——————————————————————EJERCICIO~4———————————————— ——————————— Polinomio de interpolación mediante las fórmulas de Lagrange

(% i1) nodos:makelist(float(0.7*cos((2*i +1)*%pi/14)+2.3), i, 0, 6);

(nodos)
$$[2.982449538527276, 2.847282037727621, 2.60371861738229, 2.3, 1.996281382617709, 1.752717962272379, 1.617550461472723]$$

(% i2) f(x):=sqrt(abs(x-2));

(% o2)
$$\mathrm{f}(x) := \sqrt{|x-2|}$$

(% i3) imagenes:makelist(f(nodos[i]), i, 1, 7);

(imagenes)
$$[0.9911859253072939, 0.9204792435072183, 0.7769933187500974, 0.547722557505166, 0.06098046721935422, 0.4972746099768427, 0.6184250468143062]$$

(% i4) l(i,x):=product((x-nodos[j])/(nodos[i]-nodos[j]),j,1,i-1)*product((x-nodos[j])/(nodos[i]-nodos[j]),j,i+1,7);

(% o4)
$$\mathrm{l}(i,x) := \prod_{j=1}^{i-1} \frac{x - nodos_j}{nodos_i - nodos_j} \prod_{j=i+1}^{7} \frac{x - nodos_j}{nodos_i - nodos_j}$$

(% i5) p(x):=sum(imagenes[i]*l(i, x), i, 1, 7);

(% o5)
$$\mathrm{p}(x) := \sum_{i=1}^{7} imagenes_i \, \mathrm{l}(i,x)$$

(% i6) expand(p(x));

(% o6)
$$-24.75292799807803x^6+349.9934972799469x^5-2041.754186135891x^4+6285.746443881553x^3 -10762.69525253004x^2 + 9711.293214095564x - 3605.252707524357$$

Polinomio de interpolación mediante las fórmulas de Newton

(% i7) w(i, x):= if i=1 then 1 else product(x-nodos[j], j, 1, i-1);

(% o7)
$$\mathrm{w}(i,x) := \text{if } i = 1 \text{ then } 1 \text{ else } \prod_{j=1}^{i-1} x - nodos_j$$

(% i8) difer: genmatrix(lambda([i,j], 0), 7, 7);

(difer) $$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(% i9) for i:1 thru 7 do difer[i, 1]:float(imagenes[i]);

(% o9) *done*

(% i10) for i:2 thru 7 do (for j:i thru 7 do difer[j, i]: (difer[j, i-1] - difer[j-1, i-1])/(nodos[j]-nodos[j-i+1]));

(% o10) *done*

(% i12) q(x):=sum(imagenes[i]*w(i, x), i, 1, 7);

(% o12) $$\mathrm{q}(x) := \sum_{i=1}^{7} \mathit{imagenes}_i\, \mathrm{w}(i, x)$$

(% i13) expand(p(x));

(% o13)

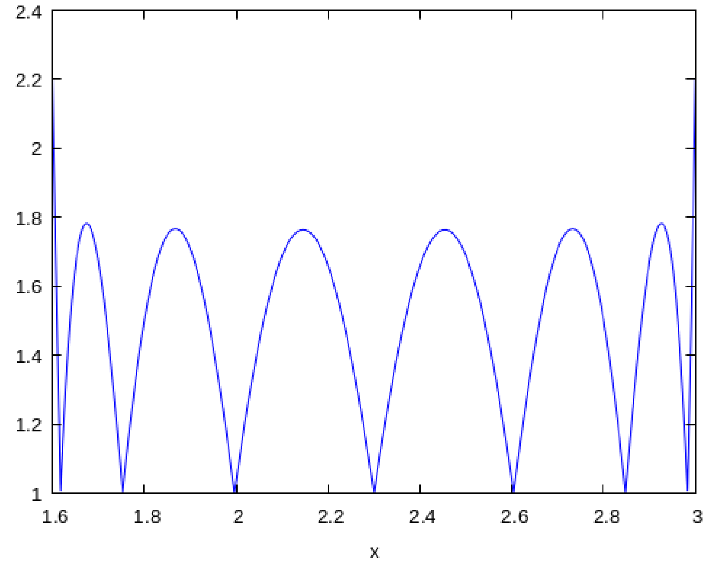
$$-24.75292799807803x^6+349.9934972799469x^5-2041.754186135891x^4+6285.746443881553x^3 -10762.69525253004x^2 + 9711.293214095564x - 3605.252707524357$$

Como podemos ver, ambos polinomios de interpolación son los mismos por ambos métodos. Para estudiar elcondicionamiento, vamos a graficar la función de Lebesgue

(% i14) lebesgue(x):=sum(abs(l(i, x)), i, 1, 7);

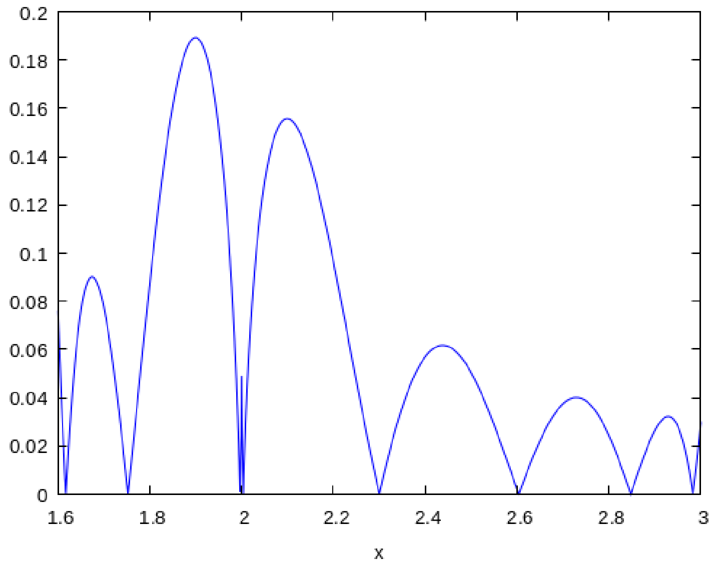
(% o14) $$\mathrm{lebesgue}(x) := \sum_{i=1}^{7} |\mathrm{l}(i, x)|$$

(% i15) wxplot2d([lebesgue(x)], [x,1.6,3])$
(% t15)



De aquí, podemos ver que la constante de Lebesgue es, aproximadamente, 2.2, de donde el condicionamiento esbastante bueno. Para estimar el error de interpolación, vamos a graficar la función error:

(% i16) wxplot2d([abs(f(x)-p(x))], [x,1.6,3])$
(% t16)



Vemos que, la norma infinito del error es, aproximadamente, 0.19, lo que nos dice que el error cometido es bajo.