beamer

Matematični izrazi in uporaba paketa

Matematičnih nalog ni treba reševati!

Fakulteta za matematiko in fiziko

Kratek pregled

Paket `beamer`

Paketa `amsmath` in `amsfonts`

Matematika, 1. del

Stolpci in slike

Paket `beamer` in tabele

Matematika, 2. del

Paket `beamer`

Posebnosti prosojnic

Za prosojnice je značilna uporaba okolja `frame`, s katerim definiramo posamezno prosojnico,

Posebnosti prosojnic

Za prosojnice je značilna uporaba okolja `frame`, s katerim definiramo posamezno prosojnico, postopno odkrivanje prosojnic,

Posebnosti prosojnic

Za prosojnice je značilna uporaba okolja `frame`, s katerim definiramo posamezno prosojnico, postopno odkrivanje prosojnic, ter nekateri drugi ukazi, ki jih najdemo v paketu `beamer`.

Posebnosti prosojnic

Za prosojnice je značilna uporaba okolja `frame`, s katerim definiramo posamezno prosojnico, postopno odkrivanje prosojnic, ter nekateri drugi ukazi, ki jih najdemo v paketu `beamer`.

Primer

Verjetno ste že opazili, da za naslovno prosojnico niste uporabili ukaza `maketitle`, ampak ukaz `titlepage`.

Poudarjeni bloki

Opomba

Okolja za poudarjene bloke so `block`, `exampleblock` in `alertblock`.

Pozor

Začetek poudarjenega bloka (ukaz `begin`) vedno sprejme dva parametra: okolje in naslov bloka. Drugi parameter (za naslov) je lahko prazen.

Tudi v predstavitvah lahko pišemo izreke in dokaze

Izrek

Praštevil je neskončno mnogo.

Dokaz.

Denimo, da je praštevil končno mnogo.

- Naj bo p največje praštevilo.

Tudi v predstavitvah lahko pišemo izreke in dokaze

Izrek

Praštevil je neskončno mnogo.

Dokaz.

Denimo, da je praštevil končno mnogo.

- Naj bo p največje praštevilo.
- Naj bo q produkt števil $1, 2, \ldots, p$.

Tudi v predstavitvah lahko pišemo izreke in dokaze

Izrek

Praštevil je neskončno mnogo.

Dokaz.

Denimo, da je praštevil končno mnogo.

- Naj bo p največje praštevilo.
- Naj bo q produkt števil 1, 2, …, p.
- Število $q + 1$ ni deljivo z nobenim praštevilom, torej je $q + 1$ praštevilo.

Tudi v predstavitvah lahko pišemo izreke in dokaze

Izrek

Praštevil je neskončno mnogo.

Dokaz.

Denimo, da je praštevil končno mnogo.

- Naj bo p največje praštevilo.
- Naj bo q produkt števil 1, 2, . . . , p.
- Število $q + 1$ ni deljivo z nobenim praštevilom, torej je $q + 1$ praštevilo.
- To je protislovje, saj je $q + 1 > p$. $\square$

Paketa `amsmath` in `amsfonts`

Matrike

Izračunajte determinanto

$$\begin{vmatrix} -1 & 4 & 4 & -2 \\ 1 & 4 & 5 & -1 \\ 1 & 4 & -2 & 2 \\ 3 & 8 & 4 & 3 \end{vmatrix}$$

V pomoč naj vam bo Overleaf dokumentacija o matrikah:

▸ Matrices

Okolje `align` in `align*`

Dokaži *binomsko formulo*: za vsaki realni števili a in b in za vsako naravno število n velja

$$(a+b)^n = \dots$$

$$= \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$$

Okolje `align` in `align*`

Dokaži *binomsko formulo*: za vsaki realni števili a in b in za vsako naravno število n velja

$$(a+b)^n = (a+b)(a+b)\dots(a+b)$$

$$= \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$$

Okolje `align` in `align*`

Dokaži *binomsko formulo*: za vsaki realni števili a in b in za vsako naravno število n velja

$$\begin{aligned}
(a+b)^n &= (a+b)(a+b)\dots(a+b) \\
&= a^n + na^{n-1}b + \dots + \binom{n}{k} a^{n-k} b^k + \dots + nab^{n-1} + b^n \\
&= \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^{n-k} b^k
\end{aligned}$$

