



Apresentação

Que é lógica

Tipo raciocínio

Argumentos

Proposições

Valor lógico

Conectivos

Tab. Verdade

Notação

Matemática Discreta 1

Introdução à Lógica Matemática 1

AULA 01

Prof. Luiz Augusto Laranjeira

luiz.laranjeira@gmail.com



O porquê da disciplina

Apresentação

Que é lógica

Tipo raciocínio

Argumentos

Proposições

Valor lógico

Conectivos

Tab. Verdade

Notação

- Lógica
- Álgebra de dois valores $\Rightarrow V$ ou F
- Álgebra discreta
 - Análise combinatória
 - Princípios de contagem



Apresentação
Que é lógica
Tipo raciocínio
Argumentos
Proposições
Valor lógico
Conectivos
Tab. Verdade
Notação

O que é lógica

“Lógica é a ciência que estuda princípios e métodos de inferência, tendo o objetivo principal de determinar em que condições certas coisas se seguem (são consequência), ou não, de outras.”
Cezar Mortari



Apresentação
Que é lógica
Tipo raciocínio
Argumentos
Proposições
Valor lógico
Conectivos
Tab. Verdade
Notação

Raciocínio e inferência

- Raciocínio:
 - Como é feito? (Biologicamente, não é de interesse da Lógica)
 - De que é feito?
 - Qual o seu objetivo?
- Inferência:
 - O que é?
 - Para que serve?



Um exercício de raciocínio

Apresentação
Que é lógica
Tipo raciocínio
Argumentos
Proposições
Valor lógico
Conectivos
Tab. Verdade
Notação

Há não muito tempo atrás, num país distante, havia um velho rei que tinha três filhas, inteligentíssimas e de indescritível beleza, chamadas Guilhermina, Genoveva e Griselda.

Sentindo-se perto de partir desta para melhor; e sem saber qual das filhas designar como sua sucessora, o velho rei resolveu submetê-las a um teste. A vencedora não apenas seria a nova soberana, como ainda receberia a senha da conta secreta do rei (num banco suíço), além de duas semanas com despesas pagas em um resort “all-inclusive” no Caribe.

Um exercício de raciocínio

Apresentação

Que é lógica

Tipo raciocínio

Argumentos

Proposições

Valor lógico

Conectivos

Tab. Verdade

Notação

Chamando as filhas à sua presença, o rei mostrou-lhes cinco pares de brincos, idênticos em tudo com exceção das pedras neles engastadas: três eram de esmeralda, e dois de rubi. O rei vendeu então os olhos das moças e, escolhendo ao acaso, colocou em cada uma delas um par de brincos.

O teste consistia no seguinte: aquela que pudesse dizer, sem sombra de dúvida, qual o tipo de pedra que havia em seus brincos somente olhando os brincos de suas irmãs herdaria o reino (e a conta na Suíça etc.).

A primeira que desejou tentar foi Guilhermina, de quem foi removida a venda dos olhos. Guilhermina examinou os brincos de suas irmãs, mas não foi capaz de dizer que tipo de pedra estava nos seus (e retirou-se, furiosa).

Um exercício de raciocínio

Apresentação
Que é lógica
Tipo raciocínio
Argumentos
Proposições
Valor lógico
Conectivos
Tab. Verdade
Notação

A segunda que desejou tentar foi Genoveva. Contudo, após examinar os brincos de Griselda, Genoveva se deu conta de que também não sabia determinar se seus brincos eram de esmeralda ou rubi e, da mesma furiosa forma que sua irmã, saiu batendo a porta.

Quanto a Griselda, antes mesmo que o rei lhe tirasse a venda dos olhos, anunciou corretamente, em alto e bom som, o tipo de pedra de seus brincos, dizendo ainda o porquê de sua afirmação.

Que brincos tinha Griselda, de esmeralda ou de rubi? Justifique sua resposta.

MORTARI, Cesar A. **Introdução à Lógica**. UNESP, São Paulo, 2001.



