préférence conditionnelles (CP-nets). Exemple avec des ensembles C, X, Y disjoints la règle $C \rightarrow X \succ Y$ veut dire que pour toutes transactions t_1 et t_2 qui ont en commun le contexte C, et t_1 contient X et ne contient pas Y et t_2 contient Y et ne contient pas X, alors t_1 est préféré à t_2. La différence avec les CP-nets est la manière dont les règles sont utilisées dans le modèle de préférence. En effet la caractéristique des règles de préférences contextuelles est qu'elles sont disposées sous forme de liste ordonnée dans les modèles de préférences. Différentes règles de tri peuvent être utilisées pour ordonner la liste des règles dans les modèles de préférences. Par exmple la méthode *best rule* permet de classer les règles suivant la valeur de leur confidence (taux de paires de transactions vérifiant la règle parmis les paires de transactions contenant le contexte de la règle) ensuite si la valeur de la confidence est égale, les règles sont triées suivant la valeur du support (taux de paires de transations vérifiant la règle parmis toutes les transactions de la base).

Example 7

La règle de préférence contextuelle $\{Action\} \rightarrow \{1990\} \succ \{2000\}$ signifie que dans le cas de films d'action, l'utilisateur préfère les films de 1990 aux films de 2000.

3. **Formulations lexicographiques** Dans le modèle de préférence lexicographique, les préférences sont définies sur les attributs et sur un ordre d'importance entre les attributs. Ainsi si on a deux attributs munis de leur relation de préférence $(A_i, \succ_i)$ et $(A_j, \succ_j)$ de telle sorte que A_i est plus important que A_j par rapport à la préférence lexicographique $\succ \equiv \succ_i \& \succ_j$, alors pour deux transactions t_1, t_2, $t_1 \succ t_2$ ssi $(t_1.a_i \succ_i t_2.a_i) \vee (t_1.a_i = t_2.a_i \wedge t_1.a_j \succ_j t_2.a_j)$ avec $t_1.a_k, t_2.a_k \in A_k, k = 1, 2$.

   Example 8

   Soit le modèle lexicographique sur deux attributs *genre* et *directeur* de telle sorte que l'attribut *genre* est plus important que *directeur*. Sur l'attribut genre, on a que $comedy \succ_{genre} drame$ et sur l'attribut directeur, on a $W.Allen \succ_{directeur}$

$M.Curtis$. Si l'ensemble des transactions est $t_1 = \{comedy, W.allen\}$, $t_2 = \{comedy, M.Curtiz\}$, $t_3 = \{drame, W.Allen\}$, $t_4 = \{drame, M.Curtiz\}$ avec le premier attribut étant le genre et le deuxieme le directeur, alors l'ordre lexicographique $\succ \equiv \succ_{genre} \& \succ_{directeur}$ classe ces transaction de la manière suivante :

$$t_1 \succ t_2 \succ t_3 \succ t_4$$

4. **Modèle de pareto** Dans le modèle de préférence pareto c'est les préférences sur les attributs des objets qui sont mis en avant. Aini il y'a une relation de préférence $\succ_i$ sur chaque attribut A_i de telle sorte que pour le modèle de préférence de pareto $\succ$, $t_1 \succ t_2$ ssi $t_1.a_i \succ_i t_2.a_i$ avec $t_1.a_i, t_2.a_i \in dm(A_i)$ pour tout attribut A_i de l'ensemble des attributs $\mathcal{A} = \{A_1, A_2, ..., A_n\}$. On note $\succ \equiv \succ_1 \otimes \succ_2 \otimes ... \otimes \succ_n$. On constate que contrairement au modèle de préférence lexicographique, les attributs ont la même importance.

3.2.3 Compositions des modèles de préférences qualitatives

Les modèles de préférences peuvent être combinés pour former des modèles de préférence plus complexes. Ainsi nous présentons ci dessous des approches qui exposent certaines formes de combinaisons possibles entre des relations de préférence qui représentent des modèles de préférence.

1. **Composition de préférence prioritaires** La composition de préférence prioritaire prend en compte la notion de priorité entre les relations de préférence. Ainsi si on a deux relations $\succ_i$ et $\succ_j$, alors la préférence prioritaire $\succ_i \& \succ_j$ est définie par : pour deux transactions t_1, t_2, $t_1 \succ_i \& \succ_j t_2 \Leftrightarrow (t_1 \succ_i t_2) \vee (t_1 \sim_i t_2 \wedge t_1 \succ_j t_2)$.
2. **Composition de pareto** La composition de pareto de deux relations de préférences $\succ_l$ et $\succ_m$ est une composition définie par :

$$\forall t_i, t_j \in R, t_i \succ_l \otimes \succ_m t_j ssi (t_i \succ_l t_j \wedge \neg(t_j \succ_m t_i)) \vee (t_i \succ_m t_j \vee \neg(t_j \succ_l t_i))$$

Après la description des différentes sortes de modèles de préférence, nous allons nous focaliser sur l'étude des modèles de préférence à base de règles de préférence contextuelles (que nous avions présenté antérieurement) de même que l'étude de la formalisation à base de formules de préférence, cs deux approches étant le socle de notre travail.

4 Modèles de préférence à base de règles de préférence contextuelle

Soit $\mathcal{R}(R_1, R_2, ..., R_n)$ un schémas relationnel tel que pour chaque attribut R_i on note son domaine de valeurs par $Dom(R_i)$. Ainsi notons $Dom(\mathcal{R}) = Dom(R_1) \times Dom(R_2) \times ... \times Dom(R_n)$. On appelle une **transaction**, tout élément de $Dom(\mathcal{R})$. Soit $\mathbf{I} = \bigcup_1^n Dom(R_i)$, tout élément i tel que $i \in \mathbf{I}$, est appelé **item**. En prenant une transaction $T = i_1, i_2, ..., i_n$, tout éléménent I tel que $I \in T$ est appelé **itemset**. Une **base de transactions** est un ensemble de transactions, chacun associé à un identifiant unique. Une **paire de transactions** $\langle T_1, T_2 \rangle$ est un vecteur de transactions tel que $\langle T_1, T_2 \rangle \neq \langle T_2, T_1 \rangle$

Example 9

Soit un schémas relationnel $\mathcal{R}(Genre, Acteur, Annee)$. Leur domaines de valeurs peuvent être les suivants : $Dom(Genre) = \{Action, Aventure, Guerre, Comedie\}$, $Dom(Acteur) = \{PierceBrosman, SylvesterStalone, HarrisonFord\}$ et $Dom(Annee) = [1900; 2020]$. $Dom(A) = Dom(Genre) \times Dom(Acteur) \times Dom(Annee)$ Ainsi $T = \{Action, PierceBrosman, 2010\}$ est une transaction de $Dom(A)$. $T' = \{Action, 2010\} \in T$ est alors un itemset.

4.1 Préférences utilisateur

Definition 7. *(Préférence utilisateur)*
*Une **préférence utilisateur** est une paire de transactions $\langle T_1, T_2 \rangle$ qui spécifie que l'utilisateur préfère T_1 à T_2. Elle est aussi écrite sous la forme $T_1 \succ T_2$.*

Definition 8. *(Base de préférence)*
*Soit $\mathcal{D}$ un ensemble de transactions. Une **base de préférence** $\mathcal{P} = \mathcal{D} \times \mathcal{D}$ d'un utilisateur est un ensemble de préférences utilisateur.*

Definition 9. *(Règle de préférence contextuelle)*
*Soit des itemsets C, X, Y. Une **règle de préférence contextuelle** est une représentation de la forme $C \to X \succ Y$ signifiant que lorsque l'itemset C est observé, l'utilisateur préfère l'itemset X à l'itemset Y.*
C est appellé itemset contextuel, X est appellé itemset préféré et Y itemset non préféré

Example 10

La règle de préférence contextuelle $\{Action\} \rightarrow \{1990\} \succ \{2000\}$ signifie que dans le cas de films d'action, l'utilisateur préfère les films de 1990 aux films de 2000.
La règle de préférence contextuelle $\{MemeGenre\} \rightarrow \{Avant\ 2000\} \succ \{Apres\ 2000\}$ signifie que dans le cas où deux films sont de même genre, l'utilisateur préfère les films produits au delà de l'année 2000.

Definition 10. *Deux transactions sont* ***comparables*** *suivant la règle $C \rightarrow X \succ Y$ si les deux contiennent C et si une des deux contient X et l'autre Y.*

Definition 11. *On dit qu'une préférence $\langle T_1, T_2 \rangle$* ***supporte*** *une règle de préférence contextuelle $\mathcal{R} = C \rightarrow X \succ Y$ (noté $R \vdash^+ \langle T_1, T_2 \rangle$) si $C \in T_1 \cap T_2$, $X \in T_1 \backslash T_1 \cap T_2$ et $Y \in T_2 \backslash T_1 \cap T_2$.*

Definition 12. *On dit qu'une préférence $\langle T_1, T_2 \rangle$* ***contredit*** *une règle de préférence contextuelle $\mathcal{R} = C \rightarrow X \succ Y$ (noté $R \vdash^- \langle T_1, T_2 \rangle$) si $C \in T_1 \cap T_2$, $Y \in T_1 \backslash T_1 \cap T_2$ et $X \in T_2 \backslash T_1 \cap T_2$.*

Example 11

Avec $T_1 = \{Action, Pierce\ Brosman, 1990\}$ et $T_2 = \{Action, Sylvester\ Stalone, 2000\}$, on constate que $< T_1, T_2 >$ supporte la règle de préférence $\{Action\} \rightarrow \{1990\} \succ \{2000\}$.

De même on dit qu'une transaction T_1 est **préférée** à une transaction T_2 suivant une règle contextuelle $\mathcal{R} = C \rightarrow X \succ Y$ et noté $T_1 \succ_{\mathcal{R}} T_2$ si si $C \in T_1 \cap T_2$ (resp T_1 et T_2 vérifient C) et si $Y \in T_1 \backslash T_1 \cap T_2$ (resp seul T_1 vérifie Y) et $X \in T_2 \backslash T_1 \cap T_2$ (resp seul T_2 vérifie X).

