

TP IMA 203 : Méthodes variationnelles | Manel Wafra

1) Débruitage par régularisation quadratique

1. Comment utiliser l'outil `resoud_quad_fourier` pour trouver le minimiseur de cette énergie (voir le programme `minimisation_quadratique`) ?

Il faut écrire l'énergie E_1 sous la forme :

$$E_1(u) = \sum \| K_i * u - V_i \|$$

Où les K_i représentent des filtres et les V_i des images.

Ici on a :

$$K = (K_1, K_2, K_3) \text{ Et } V = (V_1, V_2, V_3)$$

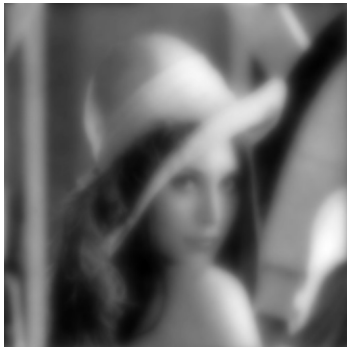
$$\text{Où : } K_1 = \frac{\partial}{\partial x} \lambda(1, -1) ; K_2 = \frac{\partial}{\partial y} \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} ; K_3 = \delta(1) \text{ Et } V_1 = 0 ; V_2 = 0 ; V_3 = v$$

Donc on utilise `resoud_quad_fourier` en écrivant :

$$E_1(u) = \| K_1 * u - 0 \| + \| K_2 * u - 0 \| + \| \delta * u - v \|$$

2. Décrire le résultat de ce débruitage lorsque λ est très grand ou très petit.

Pour λ très petit (0.1) l'image n'est quasiment pas débruitée. En effet c'est le terme d'attache aux données qui doit être minimisé en priorité donc on obtient une image très proche de l'image bruitée initiale. Pour λ très grand (10) l'image devient floue, on perd des informations et des détails de l'image d'origine. En effet pour λ grand il faut surtout minimiser l'énergie de régularité.



$\lambda = 100$



$\lambda = 0.1$

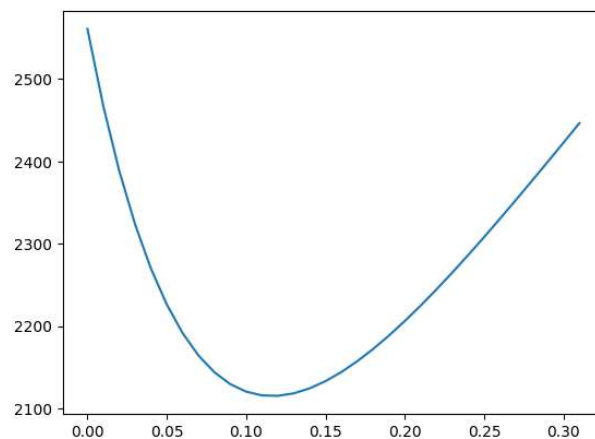
2) Débruitage par variation totale

3. En réalisant la dichotomie (avec comme critère que la différence entre les deux distances doit être < 0.1) le paramètre Lambda pour lequel l'image reconstruite u est à la même distance de l'image dégradée v que ne l'est l'image parfaite est :

lamb= 0.3582

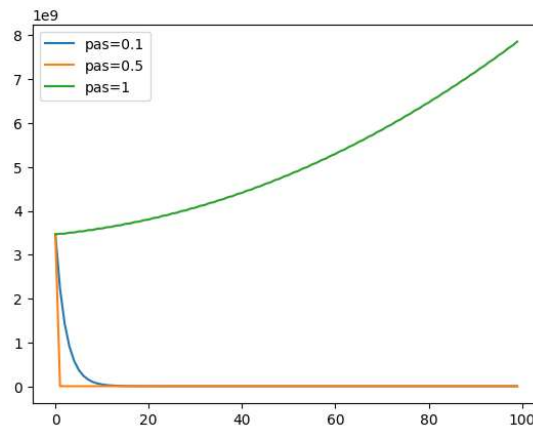
4. Je trouve **lambda=0.12** qui minimise l'écart entre l'image originale et l'image reconstruite.

Voilà l'allure de la fonction obtenue (qui n'est pas monotone, on ne peut pas utiliser la dichotomie) :



2.1) Descente de gradient

Lorsqu'on change la valeur du pas de descente on obtient un minimum d'énergie différent. Par exemple pour $\lambda=0.5$, $\text{nbpas}=100$ on obtient les résultats suivant pour différents pas :



2.2) La méthode de Chambolle est plus rapide que la méthode de descente de gradient (2.2s au lieu de 2.9s par exemple). On obtient un minimum d'énergie proche de celui donné par la méthode de descente de gradient. En effet en calculant le quotient $E2_chamb/E2_tv$ on obtient un résultat proche de 1 (0.999...).

3) Comparaison

On obtient :

- Meilleur lambda pour vt : **41.68**

| Meilleur lambda pour quadra : **1.17489**



Restauration avec la méthode de Chambolle



Restauration avec la méthode quadratique

Le résultat obtenu est plus satisfaisant avec la méthode de Chambolle (variations totales) pour le meilleur paramètre lambda.