Še ena uporaba okolja `align*`

Nariši grafe funkcij:

$$
\begin{aligned}
y &= x^2 - 3|x| + 2 & y &= 3\sin(\pi + x) - 2 \\
y &= \log_2(x-2) + 3 & y &= 2\sqrt{x^2+15} + 6 \\
y &= 2^{x-3} + 1 & y &= \cos(x-3) + \sin^2(x+1)
\end{aligned}
$$

Okolje `multline`

Poišči vse rešitve enačbe

$$
\begin{multline}
(1 + x + x^2) \cdot (1 + x + x^2 + x^3 + \ldots + x^9 + x^{10}) = \\
= (1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5 + x^6)^2.
\end{multline}
$$

Okolje cases

Dana je funkcija

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{3x^2y-y^3}{x^2+y^2}; & (x,y) \neq (0,0), \\ a; & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

- Določi a, tako da izračunaš limito $\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x)$.
- Izračunaj parcialna odvoda $f_x(x,y)$ in $f_y(x,y)$.

Matematika, 1. del

Analiza, logika, množice

1. Poišči preneksno obliko formule
   $\exists x : P(x) \wedge \forall x : Q(x) \Rightarrow \forall x : R(x)$.
2. Definiramo množici $A = [2, 5]$ in $B = \{0, 1, 2, 3, 4 \ldots\}$. V ravnino nariši:
   2.1 $A \cap B \times \emptyset$
   2.2 $(A \cup B) \times \mathbb{R}$
3. Dokaži:
   - $(A \Rightarrow B) \sim (\neg B \Rightarrow \neg A)$
   - $\neg(A \vee B) \sim \neg A \wedge \neg B$

Analiza

1. Pokaži, da je funkcija $x \mapsto \sqrt{x}$ enakomerno zvezna na $[0, \infty)$.
2. Katero krivuljo določa sledeč parametričen zapis?

$$x(t) = a \cos t, \quad y(t) = b \sin t, \quad t \in [0, 2\pi]$$

3. Pokaži, da ima $f(x) = 3x + \sin(2x)$ inverzno funkcijo in izračunaj $f^(-1)'(3\Pi)$.
4. Izračunaj integral ?? $\displaystyle\int \frac{2 + \sqrt{x+1}}{(x+1)^2 - \sqrt{x+1}}\, dx$
5. Naj bo g zvezna funkcija. Ali posplošeni integral $\int_0^1 \frac{g(x)}{x^2}$ konvergira ali divergira? Utemelji.

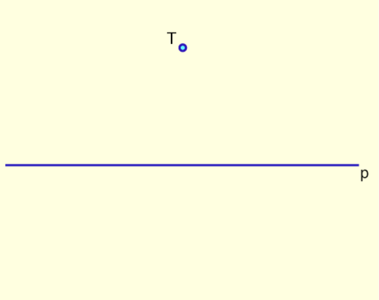
1. Naj bo z kompleksno število, $z \neq 1$ in $|z| = 1$. Dokaži, da je število $i\,\frac{z+1}{z-1}$ realno.
2. Poenostavi izraz:

$$\frac{\dfrac{3+i}{2-2i} + \dfrac{7i}{1-i}}{1 + \dfrac{i-1}{4} - \dfrac{5}{2-3i}}$$

Stolpci in slike

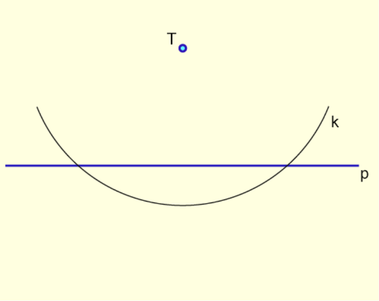
Konstrukcija pravokotnice na premico p skozi točko T

- Dani sta premica p in točka T.