Soit une règle de préférence r et une base de données de préférences $\mathcal{P}$.
Nous définissons par :

— $agree(r, \mathcal{P})$ l'ensemble des préférences qui supportent r ;

$$agree(r, \mathcal{P}) = \{\langle T_i, T_j \rangle \in \mathcal{P} / R \vdash^+ \langle T_i, T_j \rangle\}$$

— $contradict(r, \mathcal{P})$ l'ensemble des préférences qui contredisent r ;

$$contradict(r, \mathcal{P}) = \{\langle T_i, T_j \rangle \in \mathcal{P} / R \vdash^- \langle T_i, T_j \rangle\}$$

— $cover(i, \mathcal{P})$ l'ensemble des préférences qui supportent et contredisent r

$$cover(r, \mathcal{P}) = agree(r, \mathcal{P}) \cup contradict(r, \mathcal{P})$$

Definition 13. *Le **support** d'une règle de préférence dans une base de préférence $\mathcal{P}$ est le rapport entre le nombre de préférences qui supportent la règle de préférence et le nombre total des préférences de la base de préférence :*

$$supp(r) = \frac{agree(r, \mathcal{P})}{|\mathcal{P}|}$$

Definition 14. *La **confiance** d'une règle de préférence quand à elle est le taux de transactions vérifiant la règle par rapport à la somme du nombre de transactions vérifiant et du nombre de transactions contredisant la règle.*

$$conf(r) = \frac{|agree(r, \mathcal{P})|}{|cover(r, \mathcal{P})|}$$

Definition 15. *(Règle de préférence fréquente) Une règle de préférence r est dite fréquente par rapport à un seuil σ si $supp(r) \geq \sigma$*

Definition 16. *(Règle de préférence interressante) Une règle de préférence est dite interressante pour un seuil de support σ et un seuil de confiance δ si elle est fréquente par rapport au seuil σ et si elle a une confiance $conf(r) \geq \delta$.*

Definition 17. *(Règle de préférence minimale) Une règle de préférence contextuelle $r = C \rightarrow X \succ Y$ est **minimale** par rapport à une base de préférences utilisateurs $\mathcal{P}$ si et seulement s'il n'existe aucune règle $r' = C' \rightarrow X' \succ Y'$ avec $r \neq r'$, tel que $C' \subseteq C$, $X' \subseteq X$ et $Y' \subseteq Y$ avec $supp_{\mathcal{P}}(r) = supp_{\mathcal{P}}(r')$ $conf_{\mathcal{P}}(r) = conf_{\mathcal{P}}(r')$.*

Definition 18. *(Modèle de préférences) Un **modèle de préférence** $\mathcal{M}_{\mathcal{P}}$ sur une base de préférence P est un ensemble trié et ordonné de règles de préférences contextuelles interressantes minimales.*

Dans le cadre d'un utilisateur, le modèle de préférence de la base de préférence de cet utilisateur est appelé **profile de préférences** de cet utilisateur. Ce profil de préférence est construit de façon à ce qu'il soit **précis** et **concis** par rapport à la base de préférences utilisateur. Le critère de concision est évalué par la cardinalité du profil de préférence (recherche de profils à faible cardinalité). Le critère de précision quand à lui est évalué par une **fonction de coût** que nous allons définir dans la suite de ce document.

On peut étendre les notations agree,contradict et cover à un ensemble de règles de préférences de la manière suivante :

— $agree(\Pi, \mathcal{P}) = \cup_{\pi \in \Pi} agree(\pi, \mathcal{P})$;
— $contradict(\Pi, \mathcal{P}) = \cup_{\pi \in \Pi} contradict(\Pi, \mathcal{P})$;
— $cover(\Pi, \mathcal{P}) = \cup_{\pi \in \Pi} cover(\Pi, \mathcal{P})$

Definition 19. *(fonction coût) Etant donné une base de préférences $\mathcal{P}$ et un ensemble de règles de préférences contextuelles Π, le coût de l'ensemble Π par rapport à $\mathcal{P}$ noté $Cost(\Pi, \mathcal{P})$ est défini par :*

$$cost(\Pi, \mathcal{P}) = \frac{|\mathcal{P} \setminus cover(\Pi, \mathcal{P})| + |contradict(\Pi, \mathcal{P})|}{|\mathcal{P}|}$$

La précision d'un profil de préférence est caractérisée par la minimisation de la fonction coût définie ci dessus.

5 Utilisation des motifs séquentiels dans le cadre des préférences contextuelles (approche Sprex)

Le travail effectué par Giacometti et al. a permis de proposer un mode d'extraction de profil utilisateur inspiré de l'extraction des motifs séquentiels.Ils ont nommé cette approche **Sprex**(Sequence-pattern based preference rule extraction).
Ainsi une nouvelle forme de représentation des préférences utilisateurs a été proposée de façon à être similaire à la représentation utilisée dans les motifs séquentiels. Nous allons dans les sous sections suivantes décrire cette nouvelle représentation et les différentes étapes de Sprex qui permettent de construire les profils de préférence (à l'aide de son module nommé **Sprex-Build**) et prédire les préférences (à l'aide de son module nommé **Sprex-Predict**).

5.1 Représentation séquentielle des préférences

Soit I l'ensemble de tous les items. Un item de préférence est une paire $L : i$ où $L \in \{C, P, N\}$ est un label (avec $C \equiv$ Contexte, $P \equiv$ Préféré, $N \equiv$ Non-préféré) et i un item de $\mathcal{I}$. Soient deux transactions T_1 et T_2 telles que $T_1 \succ T_2$. Dans leur cas, on défini par :

- **Itemset contextuel** l'ensemmble d'items de préférence $C = \{C : c_1, C : c_2, ..., C : c_k\}$ tel que $\{c_1, c_2, ..., c_k\} = T_1 \cap T_2$
- **Itemset préféré** l'ensemmble d'items de préférence $P = \{P : x_1, P : x_2, ..., P : x_k\}$ tel que $\{x_1, x_2, ..., x_k\} = T_1 \setminus T_2$
- **Itemset non préféré** l'ensemmble d'items de préférence $N = \{N : y_1, N : y_2, ..., N : y_k\}$ tel que $\{y_1, y_2, ..., y_k\} = T_2 \setminus T_1$

Ces types d'itemsets sont appelés **itemsets de préférence**. La **base de séquences de préférence** $\mathcal{P}$ correspondant à une **base de préférence** est l'ensemble des séquences de préférence qui correspondent à une préférence unique de la base de préférence. Dans ce cas on calcule le support *supp* d'une séquence de préférence s en comptant le nombre de séquences de préférence s' de la base de séquence de préférence qui contiennent s.

$$supp(s) = \{s' \in \mathcal{P} / s \subset s'\}$$

On appelle **séquence de préférence** la séquence $\langle CPN \rangle$ qui est une liste ordonnée des itemsets C,P,N représentant la transaction de préférence $\langle T_1, T_2 \rangle$ avec $T_1 = C \cup P$ et $T_2 = C \cup N$.
Une règle de préférence contextuelle $C \rightarrow X \succ Y$ où $C = \{c_1, c_2, ..., c_k\}$, $X = \{x_1, x_2, ..., x_3\}$, $Y = \{y_1, y_2, ..., y_3\}$, peut être écrite sous forme de séquence de préférence $\langle C_C X_P Y_N \rangle$.

Soit la paire de transactions $\langle T_1, T_2 \rangle$ dont la séquence de préférence correspondante est $\langle I_C I_P I_N \rangle$. Ainsi :

$$C \rightarrow X \succ Y \textit{ supporte } \langle T_1, T_2 \rangle \Leftrightarrow \langle C_C X_P Y_N \rangle \subseteq \langle I_C I_P I_N \rangle$$

$$C \rightarrow X \succ Y \textit{ contredit } \langle T_1, T_2 \rangle \Leftrightarrow \langle C_C X_P Y_N \rangle \subseteq \langle I_C I_N I_P \rangle$$

Ces correspondances nous permettent de déduire que le support d'une règle de préférence $C \rightarrow X \succ Y$ est égal au support de la séquence de préférence $\langle C_C X_P Y_N \rangle$ qui lui correspond. De même le nombre de paires de préférence qui contredisent cette règle correspond au nombre de séquences de préférences qui supportent $\langle C_C Y_P X_N \rangle$.

5.2 Description de la construction du profil de préférence par Sprex-Build

Sprex-Build est la composante de Sprex dont le rôle est de permettre la construction d'un profil utilisateur (modèle de préférence) $\mathcal{M}_{\mathcal{P}}$ à partir d'une base de préférences utilisateur $\mathcal{P}$ en considérant un seuil minimal de support σ, un seuil minimal de confiance δ et en utilisant une fonction de modélisation π (choisie par l'utilisateur).
Sprex build génère d'abord une base de séquences de préférences $\mathcal{P}_S$ à partir de la base des préférences de l'utilsateur $\mathcal{P}$ en convertissant les couples de transaction de préférence en séquence de préférence comme vu précédamment.
Suite à cela, l'ensemble des séquences fréquentes de préférences $\mathcal{F}$ est extrait de $\mathcal{P}_S$ en sélectionnnant toutes les séquences fréquentes dont le support *supp* est au dessus du seuil σ (en utilisant n'importe quel algorithme d'extraction de motifs séquentiels : dans le cas de Sprex c'est lapproche **Patterngrowth** qui est utilisée). Sprex-build calcule ensuite pour chaque séquence fréquente de préférence sa confiance $conf_{\mathcal{P}_S}$ et l'ajoute au modèle $\mathcal{M}$ à condition que $conf_{\mathcal{P}_S} \geq \delta$. Ensuite une fonction de modélisation est utilisée pour construire le modèle de préférence final.
Voici ci dessous ces étapes résumées sous forme d'algorithme.

Algorithme 1 : Sprex-Build

Entrées : l'ensemble des préférences de l'utilisateur $\mathcal{P}$, un seuil minimal de support δ, un seuil minimal de confiance σ et une fonction de modélisation π

Sorties : Modèle de règles de prféreences $\mathcal{M}_{\mathcal{P}}$

début

$\mathcal{P}_S = \emptyset$;

pour chaque $\langle T, U \rangle \in \mathcal{P}$ **faire**

$C_c = \lambda_C(T \cap U), P_p = \lambda_P(T \setminus T \cap U), N_N = \lambda_N(U \setminus T \cap U)$;

$\mathcal{P}_S = \mathcal{P}_S \cup \langle C_C P_P N_N \rangle$;

$\mathcal{F} = FrequentSequenceMining(\mathcal{P}_S, \sigma)$;

$\mathcal{M} = \emptyset$;

pour chaque $s \in \mathcal{F}$ **faire**

si $conf_{\mathcal{P}_S} \geq \delta$ **alors**

$\mathcal{M} = \mathcal{M} \cup s$;

$\mathcal{M}_{\mathcal{P}} = \pi(sort(\mathcal{M}))$;

Retourner $\mathcal{M}_{\mathcal{P}}$;

Nous avions décrit antérieurement ce que c'est qu'un profil utilisateur et qu'il se doit de vérifier les critères de précision et de concision. Pour vérifier ces critères, Sprex le construit de la manière suivante :

— **A compléter**

5.3 Description de l'approche utilisée pour la prédiction des préférences utiliateurs (Sprex-Predict)

Sprex-Predict est le module de Sprex permettant d'effectuer des prédictions entre deux préférences. Nous le décrivons dans la suite du document.

Etant donné un modèle de préférences $\mathcal{M}$, une **fonction de préférences** ρ retourne un score c entre 0 et 1 qui prédit entre les transactions T et U, celle que l'utilisateur préfère en s'inspirant du modèle $\mathcal{M}$.

— Si $c > 0.5$, il est prédit que l'utilisateur va préférer T à U ;

— Si $c < 0.5$, il est prédit que l'utilisateur va préférer U à T ;

— Autrement si $c = 0.5$, Sprex-Predict retourne qu'il y'a une indécision au niveau du choix du plus préféré.

La fonction de préférence utilise des règles du modèle afin de déterminer quelle est la transaction la plus préférée. Une approche simple est **best rule** r_{best} définit par : si T est préféré à U alors r_{best} retourne une valeure $conf_{\mathcal{P}}(R_{best})$ (> 0.5), si U est préféré à T, r_{best} retournera $1 - conf_{\mathcal{P}}(r_b)$ (< 0.5), autrement dans le cas de l'indécision ($T \sim U$), r_{best} va retourner la valeur 0.5.

