

22. Analytické vyjádření paraboly, vzájemná poloha přímky a paraboly (MO 02)

obecná a vrcholová rovnice paraboly

definice křivky, základní prvky křivky (vrchol, ohnisko, řídící přímka,, osa)

vzájemná poloha přímky a paraboly

tečna k parabole

Teorie, vzorce, tabulky:

Dotazy?

Příklady, které mi nešly:

1. Sestavte rovnici paraboly, znáte-li její ohnisko F a řídící přímku d :

a) $F[-7; 0], d: x - 7 = 0$

b) $F[4; 0], d: y = 2$

c) $F[4; 2], d: x = 3$

$$[a) y^2 = -28x; \quad b) (x - 4)^2 = -4(y - 1); \quad c) (y - 2)^2 = 2\left(x - \frac{7}{2}\right)]$$

2. Napište rovnici paraboly s vrcholem $V[1; 2]$ a ohniskem $F[1; 4]$. Určete parametr a rovnici řídící přímky.

$$[p = 4; (x - 1)^2 = 8(y - 2); d: y = 0]$$

3. Je dána parabola $(y - 1)^2 = -6(x - 4)$. Najděte paraboly, které jsou s danou parabolou souměrné podle souřadnicových os.

$$[(y + 1)^2 = -6(x - 4); \quad (y - 1)^2 = 6(x + 4)]$$

4. Určete vzájemnou polohu přímky vůči parabole:

a) p: $6x - y = 12$; $y^2 = 6x$

b) p: $2x - 3y = 4$; $x^2 = 12y$

c) p: $y + \frac{7}{2} = 0$; $y^2 = 7x$

[a) sečna;

b) tečna

c) rovnoběžka s osou]

5. Zrcadlová plocha světlometu vznikla otáčením paraboly kolem její osy souměrnosti. Průměr skla reflektoru je 20 cm a hloubka reflektoru je 10 cm. V jaké vzdálenosti od vrcholu parabolického zrcadla je třeba umístit bodový zdroj světla?

[2,5cm]

6. Napište rovnice tečny vedené k parabole $y^2 = 8x$ z bodu $A[0; -2]$.

$[x + y + 2 = 0; x = 0]$

7. Je dána parabola $(y + 3)^2 = 6(x - 2)$. Napište rovnici tečny rovnoběžné s přímkou určenou body $A[0; 5]$ a $B[-2; 4]$.

$[x - 2y - 2 = 0]$

8. Určete směrnici přímky $y = kx + 2$, aby byla tečnou paraboly $y^2 = 4x$?

$[\frac{1}{2}]$

9. Napište rovnici tečny k parabole $y^2 - 6x - 6y + 3 = 0$, která je rovnoběžná s přímkou $3x - 2y + 7 = 0$.

$[3x - 2y + 11 = 0]$

10. Napište rovnici paraboly, která má vrchol v počátku soustavy souřadnic a prochází bodem $A[-1; -3]$.

$[x^2 = -\frac{1}{3}y; y^2 = -9x]$

11. Napište rovnici paraboly, která má vrchol $V[-1; 2]$, osu rovnoběžnou s osou y a prochází bodem $B[6; 0]$. Určete souřadnice jejího ohniska a napište rovnici její řídící přímky.

$$I(x+1)^2 = -\frac{49}{2}(y-2); F\left[-1; -\frac{33}{8}\right]; d: y = \frac{65}{8}$$

12. Napište rovnici kružnice, která má střed v ohnisku paraboly $y^2 = 2px$ a která se dotýká řídící přímky paraboly. Určete průsečíky paraboly a kružnice.

$$I\left(x - \frac{p}{2}\right)^2 + y^2 = p^2; P_1\left[\frac{p}{2}; p\right]; P_2\left[\frac{p}{2}; -p\right]$$

13. Určete vzájemnou polohu paraboly $(y-2)^2 = 4x - 20$ a přímky $p: y = kx + 2$ v závislosti na reálném parametru k .

$$[tečna pro k = \pm \frac{\sqrt{5}}{5}; sečna pro k \in \left(-\frac{\sqrt{5}}{5}; \frac{\sqrt{5}}{5}\right) - \{0\}; vnější přímka pro k \in \left(-\infty; -\frac{\sqrt{5}}{5}\right) \cup \left(\frac{\sqrt{5}}{5}; \infty\right)]$$

14. Ohniskem paraboly $(y - 2)^2 = -4(x + 1)$ je vedena přímka svírající s kladnou poloosou x úhel 120° . Napište rovnici této přímky a určete délku vzniklé tětivy.

$$[y = -\sqrt{3}x + 2(1 - \sqrt{3}); l = \frac{16}{3}]$$

15. Napište rovnici paraboly a její řídící přímky, jestliže parabola prochází průsečíky osy prvního a třetího kvadrantu s kružnicí $x^2 + y^2 + 6x = 0$ a je souměrná podle jedné osy kartézského systému souřadnic.

$$[p: x^2 = -3y; d: y = \frac{3}{4} \text{ nebo } p: y^2 = -3x; d: x = \frac{3}{4}]$$

16. Napište rovnice tečen vedených k parabole $(x - 2)^2 = 4(y + 1)$ bodem $A[5; -1]$.

$$[y + 1 = 0; 3x - y - 16 = 0]$$

17. Určete souřadnice průsečíků P_1, P_2 paraboly $y^2 - 12x + 24 = 0$ s přímkou $2x + y - 4 = 0$. Napište rovnice tečen k parabole v bodech P_1, P_2 .

$$[P_1[2; 0]; P_2[5; -6]; t_1: x = 2; t_2: x + y + 1 = 0]$$

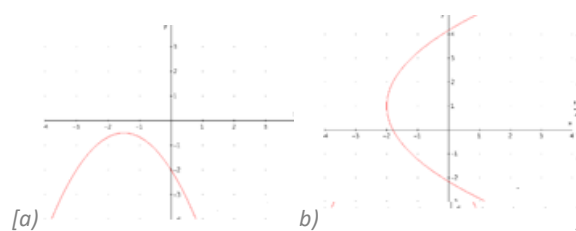
18. Napište rovnici paraboly, která prochází body $K[3; 1]$, $L[2; 2]$, víte-li, že osa této paraboly je rovnoběžná s osou x a obsahuje bod K .

$$[(y - 1)^2 = -(x - 3)]$$

19. Načrtněte pěkně křivku:

a) $2x^2 + 6x + 3y + 6 = 0$

b) $2y^2 - 10x - 4y - 18 = 0$.



20. Napište rovnici paraboly, která prochází průsečíky přímky $x + y = 0$ a kružnice $x^2 + y^2 + 4x = 0$ a je souměrná podle osy y .

$$[x^2 = 2y]$$

21. Najděte rovnici kolmice spuštěné z vrcholu paraboly $x^2 + 2x - 2y + 5 = 0$ na přímku protínající osy souřadnic v bodech $A[1;0]$, $B[0;2]$.

$$[x - 2y + 5 = 0]$$