

IPhO-Aufgabensammlung

Zusammengestellt von Pavel Zorin
unter Verwendung der Aufzeichnungen von
Bastian Hacker, Igor Gotlibovych, Tobias Holder, Patrick Steinmüller
sowie anonymer Quellen

15. März 2010

Die vorliegende Sammlung umfasst Aufgaben der Klausuren der 3. und 4. Runden der deutschen Auswahl zur IPhO aus den Jahren 2006–2009.

Die Sammlung ist unter anderem dafür ausgelegt, dass man einen Eindruck von der Schwierigkeit der Klausuren bekommt. Dazu ist bei den theoretischen Aufgaben jeweils die dafür vergebene Punktzahl angegeben. Es hat Klausuren mit 5 bis 8 Aufgaben gegeben, wobei die Gesamtpunktzahl immer etwa 30 betrug. Die Wahl der Aufgaben wird so getroffen, dass möglichst keine zwei Aufgaben das gleiche Thema aufgreifen. Die Bearbeitungszeit liegt traditionell bei 3 Stunden.

Eine praktische Klausur dauert genauso lange und besteht meist aus einer, seltener aus zwei einfacheren Aufgaben. Typischerweise bringt diese 20 Punkte.

Die 3. und die 4. Runde bestehen jeweils aus 2 theoretischen und 2 praktischen Klausuren, die insgesamt zu erreichende Punktzahl ist also etwa 100.

Die Aufgaben werden nicht offiziell herausgegeben. Deshalb sind die Aufgaben aus dem Gedächtnis niedergeschrieben. Dies bedeutet natürlich, dass die Inhalte nicht unbedingt mit den Originalen übereinstimmen. Insbesondere die Ergebnisse müssen deshalb auch nicht korrekt und vollständig sein.

Theoretische Aufgaben

Aufgabe 1: Cola mit Eiswürfel (3 Punkte)

Auf einer Party wirft der Gastgeber in Ihr Glas Cola ($m_{\text{Cola}} = 200 \text{ g}$, $T_{\text{Cola}} = 20^\circ\text{C}$) einen Eiswürfel ($m_{\text{Eis}} = 40 \text{ g}$, $T_{\text{Eis}} = -1^\circ\text{C}$).

- (a) Welche Temperatur hat Ihr Getränk, nachdem das gesamte Eis geschmolzen ist?
- (b) (Zusatzfrage) Was halten Sie von Ihrem Gastgeber?

Wärmeaustausch mit der Umgebung kann vernachlässigt werden.

Die Wärmekapazität von Cola gleicht der des Wassers, $c_{\text{Cola}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$; Wärmekapazität von Eis ist $c_{\text{Eis}} = 2130 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$, latente Schmelzwärme beträgt $3,36 \cdot 10^5 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$.

Aufgabe 2: Licht im Gitter (4 Punkte)

Licht von einer Lichtquelle, welche ein festes Linienspektrum erzeugt, fällt senkrecht auf ein optisches Gitter mit 300 Strichen pro mm. Unter einem Winkel von $24,46^\circ$ beobachtet man Maxima für zwei Linien, eine aus dem roten und eine aus dem blauen Bereich des Spektrums.

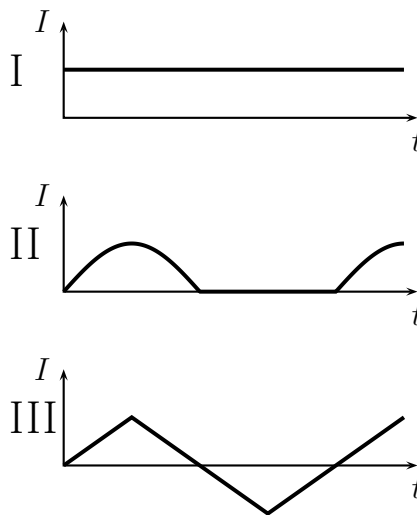
Gibt es andere Winkel, unter denen man Maxima für beide Linien beobachtet?

Hinweis:

rotes Licht: $640 \text{ nm} \leq \lambda \leq 750 \text{ nm}$

blaues Licht: $360 \text{ nm} \leq \lambda \leq 490 \text{ nm}$

Aufgabe 3: Amperemeter (5 Punkte)

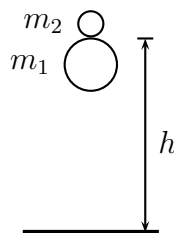


Die abgebildeten Signale I-III werden mit drei verschiedenen Amperemetern gemessen. Das erste Amperemeter misst den Effektivwert. In allen drei Fällen zeigt es 2 A an.

Die Amperemeter 2 und 3 haben Gleichrichter eingebaut (für den gleichgerichteten Strom gilt: $I' = I$ für $I \geq 0$, $I' = 0$ für $I < 0$). Die Anzeige des 2. Amperemeters ist zur Amplitude und die des 3. Amperemeters zum zeitlichen Mittelwert des gleichgerichteten Stroms proportional. Beide Amperemeter sind so geeicht, dass sie bei sinusförmigem Wechselstrom jeweils den Effektivwert anzeigen.

Was zeigen die Amperemeter in jedem der Fälle I-III an?

Aufgabe 4: Flummis (5 Punkte)

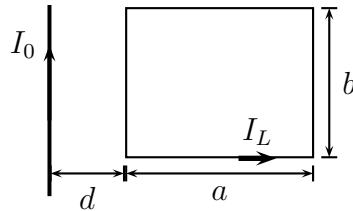


Zwei Flummis fallen aus einer (großen) Höhe h auf den Boden. Der untere Flummi hat die Masse m_1 und der obere m_2 . Welche Höhe erreicht der obere Flummi nach dem Stoß? Nehmen Sie an, dass alle Stöße elastisch sind.

Betrachten Sie den Fall $m_1 > m_2$.

Was gilt im Fall $m_1 \gg m_2$?

Aufgabe 5: Stromdurchflossene Leiterschleife (5 Punkte)



Eine stromdurchflossene Leiterschleife befindet sich in einer Ebene mit einem stromdurchflossenen unendlich langen Leiter. Welche Kraft wirkt auf die Leiterschleife?

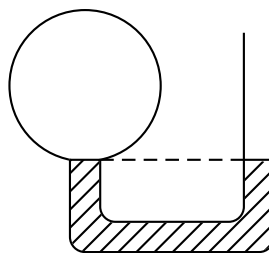
Aufgabe 6: Herunterfallende Kette (7 Punkte)

Eine lose zusammengelegte offene Kette mit der Länge 1 m liegt auf einer Tischkante 1 m über dem Boden. Zum Zeitpunkt $t = 0$ fängt ein Ende der Kette an, reibungslos über die Tischkante nach unten zu gleiten.

Nach welcher Zeit liegen beide Kettenenden auf dem Boden?

Nehmen Sie an, dass die Beschleunigung der Kette konstant bleibt, während die Kette über die Tischkante gleitet.

Aufgabe 7: Temperaturmessung (3 Punkte)



Eine Glaskugel mit einem Volumen von 7 l ist mit Luft bei einer Temperatur von 27°C gefüllt. Das anschließende U-förmige Rohr mit einem Querschnitt von 10 cm^2 ist mit Quecksilber gefüllt, so dass dessen Höhe in beiden Schenkeln gleich ist. Der Außendruck beträgt 760 mmHg. Die Luft wird nun erwärmt, so dass der Quecksilberspiegel im rechten Rohr um 5 mm ansteigt.

Welche Temperatur hat die Luft in der Kugel?

Aufgabe 8: Bremsmanoeuver (6 Punkte)

Eine Raumsonde umkreist mit der Geschwindigkeit u einen Planeten mit Masse M . Während einer sehr kurzen Zeit wird die Sonde um Δu_1 in Flugrichtung abgebremst. Im zum Planeten gegenüberliegenden Punkt wird die Sonde nochmals um Δu_2 abgebremst, so dass sie sich wieder auf einer Kreisbahn bewegt.

- (a) Bestimmen Sie Δu_2 .
- (b) Bestimmen Sie u/\tilde{u} , wenn \tilde{u} die Geschwindigkeit auf der neuen Kreisbahn ist. Ist das Verhältnis größer, kleiner oder gleich 1?

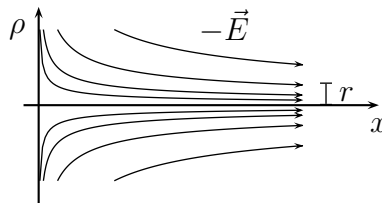
Aufgabe 9: Polarisatoren (4 Punkte)

Zwischen zwei um $\frac{\pi}{2}$ gegeneinander verdrehte Polarisatoren werden k ($k = 0, 1, 2, \dots$) weitere Polarisatoren gestellt, so dass jeder Polarisator gegenüber dem vorigen um $\frac{\pi}{2(k+1)}$ verdreht ist.

Bestimmen Sie den Anteil vom auf den ersten Polarisator einfallenden unpolarisierten Licht, welcher durch das System durchgelassen wird.

Betrachten Sie insbesondere die Grenzfälle.

Aufgabe 10: Manipulation von Elektronen (5 Punkte)



- (a) Elektronen durchlaufen eine Beschleunigungsspannung von U_B und kommen dann unter einem Winkel φ durch das Loch in einer der Platten in das Feld eines Plattenkondensators, an dem eine Spannung U_K anliegt.
Welche Geschwindigkeit hat das Elektron, wenn es durch ein zweites Loch den Kondensator wieder verlässt?
- (b) In einem bestimmten ladungsfreien Bereich herrscht ein radialsymmetrisches elektrisches Feld. Die x -Komponente des Feldes hängt dabei nur von x ab und beträgt $E_x(x) = -2ax$ mit $a = 2 \cdot 10^6 \text{ V/m}^2$. Man bestimme die Radialkomponente des Feldes im achsennahen Bereich und insbesondere im Abstand $r = 3 \text{ mm}$ von der x -Achse.

Aufgabe 11: Ionisiertes Helium (6 Punkte)

Das ionisierte Helium He^+ verhält sich wasserstoffähnlich. Es hat die Energieniveaus $-\frac{54,4 \text{ eV}}{n^2}$ mit $n = (1, 2, \dots)$. Ein He^+ -Gas wird aus einer bestimmten Richtung mit Licht der Wellenlängen $24 \text{ nm} \leq \lambda \leq 50 \text{ nm}$ bestrahlt.

- (a) Wie viele Absorptionslinien sieht man, wenn man entgegen der Strahlungsrichtung blickt? Welche Wellenlängen haben sie?
- (b) Welche Emissionslinien beobachtet man entgegen bzw. senkrecht zur Strahlungsrichtung?

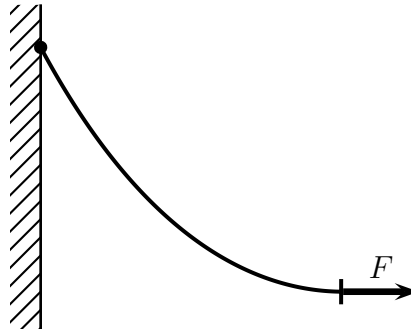
Aufgabe 12: Fallender Magnet (7 Punkte)

Ein Stabmagnet mit dem magnetischen Moment μ fällt mit dem Nordpol nach unten in einem engen isolierenden Zylinder. Um diesen herum befindet sich ein zweiter isolierender Zylinder mit dem Radius r , auf dem in regelmäßigen Abständen h Leiterschleifen aufgewickelt sind, die einen Widerstand von je R haben. Der Magnet hat die Masse m und erreicht nach kurzer Zeit eine konstante Geschwindigkeit v , die von m, μ, h, R, r, μ_0 abhängt.

Wie ändert sich v , wenn man jeweils eine der Größen m, μ, h, R, r verdoppelt und die anderen dabei konstant lässt?

Die Luftreibung, das Erdmagnetfeld sowie Selbst- und Gegeninduktion der Leiterschleifen können vernachlässigt werden.

Aufgabe 13: Masse des Seils (3 Punkte)

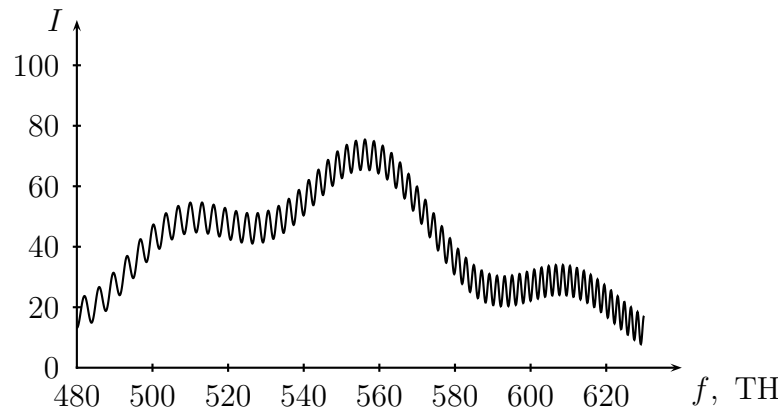


Ein homogenes flexibles Seil ist fest an einer Wand aufgehängt. Es wird von einer Kraft $F = 20 \text{ N}$ in horizontaler Richtung gehalten und hängt dabei in Ruhe. Die Skizze ist maßstabsgetreu und darf für Berechnungen verwendet werden.

Wie groß ist dann die Masse des Seiles?

Aufgabe 14: Beschichtete Glasplatte (4 Punkte)

Eine dicke Glasplatte ($n = 1,5$) ist mit einer dünnen Folie ($n = 1,3$) beschichtet und befindet sich in Luft. Abgebildet ist das Transmissionsspektrum bei senkrechtem Einfall von Strahlung:



Bestimmen Sie die Dicke der Folie!

Aufgabe 15: Draht im homogenen Gravitationsfeld (4 Punkte)

Ein homogener Draht der Dichte ρ mit maximaler Zugspannung σ hängt im homogenen Schwerfeld der Stärke g . Am Aufhängepunkt besitzt der Draht den Radius r_0 , und sein Querschnitt ist überall kreisförmig.

Welche Form muss der Draht haben, wenn er überall bis zur maximalen Belastung gespannt sein soll?

Aufgabe 16: Fette Robbe (5 Punkte)

Eine Robbe (Länge 1,5 m, Umfang 1,5 m) befindet sich im Wasser bei 0°C . Die Robbe besitzt eine Wärmeleistung von 100 W und eine Körpertemperatur von 37°C . Sie ist mit einer Fettschicht mit dem Wärmeleitungskoeffizienten $\lambda = 0,14 \frac{\text{W}}{\text{m}\cdot\text{K}}$ umgeben.

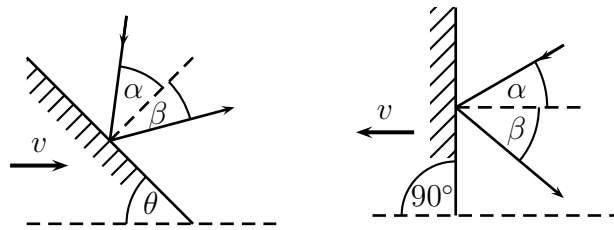
Schätzen Sie die Dicke der Fettschicht ab, und geben dabei alle gemachten Näherungen an.

Aufgabe 17: Stromstärke (6 Punkte)

In einem sehr großen Plattenkondensator mit Plattenabstand $d = 1 \text{ cm}$ befindet sich in einer Platte ein kleines Loch, durch das ein Laserstrahl der Wellenlänge 405 nm senkrecht eintritt. Auf der gegenüberliegenden Platte werden dadurch Elektronen energetisch angeregt. Nach dem Überwinden der Ablösearbeit 1,87 eV fliegen die Elektronen mit gleicher Wahrscheinlichkeit in alle Richtungen. Am Kondensator liegt eine Spannung U an.

- (a) Berechnen Sie den Strom zwischen den beiden Platten in Abhängigkeit von U .
- (b) Was geschieht qualitativ, wenn man
 - (a) die Annahme wegfällt lässt, dass alle Elektronen die gleiche Energie besitzen?
 - (b) die endlichen Ausmaße des Kondensators berücksichtigt?

Aufgabe 18: Strahl und Spiegel (6 Punkte)



Ein Spiegel bewegt sich wie in der Skizze mit relativistischer Geschwindigkeit. Es lässt sich zeigen, dass dabei folgende Beziehung gilt:

$$\sin \alpha - \sin \beta = \frac{v}{c} \cdot \sin \theta \cdot \sin (\alpha + \beta)$$

- (a) Man zeige ohne Verwendung der Lorentz-Transformation, dass dann in folgender Skizze die Beziehung gelten muss:

$$\cos \beta = \frac{(1 + (\frac{v}{c})^2) \cos \alpha - 2\frac{v}{c}}{1 - 2\frac{v}{c} \cos \alpha + (\frac{v}{c})^2}$$

- (b) Entsprechend der 2. Skizze mit $v = 0.6c$ fällt Laserlicht der Frequenz f unter einem Winkel von $\alpha = 30^\circ$ ein. Wie groß ist dann die Frequenz des reflektierten Strahls, und wie groß ist die relative Änderung $\frac{\Delta f}{f}$?

Aufgabe 19: Kondensatoren (3 Punkte)

Zwei identische Plattenkondensatoren der Kapazität C sind parallel geschaltet. Dabei befindet sich eine Platte des ersten Kondensators zu $\frac{2}{3}$ in der Mitte des zweiten. Die Flächen der Kondensatoren dürfen als groß angenommen und Randeffekte vernachlässigt werden.

Wie groß ist dann die Kapazität der Schaltung?

Aufgabe 20: Variierende Objektgrösse (3 Punkte)

Eine kurzsichtige Person sieht ein kleines Objekt und nimmt ihre Brille ab. Sobald sie die Brille langsam zum Objekt hinbewegt, erscheint dieses immer kleiner. Bei einem bestimmten Abstand erscheint das Objekt am kleinsten, bei weiterer Annäherung der Brille scheint es wieder größer zu werden.

Bei welchem Abstand der Brille zum Objekt erscheint dieses am kleinsten?

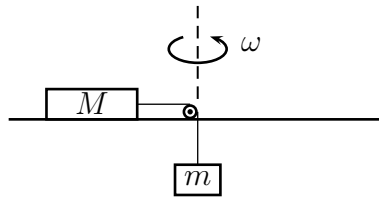
Aufgabe 21: Magnetische Induktion (3 Punkte)

An einem regelmäßigen geschlossenem Sechseck aus einem homogenen dünnen Draht liegt an zwei benachbarten Ecken eine Spannung an.

Wie groß ist das Magnetfeld \vec{B} in Betrag und Richtung, welches im Mittelpunkt des Sechsecks induziert wird?

Der Einfluss der Zuleitungen darf dabei vernachlässigt werden. Führen Sie, wenn nötig, geeignete Variablen ein.

Aufgabe 22: Rotierende Scheibe mit Auflage (4 Punkte)



Ein dünner Stab mit Länge d und Masse M liegt in radialer Richtung auf einem ebenen horizontalen Teller, der sich mit ω um seine vertikale Achse dreht. An dem Stab ist ein masseloser Faden befestigt, an dem ein Gewicht der Masse m hängt. Zwischen Stab und Tisch herrscht der Reibungsfaktor f .

In welchen Entfernungen von der Drehachse darf der Stab liegen, damit er sich nicht bewegt?

Aufgabe 23: Druckbetrachtungen (5 Punkte)

In einem Zylinder mit Kolben befindet sich ein ideales Gas ($\kappa = \frac{7}{5}$) unter dem Druck p_1 . Das Gas wird nun adiabatisch bis zum Druck \tilde{p} komprimiert. Daraufhin wird es isobar abgekühlt bis zu der Temperatur, die es am Anfang hatte. Danach wird weiter adiabatisch komprimiert bis zum Druck p_2 .

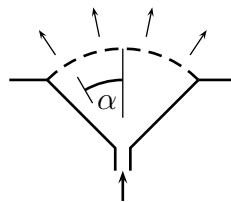
Wieviel Energie braucht man dafür?

Wie muss \tilde{p} gewählt werden, damit die Arbeit minimal wird?

Aufgabe 24: Zerfallendes Proton (4 Punkte)

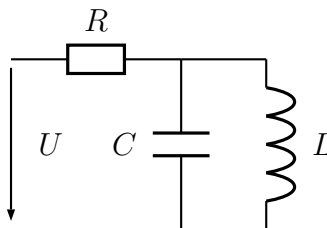
Nach einer Theorie ist es möglich, dass ein Proton spontan in ein Meson und ein Positron zerfällt. Die Wahrscheinlichkeit ist äußerst gering, jedoch von 0 verschieden. Um das zu überprüfen, hat man Tanks aufgebaut, die mit $3.3 \cdot 10^3$ t reinem Wasser gefüllt sind. An den Tanks sind Detektoren angebracht, die jeden Zerfall registrieren. Schätzen Sie die Halbwertszeit des Zerfalls ab, wenn innerhalb eines Jahres kein einziger Zerfall registriert wurde. Wie groß ist die Halbwertszeit, wenn innerhalb eines Jahres mit 95% Wahrscheinlichkeit mindestens ein Proton zerfällt?

Aufgabe 25: Bewässerungsanlage (4 Punkte)



Eine Bewässerungsanlage besteht aus einem hohlen kugelsegmentförmigen Kopf, in den von unten Wasser gepumpt wird. In der oberen Schale befinden sich fein verteilte Löcher, durch die das Wasser überall gleich schnell ausströmt. Die lokale Lochdichte ρ soll überall so groß sein, dass die Rasenfläche gleichmäßig beregnet werden kann. Das Kugelsegment hat einen Öffnungswinkel von 90° und darf als sehr klein angenommen werden. Wie muss dann die Lochdichte ρ in Abhängigkeit vom Winkel α beschaffen sein? Es genügt die Angabe einer Funktion $f(\alpha) \sim \rho$.

Aufgabe 26: Parallelschwingkreis (6 Punkte)



Ein Stromkreis ist wie in der Skizze dargestellt aufgebaut, d.h. ein Widerstand ist in Reihe mit dem Schwingkreis geschaltet.

- (a) Am Anfang ist die Stromquelle ausgeschaltet, also leitend verbunden mit $U(t) = 0$. Welche Beziehungen müssen dann R, C, L erfüllen, damit freie gedämpfte Schwingungen möglich sind? Wie groß ist dabei die Eigenfrequenz ω und der Dämpfungsfaktor?
- (b) Nun wird eine Spannung $U(t) = U_0 \cdot e^{i\omega t}$ angelegt. Wie groß ist die Impedanz $Z(\omega)$ der Schaltung? Bei welcher Frequenz liegt ein Sperrkreis vor?

- (c) Im Gegensatz zu a) und b) soll nun die Einschwingphase betrachtet werden. Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird die Gleichspannung $U(t) = U_0$ eingeschaltet. Wie groß sind dann $I_R(t)$, $I_L(t)$ und $I_C(t)$ für $t > 0$?

Aufgabe 27: Magnetische Linse (3,5 Punkte)

Durch ein Zylinder der Länge L mit Radius R fließt ein konstanter homogener Strom I parallel zur Achse. Man zeige, dass ein parallel zur Achse in den Zylinder eintretender Teilchenstrahl, bestehend aus Teilchen mit positiver Ladung q , fokussiert wird. Man finde die Brennweite dieser Linse.

Aufgabe 28: Fischbeobachtung (6,5 Punkte)

Ein Fisch schwimmt in einem Aquarium in 10 cm Tiefe. Ein Biologe beobachtet ihn durch eine aus einer bikonvexen Linse mit Krümmungsradien 25 cm bestehende Lupe, die er horizontal 5 cm über der Wasseroberfläche hält. Der Fisch befindet sich dabei auf der optischen Achse der Lupe.

- (a) Man finde die scheinbare Position des Fisches.
(b) Nun wird die untere Fläche der Lupe in Wasser eingetaucht. Wie verändert sich die scheinbare Position des Fisches?

Der Brechungsindex des Glases sei dabei 1.5, der des Wassers $\frac{4}{3}$.

Aufgabe 29: Schwingung (3 Punkte)

Ein Gefäß mit Volumen V endet mit einem Rohr (Radius r). Dieses Rohr wird mit einem Ball verschlossen, dessen Radius ebenfalls r und dessen Masse m beträgt. Nach dem Einstellen der Ruhelage wird der Ball ausgelenkt. Man finde die Schwingungsfrequenz.

Aufgabe 30: Komet (5,5 Punkte)

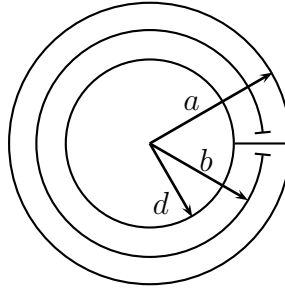
Ein Komet auf einer parabolischen Bahn nähert sich der Sonne. Im sonnennächsten Punkt beträgt der Abstand zur Sonne $\frac{R}{3}$, wobei R den Radius der Erdbahn bezeichnet. Man finde die Zeit, innerhalb deren der Abstand des Kometen zur Sonne kleiner als der der Erde zur Sonne ist. Masse der Sonne m_S und R sind gegeben.