Malheureusement cette fonction mêne souvent à l'indécision suivant une étude de (de Amo et al. 2012) d'où Sprex-Predict utilise une fonction de préférence basée sur **range voting** (vote par valeur) qui se décrit sous forme d'une élection où les transactions d'un ensemble $\mathcal{E}$ votent pour les candidats U ou T de telle façon que chaque transaction accorde à chaque candidat la valeur retournée par r_{best} de la paire de transaction $\langle candidat, votant\rangle$. Ces valeurs sont ensuite sommées pour chaque candidat et celui ayant le plus haut score est le gagnant.

Ci dessous voici ρ_{vote} qui retourne 1 si la valeur totale du vote de T est supérieure à celle de V, 0 si celle de V est supérieur à celle de T et 0.5 si les deux valeurs sont égales.

$$\rho_{vote} = \begin{cases} 1, si \sum_{V \in \mathcal{E}} \rho_{best}(\mathcal{M}, \langle T, V\rangle) > \sum_{V \in \mathcal{E}} \rho_{best}(\mathcal{M}, \langle U, V\rangle) \\ 0, si \sum_{V \in \mathcal{E}} \rho_{best}(\mathcal{M}, \langle T, V\rangle) < \sum_{V \in \mathcal{E}} \rho_{best}(\mathcal{M}, \langle U, V\rangle) \\ 0.5, si \sum_{V \in \mathcal{E}} \rho_{best}(\mathcal{M}, \langle T, V\rangle) = \sum_{V \in \mathcal{E}} \rho_{best}(\mathcal{M}, \langle U, V\rangle) \end{cases}$$

6 Extraction des préférences contextuelles dans notre approche

Sprex s'est basé sur l'efficacité des méthodes d'extraction des motifs séquentiels afin de l'appliquer à l'extraction des profils de préférence utilisateur. De même contrairement aux précédents travaux qui permettaient de comparer des items un à un en fonction d'un contexte (repésentation des règles limitées à la forme $C \to i_1 \succ i_2$ avec i_1, i_2 des items et C un itemset), Sprex a permit d'améliorer l'approche en permettant d'étendre la comparaison à des itemsets(ensemble d'items) en fonction d'un contexte (représentation des règles sous la forme $C \to X \succ Y$ avec X,Y et C tous des itemsets). Cette extension des possibilités de comparaison, a permit l'enrichissement de l'expressivité des règles de préférences extraites et ainsi du profil utilisateur.

Suite à cela, différentes approches ont étés étudiées afin d'enrichir encore plus cette expressivité des règles. C'est dans cette logique que s'est déroulé notre travail. Il a consisté à

s'inspirer de l'article (Chomicky et al) qui utilise des prédicats logiques afin de représenter les relations de préférences.
Ainsi nous allons décrire cette approche dans la sous section suivante puis présenter comment nous avons adapté cette approche pour notre cas spécifique de règles de préférences contextuelles.

6.1 Formules de préférence suivant les travaux de ([?])

Une partie du travail de [?] a porté sur l'étude de la représentation des relations de préférences par des formules de prédicat du premier ordre. Ainsi nous avons la définition suivante :

Definition 20. *(formule de préférence) Une* ***formule de préférence*** *$C(t_1, t_1)$ est une* ***formule de premier ordre*** *(formule de prédicats) qui est utilisée pour définir une relation de préférence $\succ_C$ de telle sorte que $t_1 \succ_C t_2 \equiv C(t_1, t_2)$, c'est à dire la transaction t_1 est préférée à la transaction t_2 suivant la relation de préférence $\succ_C$ si et seulement si elles vérifient la formule de prédicat $C(t_1, t_2)$.*

L'utilisation des formules de préférence nécessite de préciser le type d'attribut auquel les items (des transactions) appartiennent.
Ces formules de préférence sont similaires aux **formes normales disjonctives**(DNF) excepté le fait que les quantificateurs des DNF ne sont pas utilisés dans notre cas. Ainsi elles se présentent comme suit :

$$C(t_1, t_2) = \bigvee_{i=1..k} (\bigwedge_{j=1..l} f_{ij})$$

où f_{ij} $\forall i = 1..k,\ j = 1..l$ sont des **formules atomiques** (caractérisées par des contraintes de comparaison$=, \neq, <, >, \leq, \geq$) sous la forme $x\delta y$ ou $x\delta c$ avec x et y des variables (d'un type d'attribut donné) qui correspondent respectivement à la première transaction t_1 et à la deuxième transaction t_2. c quand à lui est une constante.
δ prend les valeurs

- $=$,$\neq$ dans le cas où les éléments x, y, c sont de type d'attribut quelconque (Exemple : $x = y$,$x = a$,$y \neq a$),
- $\leqslant, \geqslant, <, >$ dans le cas où on a à faire à des types d'attributs numériques (Exemple : $x < y$,$x < a$,$y \geqslant a$).

Example 12

En prenant en compte les valeurs numériques, soit deux transactions $t_1 = \{x_1, x_2, x_3\}$ et $t_2 = \{y_1, y_2, y_3\}$ d'une instance de la relation R(TypeFilm,Annee, Acteur). On a $t_1 \succ_C t_2$ ssi :

$$\begin{aligned} C(t_1, t_2) \quad \equiv \quad & (x_1 = y_1 \wedge x_2 > 2010 \wedge y_2 < 2000) \\ & \vee(x_1 = y_1 \wedge x_2 = y_2 \wedge x_3 = \text{"Sylvester Stalone"} \wedge y_3 = \text{"Pierce Brosnan"}) \end{aligned}$$

Cette règle veut tout simplement dire que le client préfère pour des films de même genre, des films au delà de 2010 aux films produits avant 2000, et si les films sont de même genre et de même année, il préfère ceux où joue Sylvester Stalone à ceux où joue Pierce Brosnan.

6.2 Formules de préférence suivant notre approche

Dans notre travail, nous allons nous inspirer de la représentation en formules de préférences décrite précédamment pour l'appliquer au cas des règles de préférence contextuelles. En effet nous voulons définir les formules de préférence de telle sorte qu'elles puissent représenter nos règles de préférence contextuelles. Dans la section précédante les formules de préférences ont été définies comme suit :

$$C(t_1, t_2) = \bigvee_{i=1..k} (\bigwedge_{j=1..l} f_{ij})$$

Dans notre contexte, les formules de préférence vont seulement utiliser les connecteurs logiques $\wedge$. C'est à dire elles seront sous la forme :

$$P(t_1, t_2) = \bigwedge_{k \in E} P_{A_k}(t_1, t_2) \tag{1}$$

avec $E \subset \{1, 2, .., n\}$ où n est le nombre des différents types d'attributs A_k qui définissent les items des transactions t_1, t_2 et $P_{A_k}(t_1, t_2), k \in E$ est une conjonction de formules atomiques définissant les items pour chaque attribut $A_k, k \in E$ comme

Example 13

Pour deux transactions $t_1 = \{x_1, x_2\}$ et $t_2 = \{y_1, y_2\}$, on a que $t_1 \succ_P t_2$ ssi $P(t_1, t_2) = \{x_1 = y_1\} \wedge \{x_2 > 4\} \wedge \{y_2 < 3\}$ est vrai.

Après avoir définit les formules de préférence élémentaires, nous allons définir les formules de préférence.

Definition 21. *Une **formule de préférence élémentaire** est une conjonction de formules atomiques (définies dans [?]) construites à partir de la comparaison de deux items x,y appartenant au même domaine d'attribut.*

Example 14

Si on a deux items x et y définis sur le domaine de l'attribut année, de valeurs respectivement 2000 et 2002, alors en les comparant, on peut déduire les formules de préférence élémentaires $x < y$, $x \neq y$, $x < 2003 \wedge y < 2003$, $x > 1999 \wedge y > 1999$ etc..

Nous fournissons ci dessous les types de formules de préférences élémentaires que nous allons prendre en compte dans notre travail. Soit $\mathcal{F}$ l'ensemble des formules de préférence élémentaires issues de la comparaison entre deux items de t_1 et de t_2 ayant un même type d'attribut A_k donné.

Les formules de préférences élémentaires qui peuvent être déduites sont :

— Cas où les items de type A_k ont des valeurs numériques.Soit un item x de t_1 de type A_k et y un item de t_2 de type A_k.

  — Si x et y sont tous deux égaux à une valeur a alors les formules de préférences élémentaires extraites sont $x = y$ et $x = y \wedge x = a \wedge y = a$.
  — Si x est différent de y alors la formule de préférence élémentaire $x \neq y$ est extraite.
    — Si $x < y$ alors la formule de préférence élémentaire $x < y$ est extraite.
    — Si $x > y$ alors la formule de préférence élémentaire $x > y$ est extraite.
  — Soit a appartennant à l'ensemble des valeurs possibles des items de type A_k,
    — $x < a$ et $y < a$ alors la formule de préférence élémentaire $x < a \wedge y < a$ est extraite.
    — $x > a$ et $y > a$ alors la formule de préférence élémentaire $x > a \wedge y > a$ est extraite.
    — $x < a$ et $y \geq a$ alors la formule de préférence élémentaire $x < a \wedge y \geq a$ est extraite
    — $x > a$ et $y \leq a$ alors la formule de préférence élémentaire $x > a \wedge y \leq a$ est extraite.

  - $y > a$ et $x \leq a$ alors la formule de préférence élémentaire $y > a \wedge y \leq a$ est extraite.
  - $y < a$ et $x \geq a$ alors la formule de préférence élémentaire $y < a \wedge y \geq a$ est extraite.
  - $x = a$ et $y \neq a$ alors la formule de préférence élémentaire $x = a \wedge y \neq a$ est extraite.
  - $y = a$ et $y \neq a$ alors la formule de préférence élémentaire $y = a \wedge x \neq a$ est extraite.
- Cas où pour un type d'attribut donné, les items prennent des valeurs symboliques.
  - Si x et y sont tous deux égaux à une valeur a alors les formules de préférence élémentaires $x = y$ et $x = y \wedge x = a \wedge y = a$ sont extraites ;
  - Si x est différent de y alors la formule de préférence élémentaire $x \neq y$ est extraite.

6.2.1 Itemsets de formules de préférence élémentaires

Avant d'aller plus en détail, nous faisons un rappel sur ce que sont les relations binaires symétriques et les relations binaires asymétriques.

Definition 22. *(relation binaire symétrique) Une relation binaire $\mathcal{R}$ est symétrique si :*

$$\forall (x, y) \in E^2, x\mathcal{R}y \Rightarrow y\mathcal{R}x$$

Definition 23. *(relation binaire asymétrique) Une relation binaire $\mathcal{R}$ est dite asymétrique si :*

$$\forall (x, y) \in E^2, x\mathcal{R}y \Rightarrow \neg y\mathcal{R}x$$

Definition 24. *(Formules de préférence élémentaires symétriques) Les formules de préférence élémentaires symétriques $C(t_1, t_2)$ sont caractérisées par la propriété de symétrie c'est à dire $C(t_1, t_2) \Rightarrow C(t_2, t_1)$.*

Example 15

la formule $F(x, y) \equiv (x = y)$ est symétrique car $F(x, y) \equiv (x = y) \Rightarrow (y = x) \equiv F(y, x)$, d'où $F(x, y) \Rightarrow F(y, x)$.