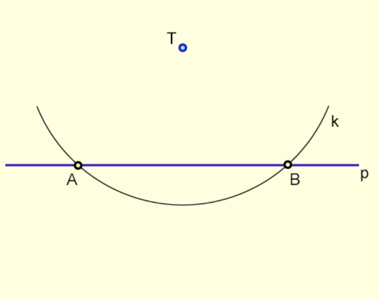
Konstrukcija pravokotnice na premico p skozi točko T

- Dani sta premica p in točka T.
- Nariši lok k s središčem v T.



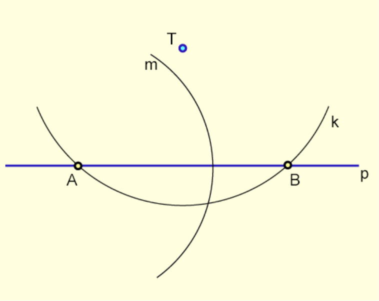
Konstrukcija pravokotnice na premico p skozi točko T

- Dani sta premica p in točka T.
- Nariši lok k s središčem v T.
- Premico p seče v točkah A in B.



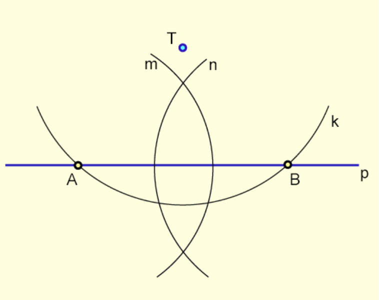
Konstrukcija pravokotnice na premico p skozi točko T

- Dani sta premica p in točka T.
- Nariši lok k s središčem v T.
- Premico p seče v točkah A in B.
- Nariši lok m s središčem v A.



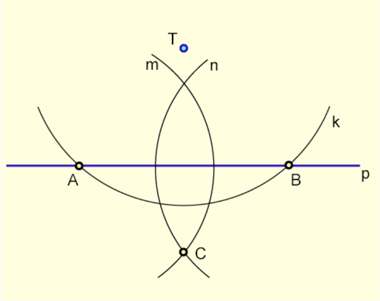
Konstrukcija pravokotnice na premico p skozi točko T

- Dani sta premica p in točka T.
- Nariši lok k s središčem v T.
- Premico p seče v točkah A in B.
- Nariši lok m s središčem v A.
- Nariši lok n s središčem v B in z enakim polmerom.



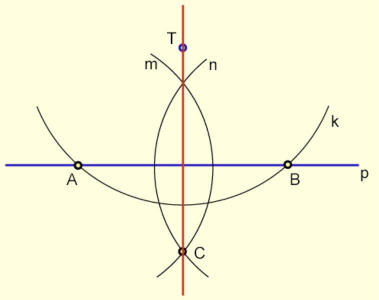
Konstrukcija pravokotnice na premico p skozi točko T

- Dani sta premica p in točka T.
- Nariši lok k s središčem v T.
- Premico p seče v točkah A in B.
- Nariši lok m s središčem v A.
- Nariši lok n s središčem v B in z enakim polmerom.
- Loka se sečeta v točki C.



Konstrukcija pravokotnice na premico p skozi točko T

- Dani sta premica p in točka T.
- Nariši lok k s središčem v T.
- Premico p seče v točkah A in B.
- Nariši lok m s središčem v A.
- Nariši lok n s središčem v B in z enakim polmerom.
- Loka se sečeta v točki C.
- Premica skozi točki T in C je pravokotna na p.

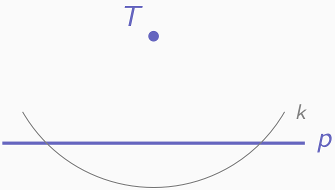


Konstrukcija pravokotnice na premico p skozi točko T

- Dani sta premica p in točka T.

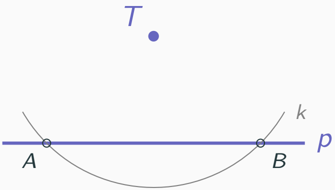
Konstrukcija pravokotnice na premico p skozi točko T

- Dani sta premica p in točka T.
- Nariši lok k s središčem v T.



