Código `Ollin`. User's manual

José Manuel Torres
Instituto de Ciencias Nucleares, UNAM
malcubi@nucleares.unam.mx

Month, Year

Índice

1. Introducción

El código `0llin` resuelve las ecuaciones de Einstein para espacios homogéneos e isotrópicos. El objetivo de este es principalmente didáctico.

2. Descarga del código

Si están leyendo esto probablemente ya consiguieron el código. De no ser así el código por el momento es accesible en el repositorio libre

```
https://github.com/manelik/0llin
```

donde se encuentran opciones para descargar la branch "master" como archivo comprimido .zip o bien hacer un "fork" del proyecto en otras cuentas de github. Tambien es posible "clonar" el proyecto si se tiene **git** previamente configurado

```
git clone git@github.com:manelik/0llin.git
```

NOTA: el primer caracter del nombre del código es el número cero!

3. Estructura de Archivos

Al descargar y descomprimir el código, sea cual sea el caso, el directorio raíz del código contiene las carpetas `/doc, /src` en las que se encuentran esta documentacion y las rutinas escritas en FORTRAN 90 respectivamente. Del mismo modo en el directorio raíz se encuentra el archivo `Makefile` que sirve para compilar el código. Para compilar con **gfortran** basta correr el comando

```
make
```

desde el directorio raíz. En caso de usar otro compilador basta con editar la variable `FC` en el archivo Makefile. Por el momento no se han añadido banderas de optimización.
Una vez compilado el ejecutable se genera en el directorio raíz y desde aquí basta con correr el comando

```
./Ollin
```

Al inicio el código obtiene los parámetros directamente de la terminal pero es posible dar en su lugar un archivo con dichos parametros en el mismo orden en que se piden utilizando el redireccionador apropiado

```
./Ollin <archivo.par
```

El código siempre genera un archivo de parámetros válido con el nombre del directorio de salida, para poder reproducir la simulación.

4. Output files

Los archivos de salida generados por el código se generan en el directorio especificado durante la ejecución. Estos son archivos con extensión .tl que contienen los valores guardados como texto en pares

```
time F(time)
```

5. Spacetime and evolution equations

La métrica en el código se asume de la forma

$$ds^2 = -\alpha(t)^2 dt^2 + e^{4\phi(t)} \hat{\gamma}_{ij} dx^i dx^j, \tag{5.1}$$

con $\alpha(t)$ el lapso, $e^{\phi(t)}$ el factor conforme y $\hat{\gamma}_{ij}$ la métrica espacial conforme. La métrica física conforme es entonces $\gamma_{ij} = e^{4\phi(t)}\hat{\gamma}_{ij}$ Para espacios homogéneos e isotrópicos estas funciones dependen unicamente de t, y la métrica conforme se mantiene congelada en su valor inicial[1]. Un resultado particular es que el escalar de Ricci de las secciones a t constante toma la forma

$$R = e^{-4\phi}\hat{R} = 6ke^{-4\phi} \,, \qquad k := \hat{R}/6 \,. \tag{5.2}$$

La constante k corresponde con la que usualmente aparece en el denominador de la componente radial de la métrica de Friedmann-Robertson-Walker escrita en coordenadas esféricas comoviles, y sin pérdida de generalidad puede tomar los valores $\{0, +1, -1\}$.

5.1. Evolution Equations

Bajo estas simetrías las secciones espaciales quedan caracterizadas por el factor conforme, o equivalentemente $\phi(t)$ y la traza de la curvatura extrínseca K que mide la expansión de las geodésicas normales a las hipersuperficies. Sus ecuaciones de evolución están dadas por

$$\partial_t \phi = -\frac{1}{6}\alpha K \,, \tag{5.3}$$

$$\partial_t K = \frac{1}{3}\alpha K^2 + 4\pi\alpha \left(\rho + S\right) \,, \tag{5.4}$$

[1]Esto se debe a que el único grado de libertad que posee un tensor simétrico de rango 2 es la traza, y las ecuaciones de evolución mantienen esta forma.

con los términos de materia

$$
\begin{aligned}
\rho &:= n^\mu n^\nu T_{\mu\nu}, &(5.5)\\
S &:= \gamma^{\mu\nu} T_{\mu\nu} \;. &(5.6)
\end{aligned}
$$

La única constricción no trivial en este caso es la Hamiltoniana, que toma la forma

$$
\mathcal{H} := 6ke^{-4\phi(t)} + \frac{2}{3}K(t)^2 - 16\pi\rho(t) = 0 \;. \tag{5.7}
$$

6. Matter

En esta sección se enlistan los tipos de materia incluidos, sus contribuciones a las fuentes de la geometría y sus ecuaciones de evolución.

6.1. Constante cosmológica

Tensor de energía momento

$$
T^{\Lambda}{}_{\mu\nu} = -\frac{\Lambda}{8\pi} g_{\mu\nu} \;. \tag{6.1}
$$

Proyecciones ADM

$$
\begin{aligned}
\rho^\Lambda &= \frac{\Lambda}{8\pi}\,, &(6.2)\\
S^\Lambda &= -3\frac{\Lambda}{8\pi}\,. &(6.3)
\end{aligned}
$$

La constante cosmológica no es dinámica y sus contribuciones son iguales a todo tiempo

6.2. Polvo

Tensor de energía momento

$$T^{\mathrm{dust}}{}_{\mu\nu} = \rho_0 u^\mu u^\nu . \tag{6.4}$$

En cosmología consideramos el fluído en reposo $u^\mu = n^\mu$.
Proyecciones ADM

$$\begin{aligned} \rho^{\mathrm{dust}} &= \rho_0 \,, & (6.5) \\ S^{\mathrm{dust}} &= 0 \,. & (6.6) \end{aligned}$$

La ecuación de evolución se sigue de la conservación de partículas o de energía/momento de manera equivalente.

$$\partial_t \rho_0 = \alpha K \rho_0 \ . \tag{6.7}$$

6.3. Campo escalar

Tensor de energía momento

$$T^{\mathrm{sf}}{}_{\mu\nu} = \nabla_\mu \varphi \nabla_\nu \varphi - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} \left(\nabla^\sigma \varphi \nabla_\sigma \varphi + m^2 \varphi^2 \right) \tag{6.8}$$

Conviene introducir una variable auxiliar.

$$\Pi := n^\mu \nabla_\mu \varphi \ . \tag{6.9}$$

Entonces las proyecciones ADM quedan

$$\begin{aligned} \rho^{\mathrm{sf}} &= \frac{1}{2} \left(\Pi^2 + m^2 \varphi^2 \right) \ , & (6.10) \\ S^{\mathrm{sf}} &= \frac{3}{2} \left(\Pi^2 - m^2 \varphi^2 \right) \ . & (6.11) \end{aligned}$$

El campo escalar evoluciona de acuerdo a la ecuación de Klein-Gordon

$$\Box\varphi - m^2\varphi = 0 \;, \tag{6.12}$$

que puede reescribirse a primer orden como

$$\partial_t\varphi = \alpha\Pi \;, \tag{6.13}$$

$$\partial_t\Pi = \alpha\Pi K - m^2\alpha\varphi \;. \tag{6.14}$$