Informe del proyecto de Eventos Discretos

Armando Tomás Alfonso Olivera C-511

Diciembre 1, 2020

1. Problema: La cocina de Kojo

La cocina de Kojo es uno de los puestos de comida rápida en un centro comercial. El centro comercial está abierto entre las 10:00 am y las 9:00 pm cada día. En este lugar se sirven dos tipos de productos: sandwiches y sushi. Para los objetivos de este proyecto se asumirá que existen solo dos tipos de consumidores: unos consumen solo sandwiches y los otros consumen solo productos de la gama del sushi. En Kojo hay dos períodos de hora pico durante un día de trabajo; uno entre las 11:30 am y la 1:30 pm, y el otro entre las 5:00 pm y las 7:00 pm. El intervalo de tiempo entre el arribo de un consumidor y el de otro no es homogéneo pero, por conveniencia, se asumirá que es homogéneo. El intervalo de tiempo de los segmentos homogéneos, distribuye de forma exponencial.

Actualmente dos empleados trabajan todo el día preparando sandwiches y sushi para los consumidores. El tiempo de preparación depende del producto en cuestión. Estos distribuyen de forma uniforme, en un rango de 3 a 5 minutos para la preparación de sandwiches y entre 5 y 8 minutos para la preparación de sushi.

El administrador de Kojo está muy feliz con el negocio, pero ha estado recibiendo quejas de los consumidores por la demora de sus peticiones. El está interesado en explorar algunas opciones de distribución del personal para reducir el número de quejas. Su interés está centrado en comparar la situación actual con una opción alternativa donde se emplea un tercer empleado durante los períodos más ocupados. La medida del desempeño de estas opciones estará dada por el porciento de consumidores que espera más de 5 minutos por un servicio durante el curso de un día de trabajo.

Se desea obtener el porciento de consumidores que esperan más de 5 minutos cuando solo dos empleados están trabajando y este mismo dato agregando un empleado en las horas pico.

2. Principales ideas seguidas para la solución del problema

Para resolver el problema se tuvieron en cuenta varias consideraciones:

- Los intervalos de tiempo generados para las llegadas de los clientes se asumieron con distribución exponencial y parámetros homogéneos.
- Para la frecuencia regular de los clientes se usó un parámetro λ_1, mientras que para la frecuencia en horarios picos se usó un parámetro λ_2.
- La simulación se termina cuando se supera el tiempo de cierre del restaurante y los clientes que estaban siendo atendidos abandonan el local con su comida.
- Para generar una orden de un cliente se utilizó una variable aleatoria de Bernoulli $X = Ber(\frac{1}{2})$. Si se genera $X = 0$ se realiza una orden de sandwich, mientras que si sale $X = 1$ se ejecuta una orden de sushi.

El modelo diseñado se basó en un sistema de atención de clientes en paralelo para modelar el comportamiento de los empleados de forma simultánea y sacar provecho de este sistema en el ahorro de tiempo para los pedidos. Para determinar el resultado final se lleva registro de cuando llega cada cliente al sistema y cuando es atendido su pedido. Los clientes que llegan son introducidos en una cola. Si en el arribo de un cliente, la cola está vacía y existe algún empleado desocupado, se pasa a atender dicho cliente. Por otro lado, cuando un empleado termina una orden, el siguiente cliente en la cola pasa a ser atendido si el empleado está disponible en ese horario. Es necesario comprobar la disponibilidad del empleado porque puede existir el caso en que la simulación está siendo ejecutada con un tercer empleado de ayudante y en el momento en que este termina un pedido, puede no estar en horario pico.

3. Modelo basado en eventos discretos

Veamos las variables utilizadas en la simulación y los casos asociados a cada evento posible.

3.1 Variables

- t: Tiempo actual de la simulación.
- t_{n_a}: Tiempo del próximo arribo de un cliente al sistema.
- t_i: Tiempo de finalización del pedido que el cliente i está atendiendo. Normalmente i toma los valores $i = 1, 2$; en el caso de que la simulación incluya un tercer empleado para horarios picos $i = 1, 2, 3$.

- T: Tiempo final de la simulación.
- N_c: Número de clientes que han llegado al sistema.
- Q: Cola de clientes para ser atendidos.
- $A(i)$: Lista que contiene en la posición i el tiempo de llegada del cliente i-ésimo en llegar.
- $D(i)$: Lista que contiene en la posición i el tiempo en el que es atendido el cliente i-ésimo en llegar.
- SS: Es una lista de la forma (n, c_1, c_2, c_3) que representa el estado actual del sistema. El primer elemento n denota la cantidad de clientes cuyo pedido está siendo atendido. Mientras que los valores c_i contienen el índice del cliente siendo atendido por el empleado i.

