Tarea 32/34

Simulación estocástica

Marco Antonio Andrade Barrera

23 de mayo de 2018

Supongamos $S_m = \{X_1, \ldots, X_m\} \sim N(x|\theta, 1)$ y observamos.

$$yi = \begin{cases} x_i & x_i \leq a \\ a & x_i > a \end{cases}$$

Entonces el estimador máximo verosimil de θ se obtiene de:

$$\hat{\theta} - \frac{m-n}{n} \cdot \frac{\phi(a-\hat{\theta})}{1-\Phi(a-\hat{\theta})} = \bar{x}$$

Encontrar $\hat{\theta}$ para $a = 2.5$, $m = 32$, $n = 13$, $\bar{x} = 2.37$.

Para encontrar el estimador, en el siguiente bloque de código se instrumenta el método numérico de bisección para encontrar las raices de una ecuación, dada una función f, un umbral de error (para detener el algoritmo) y dos valores x_0 y x_1 en el dominio de f, tales que $f(x_0) > 0$ y $f(x_1) < 0$ o al revés.

```
#Fuente:
#https://rpubs.com/aaronsc32/bisection-method-r
bisection <- function(f, a, b, n = 100000, tol = 1e-7) {
  if (f(a) * f(b) > 0) {
    stop('Signs of f(a) and f(b) must differ')
  }

  for (i in 1:n) {
    c <- (a + b) / 2 # Calculate midpoint

    # If the function equals 0 at the midpoint or the midpoint
    #is below the desired tolerance, stop the
    # function and return the root.
    if ((f(c) == 0) || ((b - a) / 2) < tol) {
      return(c)
    }

    # If another iteration is required,
    # check the signs of the function at the points c and a and reassign
    # a or b accordingly as the midpoint to be used in the next iteration.
    ifelse(sign(f(c)) == sign(f(a)),
           a <- c,
           b <- c)
  }
  # If the max number of iterations is reached and no root has been found,
  # return message and end function.
  print('Too many iterations')
}
```

Entonces la función de la cual queremos encontrar la raíz es

$$\hat{\theta} - \frac{m-n}{n} \cdot \frac{\phi(a-\hat{\theta})}{1-\Phi(a-\hat{\theta})} - \bar{=}0$$

Con los valores dados, $a = 2.5$, $m = 32$, $n = 13$, $\bar{x} = 2.37$, se implementa en el siguiente bloque:

```
Fn <- function(theta){
  a = 2.5
  m = 32
  n = 13
  barx = 2.37
  theta - ((m-n)/n) * (dnorm(x = a-theta))/ (1 - pnorm(a-theta)) - barx
}
```

Aplicamos el método de bisección a Fn

```
bisection(f = Fn,a = -5,b = 10)
```

```
## [1] 3.065688
```

Por lo tanto, el estimador máximo verosimil es aproximadamente $\hat{\theta} = 3.065688$