Hinweis: das Integral $\int \frac{x dx}{\sqrt{x-a}} = \frac{2}{3}(x+2a)\sqrt{x-a}$, $x > a$, könnte helfen.

Aufgabe 31: Reflexion am bewegten Spiegel (6,5 Punkte)

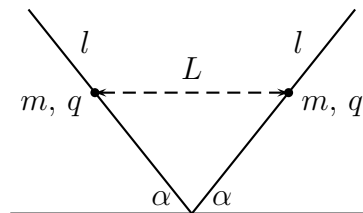
Ein vertikaler Spiegel bewegt sich nach rechts mit der Geschwindigkeit $v = \frac{c}{2}$. Ein Lichtstrahl trifft darauf unter dem Winkel $\alpha = \frac{\pi}{6}$ zur Normalen. Man finde den Winkel, den der austretende Strahl mit der Normalen einschließt. Wie verändert sich die Frequenz des Lichtes bei der Reflexion?

Aufgabe 32: Kugelkondensator (5 Punkte)



Ein Kugelkondensator, bestehend aus 3 metallischen Kugeln, von denen die äußere und die innere leitend verbunden sind, hat die in der Skizze angegebenen Maße. Man bestimme die Kapazität des Kondensators.

Aufgabe 33: Punktladungen (4 Punkte)



Zwei identische Teilchen mit Masse m und Ladung q befinden sich jeweils auf einem starren endlich langen Stab, der einen Winkel α mit der Horizontalen einschließt. Auf diesen Stäben können die Teilchen reibungsfrei gleiten.

Bis zu welcher Höhe über ihrer Anfangsposition werden sie steigen, wenn sie anfangs einen Abstand L voneinander besitzen und eine Strecke l vom Ende des jeweiligen Stabes entfernt sind?

Aufgabe 34: Statik (5 Punkte)

Eine vollständig reflektierende Kugel mit mittlerer Dichte $\rho = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ wird durch den Einfluss der Gravitation und der Strahlung der Sonne (Masse $M = 1.99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$, Leistung $P = 3.83 \cdot 10^{26} \text{ W}$) an einem festen Punkt in unserem Sonnensystem gehalten. Bei welchem Abstand zur Sonne ist dies möglich? Wie groß ist jeweils der Radius der Kugel?

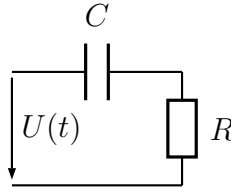
Hinweis: $\int dx \cos^3 x \sin x = -\frac{1}{4} \cos^4 x$

Aufgabe 35: Einfangsquerschnitt (5 Punkte)

Man betrachte einen aus dem fernen All kommenden großflächigen Strahl parallel fliegender Teilchen der Masse m , die eine anfängliche Geschwindigkeit $v_0 = 10 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ haben. Welche

dieser Teilchen werden auf dem Jupiter (Masse $M = 1.90 \cdot 10^{27}$ kg, Radius $R = 71500$ km) aufschlagen?

Aufgabe 36: Rechteckpuls (4 Punkte)



Im abgebildeten Schaltkreis wird die Spannungsquelle ($U = 5$ V) für eine kurze Zeit von $t_0 = 0$ ms bis $t_1 = 1$ ms eingeschaltet. Man finde die Spannung am Widerstand in Abhängigkeit von der Zeit. Charakteristische Größen der Bauelemente: $C = 1 \mu\text{F}$, $R = 1 \text{ k}\Omega$.

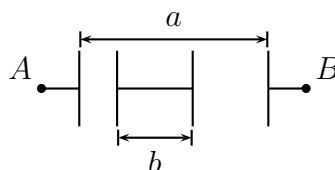
Aufgabe 37: Ballonvergleich (7,5 Punkte)

Man vergleiche folgende zwei Ballons: Der Erste ist mit heißer Luft (molare Masse $M_L = 0.029 \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$) der Temperatur 100°C gefüllt, während der Zweite Wasserdampf (molare Masse $M_W = 0.018 \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$) der gleichen Temperatur enthält. Jeder der Ballons kann an der Erdoberfläche ($T_0 = 20^\circ \text{C}$, $p_0 = 1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$) eine Gesamtlast von 300 kg heben. Man nehme an, dass die Ballons die gleiche Form besitzen und aus dem gleichen gasundurchlässigen Material gefertigt sind. Am unteren Ende besitzen beide eine kleine Öffnung.

- Welche Volumina besitzen die Ballons?
- Welche Energie ist jeweils notwendig, um das zum Befüllen notwendige Material von Umgebungstemperatur auf 100°C aufzuheizen?
- Die Verringerung der Auftriebskraft des ersten Ballons direkt nach Befüllung beträgt $0.3 \text{ N} \cdot \text{s}^{-1}$. Wie groß ist die Verringerung für den zweiten Ballon, wenn kein Kondenswasser den Ballon verlässt?

Hinweis: spezifische Wärmekapazität von Wasser beträgt $c_W = 4200 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, spezifische Verdampfungswärme $q_W = 2.3 \cdot 10^6 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$.

Aufgabe 38: Kondensatorreihenschaltung (3 Punkte)

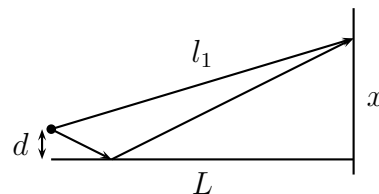


Die Abbildung zeigt zwei in Reihe geschaltete Plattenkondensatoren, wobei das Mittelstück der Länge b horizontal verschiebbar ist. Die Fläche jeder Platte ist F . Wie groß ist die Gesamtkapazität zwischen A und B ?

Aufgabe 39: Schlittenziehen (4 Punkte)

Ein Kind zieht einen Schlitten der Masse m mit konstanter Geschwindigkeit eine schiefe Ebene hinauf, die einen Winkel α mit der Horizontalen einschließt. Das Seil, an dem das Kind zieht, schließt mit der schiefen Ebene einen Winkel β ein. Wie muss β gewählt werden, wenn die vom Kind aufzubringende Kraft minimal werden soll? Wie groß ist die Kraft in diesem Fall? Der Gleitreibungskoeffizient zwischen Schnee und Schlitten sei μ .

Aufgabe 40: Interferenz (4,5 Punkte)



In einem Experiment trifft monochromatisches Licht von einer Lichtquelle auf einen Schirm. Ein Teil des Lichtes wird vor dem Auftreffen auf den Schirm an einem Spiegel reflektiert. Der Abstand d zwischen Lichtquelle und Spiegel ist sehr viel kleiner als $L = 1$ m. Der Abstand zwischen den auf dem Schirm entstehenden Maxima beträgt nahe dem Spiegel $\Delta x = 0.5$ mm. Vergrößert man den Abstand d um $\Delta d = 0.3$ mm, so verringert sich der Abstand Δx auf $\frac{2}{3}$ des ursprünglichen Wertes. Wie groß ist die Wellenlänge λ des einfallenden Lichtes?

Aufgabe 41: Asteroidentemperatur (7 Punkte)

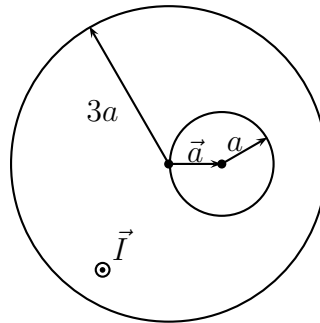
Ein kugelförmiger schwarzer Asteroid mit Radius 100 km ist aus dem Sonnensystem herausgeschleudert worden. Im Inneren des Asteroiden produzieren radioaktive Elemente Wärme mit einer Rate von $\dot{q} = 1 \cdot 10^{-10} \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$, die im gesamten Asteroiden gleich ist. Die Dichte des Asteroiden beträgt $\rho = 3500 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ und dessen Wärmeleitfähigkeit $\lambda = 2.1 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$. Bestimmen Sie die Kern- und Oberflächentemperatur des Asteroiden nach einer langen Zeit.

Aufgabe 42: Springende Murmel (5,5 Punkte)

Eine Murmel der Masse m hüpft die Treppe hinunter. Die Breite b der Stufen ist gleich der Höhe der Stufen. Die Kugel hüpft so, dass sie auf jeder Stufe an der selben Stelle auftrifft. Die Steighöhe h über dem jeweiligen Auftreffpunkt sei bei jeder Stufe gleich. Wie groß ist

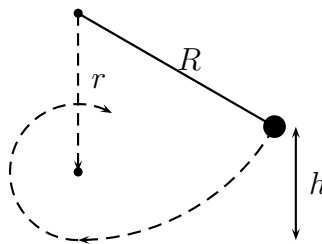
die horizontale Geschwindigkeit der Murmel und welcher Anteil der kinetischen Energie geht jeweils bei einem Stoß mit einer Stufe verloren?

Aufgabe 43: Magnetfeld eines Drahtes (5 Punkte)



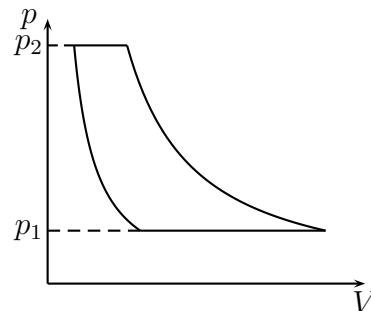
Ein unendlich langer gerader Draht hat einen kreisförmigen Durchschnitt des Radius $3a$, in dem stets ein Kreis des Radius a im Abstand \vec{a} von der Drahtachse fehlt. Der Draht wird entlang seiner selbst von einem homogenen Strom der Gesamtstärke \vec{I} durchflossen. Man bestimme das vom Draht erzeugte Magnetfeld in jedem Punkt des Raumes.

Aufgabe 44: Fadenpendel (2,5 Punkte)



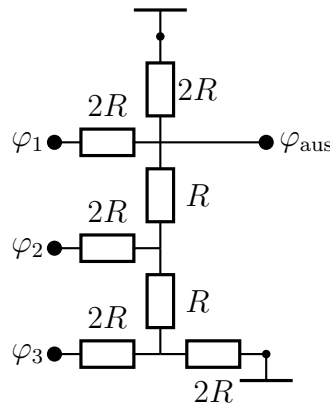
Ein Fadenpendel der Länge R wird in der Höhe h losgelassen und soll eine Kreisbewegung um einen im Abstand $r = 0.7R$ senkrecht unter dem Aufhängepunkt angebrachten Nagel ausführen. Unter welchen Bedingungen an h ist solche Bewegung möglich? Man vernachlässige die Effekte der Aufwicklung des Fadens auf den Nagel.

Aufgabe 45: Kreisprozess (4,5 Punkte)



Der in der Abbildung angegebener Kreisprozess besteht aus zwei isobaren und zwei adiabatischen Zustandsänderungen, die im Uhrzeigersinn abgelaufen werden. Das Arbeitsmedium ist dabei ein ideales Gas. Geben Sie den Wirkungsgrad des Prozesses in Abhängigkeit von p_1 , p_2 und c_p an.

Aufgabe 46: DA-Wandler (4 Punkte)



Der oberste und unterste Punkt der Schaltung ist jeweils geerdet. An den drei Eingängen links kann das Potenzial 0 V oder 1 V angelegt werden, wobei 0 V Erdung bedeutet. Man berechne das Ausgangspotenzial für alle möglichen Kombinationen der Eingangsspannungen.

Aufgabe 47: Rotierende Zylinder (4 Punkte)

Zwei gleich lange Zylinder bekannter Radien und Massen rotieren um parallele Achsen mit bekannten Winkelgeschwindigkeiten. Nun wird eine der Rotationsachsen solange verschoben, bis sich die zwei Zylinder berühren. Welche Winkelgeschwindigkeiten stellen sich dabei ein? Was passiert im Spezialfall gleicher Zylinder und gleicher Anfangswinkelgeschwindigkeiten?

Aufgabe 48: Lichtbrechung (7 Punkte)

Der Brechungsindex der Luft bei Atmosphärendruck und 300 K beträgt $1 + \tilde{n} = 1.0003$. Man nehme an, $n - 1 \sim \rho$. Um wie viel Mal dichter müsste die Luft an der Erdoberfläche sein, damit sich ein Lichtstrahl in Meereshöhe um die Erde herum bewegen kann? Die Temperatur der Atmosphäre sei als konstant anzunehmen. Der Luftdruck fällt mit der Höhe exponentiell ab, wobei dieser in der Höhe $\tilde{h} = 8700 \text{ m}$ $\frac{1}{e}$ des Normaldrucks beträgt. Der Radius der Erde beträgt $R = 6370 \text{ km}$.

Aufgabe 49: Bleistift mit Unschärfe (8 Punkte)

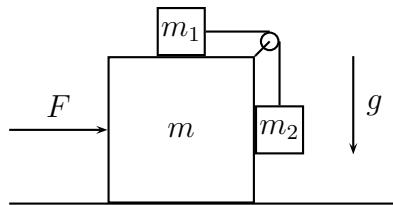
Aufgrund der Heisenbergschen Unschärferelation ist es nicht möglich, einen Bleistift für eine längere Zeit auf der Spitze stehen zu lassen. Wie lange kann es maximal dauern, bis ein Bleistift der Länge 15 cm mit der Masse 5 g um 5° von der Vertikallage ausgelenkt wird?

Aufgabe 50: Ueberlichtgeschwindigkeit (8 Punkte)

Auf einem Planeten führt ein Außerirdischer Versuche zum freien Fall durch. Er wirft Gegenstände mit der Geschwindigkeit u unter dem Winkel α zur Oberfläche des Planeten. Sie beobachten diese aus einem Raumschiff, das sich in der gleichen Ebene parallel zur Planetenoberfläche mit der Geschwindigkeit v bewegt. Zu Ihrem großen Erstaunen stellen Sie fest, dass der beobachtete Geschwindigkeitsanteil der Gegenstände senkrecht zur Oberfläche des Planeten größer als c ist. Man berechne diesen. Wie groß kann er maximal werden?

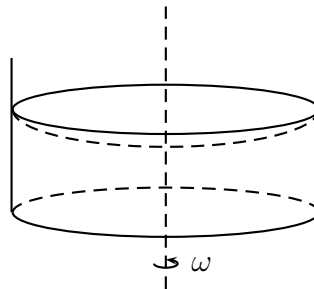
Den Geheimberichten zufolge beträgt die Anfangsgeschwindigkeit der Gegenstände $u = 300 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ und der Anfangswinkel $\alpha = \frac{\pi}{4}$. Sie beobachten, dass die Gegenstände nach der Zeit 6 s wieder auf der Planetenoberfläche aufschlagen. Wie groß ist die Gravitationsbeschleunigung an der Oberfläche (sie darf als konstant angenommen werden)?

Aufgabe 51: Drei Geschenke (3,5 Punkte)



Drei Gewichte sind wie in der Abbildung dargestellt angeordnet und können reibungsfrei aneinander und am Tisch gleiten. Man bestimme unter Vernachlässigung der Masse des Seiles die Kraft F , bei der die Gewichte relativ zueinander in Ruhe bleiben.

Aufgabe 52: Quecksilberspiegel (4,5 Punkte)



„Large Zenith Telescope“ in Kanada besteht aus einem Gefäß mit Durchmesser 6 m, welches mit Quecksilber gefüllt ist. Das Gefäß rotiert mit einer konstanten Winkelgeschwindigkeit ω . Wie groß muss diese sein damit die Brennweite des Spiegels etwa $f = 12.5$ m beträgt?

Aufgabe 53: Messbereicherweiterung (6 Punkte)

Zwei identische Drehspulmesswerke schlagen bei einem Strom von $I_0 = 200 \mu\text{A}$ voll aus. Diesen wird ein Widerstand nachgeschaltet bzw. parallelgeschaltet, um einen Voltmeter mit Messbereich bis $U_m = 20$ V bzw. einen Amperemeter mit Messbereich bis $I_m = 20$ mA zu erhalten. Diese Instrumente werden anschließend benutzt um einen unbekannten Widerstand R zu vermessen. Einmal wird der Amperemeter direkt an den Widerstand angeschlossen, wobei ein Widerstand von $R_1 = 460 \Omega$ beobachtet wird und ein anderes Mal wird der Voltmeter parallel zum Widerstand geschaltet, wobei sich ein Widerstand von $R_2 = 450 \Omega$ ergibt. Man bestimme den Widerstand R sowie die Werte der in den Messgeräten verwendeten Widerstände.

Aufgabe 54: Bimetallstreifen (4 Punkte)

Ein geklebter Bimetallstreifen besteht aus zwei gleich dicken Metallschichten (jeweils $x/2$) mit Wärmeausdehnungskoeffizienten α_i , wobei $\alpha_2 > \alpha_1$ ist. Im Ausgangszustand ist der Streifen gerade. Man berechne den Krümmungsradius des Streifens wenn dieser um ΔT erwärmt wird.

Aufgabe 55: Massendefekt der Erde (7 Punkte)

Die Masse der Erde ist kleiner als die Summe der Massen ihrer Bestandteile, da diese in einem unendlichen Abstand voneinander mehr Energie besitzen würden. Man berechne den durch gravitative Wechselwirkungen entstehenden Massendefekt der Erde. Gegeben ist die Dichteverteilung des Erdmaterials als Funktion des Abstandes zum Erdmittelpunkt $\rho(r)$.

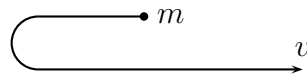
Aufgabe 56: Radioaktiver Zerfall (3 Punkte)

${}_{92}^{238}\text{U}$ zerfällt sodass am Ende ${}_{82}^{206}\text{Pb}$ entsteht. Man bestimme die minimal dafür notwendige Anzahl von α - bzw. β -Zerfällen.

Aufgabe 57: Tripelpunkt (6 Punkte)

In einem Behälter befinden sich jeweils 1 g Wasserdampf, Wasser und Eis am Tripelpunkt (612 Pa, 0.010°C). Nun wird dem Behälter 250 J Wärme zugeführt. Man bestimme die Massen des in den jeweiligen Zuständen befindlichen Wassers nach der Erwärmung.

Aufgabe 58: Peitschenschnur (8 Punkte)



Eine Peitsche hat die Länge $l = 2.5 \text{ m}$ und die konstante lineare Dichte $\sigma = 0.2 \text{ kg/m}$. An einem Ende ist ein kleiner Knoten der Masse $m = 10 \text{ g}$ befestigt. Nachdem die Schnur ausgebreitet wurde, zieht man an dem anderen Ende sodass sich dieses mit der konstanten Geschwindigkeit $v = 3 \text{ m/s}$ bewegt (s. Abb.).

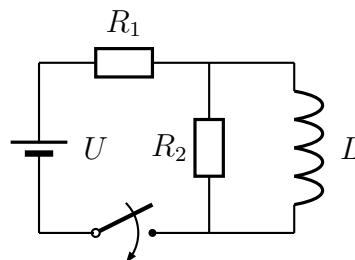
- (a) Welche maximale Geschwindigkeit erreicht der Knoten? Wann wird diese erreicht?
- (b) Mit welcher Kraft muss am Seil gezogen werden? Wie groß ist die maximale Kraft?
- (c) Wie verhalten sich die maximale Geschwindigkeit des Knotens und die maximale Kraft wenn die Masse des Knotens sehr klein wird?

Hinweis: Die Lösung erfordert nicht den Einsatz von Differentialgleichungen.

Aufgabe 59: Doppelspalt (3,5 Punkte)

Ein Doppelspalt wird mit Licht der Wellenlänge 500 nm bestrahlt. Wenn man vor einen der Spalte eine dünne Folie mit Brechungsindex 1.2 hält, verschiebt sich das Interferenzbild, sodass das Hauptmaximum an der Stelle des ehemaligen Maximums 4. Ordnung liegt. Man bestimme die Dicke der Folie.

Aufgabe 60: Pseudokomplexer Stromkreis (4,5 Punkte)



Im abgebildeten Schaltkreis ist der Schalter am Anfang geöffnet. Es fließen dabei keine Ströme.

- (a) Der Schalter wird geschlossen und eine längere Zeit geschlossen gehalten. Man bestimme die dabei an R_2 umgesetzte Energie.
- (b) Nun wird der Schalter wieder geöffnet. Man bestimme wiederum die dabei an R_2 umgesetzte Energie.

Aufgabe 61: Elektronenstrahl im Oszilloskop (5 Punkte)

In einem nicht abgeschirmten Oszilloskop werden Elektronen mit einer Spannung von 300 V beschleunigt und treffen nach Durchlauf einer Strecke von 30 cm auf einen Schirm. Am Äquator ist das Erdmagnetfeld horizontal gerichtet und besitzt eine Flussdichte von etwa $1.75 \cdot 10^{-5} \text{ T}$. Welche Bahn beschreibt der Elektronenstrahl auf dem Schirm, wenn das Oszilloskop langsam in der horizontalen Ebene gedreht wird? Wie ändert sich das Ergebnis, falls das Experiment an einem Ort durchgeführt wird, wo ein gleich starkes Magnetfeld den Winkel 60° mit der Horizontalen einschließt?

Aufgabe 62: Nachthimmel (3 Punkte)

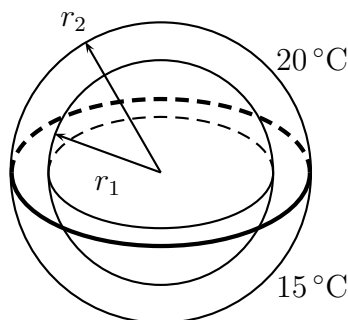
Man nehme an, das Universum sei unendlich groß, auf großen Distanzen homogen mit Sternen gefüllt, isotrop und unendlich alt.

- (a) Wie hell ist der Nachthimmel unter diesen Annahmen?
- (b) Wie ändert sich diese Helligkeit, falls im Universum signifikant viele homogen verteilte interstellare Gaswolken entstehen?
- (c) Warum beobachtet man den beschriebenen Zustand nicht?

Aufgabe 63: Schärfentiefe (4 Punkte)

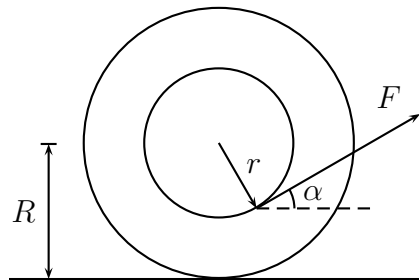
In einer Kamera wird ein Objekt mit einer Linse (Brennweite f) durch die Blende (Durchmesser D) auf die Filmebene abgebildet. Die Schärfentiefe ist die zulässige Verschiebung des Objektes entlang der optischen Achse, bei der sich das Bild um höchstens einen vorgegebenen Abstand l verschiebt. Man bestimme diese in Abhängigkeit von den auftretenden Parametern.

Aufgabe 64: Schmelzen von Eis (5 Punkte)



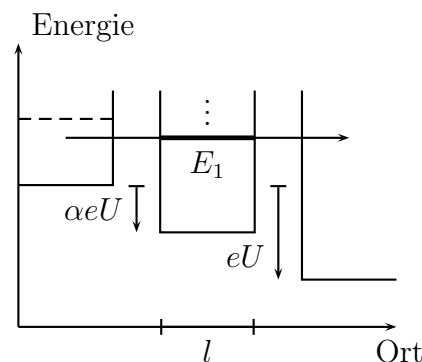
In einem evakuierten kugelförmigen Isoliergefäß mit dem inneren Radius $r_1 = 5\text{ cm}$ und dem äußeren Radius $r_2 = 10\text{ cm}$ befinden sich jeweils 100 g Wasser und Eis (spezifische Schmelzwärme 334 J/g) im Gleichgewicht. Die obere Hälfte der Außenhülle hat die konstante Temperatur 20°C , die untere Hälfte ist von dieser isoliert und wird bei 15°C gehalten. Wie lange dauert es, bis das gesamte Eis im Gefäß geschmolzen ist?

Aufgabe 65: Garnrolle (4,5 Punkte)



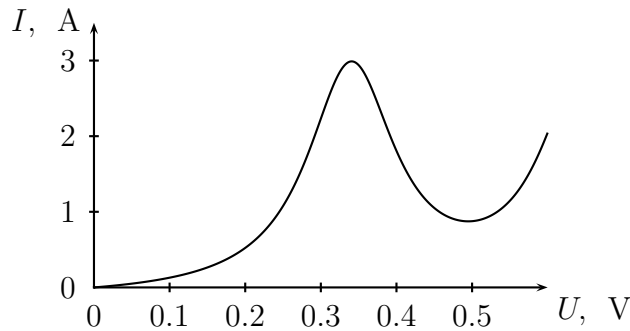
An dem Ende des auf eine Garnrolle aufgewickelten masselosen Fadens wird mit konstanter Kraft F gezogen. Welches Drehmoment wirkt auf die Rolle? In welche Richtung wird sich die Rolle bewegen, wenn sie nicht rutscht?

