Seria 14 **06.06.2021**

Restanţă
Structuri algebrice în informatică

1. Se consideră funcţia $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ definită astfel:

$$f(x) = \begin{cases} mx + m - 3, & \text{dacă } x \leq 1, \\ m^2 x - 2m, & \text{dacă } x > 1. \end{cases}$$

Funcţia f este surjectivă pentru:

[A] $m = 0$ [B] $m = 2,5$ [C] $m = 2\sqrt{5}$ [D] $m = 10$

2. Se consideră mulţimile A şi B având fiecare câte a, respectiv b elemente, cu $a, b \in \mathbb{N}$ astfel încât $b \geq 2$ şi $a \geq 1$. Numărul de perechi (a, b) astfel încât să existe cel mult 63 de funcţii de la A la B este:
[A] alt răspuns [B] 10 [C] 72 [D] 2^{63}

3. Fie funcţiile $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definite prin $f(x) = x^2 - 2x + 4$, respectiv $g(x) = -x^2 + 4x + a$. Valoarea lui a astfel încât mulţimea

$$\{f(x) : x \in \mathbb{R}\} \cap \{g(x) : x \in \mathbb{R}\}$$

are exact un element este:
[A] $-\frac{1}{2}$ [B] 1 [C] -1 [D] $\frac{3}{2}$

4. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x * y = \frac{xy}{3} - x - y + 6$. Atunci legea de compoziţie: :
[A] este asociativă, are element neutru şi toate elementele sunt simetrizabile
[B] este asociativă, nu are element neutru şi nu are elemente simetrizabile
[C] este asociativă, are element neutru şi are elemente nesimetrizabile
[D] nu este asociativă, nu are element neutru şi nu are elemente simetrizabile

5. 2021^{2021} se află în aceeaşi clasă de echivalenţă modulo 35 cu :
[A] -4 [B] -12 [C] 4 [D] 12

6. Pe $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ se defineşte relaţia binară:

$$(p, q)\rho(r, s) \iff p - r = q - s.$$

Un sistem complet de reprezentanţi pentru ρ este:
[A] $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ [B] $\mathbb{Z}$ [C] $\mathbb{R}$ [D] ρ nu este relaţie de echivalenţă

7. Numărul de legi de compoziţie comutative care se pot defini pe mulţimea $\{1, 2, 3, 4\}$ este :
[A] 2^{10} [B] alt răspuns [C] 4^{16} [D] 2^{20}

8. Care dintre funcţiile g_i de mai jos este inversa funcţiei $f : [0, 2] \cup (4, +\infty) \to [-4, +\infty)$, $f(x) = x^2 - 4x$?

$\boxed{\text{A}}$ $g_1 : [-4, +\infty) \to [0, 2] \cup (4, +\infty),\ g_1(x) = 5 + \sqrt{x+4}$

$\boxed{\text{B}}$ $g_2 : [-4, +\infty) \to [0, 2] \cup (4, +\infty),\ g_2(x) = \begin{cases} 2 - \sqrt{x+4}, & \text{pentru } x \in [-4, 0] \\ 2 + \sqrt{x+4}, & \text{pentru } x \in (0, +\infty) \end{cases}$

$\boxed{\text{C}}$ $g_3 : [0, 2] \cup [4, +\infty) \to (-4, +\infty),\ g_3(x) = \begin{cases} 2 - \sqrt{x+4}, & \text{pentru } x \in [0, 2] \\ 2 + \sqrt{x+4}, & \text{pentru } x \in (4, +\infty) \end{cases}$

$\boxed{\text{D}}$ $g_5 : [4, +\infty) \to (-4, +\infty),\ g_5(x) = \frac{1}{x^2-4x}$

9. Fie A o mulţime finită cu n elemente. Numărul de valori pe care le poate lua n astfel încât să existe cel puţin o funcţie surjectivă $f : A \times A \mapsto \mathcal{P}(A)$ este :

$\boxed{\text{A}}$ alt răspuns $\boxed{\text{B}}$ 1 $\boxed{\text{C}}$ 3 $\boxed{\text{D}}$ o infinitate

10. Fie S_5 mulţimea tuturor permutărilor mulţimii $\{1, 2, 3, 4, 5\}$. Numărul permutărilor σ care au proprietatea că $\sigma(1) \neq 1$, $\sigma(3) \neq 2$ şi $\sigma(5) \neq 2$ este egal cu:

$\boxed{\text{A}}$ 0 $\boxed{\text{B}}$ alt răspuns $\boxed{\text{C}}$ 60 $\boxed{\text{D}}$ 120