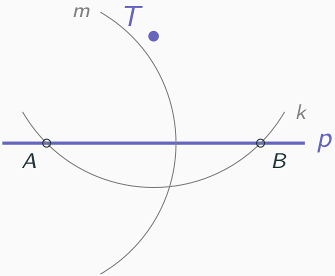
Konstrukcija pravokotnice na premico p skozi točko T

- Dani sta premica p in točka T.
- Nariši lok k s središčem v T.
- Premico p seče v točkah A in B.



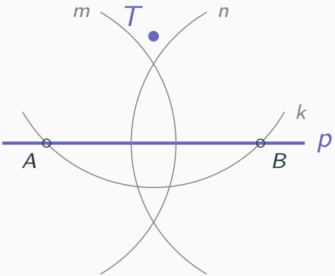
Konstrukcija pravokotnice na premico p skozi točko T

- Dani sta premica p in točka T.
- Nariši lok k s središčem v T.
- Premico p seče v točkah A in B.
- Nariši lok m s središčem v A.



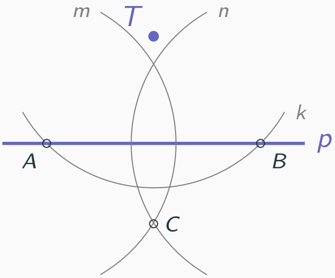
Konstrukcija pravokotnice na premico p skozi točko T

- Dani sta premica p in točka T.
- Nariši lok k s središčem v T.
- Premico p seče v točkah A in B.
- Nariši lok m s središčem v A.
- Nariši lok n s središčem v B in z enakim polmerom.



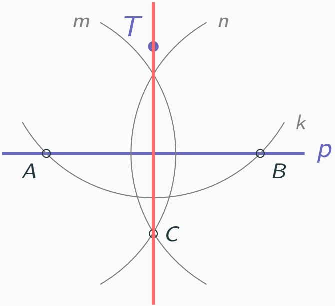
Konstrukcija pravokotnice na premico p skozi točko T

- Dani sta premica p in točka T.
- Nariši lok k s središčem v T.
- Premico p seče v točkah A in B.
- Nariši lok m s središčem v A.
- Nariši lok n s središčem v B in z enakim polmerom.
- Loka se sečeta v točki C.

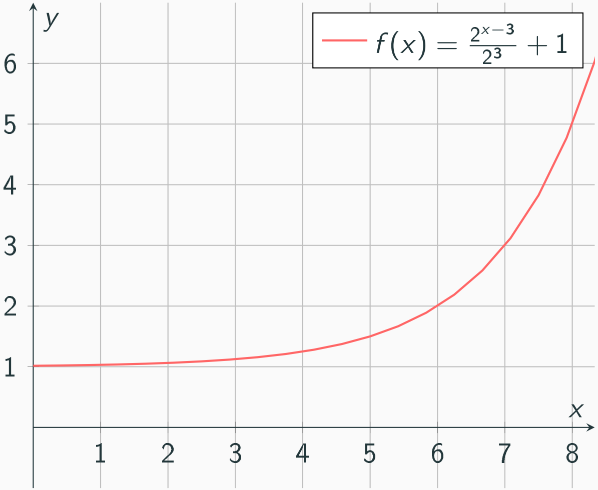


Konstrukcija pravokotnice na premico p skozi točko T

- Dani sta premica p in točka T.
- Nariši lok k s središčem v T.
- Premico p seče v točkah A in B.
- Nariši lok m s središčem v A.
- Nariši lok n s središčem v B in z enakim polmerom.
- Loka se sečeta v točki C.
- Premica skozi točki T in C je pravokotna na p.



Graf funkcije s TikZ



Paket `beamer` in tabele

Odkrivanje tabele po vrsticah

Včasih pride prav, da tabelo odkrivamo postopoma po vrsticah.

Oznaka	A	B	C	D

Odkrivanje tabele po vrsticah

Včasih pride prav, da tabelo odkrivamo postopoma po vrsticah.

Oznaka	A	B	C	D
X	1	2	3	4

Odkrivanje tabele po vrsticah

Včasih pride prav, da tabelo odkrivamo postopoma po vrsticah.