Aufgabe 66: Resonante Tunneldiode (6,5 Punkte)



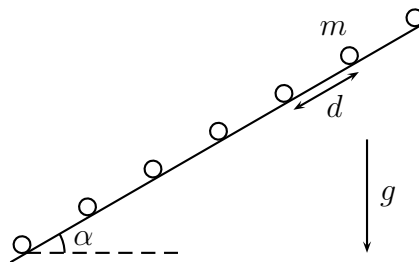
In einer Tunneldiode sind die Anschlüsse durch zwei Potentialbarrieren im Abstand l voneinander getrennt. Durch die Quantisierung möglicher Energieniveaus in dem dazwischenliegenden Potentialtopf können die Elektronen genau dann besonders leicht durch das System tunneln, wenn diese einen stationären Zustand im Potentialtopf einnehmen können. Wenn man an die Diode eine Spannung anlegt, wird diese in einem konstanten, diodenspezifischen Verhältnis aufgeteilt, wodurch die günstigen Energieniveaus relativ zu den ankommenden Elektronen verschoben werden können.

- (a) Welche Wellenlängen können die Elektronen im Potentialtopf haben? Wie groß sind die zugehörigen Energien? *Hinweis:* Die effektive Masse des Elektrons m^* kann sich i. A. von der freien Elektronenmasse m_e unterscheiden.



- (b) Die Abbildung zeigt das U-I-Diagramm einer GaAs-RTD mit $l = 5 \text{ nm}$. Für diese gilt $m^* = 0.067m_e$. Wie breit ist das Energiespektrum des links eintreffenden Elektronenstromes?
- (c) Wie groß ist die Differenz zwischen den Energien der ersten beiden Niveaus? Reicht die thermische Energie bei Raumtemperatur um einen Großteil der Elektronen ins 2. Energieniveau zu bringen?

Aufgabe 67: Lawine (6 Punkte)



Auf einem Hang, der den Winkel α mit der Horizontalen einschließt, liegen in konstanten Abständen d identische Schneeflocken der Masse m . Die obere Flocke wird leicht angeschoben, sodass eine Lawine entsteht. Der Aufschlag der Lawine auf die ruhenden Flocken ist immer völlig inelastisch, die Gleitreibung kann vernachlässigt werden. Welche Beschleunigung hat die Lawine nachdem diese viele Flocken angesammelt hat?

Aufgabe 68: Oberflächentemperatur der Sonne (3,5 Punkte)

Man schätze die Temperatur der Sonnenoberfläche ausschließlich unter Verwendung der mittleren Erdoberflächentemperatur $T_E = 288 \text{ K}$ und des Winkeldurchmessers der Sonne bei der Betrachtung von der Erde aus $\phi = 32'$ ab.

Aufgabe 69: Wechselstromverbraucher (6 Punkte)

Es gibt mehrere einfache Schaltungen, die an das Stromnetz (230 V, 50 Hz) angeschlossen eine elektrische Leistung von 400 W umsetzen und dabei einen effektiven Strom von 8 A durchlassen.

- (a) Man gebe alle möglichen Schaltungen dieser Art an, die aus minimal möglicher Anzahl von Elementen bestehen und gebe auch die entsprechenden Kennzahlen an.
- (b) Bei einer dieser Schaltungen eilt der Strom der Spannung voraus. Wenn man die Netzfrequenz verdoppelt, steigt der Phasenversprung um 8%. Um welche der Schaltungen handelt es sich dabei?

Aufgabe 70: Mondabstandsmessung (3,5 Punkte)

Der Abstand zum Mond kann zentimetergenau mit einem Laserstrahl bestimmt werden, der an einem auf dem Mond aufgestellten Spiegel reflektiert wird. Eine der Fehlerquellen ist dabei die Atmosphäre, die einen von 1 unterschiedlichen Brechungsindex besitzt und die Laufzeit damit verlängert. Wie groß ist die Auswirkung dieses Effekts auf das Messergebnis, wenn der Brechungsindex der Luft sich mit $n = 1 + \rho\eta$, $\eta = 0.00021 \text{ m}^3/\text{kg}$ ändert und der Luftdruck an der Oberfläche $p_0 = 101.3 \text{ kPa}$ beträgt?

Aufgabe 71: Kosmische Strahlung (5,5 Punkte)

Protonen können unter Abstrahlung eines Pions (Ruhemasse 135 MeV) an Photonen gestreut werden:

$$p + \gamma \rightarrow p + \pi^0.$$

Durch diesen Prozess wird die maximale Energie der Protonen kosmischer Strahlung begrenzt, da das Universum mit der Hintergrundstrahlung der Wellenlänge 1.9 mm gefüllt ist. Wo liegt diese Obergrenze?

Aufgabe 72: Membranenpotential (5,5 Punkte)

Eine Zellmembran lässt Kaliumkationen durch. Die Stromdichte hängt dabei vom Konzentrationsgradienten und vom elektrischen Feld ab:

$$j = \mu E - D \frac{dc}{dx}$$

Die Dimension des Diffusionskoeffizienten ist dabei m^2/s .

- (a) Leitfähigkeitskoeffizient μ hängt im Wesentlichen vom Diffusionskoeffizienten, der Ladung der einzelnen Ionen, ihrer Konzentration, der Temperatur und der Boltzmannkonstante ab. Man leite mittels einer Dimensionsanalyse diesen Zusammenhang her. Die auftretenden numerischen Koeffizienten sind zu vernachlässigen.

- (b) Was ist dann die Gesamtstromdichte?
- (c) Wie groß ist die Spannung an der Zellmembran in einem Gleichgewichtszustand wenn die Kaliumkationenkonzentration im Inneren der Zelle 135 mol/m^3 und außerhalb der Zelle 5 mol/m^3 beträgt, die Membran für keine anderen Ionen durchlässig ist und die Umgebungstemperatur 300 K beträgt?

Aufgabe 73: Huepfender Ball (7 Punkte)

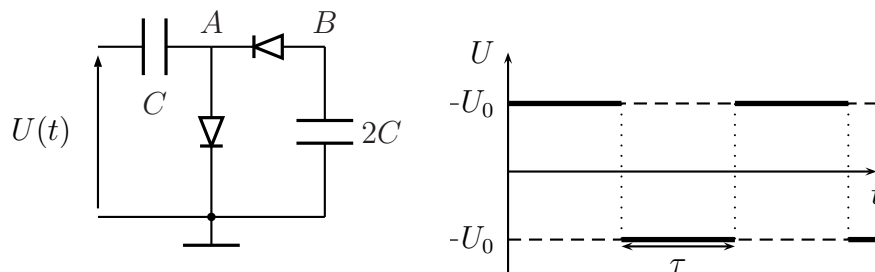
Ein Ball fällt ohne zu rotieren mit einer Geschwindigkeit $v = 10 \text{ m/s}$ unter einem Winkel $\alpha = \frac{\pi}{4}$ auf den Boden. Wie weit wird er nach dem Stoß fliegen, wenn der Gleitreibungskoeffizient zwischen Ball und Boden $\mu = 0.1$ beträgt? Wie ändert sich dieses Ergebnis, wenn $\mu = 0.8$ ist?

Hinweis: Der Ball kann als dünne Kugelschale (Trägheitsmoment um eine Schwerpunkttachse $\frac{2}{3}mr^2$), der Stoß als kurz und die Luftreibung als unwesentlich angesehen werden.

Aufgabe 74: Linse vor dem Spiegel (4 Punkte)

Eine dünne Linse erzeugt ein Bild eines Objektes. Direkt hinter die Linse wird nun parallel zur selben ein flacher Spiegel gestellt. Die Größe, wenn nicht die Lage, des Bildes bleibt unverändert. Man bestimme die Vergrößerung.

Aufgabe 75: Kondensatoren und Dioden (5 Punkte)



An der dargestellten Schaltung wird eine Rechteckspannung $U(t)$ angelegt. Man bestimme das asymptotische Verhalten der Potentiale in den Punkten A , B unter der Annahme dass die Kondensatoren und die Dioden ideal sind.

Aufgabe 76: Kochen mit Strahlung (3,5 Punkte)

Im Mittelpunkt eines wassergefüllten perfekt isolierten kugelförmigen Gefäßes befindet sich eine Probe eines radioaktiven Isotops, bei dessen Zerfall ein Elektron und ein Photon freigesetzt werden. Die Elektronen werden vom Wasser weitgehend komplett absorbiert, die Photonen nicht. Wie lange dauert es bis das Wasser anfängt zu kochen? Man nehme

an, die Temperatur sei in dem Gefäß stets überall gleich, Druckausgleich zur Atmosphäre gegeben und das Volumen der Probe vernachlässigbar.

Radius des Gefäßes	$r = 10 \text{ cm}$
Stoffmenge der Probe	$n = 5 \text{ mol}$
Halbwertszeit des Isotops	$T_{\frac{1}{2}} = 5 \text{ a}$
Energie der freigesetzten Elektronen	$E_{\beta} = 310 \text{ keV}$
Energie der freigesetzten Photonen	$E_{\gamma} = 1200 \text{ keV}$
Halbwertschicht der Photonen der Energie E_{γ} in Wasser	$d_{\frac{1}{2}} = 15 \text{ cm}$
Spezifische Wärmekapazität von Wasser	$c = 4.19 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
Dichte von Wasser	$\rho = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

Aufgabe 77: Die Stumme von Koeln (5,5 Punkte)

Die 1878 aufgehängte Kaiserglocke des Kölner Doms war von zahlreichen technischen Problemen geplagt. Zunächst schien die falsche Tonlage das größte darzustellen, doch hat man nach dem Einbau gemerkt dass man nicht mal den falschen Ton erzeugen konnte, da sich der Klöppel beim Schwingen relativ zur Glocke kaum bewegte, was den Kölnern natürlich auch den misslichen Klang ersparte.

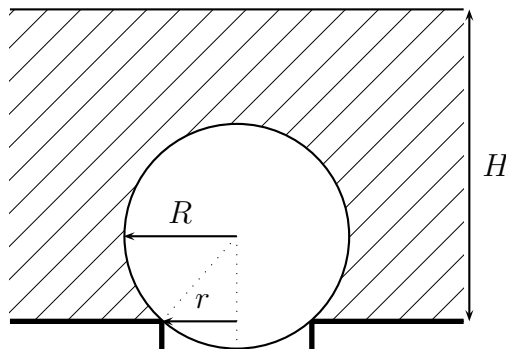
Unter welchen Bedingungen an relevante Parameter bleibt der Klöppel bei kleinen Schwingungen relativ zur Glocke in Ruhe? Dieser ist innerhalb der Glocke auf der Symmetrieachse im Abstand l vom Aufhängepunkt der Glocke aufgehängt. Die jeweiligen Massen m_g , m_k , Schwerpunktabstände zu den Aufhängepunkten s_g , s_k sowie reduzierte Pendellängen l_g , l_k der Glocke bzw. des Klöppels sind bekannt. *Hinweis:* Die reduzierte Pendellänge ist die Länge eines idealisierten Pendels das die gleiche Schwingungsdauer besitzt wie das betrachtete Pendel. Die Masse des Klöppels ist klein verglichen mit der Masse der Glocke. Wie groß muss demnach l gewesen falls $m_1 = 36 \text{ t}$, $m_2 = 720 \text{ kg}$, $J_1 = 132780 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $l_2 = 2,65 \text{ m}$, $s_1 = 1,15 \text{ m}$, $s_2 = 2,5 \text{ m}$ gegeben ist?

Aufgabe 78: Flasche mit Unterdruck (6 Punkte)

In einer Flasche befindet sich anfangs Luft bei Außentemperatur T_0 und halbem Außendruck p_0 . Die Flasche wird kurz geöffnet sodass ein Druckausgleich stattfindet und gleich wieder verschlossen.

- Welche Temperatur hat die Luft in der Flasche gleich danach?
- Welcher Druck stellt sich in der Flasche nach einiger Zeit ein?

Aufgabe 79: Verstopfter Abfluss (6 Punkte)

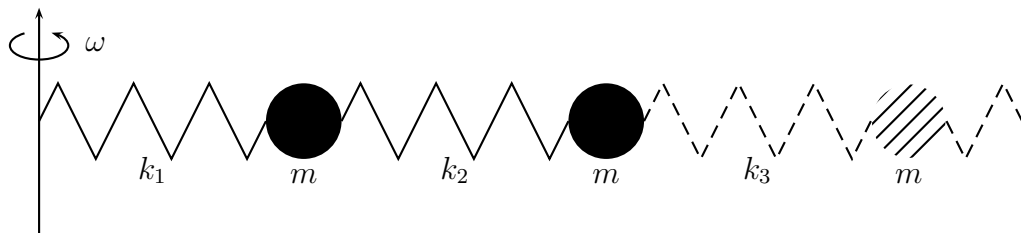


Eine Badewanne hat einen kreisförmigen Abfluss (Radius $r = 2 \text{ cm}$), den ein Korrektor mangels eines Stöpsels mit einem Ball (Radius $R = 5 \text{ cm}$, Dichte ρ) zu verschließen versucht. Dies gelingt ihm anfangs nicht, weil der Ball bei einer bestimmten Wasser- (Dichte $\rho_W = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$)-höhe h aufzusteigen beginnt. Nachdem der Badende resigniert beschließt den Ball die ganze Zeit über zu halten und die Badewanne füllt, stellt er verwundert fest, dass der Ball ab einer Wasserhöhe von $H = 15 \text{ cm}$ ohne zusätzlichen Halt am Platz bleibt.

- Wie groß ist die Dichte des Balls?
- Ab welchem Füllstand h muss man ihn vorübergehend halten?

Hinweis: Das Volumen einer Kugelkappe mit Krümmungsradius R und Schnittflächenradius r beträgt $\frac{\pi}{3} (2R^3 - (2R^2 + r^2)\sqrt{R^2 - r^2})$.

Aufgabe 80: Federn am Haken (3,5 Punkte)



Es werden n identische Punktmassen m durch ideale Federn der Ruhelänge l und Federkonstanten k_1, \dots, k_n in eine Kette verbunden sodass die erste Feder noch an einem Haken befestigt ist. Wenn die Kette im Weltall mit Winkelgeschwindigkeit ω um den Haken rotiert haben alle Federn wieder die gleiche Länge L . Man bestimme alle Federkonstanten.

Aufgabe 81: Logarithmisches Potentiometer (4,5 Punkte)

Für eine Gravizapa braucht man ein Potentiometer, bei dem sich der Widerstand logarithmisch mit dem Abgriff ändert: $R(x) = R_0 \ln(1 + x/k)$, wobei $R_0 = 1 \Omega$. Diese werden üblicherweise von Pazaken aus Metallstreifen mit dem spezifischen Widerstand $\rho = 1.5 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$, Länge $a = 1 \text{ m}$ und Breite $b = 1 \text{ mm}$ geschliffen.

- (a) Wie muss das Dickenprofil des fertigen Potentiometers $h(x)$ beschaffen sein wenn man $k = a$ voraussetzt?
- (b) (Bonusfrage) Wie viel KC kostet eine Gravizapa? Es muss nämlich $k = 1000a$ gelten. Wie genau muss ein Pazak arbeiten um das entsprechende Potentiometer herstellen zu können? Zur Auswahl stehende Herstellungsmethoden: Gießen, Fräsen, Ätzen, Lithographie, Maxwelldämon.

Aufgabe 82: Teilchendetektion (4,5 Punkte)

In einem Teilchenbeschleuniger wird ein kurzlebiges Teilchen erzeugt das fast sofort in zwei andere zerfällt. Diese werden von Detektoren aufgefangen und als Elektron bzw. Positron identifiziert. Deren Impulse werden dabei registriert, die Ergebnisse sind hier komponentenweise angegeben:

Teilchen	$c \cdot p_x$, GeV	$c \cdot p_y$, GeV	$c \cdot p_z$, GeV
Elektron	-12	49	-50
Positron	21	-32	-31

Welchen Impuls, Energie und Ruheenergie besaß das zerfallene Teilchen? Welches der aufgeführten Teilchen könnte es gewesen sein?

Teilchen	Ruheenergie, MeV	Ladung	Spin
Elektron	0.51	-1	1/2
Positron	0.51	+1	1/2
Proton	940	+1	1/2
Up-Quark	2	+2/3	1/2
Myon	105	-1	1/2
W^+	80400	+1	1
W^-	80400	-1	1
Z_0	91100	0	1
Photon	0	0	1

Aufgabe 83: Fata Morgana (5 Punkte)

Eine Wüste, aber auch eine lange gerade Straße erscheint bei extremer Hitze oft nass. Dies liegt an der heißen Luftschicht direkt über dem Boden, die flach einfallendes Licht z.B. von Himmel reflektiert. Wie heiß muss die Luft direkt an der Oberfläche sein damit man bei einer Augenhöhe von $H = 1.5 \text{ m}$ in einer Entfernung von $L = 200 \text{ m}$ den Anfang der Spiegelung beobachtet? Man gehe davon aus dass die Temperatur der Luft nur von der Höhe abhängt. Der Brechungsindex hängt mit der Luftdichte über $n - 1 \sim \rho$ zusammen. Die Temperatur der Luft auf Augenhöhe beträgt $T_0 = 20^\circ\text{C}$, die Dichte $\rho_0 = 1.204 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, Brechungsindex $n_0 = 1 + n_\Delta$, $n_\Delta = 2.92 \cdot 10^{-4}$. *Hinweis:* Die Druckänderung über die betrachtete Höhe kann vernachlässigt werden, der Druck ist also konstant $p = 1 \text{ atm}$.

Aufgabe 84: Feder als Spule (5 Punkte)

Durch eine spiralförmige Feder mit Radius $r = 5 \text{ cm}$, Federkonstante $k = 1 \text{ N/m}$ und $N = 400$ Windungen fließt ein Strom $I = 1 \text{ A}$. Die Länge der Feder beträgt dabei $L = 40 \text{ cm}$. Wie groß ist die Ruhelänge l der Feder?

Aufgabe 85: Wasserrakete (7,5 Punkte)

Eine Flasche (Volumen $V_g = 2 \text{ l}$, Masse $M = 200 \text{ g}$) wird zur Hälfte mit Wasser gefüllt. Der restliche Teil enthält komprimierte Luft ($c_v = 720 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$, $c_p = 1010 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$). Die Flasche wird mit dem Verschluss (Radius $r = 1 \text{ cm}$) nach unten auf Meereshöhe ($g = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$) aufgestellt. Dieser wird anschließend geöffnet.

- (a) Wie groß muss der Druck in der Flasche sein damit diese abhebt?
- (b) Wie groß muss der Druck sein damit die Flasche weiter beschleunigt bis das Wasser ausgeht?

Die Reibung kann vernachlässigt werden. Weiterhin ist der Durchmesser der Flasche als groß gegenüber dem des Verschlusses anzunehmen. Diese Aufgabe zeigt übrigens eindrucksvoll warum ein Pepelaz ohne Gravizapa nutzlos ist.

Aufgabe 86: Neutrinomasse (3 Punkte)

Bei der Explosion einer Supernovae (Entfernung rund 160000 Lichtjahre) entstehen 2 Neutrinos, die mit einer Laufzeitdifferenz von 10 s die Erde erreichen. Man schätze die Masse eines Neutrinos nach oben ab, wenn die Energien der Neutrinos 10 MeV bzw. 20 MeV betragen.

Aufgabe 87: Schwingende Linse (6 Punkte)

Zu beiden Seiten einer dünnen Sammellinse (Brennweite f , Durchmesser d) befinden sich im Abstand l auf der optischen Achse punktförmige Lichtquellen der Leistung P . Man

bestimme die Schwingungsdauer der Linse bei kleinen Auslenkungen unter der Annahme $l \ll d \ll f$.

Aufgabe 88: 1-dimensionaler Leiter (3,5 Punkte)

Für einen 1-dimensionalen Leiter lässt sich der minimale Widerstand mithilfe der Energie-Zeit-Unschärferelation $\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$ abschätzen.

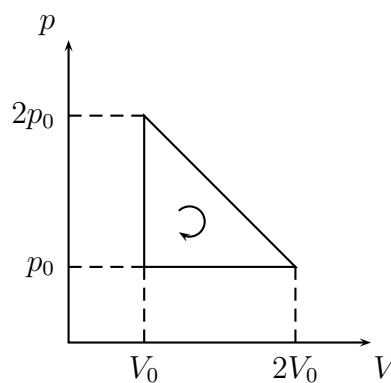
- Nehmen Sie an, dass sich in einem langen 1-Dimensionalen Leiter genau ein freies Elektron befindet.
- Wie verändert sich die Leitfähigkeit, wenn die Elektrode aus Gold (Au) und Kupfer (Cu) besteht.

Diese Aufgabe demonstriert mit einfachen Mitteln den Quanten-Hall Effekt.

Aufgabe 89: Umspannte Kugeln (4 Punkte)

- Über den Großkreis einer Kugel wird ein Seil gespannt. Dann wird es um einen Meter verlängert und gleichmäßig von der Kugeloberfläche entfernt. Wie groß ist die Entfernung.
- Das Seil wird nun nur an einem Punkt von der Erde weggezogen. Wie groß ist der Abstand dieses Punktes von der Erdoberfläche, wenn der Erdradius, als groß gegenüber der Höhe angesehen werden kann.
- Nun wird ein Seil um einen Wasserball gespannt und um einen Meter verlängert und in einem Punkt von dem Ball weggezogen. Wie hoch kann dieser Punkt nun werden.

Aufgabe 90: Wärmekraftmaschine (7 Punkte)



Man berechne den Wirkungsgrad dieser Maschine. Wo wird Wärme abgegeben bzw. aufgenommen?

Aufgabe 91: Verloren im Weltraum (6,5 Punkte)

Käptain Blaubär ist mal wieder blau und erzählt dem Heinz Blöd Geschichten:

Als ich noch jung war, wurde ich wegen meiner sportlichen Leistung, ich schaffte es mich im Raumanzug 25 cm von der Erde abzustoßen, gebeten die Sonnensegel der Internationalen Raumstation zu reparieren. Als ich nun da oben war, packte mich mein sportlicher Ehrgeiz und ich sprang in Flugrichtung mit voller Kraft ab. Die ISS wurde immer kleiner und mich überkam die Angst. Glücklicherweise wurde sie auch wieder größer und mir gelang es, wieder zur ISS zu kommen.

- (a) Helfen Sie dem Blödmann Heinz herauszufinden ob der blaue Blaubär Kapitän Seemannsgarn erzählt. Nehmen Sie dazu an, dass der Erdradius 6730 km und die Orbitalhöhe der ISS 300 km beträgt.
- (b) Wann würde der Blaubär das nächste mal die Raumstation erreichen?

Aufgabe 92: Warme Gluehwendel (4 Punkte)

An ein Glühwendel, wird die Spannung U_1 angelegt und es hat die Temperatur T_1 . Bei der doppelten Spannung hat es eine um $\Delta T = 30$ K höhere Temperatur. Der Widerstand des Glühwendels sei im Relevanten Temperaturbereich konstant. Die Umgebungstemperatur ist $\Theta = 20^\circ\text{C}$

Aufgabe 93: Zerfallsreihe (5 Punkte)

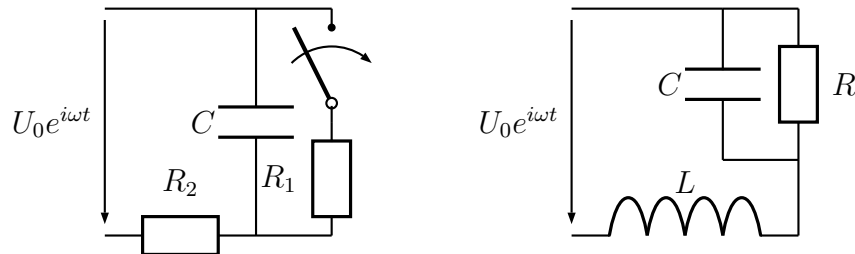
In einer Probe sind die beiden Thoriumisotope im natürlichen Gleichgewicht. Nach dem entfernen aller anderen Atome hat die Probe eine Masse von 1 kg. Wie verhält sich die absolute Anzahl N der Radon-220-Atome im Zeitraum von 10^{-3} a bis 10^3 a? Geben Sie den Verlauf so genau wie möglich wieder!

Aufgabe 94: Untergehende Sonne (4 Punkte)

Der 1.8 m hohe Indianer Pato betrachtet am Äquator zur Tag- und Nachtgleiche die untergehende Sonne.