Definition 25. *(Formules de préférence élémentaires asymétriques) Les formules de préférence élémentaires asymétriques $P(t_1, t_2)$ (ou resp $N(t_1, t_2)$) sont caractérisées par la propriété d'asymétrie c'est à dire $P(t_1, t_2) \Rightarrow \neg P(t_2, t_1)$ (ou resp $N(t_1, t_2) \Rightarrow \neg N(t_2, t_1)$).*

Example 16

la formule $F(x, y) \equiv (x > y)$ est asymétrique car $F(x, y) \equiv (x > y) \Rightarrow \neg(y > x \vee y = x) \Rightarrow \neg(y > x) \wedge \neg(x = y) \Rightarrow \neg(y > x) \equiv \neg F(y, x)$, d'où $F(x, y) \Rightarrow \neg F(y, x)$.

L'approche Sprex a définit trois parties dans l'itemset représentant une paire de transaction $\langle t_1, t_2 \rangle$ à savoir une partie *contextuelle* qui rassemble les items communs à t_1 et t_2 une la partie *préférée* distinguant les items qui sont dans t_1 et pas dans t_2 et une partie *non préférée* distinguant les items qui sont dans t_2 et pas dans t_1.
Dans notre approche les items sont des formules de préference élémentaires.
Ainsi nous définissons différamment la composition des itemsets de formules de préférence élémentaires. Ils sont décomposés en deux parties : une partie rassemblant les formules de préférences élémentaires symétriques, appellée partie contexte, et une partie rassemblant les formules de préférence élémentaires asymétriques, appellée partie préférence.
Cette approche s'explique par le fait que la partie contexte regroupe les formules vérifiées autant par la paire de transaction $\langle t_1, t_2 \rangle$ que $\langle t_2, t_1 \rangle$ (ce sont les formules de préférence élémentaires symétriques). La partie préférence rassemble les formules de préférence élémentaires qui sont en accord avec la paire de transaction $\langle t_1, t_2 \rangle$ mais en contradiction avec la paire de transaction $\langle t_2, t_1 \rangle$ (ce sont les formules de préférence élémentaires asymétriques).

Ainsi nous résumons un itemset de formules de préférences élémentaires comme suit :

Definition 26. *(Itemset de formules de préférence élémentaire) Pour une paire de transaction $\langle t_1, t_2 \rangle$, l'itemset de formules de préférence élémentaires correspondant est l'union de deux itemsets C et PN tel que :*

- $C \equiv \{F(t_1, t_2)/F(t_1, t_2) \in \mathcal{F}(t_1, t_2)$ *et symétrique*$\}$
- $PN \equiv \{F(t_1, t_2)/F(t_1, t_2) \in \mathcal{F}(t_1, t_2)$ *et asymétrique*$\}$

avec $\mathcal{F}(t_1, t_2)$ qui est l'ensemble des formules de préférence élémentaires extraites de la comparaison entre les items de t_1 et de t_2.

Voici un diagramme répertoriant les formules de préférence élémentaires réparties suivant qu'elles soient symétriques ou asymétriques :

Formules de préférence élémentaires symétriques (Contexte)
$$\begin{cases} C : \{x = y\} & \equiv \quad x = y \\ C : \{x \neq y\} & \equiv \quad x \neq y \\ C : \{x, y = a\} & \equiv \quad x = y \wedge x = a \wedge y = a \\ C : \{x, y < a\} & \equiv \quad x < a \wedge y < a \\ C : \{x, y > a\} & \equiv \quad x > a \wedge y > a \end{cases}$$

Formules de préférence élémentaires asymétriques (Préférences)
$$\begin{cases} P : \{x < y\} & \equiv \quad x < y \\ P : \{x > y\} & \equiv \quad x > y \\ P : \{x = a\} & \equiv \quad x = a \wedge x \neq y \\ P : \{x < a\} & \equiv \quad x < a \wedge y \geqslant a \\ P : \{x > a\} & \equiv \quad x > a \wedge y \leqslant a \\ N : \{y > a\} & \equiv \quad y > a \wedge x \leqslant a \\ N : \{y < a\} & \equiv \quad y < a \wedge x \geqslant a \\ N : \{y = a\} & \equiv \quad y = a \wedge x \neq y \end{cases}$$

Dans ce diagramme, nous avons à droite des équivalences ($\equiv$), les formules de préférences élémentaires et à gauche nous avons leur notation ($C : \{...\}$, $P : \{...\}$,$N : \{...\}$) qui sera adoptée lors de leur représentation au niveau des séquences de formules de préférence.

Nous pouvons à présent définir les formules de préférence qui vont caractériser les règles de préférence contextuelles qu'on aura à extraire.

Definition 27. *(Règle de préférénce contextuelle à base de formules de préférences élémentaires) Une règle de préférence contextuelle à base de formules de préférence élémentaire est une règle sous la forme $C \rightarrow XY$ où C est un itemset de formules de préférences élémentaires symétriques et XY est un itemset de formules de préférences élémentaires asymétriques. Ainsi on la résume part :*

$$\begin{aligned} C(t_1, t_2) &= \bigcup_{k \in E} C_{A_k}(t_1, t_2) \text{ ensemble de formules de préférence élémentaires symétriques} \\ XY(t_1, t_2) &= \bigcup_{k \in E} XY_{A_k}(t_1, t_2) \text{ ensemble de formules de préférence élémentaires asymétriques} \end{aligned}$$

$C(t_1, t_2)$ est défini comme la **partie contexte** de la règle de préférence contextuelle et $PN(t_1, t_2)$ est définie comme la **partie préférence** de la règle de préférence contextuelle.

Condition de non redondance :

Il est à noter que XY_{A_k} ne doit pas contenir de redondance i.e si on considère F_k l'ensemble des formules élémentaires constituant P_{A_k} ($P_{A_k} = \bigwedge_{f \in F_k} f$), on a

$$F' \subsetneq F \Rightarrow \neg(\bigwedge_{f \in F'} f \Rightarrow P_{A_k}).$$

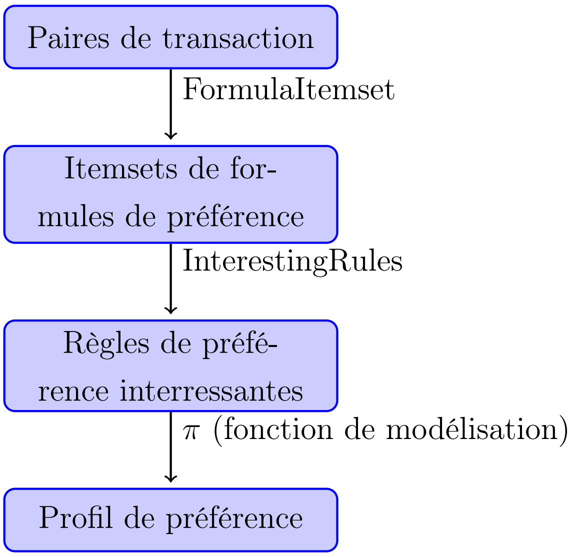
C'est la notion de minimalité au niveau des règles qui permettra d'éliminer les règles de préférences contextuelles ayant des redondances.

Le tableau ci dessous résume les différents cas évoqués en ce qui concerne les formules de préférence élémentaires :

	Valeurs Attr	Type Attr	Items de transaction de préférence
Attr monovalué	$x = a,\ y = a$	num/symb	$C : \{x = y\}$ $C : \{x, y = a\}$
		num	$C : \{x, y < c\},\ \forall c \vert c < a$ $C : \{x, y > c\},\ \forall c \vert c > a$
	$x = a,\ y = b$ avec $a \neq b$	num/symb	$P : \{x = a\}$ $N : \{y = b\}$ $C : \{x \neq y\}$
		num	$P : \{x < y\}$, si $a < b$ $P : \{x > y\}$, si $a > b$ $P : \{x < c\}$, si $a < b$ et $\forall c \vert a < c \leqslant b$ $P : \{x > c\}$, si $a > b$ et $\forall c \vert a > c \geqslant b$ $N : \{y < c\}$, si $a > b$ et $\forall c \vert b < c \leqslant a$ $N : \{y > c\}$, si $a < b$ et $\forall c \vert b > c \geqslant a$ $C : \{x, y < c\},\ \forall c \vert c < a \wedge c < b$ $C : \{x, y > c\},\ \forall c \vert c > a \wedge c > b$
Attr multivalué	$x \in X, y \in Y$	Set(symb)	$C : \{x, y = c\},\ \forall c \in X \cap Y$ $P : \{x = a\},\ \forall a \in X \backslash Y$ $N : \{y = b\},\ \forall b \in Y \backslash X$

6.3 Construction du profil utilisateur

De façon générale, pour passer des paires de transaction à un profil utilisateur, plusieurs étapes de traitement sont effectuées comme le montre le schémas ci dessous :



L'algorithme d'extraction du profil *FormulaProfileMining* que nous définissons est construit suivant ces étapes.

Algorithme 2 : FormulaProfileMining

Entrées : l'ensemble des préférences de l'utilisateur $\mathcal{P}$, un seuil minimal de support δ, un seuil minimal de confiance σ et une fonction de modélisation π

Sorties : Modèle de règles de préférences $\mathcal{M}_{\mathcal{P}}$

début

$\mathcal{P}_S = \emptyset$;

pour chaque $\langle T, U\rangle \in \mathcal{P}$ **faire**

$\quad \mathcal{P}_S = \mathcal{P}_S \cup FormulaItemset(\langle T, U\rangle)$

$\mathcal{M} = InterestingRules(\mathcal{P}_S, \delta, \sigma)$;

$\mathcal{M}_{\mathcal{P}} = \pi(sort(\mathcal{M}))$;

Retourner $\mathcal{M}_{\mathcal{P}}$;

FormulaItemset permet la transformation d'une paire de transaction $\langle T, U\rangle$ en un Itemset de formules de préférences élémentaires. Elle est définie comme suit :

Algorithme 3 : ItemsetFormula

Entrées : Paire de transactions $\langle T, U \rangle$

Sorties : Séquence de formules de préférence S

début

$S = \emptyset$;

pour chaque *Type d'attribut* A_k **faire**

pour chaque *paire d'items* $(x, y) \in T \times U$ *de type* A_k **faire**

$S = S \cup CompareFormula(x, y, A_k)$

CompareFormula effectue la comparaison entre deux items respectivement de T et U afin de générer les formules de préférences élémentaires correspondantes. Elle est définie comme suit :

Algorithme 4 : CompareFormula

Entrées : x , y et l'attribut A_i auquel ils sont liés

Sorties : items issus de la comparaison entre x et y

début

  $\mathcal{E} = \emptyset$; `// Ensemble des items générés`

  si $x = y$ **alors**

    Ajouter $P : \{x_{A_i} = y_{A_i}\}$ et $P : \{x_{A_i} = y_{A_i} = x\}$ à $\mathcal{E}$;

    pour chaque $c \in DomActif(A_i)$ *et* A_i *numérique* **faire**

      si $x < c$ **alors**

        Ajouter $C : \{x_{A_i}, y_{A_i} < c\}$ à $\mathcal{E}$;

      sinon si $x > c$ **alors**

        Ajouter $C : \{x_{A_i}, y_{A_i} > c\}$ à $\mathcal{E}$;

  sinon si $x \neq y$ **alors**

    Ajouter $C : \{x_{A_i} \neq y_{A_i}\}$, $P : \{x_{A_i} = x\}$ et $N : \{y_{A_i} = y\}$ à $\mathcal{E}$;

    si A_i *numérique* **alors**

      si $x > y$ **alors**

        Ajouter $P : \{x_{A_i} > y_{A_i}\}$ à $\mathcal{E}$;

      si $x < y$ **alors**

        Ajouter $P : \{x_{A_i} < y_{A_i}\}$ à $\mathcal{E}$;

      pour chaque $c \in DomActif(A_i)$ **faire**

        si $x < c \wedge y \geqslant c$ **alors**

          Ajouter $P : \{x_{A_i} < c\}$ à $\mathcal{E}$;

        sinon si $x \leqslant c \wedge y > c$ **alors**

          Ajouter $N : \{y_{A_i} > c\}$ à $\mathcal{E}$;

        sinon si $x > c \wedge y \leqslant c$ **alors**

          Ajouter $P : \{x_{A_i} > c\}$ à $\mathcal{E}$;

        sinon si $x \geqslant c \wedge y < c$ **alors**

          Ajouter $N : \{x_{A_i} < c\}$ à $\mathcal{E}$;

        sinon si $x < c \wedge y < c$ **alors**

          Ajouter $C : \{x_{A_i}, y_{A_i} < c\}$ à $\mathcal{E}$;

        sinon si $x > c \wedge y > c$ **alors**

          Ajouter $C : \{x_{A_i}, y_{A_i} > c\}$ à $\mathcal{E}$;

  retourner $\mathcal{E}$;

Cette fonction est équivalente à la description qu'on avait faite antérieurement sur les formules de préférence élémentaires qui peuvent re générées par la comparaison de deux items.

