Diseño de filtros FIR

Obtener una función de transferencia $H(z)$ realizable aproximándola a una respuesta en frecuencia deseable.

Se obtiene una función de transferencia

Especificaciones del filtro

Las especificaciones del filtro son frecuentemente dadas en decibeles,

$$G(\omega) = -20\log_{10}|H(e^{j\omega})|$$

Con rizos en las bandas de paso y rechazo de banda dadas en dB

$$\alpha_p = -20\log_{10}(1-\delta_p)$$

$$\alpha_s = -20\log_{10}(\delta_s)$$

Las especificaciones en magnitud pueden también ser dadas en forma normalizada en la cual cada máximo es normalizado a "1" (0 dB)

$$H(z) = \sum_{n=0}^{N} b[n]z^{-n} = \sum_{n=0}^{N} h[n]z^{-n} \quad \text{Filtro FIR}$$

Aproximaciones de Diseño Básicas

El diseño del filtro FIR está basado en una aproximación directa de la respuesta

3 pasos para el diseño digital →

1 especificaciones

2 aproximación

3 implementación

Fenómeno de Gibbs

- Truncar la respuesta al impulso de un filtro ideal para obtener un filtro realizable, crea oscilaciones en el dominio de la frecuencia, estas oscilaciones son conocidas como el fenómeno de Gibbs

es una operación de ventaneo.

Multiplicando la respuesta al impulso de filtro ideal con una función ventana regular es equivalente a convolucionar la ventana con una función Sinc.

$$h_t[n] = h_d[n] \cdot w[n] \Longleftrightarrow H_t(w) = H_d(w) * W(w)$$

Sin embargo, $H_t(w)$ sea similar tanto como sea posible a $H_d(w)$ lo cual unicamente puede ser posible si $W(w) = \delta(w)$.
$\rightarrow w[n] = 1$ lo cual es una ventana infinita

Diseño de filtros FIR usando ventanas

- caída rápida, banda de transición angosta
- Reducir la altura del lóbulo lateral
- Reducir el fenómeno de Gibbs
- minimiza el orden del filtro

Ventanas rectangular
Barlett
Blackman
Hamming
Hanning
Kaiser

Fórmulas en Tablas

Filtros IIR

Conduce a filtros mas cortos con los mismas especificaciones; son mas eficientes.

Trasformacion de Fourier: analoga $\rightarrow$ digital
el periodo T_s finalmente no juega un papel importante en el diseño
por lo tanto $T_s = 2$ es escogida por conveniencia

$$Z = \frac{1+S}{1-S} \qquad S = \frac{1-Z^{-1}}{1+Z^{-1}}$$

Trasformacion bilineal
es definida en el circulo unitario

$$Z = e^{jw} \leftrightarrow S = j\Omega$$

$$S = \frac{2}{T_s}\left(\frac{1-Z^{-1}}{1+Z^{-1}}\right) \rightarrow j\Omega = \frac{2}{T_s}\left(\frac{1-e^{-jw}}{1+e^{-jw}}\right)$$

$$\Omega = \frac{2}{T_s}\tan\frac{w}{2} \rightarrow w = 2\tan^{-1}\frac{\Omega T_s}{2}$$