- (a) Als der obere Rand der Sonne gerade untergeht, kommt ihm die Idee auf einen in der nähe gelegenen 4.2 m hohen Hügel zu steigen um die Sonne ein weiteres Mal untergehen zu sehen. Wie viel Zeit hat er dafür maximal?
- (b) Als Pato die Sonne das erste Mal untergehen sieht, sieht der gleichgroße Indianer Taxo von einem Berg aus den unteren Rand der Sonne gerade untergehen. Wie hoch ist dieser Berg, wenn bekannt ist, dass die Sonne einen Sehwinkel von 0.5° besitzt?

Aufgabe 95: Unerwartete Schaltungen (5 Punkte)



- (a) In der linken Schaltung ist der Widerstand R_1 so zu wählen, dass die Impedanz der Schaltung bei geöffnetem und geschlossenem Schalter gleich groß wird.
- (b) In der rechten Schaltung ist die Kreisfrequenz so zu wählen, dass die Impedanz der Schaltung unabhängig vom Widerstand R wird.

Aufgabe 96: Meteoritentemperatur (7 Punkte)

Ein kleiner kugelförmiger schwarzer Meteorit der Masse $m = 10^{-10}$ kg fällt durch die Erdatmosphäre. Die Stöße der Luftmoleküle mit dem Meteoriten sind als vollständig unelastisch zu betrachten, die Massenänderung des Meteoriten aber zu vernachlässigen. Die Geschwindigkeit in Abhängigkeit der Höhe ist gegeben durch $v(h) = v_0 \exp -\frac{\rho(h)\pi R^2 h}{m}$.

- (a) Bestimmen Sie die Anzahl der Stöße des Meteoriten mit den Molekülen der Atmosphäre je Sekunde als Funktion der Geschwindigkeit.
- (b) Bestimmen Sie die Temperatur des Meteoriten als Funktion der Geschwindigkeit.
- (c) Wann erreicht der Meteorit seine höchste Temperatur und wie groß ist diese?

Aufgabe 97: Bewegte Glasscheibe (5 Punkte)

Licht ist auf dem Weg von einer Lichtquelle A zu einem Empfänger B. Ein Glaskörper der Brechzahl n und der Dicke D in seinem Ruhesystem bewegt sich parallel zu \overline{AB} mit der Geschwindigkeit v , sodass das Licht senkrecht in den Glaskörper eintritt. Wie stark beeinflusst die Anwesenheit des Körpers die Laufzeit des Lichts?

Aufgabe 98: Gasvolumina (2,5 Punkte)

Ein ideales Gas durchläuft den abgebildeten Prozess.

Bestimmen Sie das Verhältnis von maximalem zu minimalem Volumen, das das Gas einnimmt.

Aufgabe 99: Kugel am Faden (5 Punkte)

Auf einem horizontalen Tisch ruht reibungsfrei ein Brett mit einem Stativ, an dem ein Faden der Länge l mit einer kleinen Kugel am Ende hängt. Das Brett mit Stativ hat die gleiche Masse wie die Kugel. Bestimmen Sie die minimale Geschwindigkeit, die man der Kugel geben muss, damit sie sich mit gespanntem Faden einmal vollständig um die Befestigung am Stativ drehen kann.

Aufgabe 100: Spezifischer Widerstand (5,5 Punkte)

Eine Firma stellt Bleche eines Materials mit einer sehr geringen Dicke d her. Um den spezifischen Widerstand des Materials zu bestimmen, setzt man vier Metallnadeln in gleichen Abständen l , wie in der Abbildung, auf ein Blech und verbindet die Nadeln 1 und 4 mit einer Stromquelle, die eine Stromstärke I zur Verfügung stellt. Darüber hinaus wird die Spannung zwischen den Nadeln 2 und 3 gemessen.

Leiten Sie einen Ausdruck für den spezifischen Widerstand des Materials als Funktion der gegebenen bzw. gemessenen Größen ab. Die Abbildung zeigt nur einen Ausschnitt des Bleches. Sie können annehmen, dass das Blech insgesamt sehr groß ist und dass der Kontaktwiderstand zwischen dem Blech und den Nadeln vernachlässigbar ist.

Aufgabe 101: Solarofen (5,5 Punkte)

Ein parabolischer Spiegel dessen Durchmesser der vierfachen Brennweite von $f = 1\text{ m}$ entspricht fokussiert nahezu senkrecht einfallendes Sonnenlicht in einen kleinen Raumbereich um den Brennpunkt.

- (a) Der Winkeldurchmesser der Sonne beträgt von der Erde aus gesehen etwa $0,5^\circ$. Schätzen Sie den Durchmesser d des Raumbereiches ab, in den das Sonnenlicht hinein fokussiert wird. In den Fokus des Spiegels wird ein kleiner, schwarzer, kugelförmiger und wärmeleitfähiger Körper vom Durchmesser d platziert. Schätzen Sie ab, auf welchen Anteil der Sonnentemperatur dieser Körper maximal aufgeheizt werden kann.

Aufgabe 102: Lautstärke von Lautsprechern (4,5 Punkte)

Eine Firma hatte sich auf punktförmige Lautsprecher für empfindliche Ohren spezialisiert, die Schallwellen isotrop in alle Richtungen abgeben und in einem Meter Entfernung einen Schalldruckpegel von 1 dB besitzen. Der Schalldruckpegel kann als Maß für die Lautstärke der Lautsprecher verwendet werden.

- (a) Ein Entwickler hat zwei dieser Lautsprecher kohärent direkt nebeneinander gestellt und versucht zu klären, wie groß die Lautstärke der beiden Lautsprecher gemeinsam ist.

Bestimmen Sie den maximal erreichbaren gemeinsamen Schalldruckpegel der zwei Lautsprecher in einer Entfernung von einem Meter.

- (b) Die Nachfrage nach Lautsprechern, die höhere Lautstärken abgeben, ist doch höher als vermutet und die Firma möchte aus ihren Lautsprechern Systeme herstellen, die auch größere Lautstärken bedienen.

Geben Sie an, wie viele der punktförmigen Lautsprecher man kohärent direkt nebeneinander stellen muss, um in einer Entfernung von einem Meter einen Schalldruckpegel von mindestens n dB zu erreichen. Berechnen Sie außerdem, wie viele Lautsprecher nötig sind, um so einen Schalldruckpegel von 80 dB zu erzeugen und geben Sie Ihre Einschätzung zu der Frage ab, ob die Firma mit ihrer Idee Erfolg haben wird.

- (c) Ein Kunde hat ein System aus zwei Lautsprechern gekauft und findet es nun doch zu laut. Er bestellt den Kundenservice und wünscht, dass sein Lautsprechersystem auf 1 dB heruntergetrimmt wird. Da die Lautsprecher fest verkabelt sind, kann man nicht einfach einen der Lautsprecher ausschalten, sondern lediglich mit einer Trimmerschraube den Phasenwinkel der Schallwellen einstellen.

Bestimmen Sie, auf welchen Phasenwinkel die Trimmerschraube eingestellt werden muss, um die gewünschte Lautstärke zu erreichen!

Alternativ könnte man die Lautsprecher auch weiter weg aufstellen. Geben Sie an, in welcher Entfernung von dem Lautsprechersystem aus zwei Lautsprechern (ohne verstelltem Phasenwinkel) der Schalldruckpegel 1 dB beträgt.

Hinweis: Ein deziBel ist ein zehntel Bel. Der Bel-Wert einer Schallwelle ist der Zehnerlogarithmus des Quadrats des Quotienten der Schalldruckamplitude der Welle und einer festen Schalldruckamplitude \hat{p}_0 , die die Wahrnehmungsgrenze des menschlichen Gehörs angibt, also:

$$\text{Schalldruckpegel in Bel} = \lg \left(\frac{\hat{p}^2}{\hat{p}_0^2} \right)$$

Die Schalldrücke zweier kohärenter Wellen addieren sich beim Überlagern.

Aufgabe 103: Beruhigung einer Wäscheschleuder (7 Punkte)

Waschmaschinen und -schleudern können aufgrund ihres beim Beladen in der Regel nicht zentrierten Schwerpunktes durch Schwingungen hüpfen und wandern. Die Folgen dieser Unwucht können zum Beispiel durch eine elastische, gedämpfte Lagerung der Trommel im Gehäuse der Schleuder reduziert werden.

Die nebenstehende Abbildung zeigt ein ebenes Modell einer Wäscheschleuder, das im Folgenden betrachtet werden soll.

Dabei bezeichnet O das gehäusefeste Drehlager. Der Trommelmittelpunkt M kann gegenüber O elastische Querbewegungen ausführen. S ist der Schwerpunkt der befüllten Trommel, die eine Masse von $m_t = 10$ kg besitzt. Der Abstand MS betrage stets 1 cm. Die Federn in x - und y -Richtung weisen die gleiche Steifigkeit von $k = 25 \text{ kNm}^{-1}$ auf.

Dämpfkungskräfte und die Erdanziehungskraft sollen im Folgenden vernachlässigt werden. Die maximale Drehzahl beträgt $1500 \frac{\text{U}}{\text{min}}$.

- (a) Bestimmen Sie die Eigenfrequenzen der Trommelquerschwingungen in x - und y -Richtung im Stand. Diese entsprechen den kritischen Drehzahlen des Systems.
- (b) Leiten Sie einen Ausdruck für die radiale Auslenkung r des Trommelmittelpunkts M gegenüber O in Abhängigkeit von der Drehzahl n ab.
- (c) Geben Sie den Wert für r für die Drehzahlen $n = 150 \frac{\text{U}}{\text{min}}$; $1500 \frac{\text{U}}{\text{min}}$ an und zeichnen Sie für beide Fälle in die unten stehende nicht maßstabsgetreue Abbildung ein, wie die Punkte O, M, S zueinander liegen. Verwenden sie zur Kennzeichnung des Punktes O ein Kreuz.
- (d) Geben Sie an, welche Auslenkung bei sehr hohen Drehzahlen erreicht wird.

Im Folgenden soll eine weitere Möglichkeit zum Verringern der Unwucht des Systems betrachtet werden. Als Unwucht wird dabei das Produkt aus dem Abstand des Trommelmittelpunktes zu dem Schwerpunkt der beladenen Trommel und der Masse der beladenen Trommel bezeichnet. Nehmen Sie dazu an, dass sich zusätzlich zwei gleiche Kugeln jeweils der Masse $m = 0,25 \text{ kg}$ reibungsfrei auf einer kreisförmigen Bahn mit Radius $R = 25 \text{ cm}$ um den Mittelpunkt M der Trommel bewegen können (siehe Abbildung oben). Die Bahn ist mit der Trommel fest verbunden und soll so gestaltet sein, dass die Kugeln nicht kollidieren, sondern nebeneinander vorbeilaufen können.

- (a) Skizzieren Sie die möglichen Gleichgewichtszustände dieses Systems bei der Drehung der Trommel und notieren Sie, bei welchen ein Auswuchten stattfindet. Wie stehen bei den möglichen Gleichgewichtszuständen jeweils O, M, S sowie die beiden Kugeln zueinander?
- (b) Geben Sie an, welche Gleichgewichtszustände sich bei einer kleinen Drehzahl von $n = 150 \frac{\text{U}}{\text{min}}$ sowie bei einer großen Drehzahl $n = 1500 \frac{\text{U}}{\text{min}}$ einstellen.
- (c) Stellen Sie eine Beziehung auf, die die zusätzlichen Massen erfüllen müssen, um ein vollständiges Auswuchten zu ermöglichen. Begründen Sie außerdem, ob das Auswuchten auf diese Weise für alle Drehzahlen möglich ist.

Aufgabe 104: Kosmische Geschwindigkeiten (3,5 Punkte)

Als erste kosmische Geschwindigkeit wird die Geschwindigkeit bezeichnet, die ein Körper benötigt, um eine Kreisbahn um die Erde an der Erdoberfläche zu beschreiben. Die zweite kosmische Geschwindigkeit ist hingegen notwendig, um dem Gravitationsfeld der Erde gerade ganz zu entfliehen.

- (a) Berechnen Sie das Verhältnis der zweiten zur ersten kosmischen Geschwindigkeit.

- (b) Welchen Anteil der zweiten kosmischen Geschwindigkeit muss man einem Körper mitteilen, damit er, von der Erde aus startend, nach einem Jahr zur Erde zurückkehrt?

Sie können in dieser Aufgabe den Luftwiderstand und den Einfluss anderer Himmelskörper außer der Erde vernachlässigen.

Folgende Werte können als bekannt vorausgesetzt werden:

Radius der Erde: $r_E = 6370 \text{ km}$

Masse der Erde: $m_E = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$

Aufgabe 105: Negativer Brechungsindex (5 Punkte)

Bestimmte Materialien besitzen für einen engen Wellenlängenbereich der elektromagnetischen Strahlung einen negativen Brechungsindex. Geht ein Lichtstrahl von einem Medium mit einem Brechungsindex $n_1 > 0$ in ein Medium mit einem Brechungsindex $n_2 < 0$ über, so gilt weiterhin das Snelliussche Brechungsgesetz:

$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2$$

Allerdings ist α_2 dann negativ.

- (a) Ein kleines Objekt befindet sich in einem Abstand a vor einer großen Platte der Dicke d , die aus einem Material mit Brechungsindex -1 besteht. Der Brechungsindex des übrigen Raumes sei 1.

Geben Sie an, wo sich das Bild des Objektes auf der anderen Seite der Platte befindet und welche Eigenschaften dieses Bild besitzt, d.h. geben Sie dessen Vergrößerung an und entscheiden Sie, ob das Bild reell bzw. virtuell, gespiegelt oder rotiert ist.

- (b) Ein kleines Objekt befindet sich in einem kartesischen Koordinatensystem bei $(a, -b, 0)$, wobei a und b größer 0 seien. Der Raum mit $x > 0$ und $y > 0$ sei mit einem Material des Brechungsindex -1 angefüllt und der Brechungsindex betrage 1 für den üblichen Raum.

Die nebenstehende Abbildung zeigt einen Schnitt durch den Raum für $z = 0$. Betrachten Sie im Folgenden nur diese Ebene.

Untersuchen Sie die Strahlen, die vom Objekt kommen und aus dem Raum mit negativem Brechungsindex stammen. Bestimmen Sie die Position, die Vergrößerung und die Eigenschaften des aus diesen Strahlen entstehenden Bildes. Von welcher Position aus ist dieses Bild zu sehen?

Aufgabe 106: Masse und Feder (4 Punkte)

Zwei Massestücke liegen auf einer waagerechten reibungsfreien Unterlage, das linke Massestück m berühre eine Wand, das andere Massestück der Masse $3m$ ist durch eine Feder und einen Faden mit dem ersten verbunden. Die Feder ist anfänglich um 4 cm gestaucht. Dann wird der Faden durchtrennt. Bestimmen Sie die maximale Dehnung der Feder im darauffolgenden Prozess!

Aufgabe 107: Houston, wir haben ein Problem (5,5 Punkte)

An Bord eines Raumschiffes, das sich in weiter Entfernung von der Erde befindet, ist ein Problem aufgetreten. Die Astronauten berichten, dass plötzlich ein Loch der Größe von 1 mm^2 in der Hülle aufgetreten ist, durch welches Luft auströmt. Offensichtlich ist nicht nur die Hülle beschädigt, denn direkt nach der Meldung fällt der Funkkontakt aus.

- (a) Bestimmen Sie, wie lange es dauert, bis der Druck im Inneren des Raumschiffs auf die Hälfte des anfänglichen Druckes von 10^5 Pa abgefallen ist. Nehmen Sie dazu an, dass die Druckänderung im Raumschiff isotherm abläuft und dass die Wand des Raumschiffes dünn ist.
- (b) Berechnen Sie, um wie viel sich die Geschwindigkeit des Raumschiffes dabei ändert.

Sie können folgende Werte für ihre Rechnungen verwenden:

Temperatur im Raumschiff: $T = 20 \text{ }^\circ\text{C}$

Masse des Raumschiffs: $m = 2 \cdot 10^4 \text{ kg}$

Luftvolumen im Raumschiff: $V = 50 \text{ m}^3$

Molare Masse von Luft: $M_{\text{Luft}} = 29,0 \text{ g mol}^{-1}$

Aufgabe 108: Defibrillatoren und Aufwärtswandler (7 Punkte)

Defibrillatoren werden dazu benutzt, den Herzrhythmus eines nicht regelmäßig schlagenden Herzens wiederherzustellen. Dazu wird gleichzeitig ein großer Anteil der Herzmuskelzellen durch einen Stromschlag elektrisch stimuliert.

Betrachten Sie einen einfachen Defibrillator bestehend aus einem Kondensator, der sich über zwei mit dem Brustkorb des Patienten verbundene Elektroden in einem Zeitraum von etwa 150 ms entlädt. Der Widerstand des Brustkorbes zwischen den Elektroden betrage etwa $100 \text{ }\Omega$ und die für die Defibrillation notwendige Energie betrage 200 J .

- (a) Schätzen Sie ab, welche Kapazität der Kondensator besitzen muss und auf welche Spannung er für den Betrieb mindestens aufgeladen werden muss.

Bei mobilen Defibrillatoren, wie sie an einigen öffentlichen Plätzen zu finden sind, wird der Kondensator über eine Batterie aufgeladen. Da die Spannung U_+ der Batterie geringer ist, als die notwendige Kondensatorspannung, muss sie hochgewandelt werden. Eine Möglichkeit dazu bietet ein so genannter Aufwärtswandler, wie er nebenstehend skizziert ist.

Der Schalter S öffnet und schließt sich periodisch, wobei er einen Anteil g einer sehr kurzen Periodendauer geschlossen und einen Anteil $1 - g$ offen ist. g wird in diesem Fall als Tastverhältnis bezeichnet. Der eingezeichnete Widerstand soll sehr groß sein und das ohmsche Verhalten des Kondensators abbilden. Nehmen Sie außerdem an, dass die Diode in Sperrichtung vollständig sperrt und in Durchlassrichtung keinen Spannungsabfall verursacht.

- (a) Leiten Sie einen Ausdruck für die maximal erreichbare Kondensatorspannung in Abhängigkeit von den auftretenden Größen her. Alle Bauteile dürfen als ideal angenommen werden.
- (b) Bestimmen Sie, wie groß das Tastverhältnis gewählt werden muss, um einen Kondensator einer Kapazität von 100 F mit einer 12 V Batterie auf eine Spannung von 500 V aufzuladen, wenn die Induktivität der Spule 5 mH beträgt.

Aufgabe 109: Ein seltsamer Anblick (5 Punkte)

Ein Raumschiff bewegt sich mit einer hohen Geschwindigkeit v senkrecht zur Ebene der Milchstraße. Aus Sicht eines Beobachters in der Milchstraße befindet er sich genau über dem galaktischen Zentrum in einer Entfernung d zur galaktischen Ebene.

Ein Beobachter in dem Raumschiff stellt erstaunt fest, dass er einen Teil der Galaxis nicht hinter, sondern vor sich sieht.

- (a) Untersuchen Sie dieses Phänomen, indem sie berechnen, unter welchem Winkel der Beobachter im Raumschiff einen Lichtstrahl empfängt, der für einen Beobachter in der Galaxis einen Winkel θ mit der Bahn des Raumschiffes einschließt. Geben Sie den aus dem Raumschiff beobachteten Winkel θ' als Funktion des Winkels θ an.
- (b) Die Milchstraße besitzt eine Ausdehnung von etwa 100000 ly und das Raumschiff befindet sich in einer Entfernung von $d = 20000$ ly von ihr entfernt. Bestimmen Sie die Geschwindigkeit, mit der sich das Raumschiff mindestens bewegen muss, wenn der Rand der Galaxie unter einem Winkel von $\theta' = 150^\circ$ aus dem Raumschiff zu sehen ist.

Experimentelle Aufgaben

Bei den experimentellen Aufgaben ist generell davon auszugehen, dass Millimeterpapier und Zeichengerät gegeben sind. Wenn es um Stromkreise geht, stehen immer ausreichend

viele Kabel, Krokodilklemmen, etc. zu Verfügung.

Die Zeichnungen der Blackboxen werden in den Klausuren selbstverständlich nicht angegeben.

Aufgabe 1: Ein Rollpendel (22 Punkte)

In einer ca. 8 cm großen runden Blechdose ist an einer Seite der Innenwand ein Zusatzgewicht angebracht. Der Schwerpunkt ist somit seitlich verschoben.

Materialien:

- exzentrische Dose
- Stativstange
- Stoppuhr
- Schere
- Bindfaden
- Lineal (kann auch als Experimentiergerät dienen)
- Gewicht 46 g

Aufgaben:

- Bestimmen Sie mit Hilfe von Rollschwingungen das Trägheitsmoment J der exzentrischen Dose bezüglich ihrer Zylinderachse. (Tipp: Energieansatz)
Dazu benötigen Sie die Ergebnisse der Teilaufgaben 2. und 3. (11 Punkte)
- Bestimmen Sie den Abstand s des Schwerpunktes der Dose von ihrer Mittelachse. (7 Punkte)
- Bestimmen Sie die Masse M der Dose. (4 Punkte)

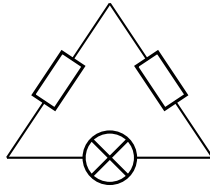
Hinweis:

- Für kleine Winkel gelten die Näherungen $\sin \varphi \approx \varphi$ und $\cos \varphi \approx 1 - \frac{\varphi^2}{2}$.
- Der steinersche Satz besagt für das Trägheitsmoment eines Körpers um eine um a vom Schwerpunkt entfernte Achse

$$J = J_s + M \cdot a^2,$$

wobei J_s das Trägheitsmoment bezüglich einer parallel verlaufenden Schwerpunktsachse bezeichnet.

Aufgabe 2: Gleichstromblackbox mit 3 Anschlüssen (10 Punkte)



Materialien:

- Gleichstrom Blackbox mit 3 Anschlüssen
- Gleichstrom Netzgerät 0 – 7,5 V
- 2 Digitalmultimeter

In der Blackbox befindet sich zwischen je 2 Anschlüssen genau eine der folgenden 3 Möglichkeiten:

Nichts, ein ohmscher Widerstand (insgesamt nur eine Sorte) oder ein Glühlämpchen (nur eine Sorte).

- Welche Elemente befinden sich in der Blackbox und wo?
- Wie groß sind ggf. die Festwiderstände und wie groß ist ggf. die Leistung der Glühbirne bei 7,5 V?

Hinweis: bei zu hohen Spannungen können die Elemente der Blackbox beschädigt werden!

Aufgabe 3: Verlustleistung eines Kondensators (10 Punkte)

Materialien:

- Kondensator
- Widerstand 1 k Ω
- Wechselstrom Netzgerät 8 V, 50 Hz
- 2 Digitalmultimeter

Aufgaben:

- Welche Kapazität besitzt der Kondensator unter der Annahme, dass es sich um einen idealen Kondensator handelt?
- Der reale Kondensator besitzt auch einen ohmschen Widerstand. Wie groß ist dieser? Wie groß ist dann die wirkliche Kapazität? Verwenden Sie dazu geeignete Schaltungen und geben diese an! Vergleichen Sie das Ergebnis mit dem aus (a)!

Aufgabe 4: Coladose (20 Punkte)

Materialien:

- 1 Coladose, die in Wasser gerade noch schwimmt
 - Stoppuhr
 - großer Standzylinder, etwa 1 m hoch
 - Messbecher
 - 2 Messzylinder (50 bzw. 250 ml)
 - Wasser ($\rho = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, wer hätte es gedacht)
 - Knete
 - Tücher zum Abtrocknen
- (a) Man bestimme g mithilfe von Coladose, Lineal und Stoppuhr. Man beachte, dass die Coladose im Aufbau unbedingt sinnvoll zu verwenden ist!
- (b) Man lasse nun die Coladose vorsichtig in den Standzylinder gleiten, sodass die obere Fläche trocken bleibt. Wenn man die Dose leicht auslenkt, schwingt diese eine Weile, kommt aber schnell zu Ruhe. Dies liegt an der Reibung, die sich in diesem Fall folgendermaßen beschreiben lässt:

$$\vec{F} = -b\vec{v}$$

Man bestimme b auf 2 verschiedene Weisen: indem man eine Schwingung betrachtet und indem man die Dose unter Wasser hält, loslässt und den Aufstiegsvorgang beobachtet.

- (c) Nun darf die Dose geöffnet werden. Allerdings ist es nicht ratsam, alles gleich auszutrinken, denn nun geht es darum, die Dichte von Cola sowie die Masse der leeren Dose zu bestimmen. Viel Spaß!

Aufgabe 5: Graphit (6 Punkte)

Bestimmen Sie mit den angegebenen Materialien möglichst genau den spezifischen Widerstand von Graphit. *Hinweis:* Die Messung des Radiuses des Graphitstabes mit dem Lineal ist sehr ungenau.

