

Informe del proyecto de Lógica Difusa

Armando Tomás Alfonso Olivera C-511

Diciembre 1, 2020

1. Problema

Realizar la implementación de un Sistema de Inferencia Difusa. Para reducir la complejidad del sistema a implementar, el controlador ha de utilizar como mínimo funciones de pertenencia triangulares o trapezoidales. Del mismo modo, se deben implementar dos de los métodos de agregación (puede ser Mamdani, Larsen, Takagi-Sugeno-Kang o Tsukamoto) y todos los métodos de defuzzificación (Centroide, Bisección o cualquiera de las variantes de los Máximos).

2. Sistema propuesto

El sistema *fuzzy* consiste de tres etapas:

- Fuzzificación
- Inferencia
- Defuzzificación

2.1 Etapa de Fuzzificación

En la etapa de fuzzificación se calcula el grado de pertenencia ($\mu(x)$) que tienen las entradas abruptas a las funciones de pertenencia de sus respectivas variables lingüísticas. Para los conjuntos fuzzy se emplearon funciones triangulares y trapezoidales. El resultado de esta etapa son conocidos como entradas fuzzy que se usarán en la siguiente etapa.

2.2 Etapa de Inferencia

Para la segunda etapa, el controlador toma las entradas fuzzy e infiere las acciones difusas de control de las variables de salida (también conocidas como salidas fuzzy) utilizando un conjunto de reglas lingüísticas y un método de inferencia para evaluar dichas reglas. Los métodos de inferencia incorporados al controlador fueron Mamdani y *TSK* (Takagi-Sugeno-Kang).

2.3 Reglas de evaluación

Las reglas de evaluación tienen la siguiente forma:

IF antecedente 1 **AND** antecedente 2... **THEN** consecuente

Donde el antecedente es toda la parte izquierda de la regla que se usa para evaluar las variables de entradas y el consecuente determina las acciones de control para las variables de salida. Cada elemento en el antecedente es un predicado de la forma $x \text{ is } A$, donde x es una variable de entrada y A un conjunto fuzzy con determinada función de pertenencia. El controlador implementado también maneja los operadores **NOT** y **OR** entre predicados. Cabe destacar que en el sistema diseñado, para problemas que requieran múltiples variables de salida en una misma regla, se debe construir por cada salida, una regla con el mismo antecedente y el consecuente correspondiente a dicha salida. En cuanto a la forma del consecuente, para un sistema Mamdani se usan predicados igual a los del antecedente, mientras que en el sistema TSK, el consecuente es una función en las variables de entradas ($w = f(x, y)$), es decir, el valor de la variable salida se calcula directamente según los valores abruptos de las entradas.

2.3.1 Método de Mamdani

La inferencia de Mamdani toma las entradas fuzzy calculadas en la etapa de fuzzificación para hallar la fuerza del antecedente de cada regla. Si dos predicados están conectados por el operador **AND** se toma el mínimo ($\min(\mu(x), \mu(y))$), si están conectados por un **OR** se toma el máximo y si un predicado tiene el operador unario **NOT** delante, se toma el complemento ($1 - \mu(x)$). Luego de calcular la fuerza de cada regla evaluando su antecedente, se toman las reglas con mayor fuerza para cada consecuente o acción de salida y se construye una agregación con cada salida fuzzy. Para cada función de pertenencia de las variables de salida, habrá una salida fuzzy y para cada variable de salida, habrá una agregación de sus salidas fuzzy calculadas. En el caso de Mamdani, las salidas fuzzy son las funciones de pertenencia de cada consecuente, truncados por el valor calculado en su antecedente.

2.3.2 Método de TSK

El método TSK, a diferencia del método de Mamdani, no requiere de defuzzificación posterior, ya que en la inferencia no se determinan salidas fuzzy sino que se calculan los valores de cada variable de salida directamente mediante la siguiente fórmula:

$$w = \frac{\alpha_1 f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) + \alpha_2 f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) + \dots + \alpha_n f_n(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n}$$

Donde α_i es la fuerza del antecedente de la regla i que involucra a la variable de salida w , y f_i es la función en las variables de entrada que determinan el consecuente en la regla i para la variable w .

2.4 Defuzzificación

En esta última etapa, se calculan los valores abruptos de cada variable de salida a partir de las salidas fuzzy provenientes de la etapa anterior. Los defuzzificadores implementados fueron Centroide, Media de los Máximos y Bisección.

El método del Centroide devuelve la abscisa correspondiente al punto de centro de gravedad en el conjunto de agregación de las salida fuzzy. La defuzzificación por Bisección determina el punto donde se divide en dos partes iguales el área del conjunto de agregación. Por último, el método de Media de los Máximos genera una acción de control correspondiente al valor medio de los puntos donde las funciones de pertenencia alcanzan el máximo.