Um exercício de raciocínio

Apresentação
Que é lógica
Tipo raciocínio
Argumentos
Proposições
Valor lógico
Conectivos
Tab. Verdade
Notação

- Como foi que você resolveu o problema?
- Seja lá como for, de alguma forma ocorreu um processo a partir do qual você passou acreditar que os brincos que a Griselda tinha eram de (???)
- A esse processo chamamos de raciocínio ou processo de inferência.

Apresentação
Que é lógica
Tipo raciocínio
Argumentos
Proposições
Valor lógico
Conectivos
Tab. Verdade
Notação

Um exercício de raciocínio

- Raciocinar ou fazer inferências consiste em “manipular” a informação disponível e extrair conseqüências disso, obtendo informação nova.
- O resultado deste processo é que ficamos sabendo algo que não sabíamos anteriormente.



Apresentação
Que é lógica
Tipo raciocínio
Argumentos
Proposições
Valor lógico
Conectivos
Tab. Verdade
Notação

Um exercício de raciocínio

- Às vezes o ponto de partida pode não ser algo conhecido ou que se acredita.
- Seres humanos muitas vezes raciocinam por hipóteses:
 - Porque a grama está molhada?
 - Porque ele comprou uma Ferrari?
- Ou por **exaustão** (análise de todas as possibilidades frente aos dados do problema)

Apresentação
Que é lógica
Tipo raciocínio
Argumentos
Proposições
Valor lógico
Conectivos
Tab. Verdade
Notação

Tipos de raciocínio

Dedução - Um raciocínio dedutivo é aquele cujo conseqüência é inferida em função da conexão existente entre os conceitos que o compõe; movendo-se sempre no sentido do GERAL para o PARTICULAR.

Exemplos

- Carlos é humano. Todo humano é mamífero. Logo, Carlos é mamífero.
- Um número real x é estritamente positivo (ou seja: $x > 0$. Esta é a característica geral, universal). O quadrado do número x é 1,21 (ou seja: $x^2 = 1,21$. Esta é a característica particular). Logo, o valor de x é 1,1 (esta é a conclusão).



Apresentação
Que é lógica
Tipo raciocínio
Argumentos
Proposições
Valor lógico
Conectivos
Tab. Verdade
Notação

Tipos de raciocínio

Indução - É aquele que parte do PARTICULAR para o GERAL. É o tipo de raciocínio de que se utiliza mais a ciência. Apresenta-se sempre como uma generalização a partir de dados ou fatos da experiência (em número suficiente). Está, sobretudo, fundada na relação de causa e efeito.

Tipos de raciocínio

Indução

Raciocinar indutivamente é partir de premissas particulares, na busca de uma lei geral, universal, por exemplo:

- O ferro conduz eletricidade
O ferro é metal
O ouro conduz eletricidade
O ouro é metal
O cobre conduz eletricidade
O cobre é metal
Logo os metais conduzem eletricidade.



Apresentação
Que é lógica
Tipo raciocínio
Argumentos
Proposições
Valor lógico
Conectivos
Tab. Verdade
Notação

Tipos de raciocínio

Analogia - Forma “imperfeita” de indução baseada na expectativa da repetição de determinadas circunstâncias anteriores. Assim, uma argumentação analógica move-se do PARTICULAR para o PARTICULAR ou mesmo do PARTICULAR para o GERAL, segundo critérios de “semelhança”, e, como tal, tem poucas possibilidades de acerto.

A diferença fundamental entre o raciocínio analógico e o indutivo reside na presença (indução) ou ausência (analogia) de casos suficientes para que a conclusão seja validada.



Apresentação
Que é lógica
Tipo raciocínio
Argumentos
Proposições
Valor lógico
Conectivos
Tab. Verdade
Notação

Argumentos

- São razões para que uma certa conclusão possa ser obtida.
- As pessoas nem sempre concluem corretamente.
- Na lógica é necessário uma construção mais formal.