Oznaka	A	B	C	D
X	1	2	3	4
Y	3	4	5	6

Odkrivanje tabele po vrsticah

Včasih pride prav, da tabelo odkrivamo postopoma po vrsticah.

Oznaka	A	B	C	D
X	1	2	3	4
Y	3	4	5	6
Z	5	6	7	8

Odkrivanje tabele po stolpcih

Tabelo lahko odkrivamo tudi po stolpcih, čeprav ni najlažje.

Oznaka	
X	
Y	
Z	

Odkrivanje tabele po stolpcih

Tabelo lahko odkrivamo tudi po stolpcih, čeprav ni najlažje.

Oznaka	A
X	1
Y	3
Z	5

Odkrivanje tabele po stolpcih

Tabelo lahko odkrivamo tudi po stolpcih, čeprav ni najlažje.

Oznaka	A	B
X	1	2
Y	3	4
Z	5	6

Odkrivanje tabele po stolpcih

Tabelo lahko odkrivamo tudi po stolpcih, čeprav ni najlažje.

Oznaka	A	B	C
X	1	2	3
Y	3	4	5
Z	5	6	7

Odkrivanje tabele po stolpcih

Tabelo lahko odkrivamo tudi po stolpcih, čeprav ni najlažje.

Oznaka	A	B	C	D
X	1	2	3	4
Y	3	4	5	6
Z	5	6	7	8

Matematika, 2. del

Zaporedja, algebra, grupe

1. Naj bo $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ absolutno konvergentna vrsta in $a_n \neq -1$. Dokaži, da je tudi vrsta $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{1+a_n}$ absolutno konvergentna.
2. Izračunaj limito

$$\lim_{x \longrightarrow \infty} (sin\sqrt{x+1} - sin\sqrt{x})$$

3. Za dani zaporedji preveri, ali sta konvergentni.

$$a_n = \underbrace{\sqrt{2+\sqrt{2+\cdots+\sqrt{2}}}}_{n \text{ korenov}} \qquad b_n = \underbrace{\sin(\sin(\ldots(\sin 1)\ldots))}_{n \text{ sinusov}}$$

Algebra

1. Vektorja $\vec{c} = \vec{a} + 2\vec{b}$ in $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$ sta pravokotna in imata dolžino 1. Določi kot med vektorjema $\vec{a}$ in $\vec{b}$.
2. Izračunaj $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 2 & 6 & 3 & 1 \end{pmatrix}^{(} - 2000)$

Velika determinanta

Izračunaj naslednjo determinanto $2n \times 2n$, ki ima na neoznačenih mestih ničle.

$$
\begin{bmatrix}
1 & 2 & \cdots & n-1 & n & n+1 & n+2 & \cdots & 2n \\
2 & 2 & \cdots & n-1 & n & n+1 & n+1 & \cdots & 2n \\
\vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
n-1 & n-1 & \cdots & n-1 & n & n+1 & n+2 & \cdots & 2n \\
1 & 2 & \cdots & n-1 & n+1 & n+2 & \cdots & 2n & \\
\vdots & \vdots & \cdots & \vdots & n+2 & \vdots & \ddots & \vdots & 2n \\
2n & 2n & \cdots & 2n & 2n & 2n & \cdots & 2n & 2n
\end{bmatrix}
$$

Naj bo

$$G = \{z \in \mathbb{C}; z = 2^k(\cos(m\pi\sqrt{2}) + i\sin(m\pi\sqrt{2})), k, m \in \mathbb{Z}\}$$
$$H = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x, y \in \mathbb{Z}\}$$

1. Pokaži, da je G podgrupa v grupi $(\mathbb{C}\backslash\{0\}, \cdot)$ neničelnih kompleksnih števil za običajno množenje.
2. Pokaži, da je H podgrupa v aditivni grupi $(\mathbb{R}^2, +)$ ravninskih vektorjev za običajno seštevanje po komponentah.
3. Pokaži, da je preslikava $f : H \to G$, podana s pravilom

$$(x, y) \mapsto 2^x(\cos(y\pi\sqrt{2}) + i\sin(y\pi\sqrt{2}))$$

izomorfizem grup G in H.