3.2 Inicialización de variables y casos posibles

La solución diseñada sólo necesita abarcar dos tipos de eventos: La llegada de un cliente al sistema y el tiempo en que un empleado termina con un pedido. Según el estado del sistema cuando se disparen esos eventos se tienen distintos casos. Veamos:

Inicialización:

1. $t = N_c = 0$ (La variable contadora N_c se usa como identificador del cliente N_c-ésimo en llegar)
2. $T = 660$ (Este valor representa el tiempo total de minutos que está abierto el sistema).
3. $t_i = \infty \ \forall i$
4. $t_{n_a} = Exp(\lambda_1)$ (Donde $Exp(\lambda_1)$ genera un intervalo de arribo de un cliente con parámetro de frecuencia λ_1 correspondiente a la frecuencia de llegada de clientes en horarios regulares).
5. $SS = (0, 0, 0, 0)$ si la simulación incluye un tercer empleado, sino $SS = (0, 0, 0)$.

Caso 1: $t_{n_a} < T \wedge t_{n_a} = min(t_{n_a}, t_i) \ \forall_i$

1. $t = t_{n_a}$
2. $N_c + = 1$
3. $A(N_c) = t$

4. Si es horario pico:

   $t_{n_a} = t + Exp(\lambda_2)$ se genera un próximo tiempo de arribo con la frecuencia λ_2 para horario pico.

   (a) Si $SS = (n, c_1, c_2, c_3)$ $n < 3$ entonces $D(N_c) = t$ y se genera una orden para algún empleado i con $t_i = \infty$. Para generar la orden se genera primero $X = Ber(\frac{1}{2})$, si $X = 0$ se genera $Y = U(3, 5)$, si $X = 1$ se genera $Y = U(5, 8)$. Luego, se hace $t_i = t + Y$, $SS[0] = n + 1$, $SS[i] = N_c$.

   (b) Si $SS = (n, c_1, c_2)$ $n < 2$ entonces $D(N_c) = t$ y para algún empleado i con $t_i = \infty$, se genera $X = Ber(\frac{1}{2})$, si $X = 0$ se genera $Y = U(3, 5)$, si $X = 1$ se genera $Y = U(5, 8)$. Luego, $t_i = t + Y$, $SS[0] = n + 1$, $SS[i] = N_c$.

   (c) Sino, se agrega N_c a la cola Q como identificador del cliente.

5. Si no es horario pico:

   $t_{n_a} = t + Exp(\lambda_1)$ se genera un próximo tiempo de arribo con la frecuencia λ_1 para horario regular

   (a) Si $SS = (n, c_1, c_2, c_3)$ $n < 3$ y $\exists_i$ $i = 1, 2$ tal que $t_i = \infty$ entonces $D(N_c) = t$ y se genera $X = Ber(\frac{1}{2})$, si $X = 0$ se genera $Y = U(3, 5)$, si $X = 1$ se genera $Y = U(5, 8)$. Luego, $t_i = t + Y$, $SS[0] = n + 1$, $SS[i] = N_c$.

   (b) Si $SS = (n, c_1, c_2)$ $n < 2$ entonces $D(N_c) = t$ y para algún empleado i con $t_i = \infty$, se genera $X = Ber(\frac{1}{2})$, si $X = 0$ se genera $Y = U(3, 5)$, si $X = 1$ se genera $Y = U(5, 8)$. Luego, $t_i = t + Y$, $SS[0] = n + 1$, $SS[i] = N_c$.

   (c) Sino, se agrega N_c a la cola Q como identificador del cliente.