6.3.1 L'algorithme InterestingRules

InterestingRules est un algorithme basé sur les travaux antérieurs de (Soulet et Al) et qui avait pour objectif l'extraction de motifs minimaux avec l'avantage d'être polynomial-delay et polynomial-space. En effet au cours du travail, l'utilisation initiale de *Sprex* pour extraire les règles de préférences interressantes a exposéun problème lié à une saturation mémoire. La nouvelle formulation créant des itemsets de préférences avec un plus grand nombre d'items que dans le cas initial des travaux de *Sprex*, celui ci bien qu'ayant pu être être utilisé avec succès dans le travail antéreur s'est avéré inadéquat dans notre cas. Nous nous sommes alors replié sur cette approche d'extraction de motifas fréquent qu'on va décrire dans l'algorithme *InterrestingRules*.

Avant de définir l'algorithme InterestingRules, nous allons expliquer cette approche après avoir fourni des définitions de base.

Definition 28. *(Opérateur de couverture) Soit un ensemble d'objets $\mathcal{O}$, un opérateur de couverture $cov : 2^E \to 2^{\mathcal{O}}$ satisfait $cov(X \cup Y) = cov(X) \cap cov(Y)$ pour tout $X, Y \in 2^E$*

Definition 29. *(Opérateur canonique) Etant donné deux systèmes d'ensembles $(\mathcal{F}, E)$ et $(\mathcal{G}, E)$, un opérateur canonique $\phi : \mathcal{F} \cup \mathcal{G} \to \mathcal{F}$ est une fonction satisfaisant : (i) $X \in Y \Rightarrow \phi(X) \in \phi(Y)$ et (ii) $X \in \mathcal{F} \Rightarrow \phi(X) = X$ pour tout les ensembles $X, Y \in \mathcal{G}$.*

Definition 30. *(Système minimisable d'ensembles)*

Un système minimisable d'ensembles est un tuple $\langle(\mathcal{F}, \mathcal{E}, \mathcal{G}, cov, \phi)\rangle$ où :

- *$(\mathcal{F}, E)$ est un système d'ensembles fini et fortement accessible. Un ensemble acceptable dans $\mathcal{F}$ est appelé motif.*
- *$(\mathcal{G}, E)$ est un système d'ensembles fini et fortement accessible satisfaisant pour chaque couple d'ensembles acceptables $X, Y \in \mathcal{F}$ tels que $X \subseteq Y$ et chaque élément $e \in E$, $X \setminus \{e\} \in \mathcal{G}$. Un ensemble acceptable de $\mathcal{G}$ est appellé généralisation.*
- *$cov : 2^E \to 2^{\mathcal{O}}$ est un opérateur de couverture.*
- *$\phi : \mathcal{F} \cup \mathcal{G} \to \mathcal{F}$ est un opérateur canonique tel que pour chaque ensemble accepatble $X \in \mathcal{G}$, on ait $cov(\phi(X)) = cov(X)$.*

Definition 31. *(Motif minimal) Un motif X est minimal pour $\langle(\mathcal{F}, E), \mathcal{G}, cov, \phi\rangle$ ssi $X \in \mathcal{F}$ et pour chaque généralisation $Y \in \mathcal{G}$ telle que $Y \subset X, cov(Y) \neq cov(X)$. $\mathcal{M}(\mathcal{S})$ dénote l'ensemble des motifs minimaux.*

Theorem 6.1. *(Représentation condensée) L'ensemble des motifs minimaux est une représentation condensée de $\mathcal{F}$ adéquate pour le calcul de cov : pour tout motif $W \in \mathcal{F}$, il existe $Y \in X$ tel que $\phi(Y) \in \mathcal{M}(\mathcal{S})$ et $cov(\phi) = cov(X)$.*

Theorem 6.2. *(Systeme indépendant) Si un motif X est minimal pour S, alors tout motif $Y \in \mathcal{F}$ satisfaisant $Y \subseteq X$ est aussi minimal pour S.*

Lemma 6.3. *Si X n'est pas minimal, $\exists e \in X$ tel que $X \setminus \{e\} \in \mathcal{G}$ et $cov(X) = cov(X \setminus \{e\})$.*

Definition 32. *(Objets critiques) Pour un motif X, les objets critiques d'un élément $e \in X$, notés $\widehat{cov}(X, e)$ sont l'ensemble d'objets qui appartiennent à la couverture de X privé de e mais pas à la couverture de e : $\widehat{cov}(X, e) = cov(X \setminus e) \setminus cov(e)$.*

Property 6.3.1. *(Minimalité) $X \in \mathcal{F}$ est minimal si $\forall e \in X$ tel que $X \setminus e \in \mathcal{G}, \widehat{X, e} \neq \emptyset$*

Property 6.3.2. *L'égalité suivante est vraie pour tout motif $X \in \mathcal{F}$ et deux éléments $e, e' \in E$:*

$$\widehat{cov}(Xe', e) = \widehat{cov}(X, e) \cap cov(e').$$

Algorithme DEFME

Algorithme 5 : DEFME

Entrées : X est un motif, tail est l'ensemble des items restant à utiliser pour générer les candidats. Valeurs initiales : $X = \emptyset$, $tail = E$.

Sorties : Calcul des motifs minimaux de manière incrmentale polynomiale

début

  si $\forall e \in X, \widehat{cov}(X, e) \neq \emptyset$ **alors**

    print X;

    pour chaque $e \in tail$ **faire**

      si $Xe \in \mathcal{F}$ **alors**

        $tail := tail \setminus \{e\}$;

        $Y := Xe$;

        $cov(Y) := cov(X) \cap cov(e)$;

        $\widehat{cov}(Y, e) := cov(X) \setminus cov(e)$;

        pour chaque $e' \in X$ **faire**

          $\widehat{cov}(Y, e') := \widehat{cov}(X, e') \cap cov(e)$;

        DEFME($Y, tail$);

Les différentes étapes de la construction de profils de préférence iétant décrites, on peut décrire la phase de prédiction des préférences utilisateur à partir de ce profil obtenu.

6.4 Prédiction des préférences utilisateur

La prédiction des préférences de l'utilisateurs peut être faite à l'aide du profil construit précédamment. Nous voyons que le profil qui est un ensemble de règle de préférences représentées sous forme de séquences de formules de préférence, necessite que le couple de transaction à comparer soit d'abord convertit en séquences de formules de préférences. Ensuite on peut utiliser l'approche Sprex-Predict pour déterminer la préférence entre ce couple de transactions.

Notre travail décrit, nous pouvons passer à la phase d'implémentation afin de permette une évaluation de performance de l'approche adoptée.

6.5 Implémentation du travail

L'implémentation du travail a consisté à mettre en place un programme capable de :

- Construire les profils utilisateurs basés sur les séquences de formules de préférence ;
- Evaluer la qualité de prédiction des profils utilisateurs.

Afin de le réaliser, nous avons exploité deux programmes qui avaient été développé dans le cadre des recherches antérieurs.

- Le premier nommé Sprex a été développé afin d'implémenter l'algorithme de Sprex (Sprex-Build et Sprex-Predict) ;
- Le second est un programme surnommé Colico qui s'est basé sur un algorithme d'extraction de motifs séquentiels minimaux.

6.5.1 Le programme Sprex

Sprex est un programme qui a été développé pour le travail de l'aticle [?]. Les fonctionnalités principales sont :

- L'extraction de toutes les règles de préférence contextuelles ;
- L'extraction des règles de préférence contextuelles interressantes minimales. Ceci est fait en précisant les valeurs seuils du support et de la confiance.
- La construction d'un model de préférences dépendant d'une fonction de modélisation. En effet c'est la fonction de modélisation qui permet de filtrer et trier les règles de préférence contextuelles minimales afin de construire le modèle de préférences ;
- La prédiction les préférences utilisateurs dépendant d'une fonction de préférence. En effet la fonction de préférence permet d'exploiter le modèle de préférence pour comparer un couple de transactions de préférences.
- Le test de la qualité de ces prédictions des préférences utilisateurs qui sont réalisées. Plusieurs indicateurs sont évalués pour déterminer la qualité de prédiction. Exemple : la précision, le Rappel etc..

Initialement dans notre travail, il a été prévu d'utiliser le programme Sprex afin d'extraire les règles de préférence interressantes minimales, de construire ensuite le modèle de

préférence à partr de ces règles et d'évaluer la qualité de la prédiction du modèle de préférence obtenu.
Mais nous avons été confrontés à un problème de saturation mémoire lors de la phase d'extraction des règles interressantes minimales à partir des séquences de formules de préférence. Ceci est dû au fait que Sprex a été utilisé pour le traitement des séquences de préférences qui ont une taille plus réduite que les séquences de formules de préférence formalisées dans notre travail, alors que plus la taille des séquence est longue, plus l'extraction de motifs minimaux prend de l'espace lorsqu'on est confronté à un algorithme d'extraction de motifs minimaux qui effectue l'extraction par niveau.
Ainsi nous nous avons choisit autre programme nommé Colico pour réaliser la phase d'extraction de règles de préférences minimales interressantes.

6.5.2 Le programme Colico

Colico est un programme qui a été développé par Arnault Soulet (en c++) afin de répondre au problème de saturation dû à l'extraction de motifs minimaux. Il se base sur les travaux de l'article [?] qui a proposé une méthode d'extraction de motifs minimaux avec l'avantage d'être polynomial-delay et polynomial-space.

Principe de l'approche de Colico Nous allons tout d'abord énoncer quelques fondements sur lequel se base l'algorithme de Colico.