- Graphitmine
- Lineal

- 2 Multimeter
- 1 Batterie mit eingebautem Vorwiderstand
- Objektträger

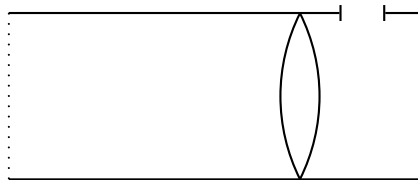
Aufgabe 6: Kupfer unnd Messing (14 Punkte)

Materialien:

- Eine Kupfer- und eine Messingplatte gleicher Größe und Dicke
- 1 Stabmagnet
- Stativmaterial
- Stoppuhr
- Fäden
- Textilklebeband, Knete
- Karton

Kupfer hat einen spezifischen Widerstand von $1.77 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$. Man bestimme den spezifischen Widerstand von Messing.

Aufgabe 7: Optische Blackbox (20 Punkte)



Materialien:

- 1 Blackbox
- 1 Lichtquelle
- 1 Meterstab
- 1 Schirm
- Wasser (Brechungsindex 1.33)

- (a) Die Blackbox besteht aus einem schwarzen Rohr, im Inneren dessen eine Linse befestigt ist. Beide Enden des Rohres sind mit Glasplatten verschlossen. Man bestimme mit zwei unterschiedlichen optischen Methoden die Brennweite und die Lage der Linse in der Blackbox.
- (b) An einer Seite der Linse besitzt die Blackbox eine Öffnung, durch die sich eine Hälfte der Blackbox mit Wasser füllen lässt, sodass Wasser nicht an die andere Seite der Linse kommt. Man bestimme die Krümmung der Linse und den Brechungsindex des Linsenmaterials.

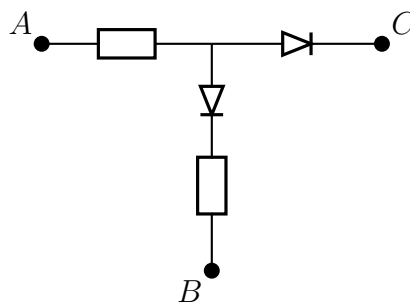
Aufgabe 8: Unbekannte Spannungsquelle (8 Punkte)

Materialien:

- Eine Blackbox mit 2 Anschlüssen
- 1 Amperemeter
- 1 Widerstand von $620\text{ k}\Omega$
- 1 Kondensator
- 1 Stoppuhr

In der Blackbox mit 2 Anschlüssen befindet sich eine Gleichspannungsquelle. Bestimmen sie die Spannung dieser Spannungsquelle sowie die Kapazität des gegebenen Kondensators.

Aufgabe 9: Widerstände und Dioden (12 Punkte)



Materialien:

- Eine Blackbox mit 3 Anschlüssen
- 1 Batterie
- 1 Multimeter zur Benutzung als Amperemeter und Voltmeter

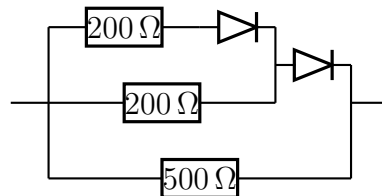
- 1 Potentiometer

In der Blackbox mit 3 Anschlüssen befinden sich ein oder zwei Widerstände gleichen Typs und eine Anzahl (≤ 3) Dioden gleichen Typs.

- Bestimmen sie zunächst, welche Bauteile in der Blackbox enthalten und wie diese geschaltet sind.
- Wie groß ist der Widerstand des verwendeten Widerstandstyps?
- Bestimmen sie schließlich die Kennlinie des verwendeten Diodentyps.

Eine ausführliche Fehlerrechnung wird nicht verlangt.

Aufgabe 10: Diodenbehaftete Blackbox (12 Punkte)



Materialien:

- Einstellbare Spannungsquelle mit einem vorgeschalteten Widerstand (bestehen aus einer 9V-Batterie und einem Potentiometer)
- 2 Multimeter
- 1 Blackbox

Die Blackbox (s. Abb.) enthält einen oder mehrere Widerstände und eine oder mehrere Dioden gleichen Typs. Man bestimme den möglichst einfachen Aufbau der Blackbox, der dem tatsächlichen äquivalent ist.

Aufgabe 11: Halbleiterwunderland (8 Punkte)

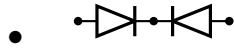
Materialien:

- Einstellbare Spannungsquelle aus der letzten Aufgabe
- 2 LEDs zur Stromanzeige
- 4 verschiedene Blackboxen jeweils mit 3 Anschlüssen, die nur Halbleiterbauelemente enthalten

Man bestimme die äquivalenten Schaltungen.

Tatsächlich eingebaut waren:

- Ein *npn*-Transistor
- Ein *pnp*-Transistor



- wie vorher, nur die Anschlussrichtung der Dioden wurde umgekehrt

Aufgabe 12: Totalreflexion (20 Punkte)

Materialien:

- Glyzerin
- Wasser
- Spiegel
- 3 Objektträger
- Lineal
- Pappstreifen
- Stativmaterial
- Klebeband

Man bestimme den Totalreflexionswinkel an der Wasser-Glyzerin-Grenze.

Hinweis: Aus 2 Objektträgern und einer Flüssigkeit lässt sich ein dünnes Prisma basteln.

Aufgabe 13: Bastelei mit einer Rinne (20 Punkte)

Gegeben ist eine Rinne, deren Grundfläche halbkreisförmig mit Außenradius R und Höhe L sei. Der Schwerpunkt hat den Abstand kR vom Mittelpunkt. Weitere Materialien:

- Schere
- Winkelmesser
- Stoppuhr
- Klebeband
- Radiergummi
- Bleistift
- Bindfaden

- Metalleiste

Sowohl die Rinne als auch die Leiste können als dünn angenommen werden. Das Trägheitsmoment der Rinne um die Schwerpunktachse parallel zur x -Achse hat die Form $J_{x;s} = m_R(a_{x;s}L^2 + b_{x;s}R^2)$, das Trägheitsmoment der Rinne um die Schwerpunktachse parallel zur y -Achse hat die Form $J_{y;s} = m_R(a_{x;s}L^2 + b_{x;s}R^2)$, wobei $a_{x;s}, b_{x;s}, a_{y;s}$ und $b_{y;s}$ konstanten sind.

1. Bestimmen Sie k und das Massenverhältnis von Rinne und Leiste zunächst ohne die Stoppuhr zu verwenden.
2. Bestimmen Sie R , L und k möglichst genau.
3. (a) Es gilt $a_{x;s} = a_{y;s} =: a = \text{const.}$ Wie groß ist a ?
 (b) Bestimmen Sie $b_{x;s}$ mithilfe eines geeigneten Experiments!
 (c) Die Bestimmung von $b_{y;s}$ kann sich schwierig gestalten. Werfen Sie nun die Rinne (vorsichtig) so nach oben, dass Sie sich jeweils stabil um die x -, y - oder z -Achse rotiert. Notieren Sie ihre Beobachtungen und ziehen sie Schlussfolgerungen für die Bestimmung von $b_{y;s}$.

Aufgabe 14: Temperaturabhängige Widerstände (20 Punkte)

Gegeben ist ein Heißleiter (ein temperaturabhängiger Widerstand), dessen Widerstand sich nach dem Gesetz $R(T) = R_\infty e^{\frac{\alpha}{T}}$ berechnet. Für kleine Temperaturunterschiede gilt, dass newtonsche Abkühlungsgesetz nachdem die Abkühlungsrate der Temperaturdifferenz zwischen Heisleiter und Umgebung proportional ist.

1. Bestimmen Sie R_∞ und α in einem Versuch möglichst genau.
2. (a) Wie groß ist der Proportionalitätsfaktor?
 (b) Legen Sie nun eine Spannung von ungefähr $7V$ an und notieren Sie ihre Beobachtungen. Begründen Sie eventuelle Abweichungen vom Verhalten des Heißleiters bei niedrigen Spannungen!

Gegeben waren:

- Schere
- Klebeband
- Heißleiter
- destilliertes heißes sowie destilliertes kaltes Wasser
- 6 Kabel
- 2 Krokodilklemmen

- 1 Spannungsquelle
- 2 Multimeter für Spannungs- und Strommessung
- Thermometer
- Messbecher

Aufgabe 15: Rotierendes Fluid (20 Punkte)

Gegeben ist ein unbekanntes Volumen Motoröl in einem Messzylinder. Versetzt man diesen in Drehung (Winkelgeschwindigkeit ω) mit derjenigen Symmetrieachse, die senkrecht zur Grundfläche ist, des Zylinders als Rotationsachse, so bildet sich ein Rotationsparaboloid aus.

- (a) (a) Zeigen Sie, dass es sich dabei um einen Rotationsparaboloiden handelt und geben Sie die Form des Paraboloiden in Abhängigkeit von g , ω , dem Durchmesser d und der Höhe im Rotationszentrum $h(0)$ an!
- (b) Bestimmen Sie die Stelle, bei der der Punkt auf der Parabel genauso hoch ist, wie wenn die Flüssigkeit in Ruhe ist!
- (c) Bestimmen Sie mit dieser Anordnung die Ortsbeschleunigung auf Grund des Gravitationsfeldes der Erde!
- (b) Die Oberfläche, des Rotationsparaboloiden wirkt als Spiegelfläche. Es lässt sich zeigen, dass für die Brennweite $f \sim \omega^\xi$ gilt. Bestimmen Sie ξ möglichst genau.
- (c) (a) Nun steht Ihnen das PLR-30 Messgerät zur Verfügung, welches ein Lasermessgerät ist und von seiner Hinterkante an misst. Der Hersteller gibt den Messfehler auf $\pm 0.02 \text{ mm}$ an. Stimmt das?
- (b) Bestimmen Sie mit dem PLR-30 Messgerät die Brechzahl des Motoröls möglichst genau!

Aufgabe 16: Wechselstromblackbox (20 Punkte)

- (a) Die Blackbox hat 3 Eingänge. Bestimmen Sie den Aufbau der Schaltung mit der minimalen Anzahl an Bauteilen, aus dem das innere der Blackbox besteht!
- (b) Bestimmen Sie die charakteristischen Werte, der verarbeiteten Bauteile (L, R, C)!
- (c) Lässt sich der Aufbau der Blackbox auch anders darstellen (ohne Begründung)?

Lösungsvorschläge zu theoretischen Aufgaben

Aufgabe 1: Cola mit Eiswürfel

Der Eiswürfel schmilzt vollständig. Die Endtemperatur beträgt $3,24^\circ\text{C}$

Aufgabe 2: Licht im Gitter

Die rote und die blaue Linie liegen bei 690 nm bzw. 460 nm. Die Maxima fallen für $\alpha = 0^\circ, \pm 24^\circ, 46^\circ$ und $\pm 55^\circ, 89^\circ$ zusammen.

Aufgabe 3: Amperemeter

$$I_{S,I} = 2 \text{ A}, \quad I_{S,II} = \sqrt{2} \cdot 4 \text{ A}, \quad I_{S,III} = \sqrt{3} \cdot 2 \text{ A}$$

Aufgabe 4: Flummis

Der obere Flummi erreicht die Höhe $h' = h \left(\frac{3m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right)^2$. Für $m_1 \gg m_2$ ist $h' \approx 9h$.

Aufgabe 5: Stromdurchflossene Leiterschleife

Die auf die horizontalen Leiterabschnitte wirkenden Kräfte heben sich genau auf. Damit reicht es die vertikalen Abschnitte zu betrachten, was eine Integration überflüssig (oder trivial) macht, denn dort ist die Längenkraftdichte konstant. Damit ergibt sich

$$F = \frac{\mu_0 I_0 I_L b}{2\pi} \left(\frac{1}{d} - \frac{1}{d+a} \right).$$

Die resultierende Kraft liegt in der Schleifenebene senkrecht zum Leiter, und zeigt vom Leiter weg.

Aufgabe 6: Herunterfallende Kette

Man betrachte zunächst die Phase in der das obere Ende noch auf dem Tisch liegt und bezeichne die Höhe des Tisches und die Länge der Kette mit h , die lineare Dichte der Kette mit λ und die Länge des bereits fallenden Abschnittes der Kette mit l . Impulserhaltung liefert

$$\lambda l g = \frac{dp}{dt} = \frac{d}{dt}(\lambda l l'),$$

oder umgeschrieben

$$gl = ll'' + l'^2.$$

Eine Lösung dieser Gleichung ist

$$l = \frac{a}{2} t^2, \quad a = \frac{g}{3}.$$

Man sieht leicht dass diese mit den Randbedingungen verträglich ist. a ist die Beschleunigung, die die Kette in dieser Phase erfährt. Diese Phase dauert also

$$t_1 = \sqrt{\frac{2h}{a}} = \sqrt{\frac{6h}{g}}.$$

Anschließend fällt das obere Ende der Kette frei mit der Beschleunigung g und der Anfangsgeschwindigkeit at_1 die Strecke h . Die dafür benötigte Zeit beträgt

$$t_2 = \frac{-at_1 + \sqrt{a^2t_1^2 + 2gh}}{g} = \sqrt{\frac{2h}{3g}}$$

und die Gesamtzeit damit

$$t = t_1 + t_2 = \frac{4\sqrt{6}}{3} \sqrt{\frac{h}{g}} \approx 1,04 \text{ s.}$$

Aufgabe 7: Temperaturmessung

Die neue Temperatur beträgt 31.2°C

Aufgabe 8: Bremsmanöver

Wähle Einheiten so, dass die Masse der Sonde und G gleich 1 sind. Für eine Kreisbahn gilt dann (Kräftegleichgewicht)

$$u^2/R = M/R^2.$$

Drehimpuls des Satelliten bzgl. des Planetenzentrums ist zu Beginn also

$$L_0 = u_0 R_0 = M/u_0,$$

Energie, mit Nullpunkt bei Ruhe im Unendlichen,

$$E_0 = u_0^2/2 - M/R_0 = -u_0^2/2.$$

Nach dem ersten Manöver betragen die Erhaltungsgrößen noch

$$L_1 = (u_0 - \Delta u_1) R_0 = (u_0 - \Delta u_1) M/u_0^2,$$

$$E_1 = (u_0 - \Delta u_1)^2/2 - M/R_0 = (u_0 - \Delta u_1)^2/2 - u_0^2.$$

Man bemerke, dass die Geschwindigkeit des Satelliten weiterhin tangential zu seiner ursprünglichen Bahn gerichtet ist. Aus Symmetriegründen wird dies nach einer halben Umdrehung ebenfalls der Fall sein. Die Geschwindigkeit und Abstand zum Zentrum des Planeten zu diesem Zeitpunkt müssen also folgendes erfüllen:

$$L_1 = L_2 = u_2 R_2,$$

$$E_1 = E_2 = u_2^2/2 - M/R_2,$$

also

$$u_2 = M/L \pm \sqrt{M^2/L^2 + 2E}, \quad R_2 = L_1/u_2.$$

Nun beachte noch dass $u_2 \neq u_1$ ist, man wähle also die Lösung mit Plus. Damit die Sonde wieder eine Kreisbahn erreicht, muss nach der anschließenden Bremsung die schon erwähnte Kreisbahngleichung

$$(u_2 - \Delta u_2)^2 / R_2 = M / R_2^2$$

gelten. Diese besitzt wiederum die Lösungen

$$\Delta u_2 = u_2 \pm \sqrt{u_2 M / L_1},$$

wobei die Lösung mit Plus dem unrealistischen Umkehren der Rotationsrichtung entspricht. Für die Lösung mit Minus bekommt man nach einer einfachen aber aufwendigen Rechnung

$$\Delta u_2 = \frac{(u^2 + 2u\Delta u_1 - \Delta u_1^2) - u\sqrt{u^2 + 2u\Delta u_1 - \Delta u_1^2}}{u - \Delta u_1},$$

und für das Verhältnis der Geschwindigkeiten

$$\frac{u}{\tilde{u}} = \frac{u - \Delta u_1}{\sqrt{u^2 + 2u\Delta u_1 - \Delta u_1^2}} < 1.$$

Aufgabe 9: Polarisatoren

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{1}{2} \left(\cos^2 \frac{\pi}{2(k+1)} \right)^{k+1} \\ k = 0 &\implies \alpha = 0 \\ k \rightarrow \infty &\implies \alpha = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Aufgabe 10: Manipulation von Elektronen

- (a) Die Geschwindigkeit beträgt (nicht-relativistisch) $\sqrt{\frac{2e(U_B + U_K)}{m}}$, falls das Elektron die gegenüberliegende Platte erreicht, und $\sqrt{\frac{2eU_B}{m}}$, falls das Elektron im Kondensator umkehrt und wieder durch die gleiche Platte geht. Dies ist für $\cos \varphi < \sqrt{\frac{U_K}{U_B}}$ der Fall, falls das U_K so anliegt, dass die Platte, durch die das Elektron eintritt, positiv geladen ist.
- (b) Divergenzfreiheit des statischen elektrischen Feldes in Abwesenheit von Ladungen liefert

$$0 = \nabla \vec{E} = \frac{\partial}{\partial x} E_x + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho E_\rho) = -2a + E'_\rho + \frac{1}{\rho} E_\rho.$$

Die Lösung dieser Gleichung mit $E_\rho \rightarrow 0$ bei $\rho \rightarrow 0$ ist $E_\rho(\rho) = a\rho$, die exakte Lösung stimmt also mit der achsennahen Näherung überein. Im Abstand r bekommt man schließlich

$$E_\rho(r) = 6 \cdot 10^3 \text{ V/m}.$$

Aufgabe 11: Ionisiertes Helium

- (a) Man sieht 3 Absorptionslinien: 24,3 nm, 25,6 nm, 30,4 nm
- (b) senkrecht 6 Emissionslinien: 24,3 nm, 25,6 nm, 30,4 nm, 121,6 nm, 164,1 nm, 468,9 nm, entgegen: die selben, außer die von (a)

Aufgabe 12: Fallender Magnet

Die Änderung von v durch die Parameter lässt sich mit einer Einheitenanalyse bestimmen.

$$\Rightarrow v \sim \frac{m \cdot g \cdot h \cdot R \cdot r^3}{\mu^2 \cdot \mu_0^2}$$

Alternativ kann man auch die vertikale Komponente des Magnetfeldes des Stabmagneten $B_z(z, r)$ bestimmen, dann hat man für die Spannung an einem Ring im Abstand z vom Magneten

$$U(z) = \frac{d}{dt} \int_{\rho \leq r} B(z, \rho) dA = v \frac{d}{dz} \int_{\rho \leq r} B(z, \rho) dA$$

Wenn man nun eine Zeit $\Delta t = h/v$ und die zugehörigen Energieverluste an allen Leiterschleifen betrachtet, bekommt man

$$\Delta E = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \int_{t=0}^{\Delta t} \frac{U^2(z_i(t))}{R} dt = \frac{1}{Rv} \int_{z=-\infty}^{+\infty} U^2(z) dz = mgh$$

Es reicht dann bei ΔE einen der Terme (sinnvollerweise den einfachsten) zu integrieren um die Exponenten der Parameter zu bekommen.

Aufgabe 13: Masse des Seils

Winkel an der Wand $\alpha \approx 28^\circ$.

$$m = \frac{20 \text{ N}}{g \cdot \tan \alpha} \approx 3,8 \text{ kg}$$

Aufgabe 14: Beschichtete Glasplatte

etwa $50 \mu\text{m}$ (zumindest die Größenordnung sollte stimmen)

Aufgabe 15: Draht im homogenen Gravitationsfeld

$$r(x) = r_0 \cdot \exp\left(-\frac{\rho g}{2\sigma} \cdot x\right)$$

Aufgabe 16: Fette Robbe



Beispiel: Zylinder mit Halbkugeln. $O_0 = 2,25 \text{ m}^2$

$$\int_{r_0-d}^{r_0} \frac{dr}{O(r)} = \frac{\lambda \cdot \Delta T}{P} \quad \Rightarrow \quad d \approx 9 \text{ cm}$$

Aufgabe 17: Stromstaerke

$$E = \frac{h \cdot c}{\lambda} - 1,87 \text{ eV} = 1,19 \text{ eV}, \quad E_y = 1,19 \text{ eV} \cdot \cos^2 \alpha$$

Raumwinkelanteil:

$$\frac{\Omega}{2\pi} = 1 - \cos \alpha \quad \Rightarrow \quad I = I_0 \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{U}{1,19 \text{ V}}}\right)$$

Aufgabe 18: Strahl und Spiegel

Aus der gegebenen Abbildung entnimmt man schonmal dass $\theta = \frac{\pi}{2}$ ist. Weiterhin ist zu beachten dass v in negative Richtung zeigt. Mit $\delta := -\frac{v}{c}$ gilt also

$$\sin \alpha - \sin \beta = \delta \sin(\alpha + \beta).$$

Anwendung der Sätze über Summen von Winkelfunktionen liefert

$$\begin{aligned} 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2} &= 2\delta \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}, \\ \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} - \sin \frac{\beta}{2} \cos \frac{\alpha}{2} &= \delta (\sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} + \sin \frac{\beta}{2} \cos \frac{\alpha}{2}), \\ (1 - \delta) \tan \frac{\alpha}{2} &= (\delta + 1) \tan \frac{\beta}{2}. \end{aligned}$$

Quadrieren und Anwendung der Halbwinkelbeziehung für den Tangens führt auf

$$(1 - \delta)^2 \tan^2 \frac{\alpha}{2} = (1 + \delta)^2 \frac{1 - \cos \beta}{1 + \cos \beta}.$$

Umstellen nach $\cos \beta$ ergibt schließlich

$$\begin{aligned} \cos \beta &= \frac{(1 + \delta)^2 - (1 - \delta)^2 \tan^2 \frac{\alpha}{2}}{(1 + \delta)^2 + (1 - \delta)^2 \tan^2 \frac{\alpha}{2}} \\ &= \frac{(1 + \delta)^2(1 + \cos \alpha) - (1 - \delta)^2(1 - \cos \alpha)}{(1 + \delta)^2(1 + \cos \alpha) + (1 - \delta)^2(1 - \cos \alpha)} \\ &= \frac{2(1 + \delta^2) \cos \alpha + 4\delta}{2(1 + \delta^2) + 4\delta \cos \alpha} \\ &= \frac{(1 + (\frac{v}{c})^2) \cos \alpha - 2\frac{v}{c}}{(1 + (\frac{v}{c})^2) - 2\frac{v}{c} \cos \alpha}. \end{aligned}$$

Im Teil b) erhält man

$$f' \approx 0.505f, \quad \frac{\Delta f}{f} \approx 49.5\%.$$

Aufgabe 19: Kondensatoren

$$C_{\text{neu}} = \frac{1}{3}C + \frac{2}{3} \cdot 2 \cdot C + \frac{1}{3}C = 2C$$

Aufgabe 20: Variierende Objektgrösse

Die Brille ist eine Streulinse mit Brennweite f ; g und b sind auf die Augenlinse bezogen.

$$\frac{B}{G} = \frac{bf}{g(x+f) - x^2}$$
$$\frac{d}{dx} \frac{B}{G} = \frac{bf \cdot (2x - g)}{(g(x+f) - x^2)^2} = 0$$
$$x = \frac{g}{2}$$

Aufgabe 21: Magnetische Induktion

$$\vec{B} = \vec{0} \text{ T}$$

Aufgabe 22: Rotierende Scheibe mit Auflage

$$\frac{g}{\omega^2} \left(\frac{m}{M} - f \right) - \frac{d}{2} \leq x \leq \frac{g}{\omega^2} \left(\frac{m}{M} + f \right) - \frac{d}{2}$$

Aufgabe 23: Druckbetrachtungen

$$\Delta W = \frac{p_1 \cdot V_1}{\kappa - 1} \cdot \left(\left(\frac{\tilde{p}}{p_1} \right)^{1 - \frac{1}{\kappa}} + \left(\frac{p_2}{\tilde{p}} \right)^{1 - \frac{1}{\kappa}} - 2 \right) + \tilde{p} V_1 \left(\left(\frac{\tilde{p}}{p_1} \right)^{\frac{1}{\kappa}} - \frac{\tilde{p}}{p_1} \right)$$
$$\tilde{p} = \kappa^{-\frac{\kappa}{2(\kappa-1)}} \sqrt{p_1 \cdot p_2}$$

Aufgabe 24: Zerfallendes Proton

Die Anzahl der Protonen beträgt

$$N = \frac{10}{18} \cdot \frac{3.3 \cdot 10^3 \text{ t}}{1u} \approx 1.1 \cdot 10^{33}.$$

Aufgabe 25: Bewässerungsanlage

$$f(\alpha) = \frac{\sin 4\alpha}{4 \sin \alpha}$$

Aufgabe 26: Parallelschwingkreis

(a) $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

(b) Die Impedanz der Schaltung beträgt

$$Z(\omega) = R + \frac{i}{\frac{1}{\omega L} - \omega C}, \quad |Z(\omega)| = \sqrt{R^2 + \frac{1}{\left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)^2}}.$$

Bei Sperrfrequenz wird die Impedanz unendlich groß: $\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$.

