——————EJERCICIO 7—————— PRIMER~SISTEMA

(% i1) x0:[0,0, 0];

(x0) $$[0,0,0]$$

(% i2) A1:matrix([4 ,1, 1],[2, -9, 0],[0, -8, -6]);

(A1) $$\begin{pmatrix}4 & 1 & 1\\ 2 & -9 & 0\\ 0 & -8 & -6\end{pmatrix}$$

(% i3) x:matrix([1], [1], [1]);

(x) $$\begin{pmatrix}1\\ 1\\ 1\end{pmatrix}$$

(% i4) b1:A1.x;

(b1) $$\begin{pmatrix}6\\ -7\\ -14\end{pmatrix}$$

(% i5) n:matrix_size(A1)[1];

(n) $$3$$

(% i6) D:ident(n);

(D) $$\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

(% i14) E: genmatrix(lambda([i,j], 0), n, n);

(E) $$\begin{pmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$$

(% i15) F: genmatrix(lambda([i,j], 0), n, n);

(F) $$\begin{pmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$$

(% i16) for i:1 thru n do D[i,i]:A1[i,i];

(% o16) *done*

(% i17) for i:1 thru n-1 do (for j: i+1 thru n do F[i, j]:-A1[i,j]);

(% o17) *done*

(% i18) for i:2 thru n do (for j:1 thru i-1 do E[i, j]:-A1[i,j]);

(% o18) *done*

- Jacobi

(% i19) M:D;

(M) $$\begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & -9 & 0 \\ 0 & 0 & -6 \end{pmatrix}$$

(% i20) N:E+F;

(N) $$\begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 \\ -2 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 \end{pmatrix}$$

(% i21) B:invert(M).N;

(B) $$\begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ \frac{2}{9} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{4}{3} & 0 \end{pmatrix}$$

(% i22) anterior:x0;

(anterior) $[0, 0, 0]$

(% i23) x:makelist(0, i, 1, n);

(x) $[0, 0, 0]$

(% i24) for i:1 thru 4 do (aux:x, for j:1 thru n do x[j]:1/A1[j, j]*(b1[j, 1]-sum(A1[j, k]*anterior[k],k, 1,n) + A1[j, j]*anterior[j]), anterior:aux);

(% o24) *done*

(% i25) float(x);

(% o25) $[0.9999047401310776, 0.9999788311402394, 1.000028225146347]$

- Gauss-Seidel

(% i26) M:D-E;

(M) $$\begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 2 & -9 & 0 \\ 0 & -8 & -6 \end{pmatrix}$$

(% i27) N:F;

(N) $$\begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(% i28) B:invert(M).N;

(B) $$\begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ 0 & -\frac{1}{18} & -\frac{1}{18} \\ 0 & \frac{2}{27} & \frac{2}{27} \end{pmatrix}$$

(% i29) x:makelist(0, i, 1, n);

(x) $[0, 0, 0]$

(% i30) anterior:x0;

(anterior) $[0, 0, 0]$

(% i31) for i:1 thru 4 do (aux:x, for j:1 thru n do x[j]:1/A1[j, j]*(b1[j, 1]-sum(A1[j, k]*x[k], k, 1, j-1) - sum(A1[j, k]*anterior[k], k, j+1, n)), anterior:aux);

(% o31) *done*

(% i32) float(x);

(% o32) $[1.000003175328964, 1.000000705628658, 0.9999990591617884]$

Como podemos ver, la solución proporcionada por el método de Gauss-Seidel, es más acertada que la del método deJacobi. Esto se debe a que el radio espectral de la matriz asociada al método de Jacobi, aunque es menor que 1, es másgrande que el de la matriz asociada al método de Gauss-Seidel. SEGUNDO~SISTEMA

(% i35) A2:matrix([7 ,6, 9],[4, 5, -4],[-7, -3, 8]);

(A2) $$\begin{pmatrix} 7 & 6 & 9 \\ 4 & 5 & -4 \\ -7 & -3 & 8 \end{pmatrix}$$

(% i36) x:matrix([1], [1], [1]);

(x) $$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

(% i38) b2:A2.x;

(b2) $$\begin{pmatrix} 22 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix}$$

(% i39) D:ident(n);

(D) $$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(% i40) E: genmatrix(lambda([i,j], 0), n, n);

(E) $$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(% i41) F: genmatrix(lambda([i,j], 0), n, n);

(F) $$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(% i42) for i:1 thru n do D[i,i]:A2[i,i];

(% o42) *done*

(% i43) for i:1 thru n-1 do (for j: i+1 thru n do F[i, j]:-A2[i,j]);

(% o43) *done*

(% i44) for i:2 thru n do (for j:1 thru i-1 do E[i, j]:-A2[i,j]);

(% o44) $done$

- Jacobi

(% i45) M:D;

(M) $$\begin{pmatrix} 7 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 8 \end{pmatrix}$$

(% i46) N:E+F;

(N) $$\begin{pmatrix} 0 & -6 & -9 \\ -4 & 0 & 4 \\ 7 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

(% i47) B:invert(M).N;

(B) $$\begin{pmatrix} 0 & -\frac{6}{7} & -\frac{9}{7} \\ -\frac{4}{5} & 0 & \frac{4}{5} \\ \frac{7}{8} & \frac{3}{8} & 0 \end{pmatrix}$$

(% i61) x:makelist(0, i, 1, n);

(x) $[0, 0, 0]$

(% i62) anterior:x0;

(anterior) $[0, 0, 0]$

(% i63) for i:1 thru 6 do (aux:x, for j:1 thru n do x[j]:1/A2[j, j]*(b2[j, 1]-sum(A2[j, k]*anterior[k],k, 1,n) + A2[j, j]*anterior[j]), anterior:aux);

(% o63) $done$

(% i64) float(x);

(% o64) $[1.168181204056763, 0.4185620571041827, 0.929119324963737]$

- Gauss-Seidel

(% i65) M:D-E;

(M) $$\begin{pmatrix}7 & 0 & 0\\ 4 & 5 & 0\\ -7 & -3 & 8\end{pmatrix}$$

(% i66) N:F;

(N) $$\begin{pmatrix}0 & -6 & -9\\ 0 & 0 & 4\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$$

(% i67) B:invert(M).N;

(B) $$\begin{pmatrix}0 & -\frac{6}{7} & -\frac{9}{7}\\ 0 & \frac{24}{35} & \frac{64}{35}\\ 0 & -\frac{69}{140} & -\frac{123}{280}\end{pmatrix}$$

(% i68) x:makelist(0, i, 1, n);

(x) $$[0, 0, 0]$$

(% i69) anterior:x0;

(anterior) $$[0, 0, 0]$$

(% i70) for i:1 thru 6 do (aux:x, for j:1 thru n do x[j]:1/A2[j, j]*(b2[j, 1]-sum(A2[j, k]*x[k], k, 1, j-1) - sum(A2[j, k]*anterior[k], k, j+1, n)), anterior:aux);

(% o70) *done*

(% i71) float(x);

(% o71) $$[1.604310877645299, 0.5714857110100808, 1.368079159568417]$$

Análogamente al ejemplo anterior, vemos que la estimación de la solución mediante el método de Jacobi, aún siendomala, es mejor que la obtenida mediante el método de Gauss-Seidel. Igual que en el primer sistema, esto se debe a queel radio espectral de la matriz asociada al método de Jacobi es menor que el de la matriz asociada al método deGauss-Seidel.