Definition 33. *(Opérateur de couverture) Soit un ensemble d'objets $\mathcal{O}$, un opérateur de couverture $cov : 2^E \to 2^{\mathcal{O}}$ satisfait $cov(X \cup Y) = cov(X) \cap cov(Y)$ pour tout $X, Y \in 2^E$*

Definition 34. *(Opérateur canonique) Etant donné deux systèmes d'ensembles $(\mathcal{F}, E)$ et $(\mathcal{G}, E)$, un opérateur canonique $\phi : \mathcal{F} \cup \mathcal{G} \to \mathcal{F}$ est une fonction satisfaisant : (i) $X \in Y \Rightarrow \phi(X) \in \phi(Y)$ et (ii) $X \in \mathcal{F} \Rightarrow \phi(X) = X$ pour tout les ensembles $X, Y \in \mathcal{G}$.*

Definition 35. *(Système minimisable d'ensembles)*

Un système minimisable d'ensembles est un tuple $\langle(\mathcal{F}, \mathcal{E}, \mathcal{G}, cov, \phi)\rangle$ où :

- *$(\mathcal{F}, E)$ est un système d'ensembles fini et fortement accessible. Un ensemble acceptable dans $\mathcal{F}$ est appelé motif.*
- *$(\mathcal{G}, E)$ est un système d'ensembles fini et fortement accessible satisfaisant pour chaque couple d'ensembles acceptables $X, Y \in \mathcal{F}$ tels que $X \subseteq Y$ et chaque élément $e \in E$, $X \setminus \{e\} \in \mathcal{G}$. Un ensemble acceptable de $\mathcal{G}$ est appellé généralisation.*
- *$cov : 2^E \to 2^{\mathcal{O}}$ est un opérateur de couverture.*

— $\phi : \mathcal{F} \cup \mathcal{G} \rightarrow \mathcal{F}$ *est un opérateur canonique tel que pour chaque ensemble accepatble* $X \in \mathcal{G}$, *on ait* $cov(\phi(X)) = cov(X)$.

Definition 36. *(Motif minimal) Un motif* X *est minimal pour* $\langle(\mathcal{F}, E), \mathcal{G}, cov, \phi\rangle$ *ssi* $X \in \mathcal{F}$ *et pour chaque généralisation* $Y \in \mathcal{G}$ *telle que* $Y \subset X, cov(Y) \neq cov(X)$. $\mathcal{M}(\mathcal{S})$ *dénote l'ensemble des motifs minimaux.*

Theorem 6.4. *(Représentation condensée) L'ensemble des motifs minimaux est une représentation condensée de* $\mathcal{F}$ *adéquate pour le calcul de cov : pour tout motif* $W \in \mathcal{F}$, *il existe* $Y \in X$ *tel que* $\phi(Y) \in \mathcal{M}(\mathcal{S})$ *et* $cov(\phi) = cov(X)$.

Theorem 6.5. *(Systeme indépendant) Si un motif* X *est minimal pour* S, *alors tout motif* $Y \in \mathcal{F}$ *satisfaisant* $Y \subseteq X$ *est aussi minimal pour* S.

Lemma 6.6. *Si* X *n'est pas minimal,* $\exists e \in X$ *tel que* $X \backslash \{e\} \in \mathcal{G}$ *et* $cov(X) = cov(X \backslash \{e\})$.

Definition 37. *(Objets critiques) Pour un motif* X, *les objets critiques d'un élément* $e \in X$, *notés* $\widehat{cov}(X, e)$ *sont l'ensemble d'objets qui appartiennent à la couverture de* X *privé de* e *mais pas à la couverture de* e : $\widehat{cov}(X, e) = cov(X \setminus e) \setminus cov(e)$.

Property 6.6.1. *(Minimalité)* $X \in \mathcal{F}$ *est minimal si* $\forall e \in X$ *tel que* $X \setminus e \in \mathcal{G}, \widehat{X, e} \neq \emptyset$

Property 6.6.2. *L'égalité suivante est vraie pour tout motif* $X \in \mathcal{F}$ *et deux éléments* $e, e' \in E$:

$$\widehat{cov}(Xe', e) = \widehat{cov}(X, e) \cap cov(e').$$

Algorithme DEFME

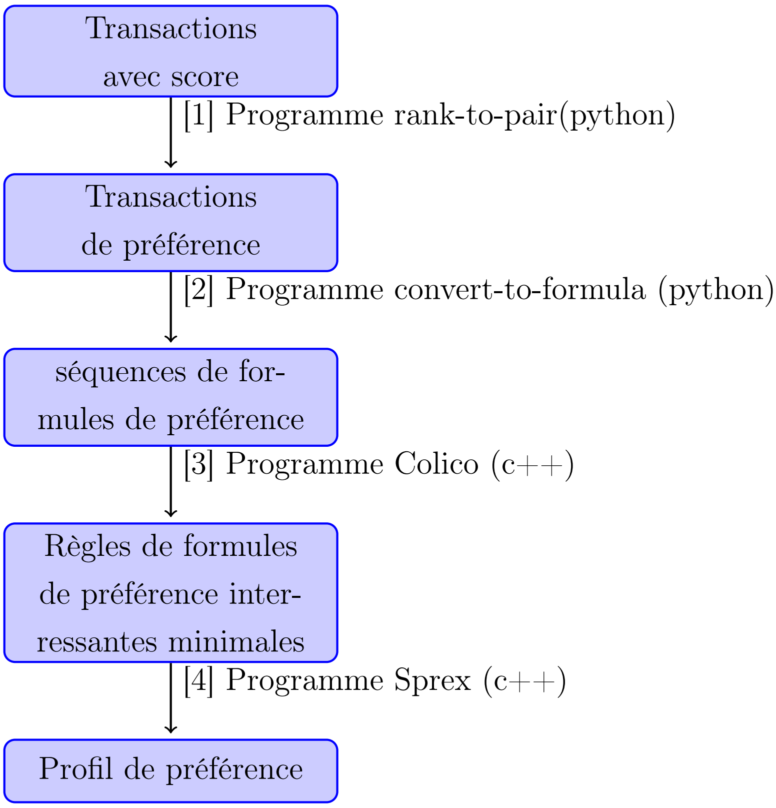
Algorithme 6 : DEFME

Entrées : X est un motif, tail est l'ensemble des items restant à utiliser pour générer les candidats. Valeurs initiales : $X = \emptyset$, $tail = E$.

Sorties : Calcul des motifs minimaux de manière incrmentale polynomiale

début
- **si** $\forall e \in X, \widehat{cov}(X, e) \neq \emptyset$ **alors**
  - print X;
  - **pour chaque** $e \in tail$ **faire**
    - **si** $Xe \in \mathcal{F}$ **alors**
      - $tail := tail \setminus \{e\}$;
      - $Y := Xe$;
      - $cov(Y) := cov(X) \cap cov(e)$;
      - $\widehat{cov}(Y, e) := cov(X) \setminus cov(e)$;
      - **pour chaque** $e' \in X$ **faire**
        - $\widehat{cov}(Y, e') := \widehat{cov}(X, e') \cap cov(e)$;
      - DEFME$(Y, tail)$;

L'extraction et la prédiction des préférences utilisateur a été réalisé avec des programmes écrits en c++ et python. Ainsi le côté implémentation des traitements s'est déroulé en plusieurs étapes comme le décrit le schémas ci dessous :



Nous disposions initialement d'une base de transactions utilisateur accompagné de leur scores représentant le degré de préférence de l'utilisateur. Nous devions alors convertire ces scores en préférences entre paires de transaction (U, T)i indiquant que la première transaction est préférée à la seconde. Après cette étape, nous avons converti les transactions de préférence en séquences de formules de préférence en conformité avec l'approche que nous avons adopté et suivant les méthodes de conversions que nous avions décrits avec les algorithmms précédents. Ensuite nous avons extrait les règles de formules de préférence interressantes minimales.

Nous avons bénéficié des ressources qui ont été utilisées dans les travaux antérieurs. Ainsi dans le cadre des travaux sur Sprex, un outil nommé Sprex avaait été développé afin de pouvoir Extraire les profils utilisateurs (par l'approche basée sur les séquences de préférence) et évaluer la qualité des préférences prédites à partir de ces profils. Sprex est un programme qui a été développé en C++ et utilise des librairies d'extraction de motifs séquentiel.

Le programme Sprex a été développé autant pour la construction de profils utilisateurs que pour à la prédiction des préférences.
Malheureusement nous avons été confrontés à un problème de saturation mémoire lors de

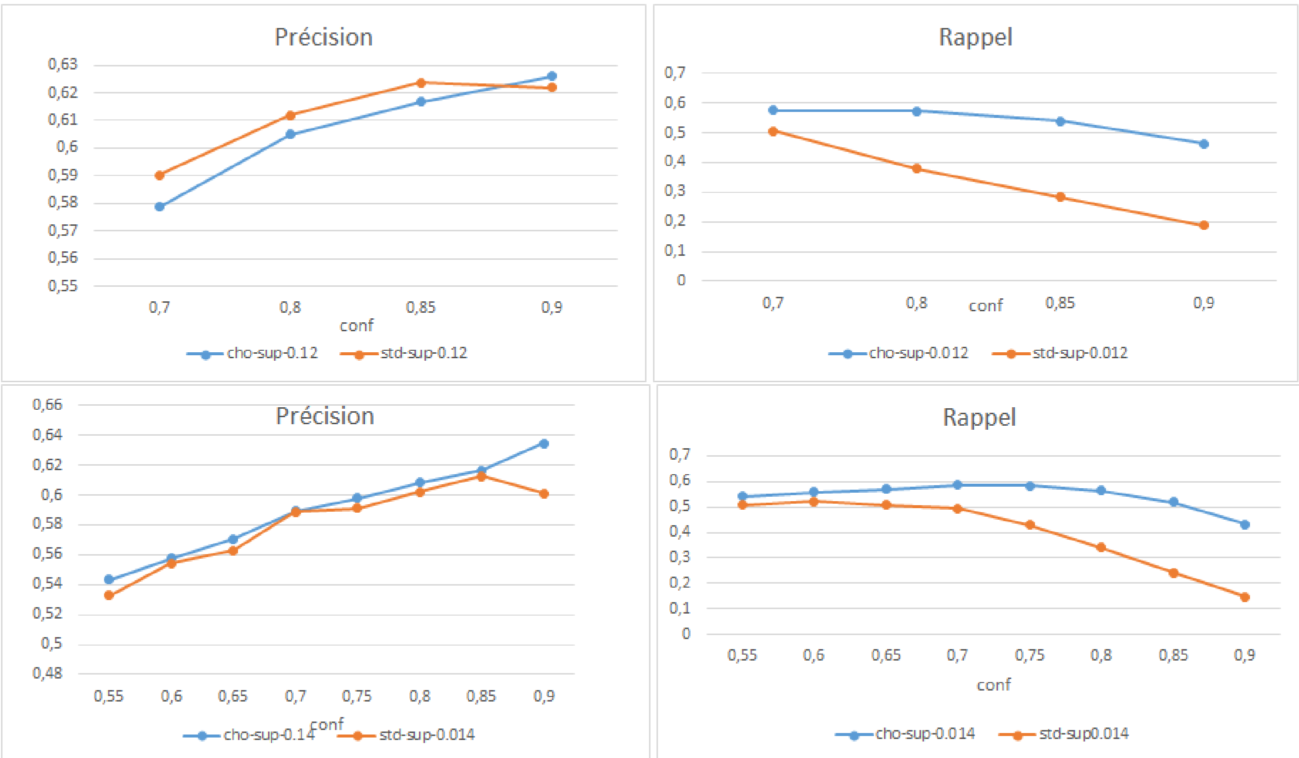
l'extraction des règles de préférence à partir des séquences de formules de préférence. En effet ce problème s'est avéré être dû au fait que les séquences de formules de préférence peuvent contenir un grand nombre d'éléments(formules de préférence élémentaires) alors que lors des travaux antérieurs ([]), les séquences de préférence quand à elles avaient un nombre d'éléments (items) beaucoup plus réduit et donc ils n'ont subit cette difficulté. Pour cela nous étions obligés d'utiliser un autre programme afin de gérer la partie consistant à extraire les règles de préférence interressantes minimales. Pour résumer :