Aufgabe 27: Magnetische Linse

Feld innerhalb des Zylinders:

$$B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi R^2} r$$

Der auf ein Teilchen übertragene Impuls:

$$p = Ft = (vBq)\left(\frac{L}{v}\right) = LBq = \frac{\mu_0 ILq}{2\pi R^2} r$$

$$f = r \frac{v}{\frac{p}{m}} = mv \cdot \frac{2\pi R^2}{q\mu_0 IL}$$

Aufgabe 28: Fischbeobachtung

(a)

$$h' = \frac{h}{n_{H_2O}}$$

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

$$b = -25 \text{ cm}$$

(b) Die Abbildungsgleichung einer kugelförmigen Übergangsfläche mit Radius R zwischen Medien der optischen Dichten n_1 bzw. n_2 lautet

$$b = \frac{R}{\frac{n_1}{n_2} \left(1 + \frac{R}{g} \right) - 1}$$

Wenn man diese Gleichung zwei Mal hintereinander anwendet, bekommt man für die scheinbare Tiefe 9.73 cm. Dabei ist zu beachten, dass an der zweiten Oberfläche die Krümmung bzw. der Krümmungsradius negativ ist.

Aufgabe 29: Schwingung

$$\begin{aligned}pV^\gamma &= \text{const} \\ dpV^\gamma + p\gamma V^{\gamma-1}dV &= 0 \\ F &= A\Delta p \\ f &= \frac{r^2}{2} \left(\frac{\gamma(p_0 + \frac{mg}{\pi r^2})}{Vm} \right)^{\frac{1}{2}}\end{aligned}$$

Aufgabe 30: Komet

Energieerhaltung:

$$\frac{1}{2}m_K v^2 = G \frac{m_K m_S}{r}$$

Drehimpulserhaltung:

$$v_T r = \text{const} = \frac{R}{3} \sqrt{\frac{6Gm_S}{R}}$$

Radialgeschwindigkeit:

$$v_R = \sqrt{v^2 - v_T^2}$$

Zeit innerhalb der Erdbahn:

$$T = 2 \int_{\frac{R}{3}}^R \frac{dr}{v_R} = \frac{10R}{9} \sqrt{\frac{4R}{3Gm_S}}$$

Aufgabe 31: Reflexion am bewegten Spiegel

siehe eine Aufgabe aus der 4. Runde 2006:

$$\cos \beta = \frac{(1 + (\frac{v}{c})^2) \cos \alpha - 2\frac{v}{c}}{1 - 2\frac{v}{c} \cos \alpha + (\frac{v}{c})^2}$$

Lösungsweg: 2x Lorentztransformation anwenden. Erg.: $\beta = 10.2^\circ$.

$$f' \approx 2.8f$$

Aufgabe 32: Kugelkondensator

$$C = 4\pi\epsilon_0 \left(\frac{ab}{b-a} + \frac{bd}{d-b} \right) = 4\pi\epsilon_0 \frac{b^2(d-a)}{(d-b)(b-a)}$$

Aufgabe 33: Punktladungen

Falls die Teilchen auf den Stäben bleiben liefert Energieerhaltung

$$\Delta h = \frac{q^2}{8\pi\epsilon_0 mgL} - \frac{L}{2 \tan \alpha}.$$

Ansonsten kann man mittels Energieerhaltung die Geschwindigkeit am Ende des Stabes bestimmen:

$$v^2 = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 m} \left(\frac{1}{L} - \frac{1}{L + 2l \cos \alpha} \right),$$

und die vertikale Komponente dieser Geschwindigkeit benutzen um die maximale Höhe zu bestimmen.

$$\Delta h = l \sin \alpha \cos^2 \alpha + \frac{q^2 l \cos \alpha \sin^2 \alpha}{4\pi\epsilon_0 mgL(L + 2l \cos \alpha)}$$

Aufgabe 34: Statit

$$r = \frac{3P}{16\pi GM\rho c}$$

Aufgabe 35: Einfangsquerschnitt

$$r < \sqrt{R^2 + \frac{2GMR}{v_0^2}}$$

Aufgabe 36: Rechteckpuls

$$U_R = U_0 e^{-\frac{t}{\tau}} (\Theta(t) - \Theta(t - \tau)) - U_0 \left(1 - \frac{1}{e}\right) e^{-\frac{t}{\tau}} \Theta(t - \tau)$$

Aufgabe 37: Ballonvergleich

a) $V_L = \frac{m_L R}{p_0 M_L} \frac{T T_0}{T - T_0} = 1175 \text{ m}^3$

$$V_W = \frac{m_L R}{p_0} \frac{T T_0}{M_L T - M_W T_0} = 492 \text{ m}^3$$

b) $E_L = \frac{7m_L T_0 R}{2M_L} = 88.2 \text{ MJ}$

$$E_W = \frac{m_L T_0 M_W}{M_L T - M_W T_0} (c_W (T - T_0) + q_W) = 752 \text{ MJ}$$

c) $dF_1 = g\rho_0 dV_1 = g\rho_0 \frac{nR}{p_0} dT = g\rho_0 \frac{nR}{p_0} \frac{\dot{Q}_1}{nc_p} dt$

$$\dot{Q}_2 = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{\frac{2}{3}} \dot{Q}_1$$

$$\dot{F}_2 = -0.44 \text{ N s}^{-1}$$

Aufgabe 38: Kondensatorreihenschaltung

$$C = \frac{\varepsilon_0 F}{a - b}$$

Aufgabe 39: Schlittenziehen

$$F_{\perp} = mg \cos \alpha - F \sin \beta > 0$$

$$F_{\parallel} = -mg \sin \alpha + F \cos \beta = F_{\perp} \mu$$

$$\mu (mg \cos \alpha - F \sin \beta) = -mg \sin \alpha + F \cos \beta$$

mit $k := \frac{F}{mg}$ folgt

$$\mu \cos \alpha - \mu k \sin \beta = -\sin \alpha + k \cos \beta$$

$$k = \frac{\mu \cos \alpha + \sin \alpha}{\cos \beta + \mu \cos \beta}$$

mit $\gamma := \arccos \frac{\mu}{\sqrt{1+\mu^2}}$ folgt

$$k = \frac{\cos \gamma \cos \alpha + \sin \gamma \sin \alpha}{\sin \gamma \cos \beta + \cos \gamma \cos \beta} = \frac{\cos(\gamma - \alpha)}{\sin(\gamma + \beta)}$$

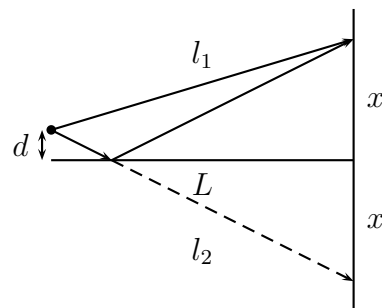
Der Zähler ist positiv, folglich tritt ein Minimum bei $\sin(\gamma + \beta) = 1$ ein. Damit gilt

$$\beta = \frac{\pi}{2} - \arccos \frac{\mu}{\sqrt{1+\mu^2}} = \arctan \mu$$

$$F = mg \cos(\gamma - \alpha)$$

Danach sollte noch überprüft werden, dass der zur schiefen Ebene senkrechter Anteil der Kraft positiv ist. Dies ist bei $\gamma \geq \alpha$ der Fall. Wenn μ zu groß wird, ist das Hochziehen nicht mehr möglich, man muss den Schlitten anheben.

Aufgabe 40: Interferenz



Die Weglänge des reflektierten Lichtes lässt sich anhand der Zeichnung leicht bestimmen:

$$l_2 = \sqrt{L^2 + (x + 2d)^2}, \quad l_1 = \sqrt{L^2 + x^2}$$

$$\frac{d}{dx}(l_2 - l_1) = \frac{x + 2d}{\sqrt{L^2 + (x + 2d)^2}} - \frac{x}{\sqrt{L^2 + x^2}} = \frac{\lambda}{\Delta x}$$

Wenn man nun d durch $d + \Delta d$ ersetzt, bekommt man die Gleichung für den Fall der verschobenen Lichtquelle:

$$\frac{x + 2(d + \Delta d)}{\sqrt{L^2 + (x + 2(d + \Delta d))^2}} - \frac{x}{\sqrt{L^2 + x^2}} = \frac{\lambda}{\frac{2}{3}\Delta x}$$

Wenn man diese Gleichungen voneinander abzieht erhält man folgendes:

$$\frac{x + 2d + 2\Delta d}{\sqrt{L^2 + (x + 2(d + \Delta d))^2}} - \frac{x + 2d}{\sqrt{L^2 + (x + 2d)^2}} = \frac{\lambda}{2\Delta x}$$

Da $d \ll L$ gilt, kann man die Wurzeln mit L nähern. Dann kommt

$$\frac{2\Delta d}{L} = \frac{\lambda}{2\Delta x}$$

raus, also

$$\lambda = \frac{4\Delta d\Delta x}{L} = 600 \text{ nm}$$

Aufgabe 41: Asteroidentemperatur

Gesamtwärmeabgabe mit Oberflächenabstrahlung gleichgesetzt:

$$\frac{4}{3}\pi R^3 \rho \dot{q} = \sigma T_O^4 \cdot 4\pi R^2$$

$$T_O = \left(\frac{R\rho\dot{q}}{3\sigma} \right)^{\frac{1}{4}}$$

Nun betrachte man eine dünne Kugelschale mit Radius r , Dicke dr . Diese muss die gesamte in derem Inneren erzeugte Wärme nach außen abführen:

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \rho \dot{q} = \lambda \cdot 4\pi r^2 \frac{T(r) - T(r + dr)}{dr}$$

$$\frac{\rho \dot{q}}{3\lambda} r + \frac{dT}{dr} = 0$$

$$T(r) = C - \frac{\rho \dot{q}}{6\lambda} r^2$$

$$T(0) = T(R) + \frac{\rho \dot{q}}{6\lambda} R^2 = T_O + \frac{\rho \dot{q} R^2}{6\lambda}$$

Aufgabe 42: Springende Murmel

$$T = \sqrt{\frac{2h}{g}} + \sqrt{\frac{2(h+b)}{g}} = \frac{b}{v_h}$$
$$v_h = \frac{b\sqrt{\frac{g}{2}}}{\sqrt{h} + \sqrt{h+b}}$$
$$1 - \frac{E_A}{E_B} = 1 - \frac{v_h^2 + 2gh}{v_h^2 + 2g(h+b)} = \frac{2gb}{v_h^2 + 2g(h+b)}$$

Aufgabe 43: Magnetfeld eines Drahtes

Stromdichte im Draht beträgt

$$\vec{j} := \frac{1}{8\pi a^2} \vec{I}.$$

Man fasse den Strom als Überlagerung zweier entgegengerichteter zylinderförmiger Ströme auf. Es folgt für das Feld außerhalb des Drahtes

$$\vec{B} = \frac{9a^2\mu_0}{2} \frac{\vec{j} \times \vec{r}}{r^2} - \frac{a^2\mu_0}{2} \frac{\vec{j} \times (\vec{r} - \vec{a})}{(\vec{r} - \vec{a})^2},$$

im Draht

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{2} \vec{j} \times \vec{r} - \frac{a^2\mu_0}{2} \frac{\vec{j} \times (\vec{r} - \vec{a})}{(\vec{r} - \vec{a})^2}$$

und im Loch

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{2} \vec{j} \times \vec{a}.$$

Aufgabe 44: Fadenpendel

Energieerhaltung:

$$mgh = mg \cdot 2(R-r) + \frac{1}{2}mv^2$$

Zentripetalbeschleunigung:

$$\frac{v^2}{R-r} = g$$
$$h = \frac{5}{2}(R-r) = \frac{3}{4}R$$

Aufgabe 46: DA-Wandler

Man bezeichne das Potential in der vertikalen Widerstandskette rechts von φ_2 mit φ_5 und rechts von φ_3 mit φ_6 . Dreimalige Anwendung der Knotenregel ($\sum \frac{U}{R} = 0$) liefert:

$$\frac{1}{2}(0 - \varphi_{\text{aus}}) + \frac{1}{2}(\varphi_1 - \varphi_{\text{aus}}) + (\varphi_5 - \varphi_{\text{aus}}) = 0$$

$$(\varphi_{\text{aus}} - \varphi_5) + \frac{1}{2}(\varphi_2 - \varphi_5) + (\varphi_6 - \varphi_5) = 0$$

$$(\varphi_5 - \varphi_6) + \frac{1}{2}(\varphi_3 - \varphi_6) + \frac{1}{2}(0 - \varphi_6) = 0$$

$$\varphi_{\text{aus}} = \frac{1}{3} \left(\varphi_1 + \frac{1}{2}\varphi_2 + \frac{1}{4}\varphi_3 \right)$$

Aufgabe 47: Rotierende Zylinder

Trägheitsmomente:

$$J_1 = \frac{1}{2}m_1 r_1^2 \quad J_2 = \frac{1}{2}m_2 r_2^2$$

Die gleiche Reibungskraft F wirkt auf beide Zylinder mit dem Drehmoment $M = F \cdot r$ und somit dem Drehmomentstoß $\Delta L = M \cdot \Delta t = J \cdot \Delta \omega$:

$$\frac{J_1 \cdot (\omega'_1 - \omega_1)}{r_1} = \frac{J_2 \cdot (\omega'_2 - \omega_2)}{r_2}$$

Am Ende ist die Differenzgeschwindigkeit 0:

$$\omega'_1 \cdot r_1 + \omega'_2 \cdot r_2 = 0$$

$$\omega'_1 = \frac{m_1 r_1 \omega_1 - m_2 r_2 \omega_2}{m_1 r_1 + m_2 r_2}$$

Bei gleichen Ausgangsbedingungen: $\omega'_1 = \omega'_2 = 0$

Aufgabe 48: Lichtbrechung

Wenn die Luftdichte um den Faktor k vergrößert wird, gilt für die Brechzahl der Luft:

$$n(h) = 1 + k\tilde{n}e^{-h/\tilde{h}}$$

Nach dem Prinzip von FERMAT läuft das Licht immer den lokal schnellsten Weg, die Umlaufzeit des Lichts sollte also in erster Ordnung der Höhe konstant sein. Für diese gilt:

$$T(h) = \frac{2\pi(R+h)n(h)}{c},$$

$$T'(h) \sim \frac{d}{dh}(R+h)(1 + k\tilde{n}e^{-h/\tilde{h}}) = (1 + k\tilde{n}e^{-h/\tilde{h}}) + (R+h)(k(-1/\tilde{h})\tilde{n}e^{-h/\tilde{h}})$$

$$0 = T'(h)|_{h=0} \sim (1 + k\tilde{n}) + R(k(-1/\tilde{h})\tilde{n})$$

$$k = \frac{1}{\tilde{n}(R/\tilde{h} - 1)} \approx 4.6$$

Aufgabe 51: Drei Geschenke

$$F = \frac{m_2(m + m_1 + m_2)g}{m_1}$$

Aufgabe 52: Quecksilberspiegel

Durch die Rotation und die Gravitation nimmt die Quecksilberoberfläche die Form eines Paraboloids an.

$$h(r) = \frac{1}{2} \frac{\omega^2}{g} r^2 + h_0$$

Die Brennweite einer Parabel der Form ax^2 beträgt $1/(4a)$, damit ist die benötigte Rotationsfrequenz

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{2f}}$$

Aufgabe 53: Messbereicherweiterung

R_D sei der Widerstand des Drehspulmesswerkes, R_A und R_V die im Amperemeter bzw. Voltmeter verwendeten Widerstände. Um die vorgegebenen Messbereiche zu erreichen muss für diese folgendes gelten:

$$U_m = I_0(R_D + R_V), \quad R_D I_0 = I_m \frac{R_D R_A}{R_D + R_A}$$

Weiterhin sind folgende Widerstände gemessen worden:

$$R_1 = R + \frac{R_D R_A}{R_D + R_A}$$

$$R_2 = \frac{R(R_D + R_V)}{R + R_D + R_V}$$

damit bekommt man

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_2} - \frac{I_0}{U_m}, \quad R \approx 452 \, \Omega$$

$$R_D = \frac{I_m}{I_0} (R_1 - R), \quad R_D = 796 \, \Omega$$

$$R_V = \frac{U_m}{I_0} - R_D, \quad R_V = 99203 \, \Omega$$

$$R_A = \frac{R_D I_0}{I_m - I_0}, \quad R_A = 8 \, \Omega$$

Aufgabe 54: Bimetallstreifen

Bei gleichen Elastizitätsmodulen bekommt man

$$R = \frac{x}{2\Delta T(\alpha_2 - \alpha_1)}$$

Aufgabe 55: Massendefekt der Erde

Man bezeichne die Masse des in der Sphäre vom Radius r mit Zentrum im Mittelpunkt der Erde eingeschlossenen Erdmaterials mit

$$m(r) := \int_0^r 4\pi r^2 \rho(r) dr$$

Wenn man nun gedanklich die Erdmasse von außen nach innen vorgehend ins Unendliche abtransportiert und die dafür notwendige Energie als Massendefekt der Erde interpretiert, bekommt man

$$\Delta m = \frac{G}{2c^2} \int_0^R \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (m^2(r)) dr$$

In der Klausur war zusätzlich $\rho(r)$ als Graph angegeben. Es bestand also die Möglichkeit über verschiedene Näherungen den numerischen Wert auszurechnen.

Aufgabe 56: Radioaktiver Zerfall

Mindestens 8 α -Zerfälle und 6 β^- -Zerfälle.

Aufgabe 57: Tripelpunkt

Massenerhaltung:

$$m_E + m_D + m_W = 3m$$

Volumenerhaltung:

$$V = \frac{mRT}{m_{mp}} + \frac{m}{\rho_E} + \frac{m}{\rho_W} = \frac{m_D RT}{m_{mp}} + \frac{m_E}{\rho_E} + \frac{m_W}{\rho_W}$$

Energieerhaltung:

$$\Delta W = \frac{m - m_E}{\lambda_S} + \frac{m_D - m}{\lambda_V}$$

oder

$$\begin{pmatrix} 3m \\ V \\ \Delta W + m/\lambda_V - m/\lambda_S \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \frac{RT}{m_{mp}} & \frac{1}{\rho_W} & \frac{1}{\rho_E} \\ \frac{1}{\lambda_V} & 0 & -\frac{1}{\lambda_S} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_D \\ m_W \\ m_E \end{pmatrix}$$

Damit bekommt man die Massen für alle 3 Zustände direkt:

$$\begin{pmatrix} m_D \\ m_W \\ m_E \end{pmatrix} = \frac{1}{(1/\rho_E - 1/\rho_W)/\lambda_V - (1/\rho_W - \frac{RT}{m_{mp}})/\lambda_S} \begin{pmatrix} -\frac{1}{\rho_W \lambda_S} & \frac{1}{\lambda_S} & \frac{1}{\rho_E} - \frac{1}{\rho_W} \\ \frac{RT}{m_{mp} \lambda_S} + \frac{1}{\rho_E \lambda_V} & -\frac{1}{\lambda_S} - \frac{1}{\lambda_V} & -\frac{1}{\rho_E} + \frac{RT}{m_{mp}} \\ -\frac{1}{\rho_W \lambda_V} & \frac{1}{\lambda_V} & \frac{1}{\rho_W} - \frac{RT}{m_{mp}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3m \\ V \\ \Delta W + m/\lambda_V - m/\lambda_S \end{pmatrix}$$

Eine gültige Lösungsmöglichkeit besteht auch darin, die Änderung der Masse des Dampfes zu vernachlässigen, da die gasige Phase den Großteil des Volumens einnimmt und bei konstanten Bedingungen keine weitere Masse aufnehmen kann. Damit bekommt man sofort, dass sich die Masse des Eises um $\frac{\Delta W}{\lambda_S}$ verringert und die Masse des flüssigen Wassers entsprechend größer wird.

Aufgabe 58: Peitschenschnur

Man betrachte die Peitsche in dem Bezugssystem des Endes, an dem gezogen wird. In diesem wird keine Arbeit verrichtet, da die Kraft an einem ruhenden Punkt angreift. Man verwende nun Energieerhaltung in diesem System. Am Anfang bewegt sich die gesamte Peitsche mit v , hat also die Energie $\frac{1}{2}(l\sigma + m)v^2$. Am Ende ruht die ganze Peitsche mit der Ausnahme des Knotens, also ist die Energie $\frac{1}{2}mu^2$. Da außerdem das Bezugssystem gewechselt wurde, beträgt die vom Knoten erreichte Maximalgeschwindigkeit

$$v_{\max} = v - v\sqrt{\frac{l\sigma + m}{m}}$$

Die Kraft lässt sich über Impulserhaltung bestimmen. Die maximale Kraft ist

$$F_{\max} = \frac{\sigma v^2}{2} \left(1 + \frac{\sigma l}{m} \right)$$

Wenn die Masse des Knotens klein wird, wachsen sowohl die Geschwindigkeit als auch die für deren Erreichen notwendige maximale Kraft in diesem Modell unbegrenzt.

Aufgabe 59: Doppelspalt

Die Änderung der optischen Weglänge durch das Hinzufügen des Streifens muss 4 Wellenlängen des einfallenden Lichtes betragen:

$$a = \frac{4\lambda}{n - 1}$$

Aufgabe 60: Pseudokomplexer Stromkreis

- (a) Die Ströme durch R_1 , R_2 , L seien mit I_1 , I_2 und I_L bezeichnet. Dann hat man folgendes Anfangswertproblem zu Lösen:

$$I_1 = I_2 + I_L \quad (\text{Knotenregel})$$

$$U = I_1 R_1 + I_2 R_2$$

$$I_2 R_2 = L \frac{dI_L}{dt}$$

Dabei ist $I_L(0) = 0$. Daraus ergibt sich

$$I_L(t) = \frac{U}{R_1} \left(1 - \exp \left(-\frac{R_1 R_2}{L(R_1 + R_2)} t \right) \right)$$

Die am 2. Widerstand umgesetzte Energie ist dann

$$E = \int_{t=0}^{\infty} I_2^2 R_2 dt = \frac{L^2}{R_2} \int_{t=0}^{\infty} \left(\frac{dI_L}{dt} \right)^2 dt = \frac{U^2 L}{2R_1(R_1 + R_2)}$$

- (b) Die am Widerstand umgesetzte Energie ist genau die in der Spule gespeicherte Energie:

$$E = \frac{U^2 L}{2R_1^2}$$

Aufgabe 61: Elektronenstrahl im Oszilloskop

Die Torsion der Elektronenflugbahnen kann bei der gegebenen Feldstärke und Geschwindigkeit vernachlässigt werden, die Bahnen sind also als Parabeln zu nähern. Dabei erhält man am Äquator eine vertikale Linie durch den Nullpunkt des Schirmes. Wenn das Magnetfeld einen Winkel 60° mit der Horizontalen einschließen soll, kann man dieses in eine vertikale und eine (2 Mal kleinere) horizontale Komponente zerlegt werden. Die horizontale bewirkt dabei ebenfalls eine vertikale Auslenkung (2 Mal kleiner) und die vertikale eine konstante Auslenkung in horizontale Richtung, man bekommt also einen parallel verschobenen vertikalen Streifen.

Aufgabe 62: Nachthimmel

- (a) In der Aufgabenbesprechung wurde behauptet, die Intensität sei unendlich groß, dies stimmt allerdings nur unter der Annahme, dass Sterne exakt punktförmig sind und trotzdem eine endliche Leistung abstrahlen. Wenn die Sterne eine endliche Ausdehnung besitzen, entspricht die Intensität der mittleren Farbtemperatur der Sterne.

Aufgabe 63: Schaerfentiefe

$$\Delta g = \frac{2lg^2}{Df}$$

Aufgabe 64: Schmelzen von Eis

An die innere Kugel abgestrahlte Leistung:

$$P = 2\pi r_1^2 (T_1^4 + T_2^4 - 2T_0^4) \sigma$$

$$t = \frac{m_{\text{Eis}} \lambda_{\text{Eis}}}{P} \approx 3.3 \text{ h}$$

Aufgabe 65: Garnrolle

Drehmoment um den Auflagepunkt:

$$\vec{M} = \vec{R}_F \times \vec{F} = \begin{pmatrix} r \sin \alpha \\ R - r \cos \alpha \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} F \cos \alpha \\ F \sin \alpha \\ 0 \end{pmatrix}$$
$$M_z = F(r - R \cos \alpha)$$

Je nach Vorzeichen des Drehmoments bewegt sich die Rolle nach links (positiv) oder nach rechts (negativ).