Caso 2: $t_i < T \wedge t_i = min(t_{n_a}, t_i)$ $\forall_i$

1. $t = t_i$, $t_i = \infty$

2. $SS[0] = n - 1$, $SS[i] = 0$

3. Si la cola Q no está vacía:

   (a) Si es horario pico:

      i. Si $SS = (n, c_1, c_2, c_3)$ $n < 3$ entonces para algún empleado i con $t_i = \infty$, se hace $C = Q.dequeue()$, $D[C] = t$ y se genera $X = Ber(\frac{1}{2})$, si $X = 0$ se genera $Y = U(3, 5)$, si $X = 1$ se genera $Y = U(5, 8)$. Luego, $t_i = t + Y$, $SS[0] = n + 1$, $SS[i] = C$.

ii. Si $SS = (n, c_1, c_2)$ $n < 2$ entonces para algún empleado i con $t_i = \infty$, se hace $C = Q.dequeue()$, $D[C] = t$ y se genera $X = Ber(\frac{1}{2})$, si $X = 0$ se genera $Y = U(3,5)$, si $X = 1$ se genera $Y = U(5,8)$. Luego, $t_i = t + Y$, $SS[0] = n + 1$, $SS[i] = C$.

(b) Si no es horario pico:

i. Si $SS = (n, c_1, c_2, c_3)$ $n < 3$ y $\exists_i$ $i = 1, 2$ tal que $t_i = \infty$, entonces se hace $C = Q.dequeue()$, $D[C] = t$ y se genera $X = Ber(\frac{1}{2})$, si $X = 0$ se genera $Y = U(3,5)$, si $X = 1$ se genera $Y = U(5,8)$. Luego, $t_i = t + Y$, $SS[0] = n + 1$, $SS[i] = C$.

ii. Si $SS = (n, c_1, c_2)$ $n < 2$ entonces para algún empleado i con $t_i = \infty$, se hace $C = Q.dequeue()$, $D[C] = t$ y se genera $X = Ber(\frac{1}{2})$, si $X = 0$ se genera $Y = U(3,5)$, si $X = 1$ se genera $Y = U(5,8)$. Luego, $t_i = t + Y$, $SS[0] = n + 1$, $SS[i] = C$.

Caso 3: $t_{n_a} > T \wedge t_{n_a} = min(t_{n_a}, t_i)$ $\forall_i$

1. $t = t_{n_a}$
2. Si $SS[0] = 0$ entonces terminar simulación.
3. Si $SS[0] > 0$ entonces hacer $t_{n_a} = \infty$ y continuar con los pedidos que están siendo ejecutados.

Caso 4: $t_i > T \wedge t_i = min(t_{n_a}, t_i)$ $\forall_i$

1. $t = t_i$, $t_i = \infty$
2. $SS[0] = n - 1$, $SS[i] = 0$
3. Si $SS[0] = 0$ entonces terminar la simulación.
4. Si $SS[0] > 0$ entonces continuar con los pedidos que están siendo ejecutados.

4. Resultados

La siguiente tabla muestra el resultado de ejecutar la simulación con distintos parámetros de frecuencia. Las columnas 3 y 4 muestran el porcentaje de clientes que tuvieron que esperar más de 5 minutos para ser atendidos. Cada porcentaje calculado representa el promedio en 50 simulaciones realizadas con los mismos parámetros para cada caso.

Table 1: Tabla de experimentos para distintos valores de λ_1 y λ_2.

λ_1 (Frecuencia regular)	λ_2 (Frecuencia en horas pico)	Sin ayudante	Con ayudante
0.5	1	98.28%	80.24%
0.333	0.5	95.48%	45.25%
0.25	0.333	41.38%	5.31%
0.2	0.25	15.26%	1.64%
0.125	0.2	6.73%	0.44%

En el primer caso, donde los clientes llegan cada 2 minutos en horario regular y cada 1 minuto en horario pico como promedio, se observa que la gran mayoría de los clientes demoran más de 5 minutos en el restaurante, lo que significa que salen insatisfechos. El apoyo de un tercer ayudante mejora significativamente el servicio, pero un 80% es un resultado insuficiente. Este resultado es evidente, ya que cada empleado demora como promedio más de 3 minutos en preparar comida, mientras que los clientes estarían llegando con mayor frecuencia y acumulándose en la cola.

Para el segundo caso, se muestra un resultado similar con dos empleados, sin embargo, con un ayudante en horarios picos se logra una eficiencia de 45%, lo cual es bastante aceptable y demuestra lo factible que puede ser optar por esta variante en el negocio.

El tercer caso, en el que arriban los clientes cada 4 minutos en horario regular y en horario pico cada 3 minutos como promedio, muestra un posible punto decisivo en los resultados, pues para frecuencias inferiores la eficiencia con sólo dos empleados es bastante buena. Esto significa que el dueño del restaurante puede tomar la decisión de no utilizar un tercer empleado si la afluencia de clientes a su negocio se corresponde con frecuencias inferiores a 4 minutos.