

17. Operace s vektory, analytické vyjádření přímky v rovině a v prostoru (MO 25)

souřadnice bodu, vektoru, velikost úsečky, střed úsečky

skalární a vektorový součin, úhel vektorů

parametrická, obecná, směrnicová rovnice přímky

vzdálenost bodu od přímky, vzdálenost rovnoběžek

vzájemná poloha přímek, průsečík různoběžek, odchylka přímek

obsah trojúhelníku

rovnice přímky v prostoru

Teorie, vzorce, tabulky:

Dotazy?

Příklady, které mi nešly:

1. Určete číslo t tak, aby vektory $\vec{u} = (1; 1; 2t)$ a $\vec{v}(t; t; -1)$ byly navzájem kolmé.

$[t \in \mathbb{R}]$

2. Zjistěte, je-li vektor $\vec{u} = (3; -1; 1)$ lineární kombinací vektorů $\vec{a} = (3; 1; 0)$, $\vec{b} = (2; 2; -1)$.

$[Není]$

3. Najděte jednotkový vektor kolmý k vektorům $\vec{u} = (-3; 2; 0)$ $\vec{v} = (2; -1; 5)$.

$$[\vec{w} = \pm \frac{\sqrt{326}}{326}(10; 15; -1)]$$

4. V trojúhelníku ABC , kde $A=[2;3]$, $B=[6;-1]$, $C=[5;3]$. Určete

- a) velikost jeho vnitřích úhlů
- b) velikost výšky v_c a velikost těžnice t_c
- c) polohu těžiště tohoto trojúhelníka
- d) obvod trojúhelníku ABC

$$[a) 45^\circ, 30^\circ 58', 104^\circ 2' b) v_c = \frac{3\sqrt{2}}{2}, t_c = \sqrt{5}; c) T\left[\frac{13}{3}; \frac{5}{3}\right], o = 12,8j]$$

5. Body $A=[3;6;0]$, $B=[1;4;5]$, $C=[5;2;7]$ tvoří vrcholy trojúhelníku. Vypočtěte velikost těžnice t_a a obsah trojúhelníku.

$$[3\sqrt{5}; 13,75]$$

6. Vypočtěte velikost úhlu, který svírá těžnice t_c se stranou a v trojúhelníku ABC , je-li $A=[1;-5;5]$, $B=[3;1;1]$, $C=[5;-3;3]$.

[49°48']

7. Jsou dány body $A=[3;2]$, $B=[-1;1]$. Určete souřadnice bodu C , je-li $\overrightarrow{BC}(12; -5)$. Dokažte, že body A, B, C jsou vrcholy trojúhelníku.

Napište rovnice přímk, na nichž leží

a) napište obecné rovnice stran trojúhelníku

b) napište parametrické rovnice výšek trojúhelníku

c) napište směnicové rovnice těžnic trojúhelníku

d) napište parametrické rovnice os stran trojúhelníku

e) určete vnitřní úhly trojúhelníku ABC

f) určete souřadnice těžiště

$$\left[\begin{array}{l} C[11; -6] \\ a) 5x + 12y + 17 = 0; x + y - 5 = 0; 3x - 4y - 1 = 0 \\ b) x = 3 + 5t, y = 2 + 12t; x = -1 + t, y = -1 + t; x = 11 + 3t, y = -6 - 4t \\ c) y = -\frac{11}{4}x + \frac{41}{4}; y = -\frac{1}{8}x - \frac{9}{8}; y = -\frac{13}{20}x + \frac{23}{20} \\ d) x = 5 + 5t, y = -3,5 + 12t; x = 7 + t, y = -2 + t; x = 1 + 3t, y = 0,5 - 4t \\ e) 98^{\circ}8', 59^{\circ}29', 22^{\circ}23' \\ f) T\left[\frac{13}{3}; -\frac{5}{3}\right] \end{array} \right]$$

8. Napište rovnici přímky q , která prochází bodem $M = [-4; 6; -15]$ a je rovnoběžná s přímkou $p: x = -1 - t; y = 5 - 2t; z = -7 + 5t$. Najděte průsečík přímky q s osou x ?

$$[x = -4 - t, y = 6 - 2t, z = -15 + 5t; P = [-7; 0; 0]]$$

9. Určete vzájemnou polohu přímk: (pro různoběžky určete jejich společný bod.)

a) AB, CD jestliže: $A=[0;0;2]$, $B=[3;2;5]$, $C=[4;1;5]$, $D=[0;4;2]$.

b) KL, MN jestliže $K=[3;1;6]$, $L=[4;0;8]$, $M=[1;5;7]$, $N=[0;8;10]$.

c) $\mathbf{p}: x = 2 + 4t; y = 3 - t; z = -1 + t$ a $\mathbf{q}: x = -2 + 12r; y = 4 - 3r; z = -2 + 3r$.

d) $\mathbf{a}: x = 1 + 3t; y = 2 - t; z = t$ a $\mathbf{b}: x = 1 - 6r; y = 2 + 2r; z = 3 - 2r$

[a) mimoběžky

b) různoběžky, $P=[2,2,4]$

c) rovnoběžky splývající

d) rovnoběžky různé]

10. Určete hodnotu parametrů b a c , aby přímka $p: 6x + by + c = 0$ byla totožná s přímkou AB , kde $A=[1;2]$, $B=[2;-1]$.

$$[b = 2 \wedge c = -10]$$

11. Určete hodnotu parametrů b a c , aby přímky $p: 2x + by + 1 = 0$ a AB , kde $A=[-3;c]$, $B=[2;-1]$ byly totožné.

$$[b = 5 \wedge c = 1]$$

12. Najděte průsečík přímky $x + 2y - 7 = 0$ a úsečky $x = 1 + 4t$; $y = 1 + 2t$, kde $t \in \langle 0; 1 \rangle$.

$$[P[3;2]]$$

13. Najděte obraz bodu $A=[4,0]$ v osové souměrnosti s osou $p: x - 2y + 1 = 0$.

$$[A'[2;4]]$$

14. Určete vzájemnou polohu přímek $p: x = 1 + t; y = -2 - 2t, t \in \mathbf{R}$ a $q: x + 2y - 1 = 0$, v případě různoběžnosti najděte průsečík.

[přímky jsou různoběžné, $P[-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}]$]

15. Určete, pro které hodnoty parametru b budou přímky p a q navzájem kolmé.

$p: 2x - (b + 2)y + 1 = 0, q: x = 1 + bt; y = -1 - 4t, t \in \mathbf{R}.$

$[b = 2 \vee b = -4]$

16. Najděte rovnici osy úhlu AVB , kde $V=[1;2]$, $A=[4;6]$, $B=[11;2]$.

$[x-2y+3=0]$

17. Určete hodnotu parametru a , aby těžnice t_a trojúhelníku ABC, kde $A=[a;3]$, $B=[4;-1]$, $C=[-2;-3]$, měla délku $\sqrt{26}$.

$$[a = 0 \vee a = 2]$$

18. Určete odchylku přímek $p: \sqrt{3}x + y - 4 = 0$ a $q: y = \sqrt{3}x$.

$$[\frac{1}{3}\pi]$$