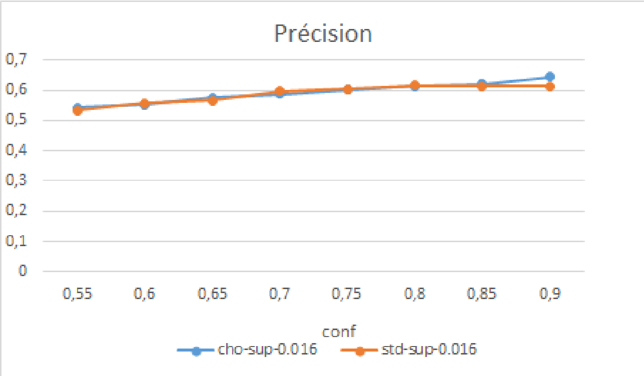
—

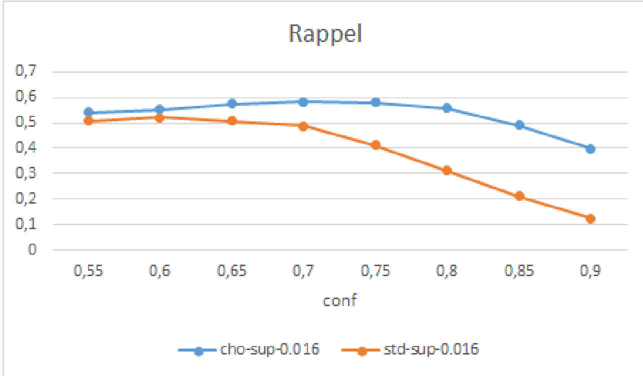
—

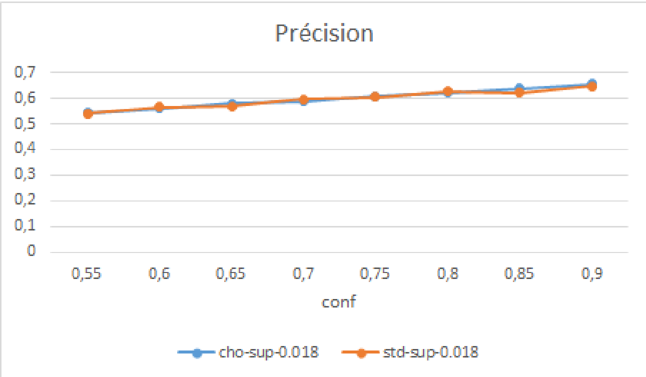
Initialement nous cherchions à utiliser Sprex autan pour l'extraction de profil que l'évaluation de la qualité des préférences. Nous nous somme confronté à un problème de saturation mémoire au niveau de Sprex dû au fait

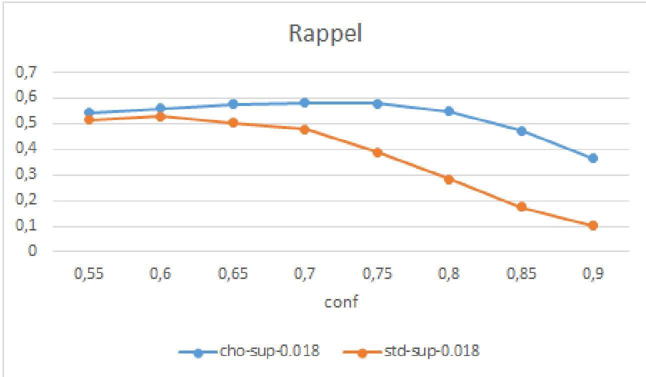
6.6 Evaluations expérimentales

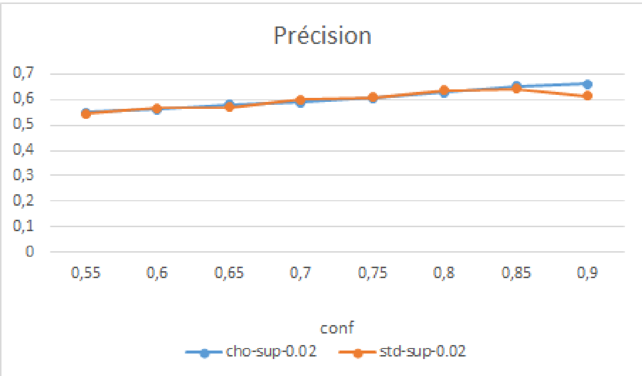


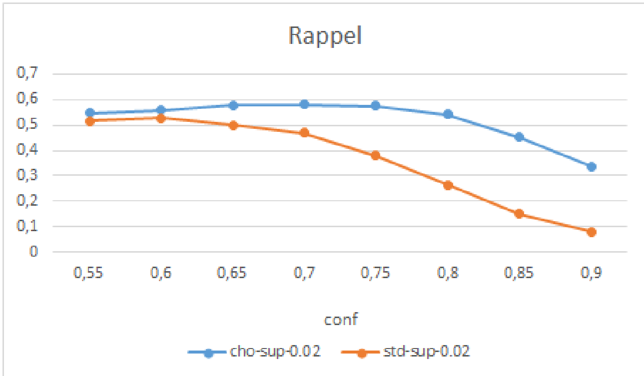






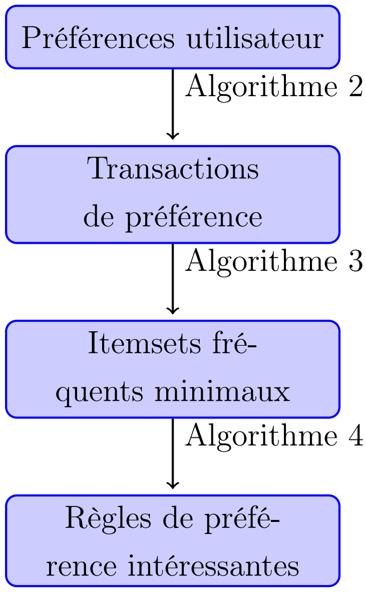






6.6.1 Interprétation

nous pouvons passer à la phase d'implémentation qui nous permettra alors d'éffectuer une comparaison de cette approche avec l'approche de Sprex.



Le diagramme ci dessus énonce les différentes étapes du processus permettant l'extraction des règles de préférence intéressantes. Ces étapes seront décrites par la suite. Nous allons tout d'abord définir le support d'un itemset et la confiance d'une règle.

6.6.2 Etapes de transformation des préférences utilisateurs en transaction de préférence

Cette étape consiste à transformer le couple $< t_1, t_2 >$ de préférences utilisateur en une transaction de formules que l'on appellera **transaction de préférence**.
Principe Il se fonde sur le formalisme de Chomicky appliqué aux règles de préférence contextuelles comme précédemment énoncé. Ainsi la prise en compte de la symétrie et de l'asymétrie dans cette situation, nous amène à définir ci-dessous les items élémentaires qui seront utilisés dans les transactions de préférence :

6.6.3 Etape de l'extraction des règles interressantes minimales des transactions de préférence

Cette étape peut utiliser toute méthode d'extraction d'itemsets intérresaants minimaux. Notre choix s'est porté sur une méthode d'extraction des itemsets fréquents minimaux décrite dans l'article [?], du faite du peu de mémoire dont elle nécessite pour l'extraction.

Principe

Elle consiste en un parcours en profondeur basé sur le principe du calcul des objets critiques. On a que

$$X \in \mathcal{F} \text{ est minimal ssi } \forall e \in X,\ \widehat{cov}(X,e) \neq \emptyset$$

avec $\widehat{cov}(X,e) = cov(X \setminus e) \setminus cov(e)$ et cov étant la couverture d'un itemset (nombre de transactions contenant l'itemset). Donc à chaque ajout d'un item à un itemset X lors d'un parcours en profondeur, l'évaluation de la minimalité du nouvel itemset Y obtenu se fait en utilisant l'égalité suivante :

$$\widehat{cov}(Xe', e) = \widehat{cov}(X,e) \cap cov(e')$$

Ainsi il suffit d'obtenir la couverture du nouvel item ajouté pour savoir si le nouvel itemset formé est minimal.

A partir de cette procédure, étant donné que la minimalité que nous utilisons est une minimalité basée sur le support et sur la confiance, nous allons procéder comme suit :

- Générer la base de transactions de préférences inverses et ajouter celle ci à la base de préférence initiale.
- Extraire à l'aide du procédé précédent, les itemsets minimaux suivant leur support
- Filtrer les itemsets obtenus suivant que leur support dans la base initiale soit supérieur au support seuil.

Cette procédure s'explique par le fait que si un itemset X est minimal dans la base globale, c'est que

$$\forall e \in X,\ supp(X \setminus e) \neq supp(X) \text{ ou } conf(X \setminus e) \neq conf(X)$$

6.7 Algorithme

Algorithme 7 : Algorithme d'extraction de règles interressantes

Entrées : Préférences utilisateur $\mathcal{P}$

Sorties : Règles de préférence interressantes $\mathcal{R}$

début

```
    P_S = ∅ ; // Ensemble des transactions obtenues des tuples de préférence
    pour chaque <T, U> ∈ P faire
        P_TU = ∅;                                   // Ensemble des items
        pour chaque A_i ∈ R faire
            x = T.A_i ; // Val correspondante à l'attribut A_i de T
            y = U.A_i;
            P_TU = P_TU ⋃ Comparaison(x, y, A_i);
        Ajouter P_TU à P_S;
    F = ExtraireItemsetFréquents(P_S);
    R = FiltrerRèglesInterressantes(F);
    Retourner R;
```

6.8 Exemple d'extraction des règles de préférence

Nous allons étudier deux situations :

— Cas où le schémas relationel $\mathcal{R}(\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2, ..., \mathcal{A}_n)$ n'a que des attributs symboliques ;

— Cas où le schémas relationnel $\mathcal{R}(\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2, ..., \mathcal{A}_n)$ a des attributs symboliques et numériques.

