CURS 1

PROBABILITĂȚI ȘI STATISTICĂ

4.10.2018

5 teme (1 la 2 săptămâni) - 30%

(R) 1 proiect - 20% (proiect până la examen - 1 lună)

examen - 50% (minim 20%) (4 în examen) (+documentație) (și cu laptop)

100% + 1

alexamaricoarei.github.io → Teaching

PROBABILITĂȚI

- Câmp de probabilitate

Ω = mulțimea rezultatelor posibile ale unui experiment aleator (spațiul stărilor) ~~- exp. care modelează~~ (mulțimea elem. elementare)

$\Omega = \{H, T\}$ (aruncarea banului)

$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ (aruncarea zarului)

(durata de viață a unui bec) $\Omega = [0, T]$

(o tijă de lungime L și ~~când~~ măsurăm cu o eroare)

$\Omega = [L-\varepsilon, L+\varepsilon]$, $\varepsilon > 0$

(aruncat la țintă) $\Omega = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$ (mulțimea tuturor punctelor de pe disc)

Un element din această mulțime se numește eveniment elem.
$\omega \in \Omega$ s.n. eveniment elementar

Se numește eveniment orice submulțime a lui Ω ($A \subseteq \Omega$)

Experiment: Aruncăm cu banul de 2 ori

$\Omega = \{(H,T), (H,H), (T,H), (T,T)\}$

A - la prima aruncare am obținut cap

$A = \{(H,T), (H,H)\}$

Experiment: Aruncarea cu zarul

$\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}$

A - un nr. par de puncte $A^c = \{1,3,5\}$

$A = \{2,4,6\}$ $A \cup B = \{2,4,5,6\}$; $A \cap B = \{4,6\}$

B - nr-ul de puncte mai mare decât 3 $A \setminus B = \{2\}$

$B \setminus A = \{5\}$

$B = \{4,5,6\}$ $(A\cup B)\setminus(A\cap B) = (A\setminus B)\cup(B\setminus A) = A \Delta B = \{2,5\}$

Simbol	Teoria mulțimilor	Teoria probabilităților
Ω	mulț. Ω	mulț. evenimentelor elem. (ev. sigur) întotdeauna se realizează
ω	elem. ω	ev. elementar ω
$\emptyset$	mulț. vidă	ev. imposibil
$A \subseteq \Omega$	submulț. A	ev. A (ev. A se realizează)
$C_A = A^c$	complementara mulțimii A	ev. complementar lui A (ev. A nu se realizează)
$A \cup B$	reuniune	A sau B se realizează
$A \cap B$	intersecție	A și B se realizează

$A \setminus B$	diferența	se realizează A, dar nu și B
$A \Delta B$	diferența simetrică	se realizează A sau B, dar nu ~~și~~ A și B
$A \subseteq B$	incluziune	~~A im~~ realizarea lui A implică realizarea lui B

Fie $\mathcal{F} \subseteq P(\Omega)$ mulțimea evenimentelor asociate experimentelor aleatoare (posibile)

$P(\Omega)$ = mult. părților lui Ω

$P(\Omega) = \{ A \mid A \subseteq \Omega \} \ni \emptyset$,

Ce proprietăți ar trebui să aibă $\mathcal{F}$?

a) • $\emptyset \in \mathcal{F}$

b) • $A \in \mathcal{F} \Rightarrow A^c \in \mathcal{F}$

c) • $A, B \in \mathcal{F} \Rightarrow A \cup B \in \mathcal{F}$

Mult. de părți $\mathcal{F} \subseteq P(\Omega)$ care verifică prop. a), b) și c) s.n. algebră.

Proprietăți ale algebrei $\mathcal{F}$:

1) $\Omega \in \mathcal{F}$

2) Dacă $A_1, \ldots, A_n \in \mathcal{F}$ atunci $A_1 \cup \ldots \cup A_n \in \mathcal{F}$

3) Dacă avem $A, B \in \mathcal{F} \Rightarrow A^c, B^c \in \mathcal{F} \Rightarrow A^c \cup B^c \in \mathcal{F} \Rightarrow (A \cap B)^c \in \mathcal{F} \Rightarrow A \cap B \in \mathcal{F}$

Formulele lui de Morgan

1) $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$

2) $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

4) $A, B \in \mathcal{F} \Rightarrow A \setminus B \in \mathcal{F}$

$$A \setminus B = A \cap B^c$$

Experiment: Aruncăm cu banul până observăm pt. prima oară H.

A - nr. de aruncări până obținem pt. prima oară H este par

$\Omega = \{w_1, w_2, \dots\}$

w_i - evenimentul elementar în care primele $i-1$ realizări sunt T, iar a i-a oară este H $(\underbrace{TT \dots T}_{i-1} H)$

$A = \{w_2, w_4, \dots\}$, $\mathcal{F} = P(\Omega)$

c') Fie $A_1, A_2, \dots \in \mathcal{F} \Rightarrow \bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \in \mathcal{F}$ (închiderea la reuniuni numărabile)

O mulțime $\mathcal{F} \subseteq P(\Omega)$ care verifică a), b), c') s.n. σ-algebră.