Generador de números aleatorios normales

Tarea 5 simulación estocástica

Marco Antonio Andrade Barrera

8 de marzo de 2018

Encontrar el número esperado de $X \sim Ca(x|0, \sigma)$ antes de aceptar $X \sim N$ (real y empírico) para $\sigma = 2\pi$

Empírico

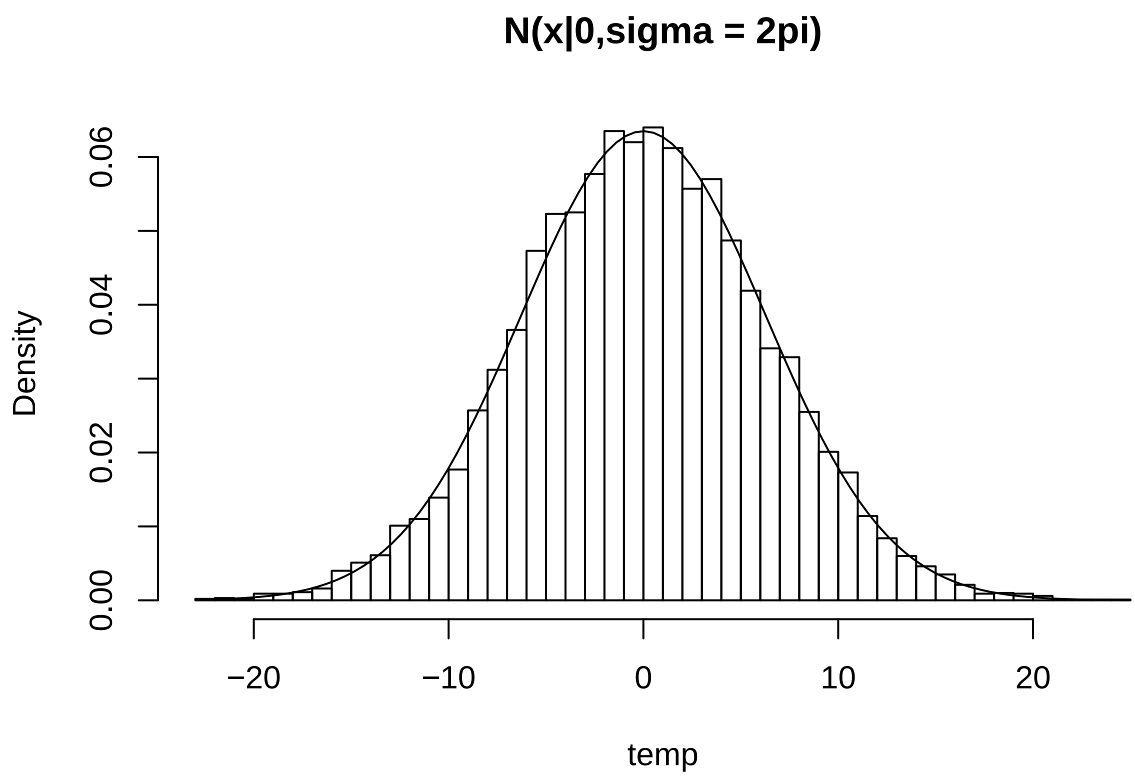
En el siguiente bloque se implementa el algoritmo para generar números aleatorios normales.

```
N <- R6Class(classname = "N",
             public = list(
               mu = NULL,
               sigma = NULL,
               ensayos = NULL,
               initialize = function(mu=0,sigma=1){
                 self$mu <- mu
                 self$sigma <- sigma
               },
               Ca = function(theta = 0, tao = 1){#generador de aleatorios Ca(x|theta,tao)
                 u <- runif(1)
                 x <- tan(pi*(u-0.5))
                 return(tao*x + theta)
               },
               N = function(){#generador de aleatorios N(x|mu,sigma)
                 ensayos <- 0
                 repeat{
                   ensayos <- ensayos + 1
                   #1
                   u <- runif(1)
                   y <- self$Ca(theta = self$mu,tao = self$sigma)
                   if(u <= 0.5 * (1 + y^2/(self$sigma)^2) * exp(-0.5 * y^2 / (self$sigma)^2 + 0.5 ) ){
                     X <- y
                     self$ensayos <- ensayos
                     break
                   }
                 }
                 return(X)
               },
               get_ram = function(){
                 self$N()
               },
               get_ensayos = function(){
                 return(self$ensayos)
               }
             ))
```

En el siguiente bloque se generan 10000 números aleatorios de $N(x|0, \sigma = 2\pi)$ y se cuenta el número de aleatorios Cauchy que se requirió antes de aceptar x normal. Finalmente se muestra el promedio de aleatorios

Cauchy requeridos.

```
set.seed(58)
#Generar nuevo objeto de tipo normal
n <- N$new(mu = 0, sigma = 2*pi)
#Generar 10,000 aleatorios de N(x|0,sigma = 2pi)
temp <- replicate(10000,n$get_ram())
#Comparar histograma con distribución real
hist(temp,freq = F,breaks = 50, main = "N(x|0,sigma = 2pi)")
curve(dnorm(x,0,2*pi),add = T)
```




```
#Obtener el número de aleatorios Cauchy antes de aceptar x Normal
ensayos <- lapply(1:10000,FUN = function(r){
  temp <- n$get_ram()
  n$get_ensayos()
})
#Número esperado de Ca antes de aceptar N
mean(unlist(ensayos))
```

```
## [1] 1.5247
```

Teórico

El valor esperado de números aleatorios que generamos antes de aceptar $X \sim N$ es:

$$\frac{1}{\theta} = \frac{M}{\int f(x)dx}$$

En este caso,

$$M = 2\pi \cdot e^{-1/2}$$

y

$$\int_{\mathbb{R}} f(x)dx = \int_{\mathbb{R}} \frac{(2\pi)^{1/2}}{(2\pi)^{1/2}} \sigma^{-1} e^{-\frac{x^2}{2\sigma}} dx = \sqrt{2\pi}$$

Por lo tanto, $\frac{1}{\theta} = \frac{2\pi \cdot e^{-1/2}}{\sqrt{2\pi}} = \sqrt{2\pi} e^{-1/2} = 1.520347$

Por lo tanto,

```
#Empírico
mean(unlist(ensayos))
```

```
## [1] 1.5247
```

```
#Teórico
sqrt(2*pi) * exp(-0.5)
```

```
## [1] 1.520347
```