Tarea 9

Simulación estocástica

Marco Antonio Andrade Barrera

5 de abril de 2018

Queremos estimar $E[e^{-x^2}]$ con $x \sim stu(x|\nu, \mu, \tau)$. El estimador motecarlo simple, usando $X_1, \ldots, X_m \sim stu(x|\nu, \mu\tau)$ es

$$\delta = 1/m \sum e^{-x_j^2}$$

Considerando la generalización del teorema del Rao-Blackwell, un estimador con menor varianza que δ, usando $h_1, \ldots, h_m \sim Ga(h|\nu/2, \nu/2)$ es

$$\delta^* = 1/m \sum (\frac{\tau h_j}{2 + \tau h_j})^{1/2} exp(\frac{-h_j \tau \mu^2}{2 + \tau h_j})$$

Mostrar empíricamente que $V[\delta^*] \leq V[\delta]$ usando $\nu = 3, \mu = 1, \tau = 1$.

Montecarlo simple

```r
r <- 5000 #repeticiones
m <- 1000
nu <- 3; mu <- 1; tau <- 1
deltas <- replicate(r,expr = {
  X <- rt(m,nu,mu*tau)
  delta <- 1/m * sum(exp(-X^2))
})
```

```r
#Esperanza empírica de delta
mean(deltas)
```

```
## [1] 0.3734084
```

```r
#Varianza empírica de delta
var(deltas)
```

```
## [1] 0.0001301597
```

Generalización de Rao-Blackwell

```r
r <- 5000 #repeticiones
m <- 1000
nu <- 3; mu <- 1; tau <- 1
deltas <- replicate(r,expr = {
  H <- rgamma(m,shape = nu/2,rate = nu/2)
  delta <- 1/m * sum( (tau*H/(2+tau*H))^0.5 * exp(-H*tau*mu^2 / (2+tau*H)) )
})
```

```r
#Esperanza empírica de delta*
mean(deltas)
```

```
## [1] 0.3728323
```

```r
#Varianza empírica de delta*
var(deltas)
```

```
## [1] 4.949667e-06
```

Podemos observar que ambos estimadores tienen valor esperado parecido, pero la varianza de δ^* es mucho más pequeña que la de δ.