6.8.1 Cas où le schémas relationnel n'a que des attributs symboliques

Prenons un schémas relationnel $\mathcal{R}(\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2)$ avec A_1 et A_2 de type symboliques. Soit la base de préférence ci dessous :

	t_1		t_2	
P_1	a	A	b	B
P_2	b	A	a	B
P_3	a	A	a	B
P_4	a	A	a	C
P_5	b	B	a	A

Passage des préférences vers les transactions de préférence
On a :

$P_1 \Rightarrow T_1 = \{C : \{x_1 \neq y_1\}, P : \{x_1 = a\}, N : \{y_1 = b\}, C : \{x_2 \neq y_2\}, P : \{x_2 = A\}, N : \{y_2 = B\},\}$

$P_2 \Rightarrow T_2 = \{C : \{x_1 \neq y_1\}, P : \{x_1 = b\}, N : \{y_1 = a\}, C : \{x_2 \neq y_2\}, P : \{x_2 = A\}, N : \{y_2 = B\},\}$

$P_3 \Rightarrow T_3 = \{C : \{x_1 = y_1\}, C : \{x_1, y_1 = a\}, C : \{x_2 \neq y_2\}, P : \{x_2 = A\}, N : \{y_2 = B\},\}$

$P_4 \Rightarrow T_4 = \{C : \{x_1 = y_1\}, C : \{x_1, y_1 = a\}, C : \{x_2 \neq y_2\}, P : \{x_2 = A\}, N : \{y_2 = C\},\}$

$P_5 \Rightarrow T_5 = \{C : \{x_1 \neq y_1\}, P : \{x_1 = b\}, N : \{y_1 = a\}, C : \{x_2 \neq y_2\}, P : \{x_2 = B\}, N : \{y_2 = A\},\}$

6.9 Determination des itemsets interressants minimaux avec supmin=2 et confmin=0.5

Itemsets interressants minimaux de taille 1 ++++++++++++++++++++++++

$I_4 = \{P : \{x_2 = A\},\}$ sup=4.0 conf=0.8
$I_5 = \{N : \{y_2 = B\},\}$ sup=3.0 conf=0.75
$I_6 = \{P : \{x_1 = b\},\}$ sup=2.0 conf=0.666666666667
$I_7 = \{N : \{y_1 = a\},\}$ sup=2.0 conf=0.666666666667

Itemsets interressants minimaux de taille 2 ++++++++++++++++++++++++

$I_{14} = \{C : \{x_1 \neq y_1\}, P : \{x_2 = A\}, \}$ sup=2.0 conf=0.666666666667
$I_{15} = \{C : \{x_1 \neq y_1\}, N : \{y_2 = B\}, \}$ sup=2.0 conf=0.666666666667
$I_{29} = \{P : \{x_2 = A\}, C : \{x_1 = y_1\}, \}$ sup=2.0 conf=1.0
$I_{30} = \{P : \{x_2 = A\}, C : \{x_1, y_1 = a\}, \}$ sup=2.0 conf=1.0

Pas d'itemsets interressant minimaux de taille 3

6.9.1 Cas où le schémas relationnel a des attributs numériques et symboliques

Prenons un schémas relationnel $\mathcal{R}(\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2)$ avec A_1 et A_2 de type symboliques. Soit la base de préférence ci dessous :

	t_1		t_2	
P_1	a	3	b	7
P_2	a	3	b	3
P_3	b	3	a	7
P_4	a	3	a	7
P_5	a	3	a	9
P_6	b	9	a	7
P_7	b	7	a	3

Transactions de preference obtenues

$P_1 \Rightarrow T_1 = \{C : \{x_1 \neq y_1\}, P : \{x_1 = a\}, N : \{y_1 = b\}, C : \{x_2 \neq y_2\}, P : \{x_2 = 3\}, N : \{y_2 = 7\}, P : \{x_2 < y_2\}, N : \{y_2 > 3\}, P : \{x_2 < 7\}, C : \{x_2, y_2 < 9\}, \}$

$P_2 \Rightarrow T_2 = \{C : \{x_1 \neq y_1\}, P : \{x_1 = a\}, N : \{y_1 = b\}, C : \{x_2 = y_2\}, C : \{x_2, y_2 = 3\}, C : \{x_2, y_2 < 7\}, C : \{x_2, y_2 < 9\}, \}$

$P_3 \Rightarrow T_3 = \{C : \{x_1 \neq y_1\}, P : \{x_1 = b\}, N : \{y_1 = a\}, C : \{x_2 \neq y_2\}, P : \{x_2 = 3\}, N : \{y_2 = 7\}, P : \{x_2 < y_2\}, N : \{y_2 > 3\}, P : \{x_2 < 7\}, C : \{x_2, y_2 < 9\}, \}$

$P_4 \Rightarrow T_4 = \{C : \{x_1 = y_1\}, C : \{x_1, y_1 = a\}, C : \{x_2 \neq y_2\}, P : \{x_2 = 3\}, N : \{y_2 = 7\}, P : \{x_2 < y_2\}, N : \{y_2 > 3\}, P : \{x_2 < 7\}, C : \{x_2, y_2 < 9\}, \}$

$P_5 \Rightarrow T_5 = \{C : \{x_1 = y_1\}, C : \{x_1, y_1 = a\}, C : \{x_2 \neq y_2\}, P : \{x_2 = 3\}, N : \{y_2 = 9\}, P : \{x_2 < y_2\}, N : \{y_2 > 3\}, N : \{y_2 > 7\}, P : \{x_2 < 7\}, P : \{x_2 < 9\}, \}$

$P_6 \Rightarrow T_6 = \{C : \{x_1 \neq y_1\}, P : \{x_1 = b\}, N : \{y_1 = a\}, C : \{x_2 \neq y_2\}, P : \{x_2 = 9\}, N : \{y_2 = 7\}, P : \{x_2 > y_2\}, P : \{x_2 > 7\}, N : \{y_2 < 9\}, C : \{x_2, y_2 > 3\}, \}$

$P_7 \Rightarrow T_7 = \{C : \{x_1 \neq y_1\}, P : \{x_1 = b\}, N : \{y_1 = a\}, C : \{x_2 \neq y_2\}, P : \{x_2 = 7\}, N : \{y_2 = 3\}, P : \{x_2 > y_2\}, P : \{x_2 > 3\}, N : \{y_2 < 7\}, C : \{x_2, y_2 < 9\}, \}$

6.10 Determination des itemsets interressants minimaux avec supmin=2 et confmin=0.5

Itemsets interressants minimaux de taille 1 ++++++++++++++++++++

$I_4 = \{P : \{x_2 = 3\},\}$ sup=4.0 conf=0.8
$I_5 = \{N : \{y_2 = 7\},\}$ sup=4.0 conf=0.8
$I_6 = \{P : \{x_2 < y_2\},\}$ sup=4.0 conf=0.666666666667
$I_7 = \{N : \{y_2 > 3\},\}$ sup=4.0 conf=0.8
$I_8 = \{P : \{x_2 < 7\},\}$ sup=4.0 conf=0.8
$I_{13} = \{P : \{x_1 = b\},\}$ sup=3.0 conf=0.6
$I_{14} = \{N : \{y_1 = a\},\}$ sup=3.0 conf=0.6

Itemsets interressants minimaux de taille 2 +++++++++++++++++++

$I_{32} = \{C : \{x_1 \neq y_1\}, P : \{x_2 = 3\},\}$ sup=2.0 conf=0.666666666667
$I_{33} = \{C : \{x_1 \neq y_1\}, N : \{y_2 = 7\},\}$ sup=3.0 conf=0.75
$I_{35} = \{C : \{x_1 \neq y_1\}, N : \{y_2 > 3\},\}$ sup=2.0 conf=0.666666666667
$I_{36} = \{C : \{x_1 \neq y_1\}, P : \{x_2 < 7\},\}$ sup=2.0 conf=0.666666666667
$I_{74} = \{C : \{x_2 \neq y_2\}, P : \{x_1 = b\},\}$ sup=3.0 conf=0.75
$I_{75} = \{C : \{x_2 \neq y_2\}, N : \{y_1 = a\},\}$ sup=3.0 conf=0.75
$I_{79} = \{P : \{x_2 = 3\}, N : \{y_2 = 7\},\}$ sup=3.0 conf=0.75
$I_{83} = \{P : \{x_2 = 3\}, C : \{x_2, y_2 < 9\},\}$ sup=3.0 conf=0.75
$I_{86} = \{P : \{x_2 = 3\}, C : \{x_1 = y_1\},\}$ sup=2.0 conf=1.0
$I_{87} = \{P : \{x_2 = 3\}, C : \{x_1, y_1 = a\},\}$ sup=2.0 conf=1.0
$I_{89} = \{N : \{y_2 = 7\}, P : \{x_2 < y_2\},\}$ sup=3.0 conf=0.75
$I_{90} = \{N : \{y_2 = 7\}, N : \{y_2 > 3\},\}$ sup=3.0 conf=0.75
$I_{91} = \{N : \{y_2 = 7\}, P : \{x_2 < 7\},\}$ sup=3.0 conf=0.75
$I_{92} = \{N : \{y_2 = 7\}, C : \{x_2, y_2 < 9\},\}$ sup=3.0 conf=0.75
$I_{93} = \{N : \{y_2 = 7\}, P : \{x_1 = b\},\}$ sup=2.0 conf=1.0
$I_{94} = \{N : \{y_2 = 7\}, N : \{y_1 = a\},\}$ sup=2.0 conf=1.0
$I_{100} = \{P : \{x_2 < y_2\}, C : \{x_2, y_2 < 9\},\}$ sup=3.0 conf=0.75
$I_{103} = \{P : \{x_2 < y_2\}, C : \{x_1 = y_1\},\}$ sup=2.0 conf=1.0
$I_{104} = \{P : \{x_2 < y_2\}, C : \{x_1, y_1 = a\},\}$ sup=2.0 conf=1.0
$I_{107} = \{N : \{y_2 > 3\}, C : \{x_2, y_2 < 9\},\}$ sup=3.0 conf=0.75

$I_{110} = \{N : \{y_2 > 3\}, C : \{x_1 = y_1\}, \}$ sup=2.0 conf=1.0
$I_{111} = \{N : \{y_2 > 3\}, C : \{x_1, y_1 = a\}, \}$ sup=2.0 conf=1.0
$I_{113} = \{P : \{x_2 < 7\}, C : \{x_2, y_2 < 9\}, \}$ sup=3.0 conf=0.75
$I_{116} = \{P : \{x_2 < 7\}, C : \{x_1 = y_1\}, \}$ sup=2.0 conf=1.0
$I_{117} = \{P : \{x_2 < 7\}, C : \{x_1, y_1 = a\}, \}$ sup=2.0 conf=1.0
$I_{127} = \{P : \{x_1 = b\}, P : \{x_2 > y_2\}, \}$ sup=2.0 conf=0.666666666667
$I_{130} = \{N : \{y_1 = a\}, P : \{x_2 > y_2\}, \}$ sup=2.0 conf=0.666666666667

Itemsets interressants minimaux de taille 3 ++++++++++++++++++++++++

$I_{151} = \{C : \{x_1 \neq y_1\}, N : \{y_2 = 7\}, P : \{x_2 < y_2\}, \}$ sup=2.0 conf=0.666666666667
$I_{154} = \{C : \{x_2, y_2 < 9\}, C : \{x_1 \neq y_1\}, N : \{y_2 = 7\}, \}$ sup=2.0 conf=0.666666666667
$I_{160} = \{C : \{x_2, y_2 < 9\}, C : \{x_1 \neq y_1\}, P : \{x_2 < y_2\}, \}$ sup=2.0 conf=0.666666666667
$I_{197} = \{C : \{x_2, y_2 < 9\}, C : \{x_2 \neq y_2\}, P : \{x_1 = b\}, \}$ sup=2.0 conf=0.666666666667
$I_{198} = \{C : \{x_2, y_2 < 9\}, C : \{x_2 \neq y_2\}, N : \{y_1 = a\}, \}$ sup=2.0 conf=0.666666666667

Pas d'itemsets interressant minimaux de taille 4