

## 20. Analytické vyjádření elipsy (MO 26)

Obečná a středová rovnice elipsy

Ohniska, excentricita, délky poloos

vzájemná poloha přímky a elipsy

tečna k elipse

---

Teorie, vzorce, tabulky:

Dotazy?

Příklady, které mi nešly:

1. Najděte rovnici elipsy, jejíž ohniska leží v bodech  $F_1[-3; 2]$ ,  $F_2[3; 2]$  a délka hlavní poloosy je 5.

$$\left[\frac{x^2}{25} + \frac{(y-2)^2}{16} = 1\right]$$

2. Určete polohu přímky  $p: 2x + y - 6 = 0$  vzhledem k elipse dané rovnicí  $4x^2 + y^2 = 20$ .

[sečna]

3. Určete rovnici tečny k elipse  $x^2 + 4y^2 - 4x + 32y + 48 = 0$  v tečném bodě  $T[x_T > 0; -2]$ .

$$[x + 4y + 4 = 0]$$

4. Určete velikost tětiny, kterou na elipse  $x^2 + 2y^2 = 27$  vytíná osa II. a IV. kvadrantu.

$$[6\sqrt{2}]$$

5. Sestavte rovnici elipsy se středem v bodě  $S[2; 3]$  dotýkající se obou souřadnicových os.

$$\left[ \frac{(x-2)^2}{4} + \frac{(y-3)^2}{9} = 1 \right]$$

6. Najděte rovnice tečen k elipse  $x^2 + 4y^2 = 4$ , které jsou kolmé k přímce  $q: 3x + 2y = 0$ .

$$[2x - 3y \pm 5 = 0]$$

7. Napište obecnou rovnici elipsy, která má  $S[2; -1]$ , hlavní osu rovnoběžnou s osou  $x$ , velikost vedlejší poloosy  $b = \sqrt{2}$ , excentricitu  $e = \sqrt{2}$ . Zjistěte vzájemnou polohu bodu  $A[1; 2]$  a elipsy.

$$[x^2 + 2y^2 - 4x + 4y + 2 = 0]$$

8. Napište obecnou rovnici elipsy, která má  $S[0; 0]$ , vedlejší poloosu  $b = 8$ , která má společná ohniska hyperbolou  $8x^2 - y^2 - 32 = 0$ .

$$[16x^2 + 25y^2 - 1600 = 0]$$

9. Napište rovnici tečen k elipse  $6x^2 + 27y^2 - 162 = 0$  v bodě  $T[3; y_T]$ .

$$[x + 3y - 9 = 0; x - 3y - 9 = 0]$$

10. Napište rovnici elipsy, která má střed  $S[0; 0]$  a prochází body  $M_1[2; 3]$ ,  $M_2[-1; -4]$ . Určete souřadnice ohnisek.

$$\left[ \frac{7x^2}{55} + \frac{3y^2}{55} = 1, F_{1,2}[0; \pm 3, 24], \right]$$

11. Určete kuželosečku  $16x^2 + 25y^2 - 64x - 150y - 111 = 0$ . (Druh kuželosečky, střed, poloosy, excentricitu, souřadnice vrcholů a ohnisek.) Kuželosečku načrtněte.

$$\left[ \frac{(x-2)^2}{25} + \frac{(y-3)^2}{16} = 1; S[2; 3]; a = 5; b = 4; e = 3 \right]$$

12. Je dána elipsa  $169x^2 + 25y^2 = 4225$ . Vypočtěte velikost poloos  $a$ ,  $b$ , excentricitu  $e$  a napište rovnici tečen k dané elipse v jejích vrcholech.

$$[a = 5; b = 13; e = 12; y = \pm 13; x = \pm 5]$$

13. Napište rovnici elipsy, která má hlavní osu rovnoběžnou s osou  $x$ , střed  $S[2; 1]$ , hlavní osa je dvakrát delší než vedlejší osa a elipsa prochází počátkem soustavy souřadnic.

$$\left[ \frac{(x-2)^2}{8} + \frac{(y-1)^2}{2} = 1 \right]$$

14. Určete, pro které hodnoty parametru  $k \in \mathbf{R}$  má přímka  $p: y = kx$  s elipsou  $x^2 + 4y^2 - 6x + 1 = 0$   
 a) právě jeden společný bod, b) dva společné body, c) žádný společný bod.

$$[a) k = \pm\sqrt{2} \quad b) k \in (-\sqrt{2}; \sqrt{2}); \quad c) k \in (-\infty; -\sqrt{2};) \cup (\sqrt{2}; \infty)]$$

15. Napište rovnice tečen k elipse  $x^2 + 9y^2 = 5$ , které jsou rovnoběžné s přímkou  $p: 2x - 3y = 0$ .

$$[2x - 3y \pm 5 = 0]$$

16. Do elipsy  $x^2 + 3y^2 = 36$  vepište rovnostranný trojúhelník  $KLM$  tak, aby vrchol  $K$  splýval s hlavním vrcholem elipsy a vrcholy  $L, M$  ležely na dané elipse. Vypočítejte souřadnice vrcholů trojúhelníku  $KLM$  a délku jeho strany.

$$[K_{1,2}[\pm 6; 0]; L[0; -2\sqrt{3}]; M[0; 2\sqrt{3}]]$$