

# Tarea 16

Simulación estocástica

Marco Antonio Andrade Barrera

8 de mayo de 2018

Supongamos para  $\gamma \in \mathbf{R}^+$

$$f(\theta|\theta_0) \propto \frac{e^{-\theta^2/2}}{[1 + (\theta - \theta_0)^2]^\gamma}$$

Esta densidad puede escribirse como la marginal de

$$f(\theta|\theta_0) \propto \int_0^\infty e^{-\theta^2/2} e^{-0.5[1+(\theta-\theta_0)^2]^\gamma \cdot \omega} d\omega$$

Las condicionales completas que se obtienen del integrando son:

$$\omega|\theta \sim Ga(\omega|\nu, \frac{1 + (\theta - \theta_0)^2}{2}), \theta|\omega \sim N(\theta|\frac{\theta_0\omega}{1+\omega}, 1+\omega)$$

Fijar  $\nu = 2.345$  y  $\theta_0 = 1.97$ . Generar 10,205 observaciones después de haber generado y tirado 3,215. Estimar el valor esperado de  $\omega$  y de  $\theta$ .

```
#Fijar semilla
set.seed(1544)

#Fijar valores de nu y theta_0
nu <- 2.145
theta_0 <- 1.97

#Función para generar n observaciones de omega y theta
ng <- function(n,nu,theta_0,theta0){
  #Inicializar vectores
  omega <- c()
  theta <- c()

  omega[1] <- rgamma(1,shape = nu,rate = (1+(theta0 - theta_0)^2)/2)
  theta[1] <- rnorm(1,theta_0*omega/(1+omega),1/sqrt(1+omega))
  #Ciclo
  for(i in 2:n){
    omega[i] <- rgamma(1,shape = nu,(1+(theta[i-1] - theta_0)^2)/2)
    theta[i] <- rnorm(1,theta0*omega/(1+omega[i]),1/sqrt(1+omega[i]))
  }
  return(data.frame(omega,theta))
}

#Generar 3,215+10,205 observaciones,
dta <- ng(n = 3215+10205,nu,theta_0,theta0 = 1)
#tirar las primeras 3,215 y desplegar algunos valores
dta0 <- dta[-(1:3215),]
tail(dta0)
```

```
##          omega      theta
## 13415 1.7030733 -0.1571323
## 13416 0.1968707 -0.2364913
## 13417 3.0446470  0.7650519
## 13418 2.2401357  0.5575536
## 13419 1.4150125 -0.5355554
## 13420 0.4582563  0.1170040
```

```
#Valor esperado de omega
mean(dta0$omega)
```

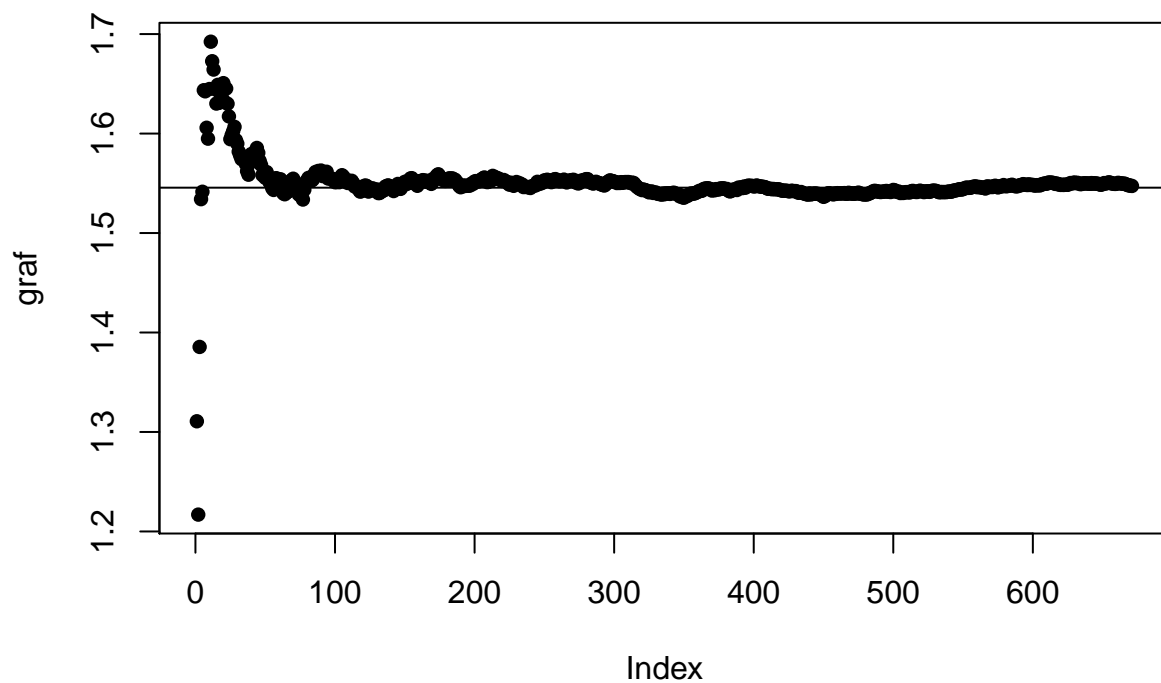
```
## [1] 1.545603
```

```
#Valor esperado de theta
mean(dta0$theta)
```

