Задача построения расписаний

Тюшев Максим

6 ноября 2023 г.

1 Прикладная задача

Дано ; независимых работ, для каждой работы задано время выполнения. Требуется построить расписание выполнения работ без прерываний на М процессорах. На расписании должно достигаться минимальное значение критерия разбалансированности расписания.

Под разбалансированностью расписания понимаем разность $T_{max} - T_{min}$, где T_{max} – наибольшая, по всем процессорам, длительность расписания (время завершения последней работы) на процессоре, T_{min} аналогично, наименьшая длительность.

2 Формальная постановка задачи

2.1 ДАНО

- M – количество процессоров, $\{M_1, \ldots, M_M\}$ – множество процессоров
- $N = (Task_1, Task_2, \ldots, Task_N)$ – множество независимых работ
- $T = (Time_1, Time_2, \ldots, Time_N)$ – время выполнения работ, где $Time_i$ время выполнения работы $Task_i$

2.2 ТРЕБУЕТСЯ

Построить расписание $HP = (HP_B, HP_L)$ на заданном количестве процессоров.

- $HP_B : N \rightarrow \{M_0, M_1, \ldots, M_m\}$ –
- HP_L : порядок выполнения работ

Необходимо привязать каждую работу $Task_i$ к некоторому процессору j, на котором будет выполняться данная работа, задать порядок выполнения выполнения работ на каждом из процессоров.

2.3 МИНИМИЗИРУЕМЫЙ КРИТЕРИЙ

Разбалансированность расписания:

$$\min_{HP}(T_{max} - T_{min}) = \min_{HP}(\max_{1 \le i \le M} t_i \ - \min_{1 \le i \le M} t_i), \tag{1}$$

где t_i – длительность расписания на i-ом процессоре.

3 Ограничения на корректность расписания

- $\forall i \in [1,\ N]\ \exists! j \in [1,\ M]$: работа $Task_i$ привязана к процессору с номером j
- Недопустимы прервывания (в каждый момент времени, в котором определено расписание выполняется какая-либо работа)
- Недопустим перенос работы на другой процессор во время ее выполнения

4 Исследование последовательной реализации

4.1 Рассматриваемые законы изменения температуры

- Cauchy: $T = T_0 \frac{1}{1+i}$
- Boltzmann: $T = T_0 \frac{log(1+i)}{1+i}$
- LogDiv: $T = T_0 \frac{1}{log(1+i)}$

где i – номер итерации.

4.2 Экспериментальное исследование

Экспериментально было определено, что при $M = 100$, $|N| = 1\ 000\ 000$, $10 \leq Task_i \leq 1000,\ \forall i \in [1, |N|]$ алгоритм работает более минуты. Для этих входных данных получены следующие результаты (усреднены по 5 запускам):

Закон понижения температуры	Качество решения	Время работы, сек
Cauchy	974	141.83
Boltzmann	1191	163.19
LogDiv	1924	114.39

4.3 Время работы алгоритма в зависимости от входных данных

Для следующих законов понижения температуры: Cauchy и LogDiv, были построенны тепловые карты. На тепловых картах показано усреднение по 5 запускам. Параметры входных данных:

- $10 \leq M \leq 500$, с шагом 10
- $1000 \leq |N| \leq 10\ 000$, с шагом 100
- $10 \leq Task_i \leq 1\ 000,\ \forall i \in [1, |N|]$