3. Detalles relevantes en la implementación

Además de los dos tipos de funciones de pertenencia incluidos (triangulares y trapezoidales), se incorporó un tercer tipo denominado **Aggregation**, que no es más que un conjunto de funciones triangulares y trapezoidales, cada una asociada a su respectivo valor de truncamiento. En el sistema Mamdani se determinan por cada una de las variables de salidas, las reglas de mayor fuerza para cada consecuente y se construye por cada variable de salida una agregación de sus funciones de pertenencia, donde cada función trae asociada la fuerza calculada en las reglas como valor de truncamiento. De esta forma se facilita el proceso posterior de defuzzificación, ya que la clase **Aggregation**, al ser una función de membresía también, contiene una función **membership** que devuelve para cada valor abrupto de la salida, el de mayor evaluación en las funciones de pertenencia en la agregación.

4. Planteamiento y solución de un problema mediante inferencia difusa

Para la validación del sistema implementado se propone la solución del siguiente problema:

Se desea conocer el tiempo de riego que se debe dar a los cultivos para que se aprovechen a su máxima capacidad dado la temperatura del aire y la humedad relativa de los suelos. La temperatura se divide en cinco términos lingüísticos distintos: congelado, frío, normal, tibio, caliente. Mientras que para la humedad del suelo los términos que se tienen son: seco, húmedo y mojado. Por otro lado, la variable de salida tiempo de riego se clasifica en corto, medio y prolongado. El objetivo es estimar el tiempo adecuado de regado de los suelos (en minutos) dados dos valores abruptos de las variables de entrada temperatura y humedad.

Las funciones de pertenencia para cada término lingüístico se encuentran en el archivo **example.py** del proyecto. A continuación se muestra la base de conocimiento utilizada para la construcción de las reglas de evaluación.

		Humedad del suelo		
		Seco	Húmedo	Mojado
Temperatura	Congelado	Prolongado	Corto	Corto
	Frío	Prolongado	Medio	Corto
	Normal	Prolongado	Medio	Corto
	Tibio	Prolongado	Medio	Corto
	Caliente	Prolongado	Medio	Corto

Figure 1: Base de conocimiento para las reglas.

La figura anterior muestra un conjunto de 15 posibles reglas. Por ejemplo, la primera celda representa la regla “**IF** temperatura es Congelado **AND** humedad es Seco **THEN** riego es Prolongado”.

5. Resultados

En esta sección se muestran los resultados de correr el sistema para varios valores de entradas con los diferentes defuzzificadores.

Como se puede apreciar en la segunda figura se han marcado los resultados obtenidos por zonas de interés. Primeramente, de forma general se puede notar que la variable de entrada que más influye en los resultados es la humedad. Para las entradas 1, 2 y 3, donde la humedad tiene un valor alto fijado y la temperatura va de 0 a 35, se obtienen salidas relativamente iguales, correspondientes a períodos cortos de riego. Esto evidencia el peso que tiene la humedad en los resultados y la poca influencia de la temperatura cuando se tienen suelos mojados.

De forma similar, las entradas 9 y 10, con valores de humedad seca y temperaturas de -5 y 35 grados, muestran resultados correspondientes a períodos prolongados de riego, resaltando la irrelevancia de la temperatura en los resultados cuando los suelos están secos.

Por otro lado, las entradas 4, 5, 6, y 7, muestran comportamientos diferenciadores en la salida. Nótese que las entradas 4 y 5 toman los mismos valores de temperatura, la humedad solo varía de 8 a 10, sin embargo, la

Entradas		
	Temperatura (°C)	Humedad (%)
1	35	30
2	17	30
3	0	35
4	20	8
5	20	10
6	40	10
7	-10	15
8	-10	10
9	-5	0
10	35	5

Figure 2: Entradas abruptas para las variables de temperatura y humedad.

diferencia en las salidas es de aproximadamente 10 minutos, incluso en el caso de la defuzzificación MOM la diferencia es de 34 minutos, lo cual es una diferencia significativa. Las entradas 5 y 6 evidencian nuevamente irrelevancia de la temperatura en los resultados, mientras que la entrada 7 produce períodos cortos de riego debido a las muy bajas temperaturas y principalmente, a que la humedad tiene un valor desambiguado (15 % en este caso), correspondiente a suelos húmedos.

Por último, analicemos que ocurrió en la prueba 8. Como se puede ver, los métodos de defuzzificación devolvieron resultados muy variados. Esto se debió a que las reglas que se dispararon para una humedad del 10% y temperatura congelada, poseen consecuentes contrastados. En la figura 1 se puede apreciar como las reglas que involucran temperaturas de congelación y suelos secos o húmedos, tienen consecuentes de riego prolongado y corto, respectivamente.

En resumen, se pudo apreciar en estos experimentos que la variable de humedad es más determinante para los resultados del sistema que la temperatura. También que existe un rango sensible de valores entre 6 y 12 de humedad relativa, que ofrece salidas muy diversas, sobre todo cuando la

Tiempo de riego (min)			
	Centroide	Bisección	MOM
1	8.2	9.6	7.0
2	8.0	8.0	6.4
3	7.8	8.0	6.0
4	50.1	52.8	66.2
5	42.7	40.0	32.5
6	41.2	38.4	32.5
7	7.0	8.0	4.0
8	33.7	16.0	6.0
9	65.3	64.0	67.5
10	64.7	64.0	66.2

Figure 3: Resultados por métodos de defuzzificación.

variable temperatura toma valores de congelación.