Aufgabe 66: Resonante Tunneldiode

- (a) $E_n = \frac{n^2 \hbar^2}{8l^2 m^*}$
- (b) Das Maximum (U_1) entspricht dem Punkt mit $\alpha e U_1 = E_1$, da danach ein steiler Abfall folgt, also ist $\alpha \approx 0.66$. Weiterhin ist die Breite des Energiespektrums $E_F = E_2 - E_1 - \alpha e(U_2 - U_1) \approx 0.55 \text{ eV}$, wobei U_2 das Minimum bezeichnet.
- (c) $E_2 - E_1 \approx 1 \cdot 10^{-19} \text{ J}$, $\frac{3}{2} kT \approx 6 \cdot 10^{-21} \text{ J}$, also reicht die thermische Energie dafür nicht aus.

Aufgabe 67: Lawine

Man betrachte die kontinuierliche Version des Problems und bezeichne die Position der Lawine auf dem Hang mit l , wobei 0 der Lage der obersten Flocke entspricht und l nach unten zunimmt. Die Bewegungsgleichung lautet dann

$$l\ddot{l} + \dot{l}^2 = lg \sin \alpha.$$

Mit dem Ansatz $l = \frac{1}{2}at^2$ bekommt man

$$a = \frac{1}{3}g \sin \alpha.$$

Aufgabe 68: Oberflächentemperatur der Sonne

$$T_S = \frac{2T_E}{\phi^{1/2}} \approx 5800 \text{ K}$$

Aufgabe 69: Wechselstromverbraucher

- (a) Für den Gesamtwiderstand gilt

$$|Z| = V_{\text{eff}}/I_{\text{eff}}$$

$$\Re Z = P/I_{\text{eff}}^2$$

Zu den 2 möglichen Impedanzen hat man jeweils eine Parallel- bzw. serielle Schaltung mit entweder Kondensator oder Spule und Widerstand.

- (b) $\Im Z < 0 \Rightarrow$ eine der Kondensatorschaltungen, wobei man leicht rausfinden kann, welche es ist.

Aufgabe 70: Mondabstandsmessung

Der Abstand scheint um

$$\Delta l = \int_0^{+\infty} (n-1)dh = \int_0^{+\infty} \rho \eta dh = \frac{\eta}{g} \underbrace{\int_0^{+\infty} \rho g dh}_{=p_0} = \frac{p_0 \eta}{g}$$

größer als in Wirklichkeit.

Aufgabe 71: Kosmische Strahlung

Die kleinste Energie wird benötigt wenn die entstehenden Teilchen nach dem Stoß zusammen weiterfliegen. Wenn E die Energie des Protons, E_p seine Ruheenergie und $p = \frac{1}{c} \sqrt{E^2 - E_p^2}$ sein Impuls bezeichnet, gilt dann

$$(E + hf)^2 = (E_p + E_\pi)^2 + (p - h/\lambda)^2 c^2.$$

Auflösen nach E ergibt

$$E = \frac{E_\pi(2E_p + E_\pi)}{4fh} + \frac{E_p^2 fh}{E_\pi(2E_p + E_\pi)} \approx \frac{E_\pi(2E_p + E_\pi)}{4fh} \approx 1.2 \cdot 10^{20} \text{ eV}.$$

Aufgabe 72: Membranenpotential

(a) $\mu \sim \frac{cDq_e}{kT}$

(b) $j = D \left(\frac{cq}{kT} \frac{d\phi}{dx} - \frac{dc}{dx} \right)$

(c) $j = 0, \frac{cq}{kT} \frac{d\phi}{dx} = \frac{dc}{dx}$

$$\frac{q}{kT} d\phi = \frac{dc}{c} \quad | \int$$

$$\Delta\phi = \frac{kT}{q_e} \ln \frac{c_{\text{innen}}}{c_{\text{außen}}} \approx 0.085 \text{ V}$$

Aufgabe 73: Huepfender Ball

Für den übertragenen Impuls in horizontale Richtung gilt

$$\frac{\Delta p_h}{m} \leq \frac{\Delta p_v}{m}, \quad \frac{\Delta p_h}{m} \leq \frac{2}{3} \omega R$$

In den beiden Fällen tritt bei einer der Ungleichungen Gleichheit ein. Wenn man nun noch Energie- und Impulserhaltung verwendet, bekommt man genügend Gleichungen um die Geschwindigkeit des Balls und ihre Richtung nach dem Stoß zu berechnen. Man bekommt schließlich

$$\mu = 0.1 \Rightarrow l \approx 8.2 \text{ m},$$

$$\mu = 0.8 \Rightarrow l \approx 6.1 \text{ m}.$$

Aufgabe 74: Linse vor dem Spiegel

Man ersetzt den Spiegel durch eine zweite dünne Linse hinter der Ersten. Für die neue Brennweite ergibt sich:

$$\frac{1}{f_G} = \frac{2}{f}$$

Es ergibt sich nun mit $b_1 = -b_2$ als Vergrößerung $\frac{b_1}{g} = -3$.

Aufgabe 76: Kochen mit Strahlung

Die Energieerhaltung lässt sich folgendermaßen:

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \rho c \cdot 80 \text{ K} = \left(E_\beta + 2^{-r/d_{\frac{1}{2}}} \cdot E_\gamma \right) \left(1 - 2^{-T/T_{\frac{1}{2}}} \right) n.$$

Das ergibt $T \approx 2.08 \text{ min}$.

Aufgabe 77: Die Stumme von Koeln

Wenn die beiden Pendel mit gleicher Frequenz schwingen, schwingen sie praktisch unabhängig voneinander. Da die Schwingungsdauer die Pendellänge eindeutig bestimmt, muss $l_g = l + l_k$ gelten.

Aufgabe 78: Flasche mit Unterdruck

Man bezeichne die Anzahl der Moleküle in der Flasche mit N , den Druck mit p , das Volumen mit V , die Energie mit E , die Temperatur mit T , die Zahl der Freiheitsgrade pro Molekül mit ϕ . Dann gilt am Anfang

$$N = \frac{p_0 V}{2kT_0}, \quad p = \frac{p_0}{2}, \quad E = \frac{\phi}{2} NkT_0.$$

Die Energieänderung bei Einströmen von dN Molekülen ist

$$dE = \underbrace{\frac{\phi}{2} dNkT_0}_{\text{Wärme}} + \underbrace{p_0 \frac{dNkT_0}{p_0}}_{\text{Mechanische Arbeit}} = \frac{\phi + 2}{2} kT_0 dN.$$

Es gilt stets

$$T = \frac{2E}{\phi} \frac{1}{Nk}, \quad p = \frac{NkT}{V} = \frac{2E}{\phi} \frac{1}{V} = \frac{2}{\phi V} E$$

Wenn man nun mit 0 den Anfangszustand, mit 1 den Zustand gleich nach dem Druckausgleich und mit 2 den Zustand nach dem Erreichen des thermischen Gleichgewichts bezeichnet, bekommt man

$$N(2) = N(1) = N(0) + \frac{E(1) - E(0)}{\frac{\phi+2}{2} kT_0} = \frac{p_0 V}{2kT_0} + \frac{p_0 V \frac{\phi}{2} - p_0 V \frac{\phi}{4}}{\frac{\phi+2}{2} kT_0} = \frac{p_0 V}{kT_0} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2\gamma} \right)$$

$$T(1) = \frac{2E(1)}{\phi} \frac{1}{N(1)k} = \frac{Vp(1)}{N(1)k} = \frac{Vp_0}{N(1)k} = \frac{2T_0}{1 + 1/\gamma}$$

$$p(2) = \frac{N(2)kT(2)}{V} = \frac{p_0V}{kT_0} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2\gamma} \right) \frac{kT_0}{V} = p_0 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2\gamma} \right)$$

Aufgabe 79: Verstopfter Abfluss

Bei vollständiger Bedeckung wirkt auf den Ball außer seiner eigenen Gewichtskraft

$$F_g = \frac{4}{3}\pi g \rho R^3$$

die Gewichtskraft der Wassersäule direkt über dem Abfluss

$$F_s = g \left(\pi r^2 \left(H - 2\sqrt{R^2 - r^2} \right) - \frac{\pi}{3} \left(2R^3 - (2R^2 + r^2) \sqrt{R^2 - r^2} \right) \right) \rho_W$$

sowie die Auftriebskraft des Teils des Balls der sich nicht direkt über dem Abfluss befindet

$$F_a = g \left(\frac{4}{3}\pi R^3 - 2\frac{\pi}{3} \left(2R^3 - (2R^2 + r^2) \sqrt{R^2 - r^2} \right) - 2\pi r^2 \sqrt{R^2 - r^2} \right) \rho_W$$

Aus dem Kräftegleichgewicht $F_g + F_s = F_a$ ergibt sich die Dichte des Balls zu

$$\rho = \frac{\rho_W}{4R^3} \left(2R^3 + \sqrt{R^2 - r^2} (2R^2 + r^2) - 3Hr^2 \right).$$

Bei geringen Füllhöhen hat man für den Schnittflächenradius der Kugel an der Wasseroberfläche

$$r_s = \sqrt{R^2 - \left(\sqrt{R^2 - r^2} - h \right)^2} \approx \frac{h\sqrt{R^2 - r^2}}{r} + r$$

und für die Auftriebskraft damit (in quadratischer Näherung)

$$F_{ak} \approx \frac{\pi g h^2}{2r^2 \sqrt{R^2 - r^2}} (3R^2 r^2 - 2r^4) \rho_W$$

was mit $F_{ak} = F_g$ auf folgendes Ergebnis führt:

$$h = 2R \sqrt{\frac{2R\sqrt{R^2 - r^2}\rho}{3(3R^2 - 2r^2)\rho_W}}$$

Aufgabe 80: Federn am Haken

Die Spannung der i -ten Feder ist

$$(L - l)k_i = \sum_{j=i}^n m\omega^2(jL).$$

Damit bekommt man für die Federkonstanten

$$k_i = \frac{m\omega^2 L}{2(L - l)} (n(n + 1) - i(i - 1))$$

Aufgabe 82: Teilchendetektion

Der Impuls des Teilchens betrug

$$\vec{p} = \vec{p}_{\text{Elektron}} + \vec{p}_{\text{Positron}} = (9, 17, -81)^T \text{ GeV}/c.$$

Die Ruheenergie des Elektrons bzw. des Positrons kann vernachlässigt werden. Die Energie des Teilchens betrug also etwa

$$E \approx (|\vec{p}_{\text{Elektron}}| + |\vec{p}_{\text{Positron}}|)c \approx 120 \text{ GeV}.$$

Für die Ruhemasse bekommt man

$$m^2 c^2 \approx 2|\vec{p}_{\text{Elektron}}||\vec{p}_{\text{Positron}}| - 2\vec{p}_{\text{Elektron}} \cdot \vec{p}_{\text{Positron}}, \quad m \approx 87 \text{ GeV}/c^2$$

Von der Masse her kommen also W^+ , W^- und Z_0 in Frage. Da die elektrische Ladung erhalten ist muss es also Z_0 sein.

Aufgabe 83: Fata Morgana

Man betrachte einen Lichtstrahl, der vom Betrachter ausgeht und scheinbar in Entfernung L endet. Für den Winkel den dieser mit der Vertikalen einschließt gilt

$$\tan \alpha = \frac{L}{H}, \quad \sin \alpha = \frac{L}{\sqrt{L^2 + H^2}}$$

Da die Isothermen parallel zum Boden verlaufen, kann das Brechungsgesetz verwendet werden. Die Bedingung dass der Strahl am Boden gerade noch umkehrt lässt sich schreiben als

$$n_0 \sin \alpha = n_{\text{Boden}} \sin \frac{\pi}{2} = n_{\text{Boden}}.$$

Da die Luftdichte bei konstantem Druck umgekehrt proportional zur Temperatur ist, gilt

$$n_{\text{Boden}} = 1 + n_{\Delta} \frac{\rho_{\text{Boden}}}{\rho_0} = 1 + n_{\Delta} \frac{T_0}{T_{\text{Boden}}}$$

und damit

$$T_{\text{Boden}} = \frac{n_{\Delta} T_0}{n_0 \sin \alpha - 1}$$

Aufgabe 84: Feder als Spule

Die Magnetische Feldstärke innerhalb der Spule ist in erster Näherung konstant

$$B = \frac{\mu_0 I N}{L}.$$

Die Energie des Magnetfeldes ist

$$E_f = \int \frac{B^2}{2\mu_0} dV = \frac{\pi r^2 \mu_0 I^2 N^2}{2L}$$

und die Spannenergie der Feder

$$E_s = \frac{1}{2}k(L-l)^2.$$

Da in diesem Fall die Lagrangefunktion $\mathcal{L} = E_f - E_s + \frac{1}{2}m_{\text{eff}}\dot{L}^2$ lautet, ist die Gleichgewichtsbedingung

$$0 = \ddot{L} \sim \frac{d}{dt} \frac{\partial}{\partial \dot{L}} \mathcal{L} = \frac{\partial}{\partial L} \mathcal{L} = -\frac{\pi r^2 \mu_0 I^2 N^2}{2L^2} - k(L-l),$$

was auf die Ruhelänge

$$l = L + \frac{\pi r^2 \mu_0 I^2 N^2}{2kL^2}$$

führt.

Aufgabe 86: Neutrinomasse

Da man nicht weiß, ob die Neutrinos eine Masse besitzen, rechnet man sinnigerweise, als ob die Gesamtenergien angegeben wären:

$$E_1 = m_n c^2 \gamma_1 = m_n c^2 (1 - \beta_1^2)^{-\frac{1}{2}}, E_2 = m_n c^2 (1 - \beta_2^2)^{-\frac{1}{2}}$$

mit $\frac{l}{c} \left(\frac{1}{\beta_1} - \frac{1}{\beta_2} \right) = \Delta t$ mit

$$\left(1 - \left(\frac{m_n c^2}{E_1} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} = \beta_1, \left(1 - \left(\frac{m_n c^2}{E_2} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} = \beta_2$$

Da die Ruheenergie klein gegen die Gesamtenergie sein wird, nähern wir mit der Bernoullischen Ungleichung und setzen in die Formel für die Zeitverschiebung ein:

$$\begin{aligned} \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{m_n c^2}{E_1} \right)^2 \right) - \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{m_n c^2}{E_2} \right)^2 \right) &= \frac{c \Delta t}{l} \\ \frac{1}{2} \left(\left(\frac{m_n c^2}{E_1} \right)^2 - \left(\frac{m_n c^2}{E_2} \right)^2 \right) &= \frac{c \Delta t}{l} \end{aligned}$$

Mit $E_2 \approx 2E_1$ ergibt sich:

$$\begin{aligned} \frac{3}{4} \frac{(m_n c^2)^2}{E_1^2} &= 2 \frac{c \Delta t}{l} \\ m_n &= \sqrt{\frac{8}{3} \frac{E_1^2 \Delta t}{c^3 l}} \approx 7,8 \cdot 10^{-34} \text{ kg} \end{aligned}$$

Andere Näherungen bringen:

$$m_n = \sqrt{\frac{8}{3} \left(\frac{E_1}{c^2} \right)^2 \frac{\frac{c \Delta t}{l}}{\left(1 + \frac{5}{3} \frac{c \Delta t}{l} \right)}} \approx 7,8 \cdot 10^{-34} \text{ kg}$$

Aufgabe 87: Schwingende Linse

Wir betrachten erst einen Teil des Problems, nämlich die Kraftwirkung einer Lichtquelle auf die Linse. Die gesamte Lösung erhalten ergibt sich durch lineare Superposition.

Da die Lichtquellen sehr weit voneinander entfernt sind, und der Linsenradius klein im Vergleich zur Entfernung ist, sind die ankommenden Strahlen näherungsweise parallel und achsennah und werden in den Brennpunkt gebrochen. Wir nehmen, an dass die Linse nur kleine Schwingungen vollführt und somit die Änderung der Wellenlänge des Lichtes vernachlässigbar ist. Da das Problem weiterhin rotationssymmetrisch um die optische Achse ist, sind nur Kraftanteile in Richtung der optischen Achse zu berücksichtigen. Die horizontale Komponente des Impulses der Photonen ändert sich in einem Kreisring $2\pi r dr$ mit dem Abstand r von optischen Achse gleich stark um:

$$dF = d\frac{dp_I}{dt} = \frac{2\pi r I dr}{c} (1 - \cos \arctan \frac{r}{f}) \approx \frac{\pi r I dr}{c} \frac{r^2}{f^2}$$

Nun gilt für die Intensität: $I = \frac{P}{4\pi l^2}$ und die Gesamtkraft ergibt sich zu:

$$F = \frac{R^4 P}{16 l_l^2 f^2 c} - \frac{R^4 P}{16 l_r^2 f^2 c}, \quad l_l = l_r \Rightarrow F = 0$$

Für die Gesamtkraft durch beide Lampen gilt im allgemeinen Fall (wenn die linke Lampe um l_l entfernt und die rechte Lampe um l_r entfernt ist:

$$F = \frac{R^4 P}{16 l_l^2 f^2 c} - \frac{R^4 P}{16 l_r^2 f^2 c}, \quad F = 0, \text{ wenn } l_l = l_r$$

Für den Fall kleiner Auslenkungen ($l_l = l + \delta x$ und $l_r = l - \delta x$) gilt:

$$F = \frac{R^4 P}{16 f^2 c} ((l + \delta x)^{-2} - (l - \delta x)^{-2}) \approx \frac{R^4 P}{16 f^2 c} \frac{1}{l^2} (1 - 2 \frac{\delta x}{l} - 1 + 2 \frac{\delta x}{l}) = -\frac{R^4 P}{4 f^2 l^3 c} \delta x$$

Da nach dem zweiten Newtonschen Gesetz $F = m \delta \ddot{x}$ ist, folgt eine lineare homogene Differentialgleichung zweiter Ordnung, mit der Lösung:

$$\delta \ddot{x} = - \underbrace{\frac{R^4 P}{4 f^2 l^3 c}}_{\omega^2} \delta x \Rightarrow \omega = \frac{R^2}{2f} \sqrt{\frac{P}{l^3 c}}$$

Aufgabe 88: 1-dimensionaler Leiter

$$(a) \quad R_1 = \frac{U}{I} = \frac{\frac{\Delta E}{e}}{\frac{e}{\Delta t}} = \frac{\Delta E \Delta t}{e^2} = \frac{h}{2e^2} \approx 12,9 \text{ k}\Omega$$

(b) Einmal 3 und einmal 4 Valenzelektronen. Da die Spannung gleich bleibt, aber der Strom erhöht wird, verdrei- bzw. vervierfacht sich die Leitfähigkeit: $R_3 = \frac{R_1}{3}, R_4 = \frac{R_1}{4}$

Aufgabe 89: Umspannte Kugeln

Dies ist keine Physikaufgabe.

(a) $\Delta h = \frac{2\pi R + 1m}{2\pi} - R \approx 16,7 \text{ cm}$

- (b) $R(\sec \varphi - 1) = h$, folgt aus einer Skizze. φ ist der Winkel der die Tangentenabschnitte als Gegenkathete hat und von der Strecke Mittelpunkt - am weitesten entfernter Punkt, sowie Radiusvektor, der senkrecht auf der Tangente steht, aufgespannt wird. Dann gilt $2\sqrt{2Rh} + h^2 - 2R\varphi = x$. Da h wahrscheinlich klein gegen R ist, folgen diese vereinfachungen:

$$\frac{\varphi^2}{2} = \frac{h}{R}, 2\sqrt{2Rh} - x = 2R\varphi$$

$$\varphi = \sqrt{\frac{2h}{R}} \Rightarrow 2\sqrt{2Rh} - x = 2\sqrt{2Rh}$$

Aufgabe 90: Wekraftmaschine

Bezeichne die Zustände mit $Z_1 = (p_0, V_0)$, $Z_2 = (2p_0, V_0)$ und $Z_3 = (p_0, 2V_0)$.

Die Prozesse $Z_1 - Z_2$, $Z_3 - Z_1$ sind isochor beziehungsweise isobar. Hieraus folgt: $W_{12} = 0J$, $Q_{12} = \Delta U_{12} = \frac{f}{2}p_0V_0$, $W_{31} = -p_0(-V_0) = p_0V_0$, $Q_{31} = \Delta U_{31} - W_{31} = \frac{f}{2}(p_0V_0 - 2p_0V_0) - p_0V_0 = -\frac{f+2}{2}p_0V_0$. Der dritte Prozess $Z_2 - Z_3$ hat die Besonderheit, dass die beiden Endpunkte auf einer Isothermen liegen. Da es sich aber um eine Strecke handelt, nimmt die innere Energie erst zu und dann ab. Da sich das Gas außerdem ausdehnt, verrichtet es Arbeit, weshalb zuerst Wärme zugeführt werden muss und das Gas dann Wärme abgibt. Der Punkt an dem sich die Wärmezufuhr umkehrt, resultiert aus dem Berührungspunkt zwischen der Gerade Z_2Z_3 und einer der Adiabaten. Geradengleichung: $p_z(V_z) = -\frac{p_0}{V_0}V_z + 3p_0$, Adiabatangleichung $p_z(C, V_z) = CV_z^{-\kappa}$. $CV_z^{-\kappa} = -\frac{p_0}{V_0}V_z + 3p_0$, was auf $CV_z^{-\kappa} + \frac{p_0}{V_0}V_z = 3p_0$ führt. Man erhält $C = -\frac{p_0}{V_0}V_z(\kappa + 1) + 3p_0V_z^\kappa$. Da C konstante ist (mit der wir die Adiabaten scharen definiert haben), fällt sie beim Ableiten nach V heraus. $0 = -\frac{p_0}{V_0}(\kappa + 1)V_z^\kappa + 3p_0\kappa V_z^{\kappa-1}$. Sodass sich $V_z = \frac{3\kappa}{\kappa+1}V_0$. Hierraus folgt $Q_{23-zu} = \frac{f}{2}(p(V_z)V_z - 2p_0V_0) + \int_{V_0}^{V_z} p(V)dV = \frac{f}{2}((-\frac{p_0}{V_0}V_z + 3p_0)V_z - 2p_0V_0) + [-\frac{p_0}{2V_0}V^2 + 3p_0V]_{V_0}^{V_z}$

$$Q_{23-zu} = -\frac{f}{2}\frac{p_0}{V_0}V_z^2 + \frac{f}{2}3p_0V_z - f p_0V_0 - \frac{p_0}{2V_0}V_z^2 + 3p_0V_z - \frac{5}{2}p_0V_0$$

$$Q_{23-zu} = -\frac{f+1}{2}\frac{p_0}{V_0}V_z^2 + \frac{f+2}{2}3p_0V_z - \frac{5+2f}{2}p_0V_0$$

Mit $f = \frac{2}{\kappa-1}$ ergibt sich:

$$Q_{23-zu} = -p_0V_0 \left(\frac{9\kappa^2}{\kappa^2-1} - \frac{9\kappa^2}{\kappa^2-1} + \frac{(5\kappa-1)(\kappa+1)}{2(\kappa^2-1)} \right)$$

$$Q_{23-zu} = p_0V_0 \left(\frac{9\kappa^2 - 5\kappa^2 - 4\kappa + 1}{2(\kappa^2-1)} \right)$$

$$Q_{23-zu} = \frac{(2\kappa-1)^2}{2(\kappa^2-1)}p_0V_0$$

Die Arbeit die in diesem Prozessschritt verrichtet wird ist: $W_{23} = -\frac{3}{2}p_0V_0$, da sich das Gas hier ausdehnt. Die gesamte verrichtete Arbeit ist, also nur das Dreieck mit den Seitenlängen p_0 und V_0 und somit $W = -\frac{1}{2}p_0V_0$. Die gesamte zugeführte Energie ist: $Q_{zu} = (\frac{1}{\kappa-1} + \frac{(2\kappa-1)^2}{2(\kappa^2-1)})p_0V_0$.

$$\eta = \frac{-W}{Q_{zu}} = \frac{1}{\frac{2}{\kappa-1} + \frac{(2\kappa-1)^2}{\kappa^2-1}} = \frac{\kappa^2-1}{4\kappa^2-2\kappa+3}$$

Für ein Dreiatomiges Gas ergibt sich: $\eta = \frac{16}{97} \approx \frac{1}{6}$ ($\frac{1}{6}$ hätte sich auch ergeben, falls man nicht beachtet hätte, dass man auf dem Prozessweg Z_2Z_3 beachten muss, dass das Gas nicht nur Wärme abgibt, sondern auch aufnimmt. Die relative Abweichung vom korrekten Ergebnis beträgt ungefähr 1,04%). Für zweiatomige und dreiatomige Gase ergibt sich: $\eta_2 = \frac{8}{67}$ und $\eta_3 = \frac{7}{67}$. Falls man nicht in κ sondern in Freiheitsgraden rechnet ergibt sich die Gleichungen $Q_{zu-23} = p_0V_0 \frac{(f+4)^2}{8(f+1)}$ und $Q_{zu} = \frac{5f^2+12f+16}{8(f+1)}$. Der Wirkungsgrad ergibt sich dann zu: $\eta = \frac{4(f+1)}{5f^2+12f+16}$

Aufgabe 91: Verloren im Weltraum

Sowie sich der Bär abstößt bewegt er sich mit einer Geschwindigkeit, die höher ist, als die die benötigt wird um eine Kreisbahn um die Erde zu behalten. Das heißt, dass er sich auf einer Ellipse bewegt. Da man annehmen kann, dass die Masse der Raumstation groß im Vergleich zur Masse des Blaubären ist, wird diese ihre Geschwindigkeit kaum ändern und ihre Bahn ist als Kreisbahn zu nähern. Da sich der Kapitän in Bewegungsrichtung abstößt und seine Geschwindigkeit leicht größer ist als die der Raumstation wird er sich im Perihel der Ellipsenbahn befinden.