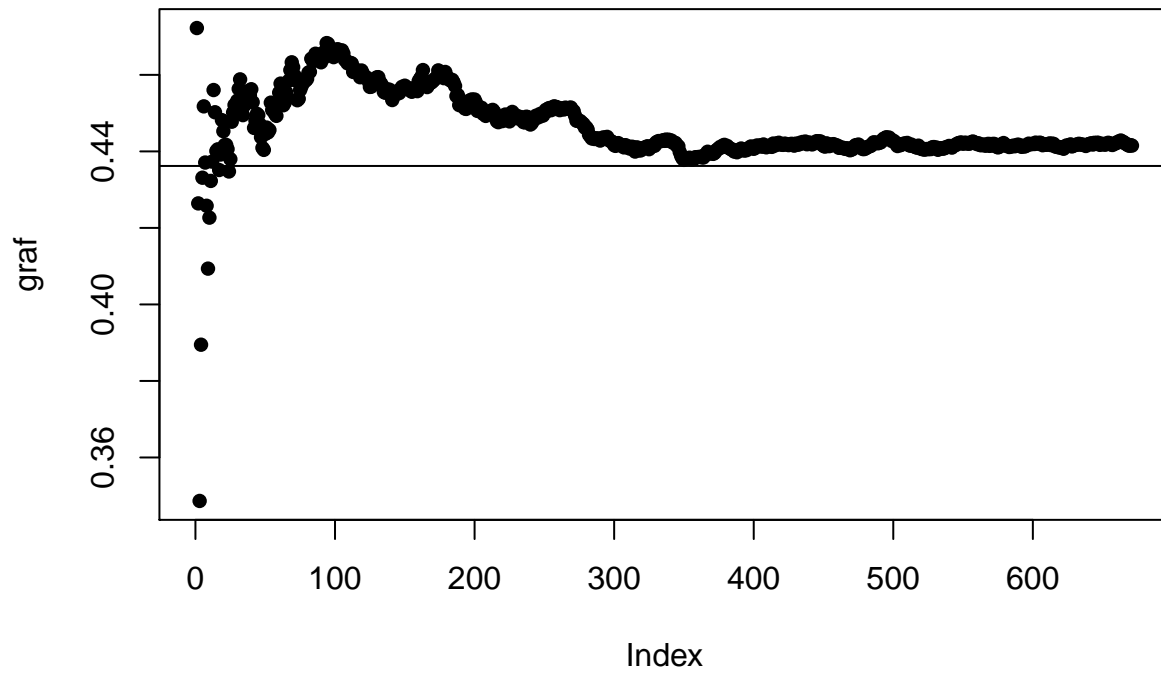
```
## [1] 0.4361935
```

Observemos la convergencia de estas estimaciones usando promedios ergódicos y todas observaciones (incluyendo las primeras 3215).

```
#Para omega
graf <- unlist(lapply(X = seq(20,3215+10205,20),FUN = function(l){
  mean(dta$omega[1:l])
})))
plot(graf,pch=16)
abline(h = mean(dta0$omega))
```



```
#Para theta
graf <- unlist(lapply(X = seq(20,3215+10205,20),FUN = function(l){
  mean(dta$theta[1:l])
}))
plot(graf,pch=16)
abline(h = mean(dta$theta))
```



En ambos casos, los promedios ergódicos convergen aproximadamente a la media de las últimas (en este caso 10,205) observaciones.