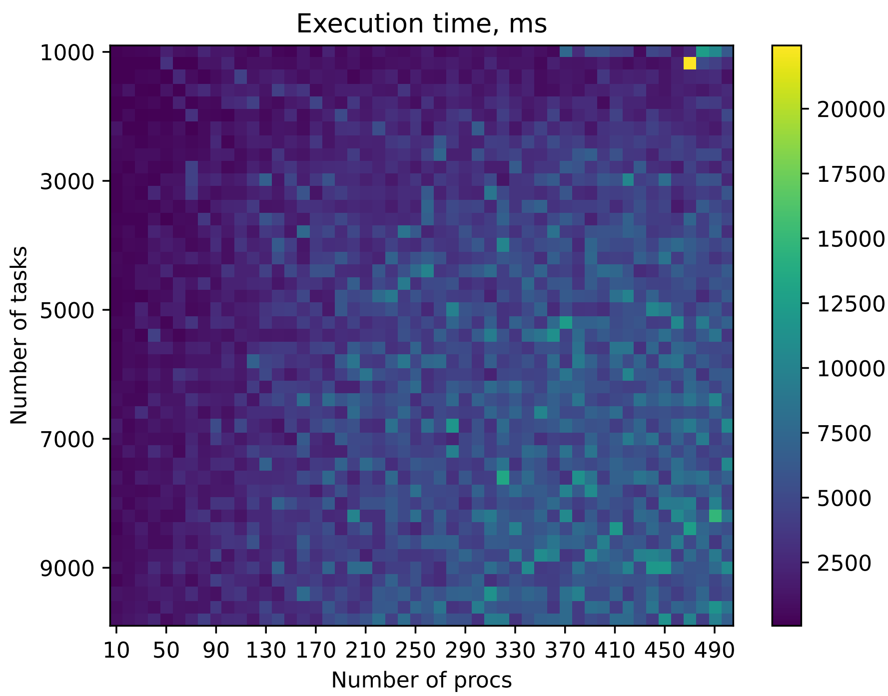
Execution time, ms
Number of tasks
Number of procs
1000
3000
5000
7000
9000
10
50
90
130
170
210
250
290
330
370
410
450
490
20000
17500
15000
12500
10000
7500
5000
2500

Рис. 1: LogDiv

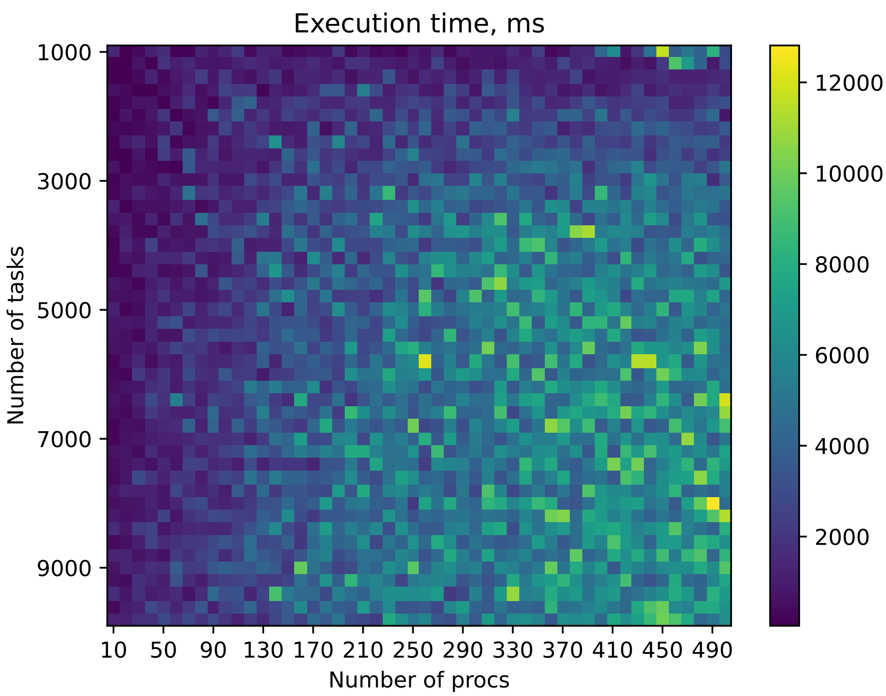
Execution time, ms
1000
3000
5000
7000
9000
Number of tasks
10
50
90
130
170
210
250
290
330
370
410
450
490
Number of procs
12000
10000
8000
6000
4000
2000

Рис. 2: Cauchy