Man findet durch einfache Rechnungen:

Bahngeschwindigkeit der ISS (Kraftansatz): $v_r = \sqrt{\frac{GM}{(r+h)^3}}$

Kraftstoß durch den Sprung von der Erde (E-Ansatz): $S = \int F dt = m\sqrt{2gs}$

Perihelgeschwindigkeit des Bären (Addition von Impulsen bei gleicher Masse):

$$v_p = v_r + \frac{S}{m} = \sqrt{\frac{GM}{(r+h)^3}} + \sqrt{2gs}$$

Perihelabstand: $b_p = r + h$

Drehimpuls und Energie: $L = mv_p(r+h) \quad E = \frac{m}{2}v_p^2 - \frac{GMm}{r+h} < 0 \quad E \rightarrow -|E|$

Aphelabstand (Energie- und Drehimpulssatz): $b_a = \frac{GmM}{|E|} \pm \sqrt{\frac{G^2m^2M^2}{|E|^2} - \frac{L^2}{2m|E|}}$ und

$$b_a = b_p + 2\sqrt{\frac{G^2m^2M^2}{|E|^2} - \frac{L^2}{2m|E|}}$$

große Halbachse: $a = \frac{1}{2}(b_a + b_p) = r + h + \sqrt{\frac{G^2m^2M^2}{|E|^2} - \frac{L^2}{2m|E|}}$

numerische lineare Exzentrizität: $\epsilon = \frac{b_a - b_p}{2a}$ woraus durch Einsetzen für a folgt: $\epsilon =$

$$\frac{\sqrt{\frac{G^2 m^2 M^2}{|E|^2} - \frac{L^2}{2m|E|}}}{r+h+\sqrt{\frac{G^2 m^2 M^2}{|E|^2} - \frac{L^2}{2m|E|}}}$$

Kleine Halbachse: $b = \sqrt{a^2 - e^2} = a\sqrt{1 - \epsilon^2}$

Nun ist die Berechnung der wesentlichen Bahnparameter abgeschlossen, die man am besten numerisch vornimmt. Nun ist es wichtig die Bahn des Bären zu erhalten als Funktion der Zeit $\vec{r}_p(t)$. Die Bahn der ISS ist nicht schwer zu errechnen, da sie eine Kreisbahn ist: $\vec{r}_{ISS} = (r+h)\vec{e}_r$ (in Polarkoordinaten mit $\vec{e}_r = \cos\omega t\vec{e}_x + \sin\omega t\vec{e}_y$. Da dies Kenntnisse der Lösung des Keplerproblems voraussetzt und die analytischer Lösung zu schwer ist, begnügen wir uns mit einer Näherung. Wie leicht auszurechnen ist, folgt, dass die Exzentrizität sehr klein ist. Deshalb können wir auch annehmen, dass sich der Bär auf einer näherungsweise kreisförmigen Bahn bewegt. Da wir Ergebnisse brauchen, die zuerst für die Anfangszeit der Bewegung richtig sind, sei der Kreisbahnradius $r_p = a$ mit einem um $a - (r+h)$ verschobenen Rotationszentrum. Nun folgt für $\vec{r}_p(t) = ((a-r-h) + a\cos\omega_p t)\vec{e}_x + a\sin\omega t\vec{e}_y$ für ein: $\omega = \frac{v_p}{a}$. Die Bahn der ISS ist die Bahn von oben gegeben mit $\omega = \frac{v_r}{r+h}$ sodass sich als Abstand in Abhängigkeit von der Zeit ergibt: $d(t) = |\vec{r}_p(t) - \vec{r}_{ISS}(t)| = \sqrt{((a-r-h) + a\cos\omega_p t - (r+h)\cos\omega t)^2 + (a\sin\omega_p t - (r+h)\sin\omega t)^2}$. Dies kann man nach der Zeit differenzieren und Nullsetzen um die Minima zu finden. Allerdings sei hier eine numerische Analyse empfohlen. Was sich ergibt ist, dass der Blaubär nicht nahe genug an die ISS wieder herankommt und auch keine zweite Chance erhalten wird.

Aufgabe 92: Warme Gluehwendel

$$\begin{aligned} P_1 &= \frac{U_1^2}{R} = \sigma A(T_1^4 - T_0^4) \\ P_2 &= \frac{U_2^2}{R} = 4\frac{U_1^2}{R} = \sigma A((T_1 + \Delta T)^4 - T_0^4) \\ \frac{P_1}{P_2} &= \frac{1}{4} = \frac{T_1^4 - T_0^4}{(T_1 + \Delta T)^4 - T_0^4} = \frac{(T_1^2 - T_0^2)(T_1^2 + T_0^2)}{((T_1 + \Delta T)^2 - T_0^2)((T_1 + \Delta T)^2 + T_0^2)} \approx \frac{T_1^2 - T_0^2}{(T_1 + \Delta T)^2 - T_0^2} \\ (T_1 + \Delta T)^2 - T_0^2 &= 4T_1^2 - 4T_0^2 \\ -3T_1^2 + 2T_1\Delta T + \Delta T^2 + 3T_0^2 &= 0 \Rightarrow T_1^2 - \frac{2}{3}T_1\Delta T - \frac{1}{3}\Delta T^2 - T_0^2 = 0 \\ (T_1)_{1;2} &= \frac{1}{3}\Delta T \pm \sqrt{\frac{4}{9}\Delta T^2 + T_0^2} \end{aligned}$$

Da die Temperatur positiv sein muss, folgt: $(T_1)_1 \approx 304 \text{ K} \Rightarrow (\vartheta_1)_1 \approx 30,7^\circ \text{C}$ Eine gültige Lösungsvariante (ohne wesentlichen Punktabzug) bestand darin, die abgegebene Leistung als proportional zur Temperaturdifferenz zu betrachten:

$$\begin{aligned} P_1 &= k(T_1 - T_0), P_2 = k(T_1 + \Delta T - T_0) \Rightarrow T_1 + \Delta T - T_0 = 4T_1 - 4T_0 \\ \Rightarrow T_1 &= \frac{1}{3}(\Delta T + 3T_0) \approx 303 \text{ K} \Rightarrow \vartheta = 30^\circ \text{C} \end{aligned}$$

Aufgabe 96: Meteoritentemperatur

Dies ist eine vorläufige, noch nicht zufriedenstellende Lösung der Aufgabe.

$$(a) \quad \dot{N} = \frac{\dot{m}}{m_t} = \frac{\rho(h)\pi R^2 v(h)}{m_t}$$

$$(b) \quad P = \sigma 4\pi R^2 T^4 = \frac{m_t}{2} v^2 \frac{\rho \pi R^2 v}{m_t} = \frac{mv^3}{2h} \ln\left(\frac{v_0}{v}\right) \Rightarrow T = \left(\frac{mv^3 \ln\left(\frac{v_0}{v}\right)}{3\pi R^2 h \sigma}\right)^{\frac{1}{4}}$$

$$(c) \quad 0 = \frac{\partial}{\partial v} T^4 = \frac{m}{8\pi R^2 h \sigma} v^2 \left(3 \ln\left(\frac{v_0}{v}\right) - 1\right) \text{ mit den zwei Bedingungen: } \ln\frac{v}{v_0} = -\frac{1}{3} \text{ und} \\ \text{daraus folgend: } \frac{m}{3\pi R^2} = h\rho(h) \text{ aus der man im speziellen Fall nun eine odere mehrere} \\ \text{Lösungen } h_l \text{ gewinnen muss, woraus folgt: } \hat{T} = \left(\frac{mv_0^3}{24\pi e R^2 h_l \sigma}\right)^{\frac{1}{4}}$$

Aufgabe 97: Bewegte Glasscheibe

Im Ruhesystem des Glaskörpers bewegt sich der Lichtstrahl mit $\frac{c}{n}$ durch den Glaskörper. Im Laborsystem ist diese Geschwindigkeit (nach der Regel für die Addition von Geschwindigkeiten): $c'_n = c \frac{1+\beta n}{n+\beta}$. Im Laborsystem sei die Länge des Glaskörpers mit D' bezeichnet. Nun berechnen wir die Zeit, die das Licht im Körper benötigt. Dazu ist zu beachten, dass sich der Körper noch mit der Geschwindigkeit v bewegt. Das heißt, es gilt: $c'_n \Delta t_{Glas} = D' + v \Delta t_{Glas}$.

Daraus folgt: $\Delta t_{Glas} = \frac{D'}{c'_n - v}$ und der im Glas zurückgelegte Weg errechnet sich zu: $l_{Glas} = \frac{c'_n D'}{c'_n - v} = D' + \frac{v D'}{c'_n - v}$. Der Rest des Weges $l - l_{Glas}$ wird mit c zurückgelegt. Vergleicht man mit der Laufzeit ohne Glas, so fällt, auf, dass das Wesentliche an der Laufzeit, die Laufzeitdifferenz des Lichtweges mit Glas und des Lichtweges ohne Glas ist. Folglich: $p := \Delta \Delta t = -\frac{1}{c} \left(\frac{v D'}{c'_n - v} + D'\right) + \frac{D'}{c'_n - v}$. Dies lässt sich wie folgt umformen:

$$\begin{aligned} p &= -\frac{D'}{c} + \frac{\beta D'}{c'_n - v} + \frac{D'}{c'_n - v} = \frac{D'}{c} \left(-1 + \frac{c}{c \frac{1+\beta n}{n+\beta} - v} (\beta + 1)\right) \\ &= \frac{D'}{c} \left(-1 + \frac{n + \beta}{1 + \beta n - \beta n - \beta^2} (1 - \beta)\right) \\ &= \frac{D \sqrt{(1 - \beta)(1 + \beta)}}{c} \frac{n - 1}{1 + \beta} \\ &= \frac{D}{c} (n - 1) \sqrt{\frac{1 - \beta}{1 + \beta}} \end{aligned}$$

Also beträgt die Gesamtlaufzeit: $\delta t_{ges} = \frac{l}{c} + \frac{D}{c} (n - 1) \sqrt{\frac{1 - \beta}{1 + \beta}}$

Aufgabe 98: Gasvolumina

Aufgabe 99: Kugel am Faden

Aufgabe 100: Spezifischer Widerstand

Aufgabe 101: Solarofen

Aufgabe 102: Lautste von Lautsprechern

Aufgabe 104: Kosmische Geschwindigkeiten

- (a) 1. Kosmische Geschwindigkeit: $mg = mGm_E r_E^{-2} = m\omega^2 r_E \Rightarrow \frac{Gm_E}{r_E} = \omega^2 r_E^2 = v_1^2 \Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{Gm_E}{r_E}}$. 2. Kosmische Geschwindigkeit: $\frac{1}{2}mv_2^2 = W_{Hub} = \lim_{b \rightarrow \infty} \int_{r_E}^b dx \frac{1}{x^2} = mGm_E \lim_{b \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{r_E} - \frac{1}{b} \right) = mGm_E r_E^{-1} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2Gm_E}{r_E}}$
- (b) Sei also die Erde ein Inertialsystem und die Erdrotations folglich nicht vorhanden, dann gilt nach dem 3. Keplerschen Gesetz: $\left(\frac{a_1}{a_2}\right)^2 = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2$ wobei die Indizes zwei verschiedene geschlossene Ellipsenbahnen um die Erde bezeichnen und T die Umlaufdauern und a die großen Halbachsen bedeuten. Eine Gerade, die beide Brennpunkte verbindet ist eine gestörte Form der Ellipse und sein nun mit Index 1 behaftet. Ein Kreis der direkt um den Erdradius geht ist auch eine gestörte Form der Ellipse und sei nun mit Index 2 behaftet. Dann ist $a_2 = r_E$; $T_2 = 2\pi \frac{1}{\omega} = 2\pi \frac{r_E}{v_1}$, wobei v hier die erste kosmische Geschwindigkeit ist und somit $T_2 = \sqrt{4\pi^2 \frac{r_E^3}{Gm_E}}$. T_1 soll ein Jahr sein (Beachte es ist eine Näherung, da der andere Brennpunkt mit dem Erdmittelpunkt zusammenfällt). Dann ergibt sich:

$$h \approx a_1 = \sqrt[3]{T_1^2 \frac{Gm_E}{4\pi^2 r_E^3}} = \sqrt[3]{T_1^2 \frac{Gm_E}{4\pi^2}} \approx 2,15 \cdot 10^9 m$$

$\frac{v}{v_2} = \sqrt{1 - \frac{r_E}{h}} \approx 0,9985$. v ist also unwesentlich kleiner als v_2 . Es geht auch anders indem man im wesentlichen Kepler 3 nachrechnet: $v(x) = \sqrt{\frac{2}{m}(E_{kin;0} + E_{pot;0}(x) - E_{pot}(x))}$, wobei $E_{pot}(r \rightarrow \infty) = 0$ sei. Somit ist: $1 y = \int_{r_E}^a \frac{dx}{\sqrt{\frac{2m}{(mGm_E(\frac{1}{x} - \frac{1}{a})})}}$, wobei $E_{kin;0} + E_{pot;0} = E_{pot}(a)$, wobei a der Ort ist wo der Körper umkehrt, sodass $E_{kin;0}(a) = 0$ ist. Dieses Integral kann mit der Substitution $x = a \sin \phi$ gelöst werden.

Aufgabe 105: Negativer Brechungsindex

Aufgabe 106: Masse und Feder

Erste Phase: Beschleunigung der Masse $3m$. Da Zwangsbedingung und 3. Newtonsche Gesetz dazu führt, dass die Masse m an Ort und Stelle verbleibt (Zwangsbedingung

wirkt als Impulsreservoir). Deshalb gibt es eine Beschleunigung des Schwerpunktes. Die Schwerpunktsenergie ist $\frac{3}{4}$ der Gesamtenergie. Diese steckt also in einer Translationsenergie. Für die Schwingung verbleibt also noch ein viertel der Gesamtenergie. Das heißt $\hat{E}' = \frac{1}{4}\hat{E}$, wobei \hat{E}' die maximale potentielle Energie der Feder nach dem Stoß ist. Daraus folgt $\hat{l}'^2 = \frac{1}{4}\hat{l}^2 \Rightarrow \hat{l}' = \frac{1}{2}\hat{l} = 2\text{ cm}$.

Aufgabe 107: Housten, wir haben ein Problem

- (a) Bernoulli liefert: $v = \sqrt{\frac{2}{\rho(t)}p(t)}$. Da $pV = nRT =$ und $V = \frac{m_G}{\rho}$ ergibt sich: $\frac{p}{\rho} = \frac{RT}{M_{Luft}} =$. V bezeichnet hierbei das Volumen des Gases, wobei sich gedacht wird, dass es sich insgesamt isotherm ausdehnt. (Das das außerhalb der Raumsphäre nicht der Fall ist beeinflusst den isothermen Prozess innerhalb der Raumsphäre nicht). Somit ist $v = \sqrt{2\frac{RT}{M_{Luft}}} = \sqrt{\frac{2kT}{m_{Luft}}} = \dot{p} = \frac{RT}{M_{Luft}}\dot{\rho} = \frac{RT}{M_{Luft}}\frac{\dot{m}_i}{V_K}$, wobei V_K das Volumen der Raumkapsel ist, welches sich nicht ändert. Das Gas im Raumschiff bewegt sich nicht, dehnt sich langsam aus, lediglich das Gas, das direkt am Loch ist wird durch den Druckgradienten beschleunigt. Da sich die Dichte des Gases in der Raumkapsel nur dadurch ändert, das Gas am Loch mit Dichte $\rho(t)$ ausgestoßen wird, muss die Änderung $\rho(t)$ der Gasmenge, die ausgestoßen wird, während des Ausstoßes derselben nicht berücksichtigt werden. $\dot{m}_i = -Av\rho(t) = \frac{-AvpM_{Luft}}{RT} = -\frac{ApM_{Luft}}{RT}\sqrt{\frac{2RT}{M_{Luft}}}$. Somit ergibt sich:

$$\begin{aligned}\dot{p} &= \frac{RT}{V_K M_{Luft}} \left(-\frac{ApM_{Luft}}{RT} \sqrt{\frac{2RT}{M_{Luft}}} \right) = -\frac{A}{V_K} \sqrt{\frac{2RT}{M_{Luft}}} p \\ p(t) &= p_0 \exp \left(-\frac{A}{V_K} \sqrt{\frac{2RT}{M_{Luft}}} t \right) \\ t_{\frac{1}{2}} &= \ln(2) \frac{V_K}{A} \sqrt{\frac{M_{Luft}}{2RT}}\end{aligned}$$

- (b) Es gilt Impulserhaltung: $\Delta m_{Gas} v = \frac{M_{Luft} \Delta p V_K}{RT} \sqrt{\frac{2RT}{M_{Luft}}} = \Delta p V_K \sqrt{\frac{2M_{Luft}}{RT}} \approx m \Delta v \Rightarrow$
 $\Delta v = \frac{\Delta p V_K}{m} \sqrt{\frac{2M_{Luft}}{RT}}.$

Aufgabe 109: Ein seltsamer Anblick

Sei Σ' das Bezugssystem des Raumschiffes und Σ das Bezugssystem der Milchstraße. Beide werden als Inertialssysteme behandelt.

- (a) $\cos \theta' = \frac{u'_\perp}{c}$, wobei u'_\perp die Geschwindigkeit des Lichtes in Σ' senkrecht zur Milchstraße ist. Es gilt die rel. Geschwindigkeitsaddition:

$$u'_\perp = \frac{u_\perp - v}{1 - \frac{u_\perp v}{c^2}}$$

Wobei u_{\perp} die Geschwindigkeit des Lichtes im System Σ senkrecht zur Milchstraße ist und v die Geschwindigkeit des Raumschiffes. Nun ergibt sich:

$$\cos \theta' = \frac{\cos \theta - \beta}{1 - \beta \cos \theta}; u_{\perp} = c \cos \theta; u'_{\perp} = c \cos \theta'; \beta = \frac{v}{c}$$

$$\theta' = \arccos \left(\frac{\cos \theta - \beta}{1 - \beta \cos \theta} \right)$$

(b)

$$\begin{aligned} \cos \theta' (1 - \beta \cos \theta) &= \cos \theta - \beta \\ \cos \theta' - \cos \theta &= \beta (\cos \theta \cos \theta' - 1) \\ \beta &= \frac{\cos \theta - \cos \theta'}{1 - \cos \theta \cos \theta'} \end{aligned}$$

$$\cos \theta' = \cos 150^{\circ} = -\cos 30^{\circ} = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \cos \theta = \frac{20000}{\frac{1}{2}100000} = \frac{2}{5}.$$

$$\beta = \frac{\frac{2}{5} + \frac{\sqrt{3}}{2}}{1 + \frac{\sqrt{3}}{5}} = \frac{\frac{2}{5} + \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{2\sqrt{3}}{25} - \frac{3}{10}}{1 - \frac{3}{25}} = \frac{10 - 2\sqrt{3} - \frac{15}{2} + \frac{25\sqrt{3}}{2}}{22} = \frac{5 + 21\sqrt{3}}{44}$$

Somit ergibt sich $v = \frac{5+21\sqrt{3}}{44}c$. Da $3 \geq \frac{169}{49} = 3 + \frac{22}{49}$ ist $v < c$.

Lösungsvorschläge zu experimentellen Aufgaben

Aufgabe 1: Ein Rollpendel

- (a) Rollschwingungen mit Schwingungsgleichungen
- (b) Die Dose am Faden pendeln lassen. Einmal mit Schwerpunkt oben, einmal unten.

$$\Rightarrow s = \frac{\Delta T}{2\pi} \sqrt{g(\Delta T^2 g - 4l)} \quad ?$$

- (c) Das Lineal im Schwerpunkt aufhängen und als Balkenwaage für Festgewicht und Dose verwenden.

Aufgabe 2: Gleichstromblackbox mit 3 Anschlüssen

Widerstände grob messen (Symmetrie?) \rightarrow einzelne Verbindungen kurzschließen \rightarrow Elemente genau vermessen \rightarrow Zwei Widerstände und ein Lämpchen

Aufgabe 3: Verlustleistung eines Kondensators

(a) $C_i = \frac{1}{Z \cdot 2\pi f}$

- (b) Mit Volt- und Amperemeter misst man den Scheinwiderstand.

Beim Kondensator: $Z^2 = R_C^2 + (\frac{1}{\omega C})^2$.

Mit Widerstand in Reihe: $Z_1^2 = (R + R_C)^2 + (\frac{1}{\omega C})^2$

$$\Rightarrow R_C = \frac{Z_1^2 - Z^2 - R^2}{2R}$$

$$C = \frac{R}{\pi f \sqrt{2(R^2 Z^2 + R^2 Z_1^2 + Z^2 Z_1^2) - (R^4 + Z^4 + Z_1^4)}}$$

Die Formel für C sieht sehr kompliziert aus, besitzt aber hohe Symmetrie. Die Formel für den rein kapazitiven Widerstand entspräche der Formel für die Höhe in einem Dreieck.

Aufgabe 7: Optische Blackbox

- (a) **Methode 1:** Die Linse wird ein Stück von der Lampe aufgestellt. Dann wird der Schirm so positioniert, dass eine scharfe Abbildung des Glühwendels entsteht. Nun dreht man die Blackbox um und verschiebt sie so weit, bis die Abbildung wieder scharf ist. Aus der Verschiebung ergibt sich die Linsenposition. Kennt man diese, ergibt sich die Brennweite aus der Abbildungsgleichung $\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g}$.

Methode 2: Es wird eine scharfe Abbildung des Glühwendels erzeugt. daraufhin verschiebt man die Lampe seitlich. Auch das Bild verschiebt sich seitlich. Der Strahlensatz liefert nun die Position. Die Brennweite ergibt sich wie im ersten Fall.

Methode 3: Man misst die Größe der scharfen Abbildung in Abhängigkeit vom Schirmabstand. Ein geeigneter Graph der Werte zeigt dann die Linsenposition. Die Brennweite ergibt sich wie im ersten Fall.

- (b) Die Linsenmacherformel lautet in diesem Fall:

$$\frac{r}{f} = 2n - (1 + 1.33)$$

Die Messung mit und ohne Wasser liefert mit den Daten aus a) zwei verschiedene Gleichungen, die man lösen kann. Unter der Annahme achsennaher Strahlen bewirkt die Brechung an der wassergefüllten Seite eine Verkürzung des Strahlenganges in der Luft um den Faktor 1.33. Das muss man noch in die Rechnung mit einbeziehen.

Aufgabe 8: Unbekannte Spannungsquelle

Bestimmung der Spannung: Reihenschaltung mit dem Widerstand:

$$U = R \cdot I$$

Bestimmung der Kapazität: Laden des Kondensators, dann Zeit stoppen, umpolen und über den Widerstand entladen:

$$I(t) = I_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

In kurzen Zeitintervallen (z.B. 4s) die Wertepaare $(I|t)$ notieren. Im Diagramm $t(\ln I)$ auftragen und die Steigung m ablesen.

$$C = -\frac{m}{R} \quad C \approx 10 \mu\text{F}$$

Aufgabe 9: Widerstände und Dioden

Als erstes legt man an jede der 6 Verbindungsmöglichkeiten die Batterie an und misst qualitativ den Strom. Ergebnis: Strom fließt nur von A aus, und nach C fließt in etwa doppelt so viel wie nach B . Daraus erschließt sich die Schaltung.

Nun schließt man die Spannungsquelle an die beiden äußeren Anschlüsse des Potentiometers und greift am Mittelabgriff eine variable Spannung ab.

Die Widerstände zwischen AB bzw. AC unterscheiden sich um R , falls an der Diode die gleiche Spannung bzw. der gleiche Strom anliegt. Letzteres lässt sich einstellen. Also misst man bei jeweils gleichen Strömen die jeweilige Spannung. Es gilt:

$$R = \frac{U_{AB} - U_{AC}}{I}$$

Größere Genauigkeit wird erreicht, indem man Strom und Spannung bei verschiedenen Werten misst und die Steigung der resultierenden Ursprungsgerade ermittelt.

Mit dem bekannten Widerstand R lässt sich nun auch die Kennlinie bestimmen. Dazu trägt man den gemessenen Strom I nach der Diodenspannung

$$U_D = U_{AC} - R \cdot I$$

bei verschiedenen Spannungswerten auf. Das ist die gesuchte Kennlinie.