Apresentação
Que é lógica
Tipo raciocínio
Argumentos
Proposições
Valor lógico
Conectivos
Tab. Verdade
Notação

Exemplo de argumentação

- Existem apenas dois pares de brincos de rubi; *logo*, se tanto Genoveva quanto Griselda estivessem com brincos de rubi, Guilhermina, a primeira, saberia que os seus são de esmeralda.



Apresentação
Que é lógica
Tipo raciocínio
Argumentos
Proposições
Valor lógico
Conectivos
Tab. Verdade
Notação

Exemplo de argumentação

- **logo** = conjunção coordenativa conclusiva
- Indica que a segunda afirmação **se segue** da primeira



Exemplo de argumentação

P Expressa algo que é sabido ou aceito, pois faz parte do enunciado do problema. São as chamadas *premissas*.

▣ Assinala a *conclusão*.

O par constitui um argumento.

Apresentação
Que é lógica
Tipo raciocínio
Argumentos
Proposições
Valor lógico
Conectivos
Tab. Verdade
Notação



Argumento 1

A argumentação anterior pode ser traduzida em:

P Existem apenas dois pares de brincos de rubi.

▣ Se tanto Genoveva quanto Griselda tivessem brincos de rubi, Guilhermina saberia que os seus são de esmeralda.



Apresentação
Que é lógica
Tipo raciocínio
Argumentos
Proposições
Valor lógico
Conectivos
Tab. Verdade
Notação

Argumento

- Um argumento é definido como um conjunto *não-vazio e finito* de sentenças (frases).
- Sentenças quaisquer, sem relação entre si, não constituem um argumento (não vale mentir).
- Uma conclusão pode ser a premissa de outro argumento, exemplo:

Argumento 2

P_1 Se tanto Genoveva quanto Griselda tivessem brincos de rubi, Guilhermina saberia que os seus são de esmeralda.

P_2 Guilhermina não soube dizer qual o tipo de pedra em seus brincos.

▶ Ou Genoveva e Griselda tinham ambas brincos de esmeralda, ou uma tinha brincos de rubi, e a outra, de esmeralda.

Argumento 3

- P_1 Genoveva e Griselda tinham ambas brincos de esmeralda, ou uma tinha brincos de rubi, e a outra, de esmeralda.
- P_2 Genoveva não soube dizer qual o tipo de pedra em seus brincos.
- ▶ **Griselda tinha brincos de esmeralda.**



Apresentação
Que é lógica
Tipo raciocínio
Argumentos
Proposições
Valor lógico
Conectivos
Tab. Verdade
Notação

Sentenças e Proposições

- Uma sentença é uma seqüência *bem construída* (gram.) de palavras.
- A lógica somente se interessa por sentenças declarativas (descartar interrogações, imperativos, exclamativos, etc).
- Melhor -> sentenças (declarativas) que tem valor *verdadeiro ou falso*.
- Neste curso -> sentenças não ambíguas com contexto definido.



Apresentação
Que é lógica
Tipo raciocínio
Argumentos
Proposições
Valor lógico
Conectivos
Tab. Verdade
Notação

Proposição

- Veja as sentenças abaixo:
 - O gato comeu o rato.
 - O rato foi comido pelo gato.
- Apesar de serem duas sentenças diferentes, ambas expressam a mesma *proposição*.
- Uma proposição é expressa por uma sentença declarativa que pode ser V ou F.



Apresentação
Que é lógica
Tipo raciocínio
Argumentos
Proposições
Valor lógico
Conectivos
Tab. Verdade
Notação

Problema das oito pérolas

Dadas 8 pérolas, todas do mesmo tamanho e da mesma cor. Uma delas é mais leve do que as outras que possuem o mesmo peso. Como você faria para descobrir qual é a mais leve utilizando apenas duas pesagens em balança de dois pratos? (proposto por Malba Tahan)



Apresentação
Que é lógica
Tipo raciocínio
Argumentos
Proposições
Valor lógico
Conectivos
Tab. Verdade
Notação

Problema das oito pérolas

1) Pesar 3 e 3 (sobram 2):

1.1- Mesmo peso?

2) Pesar as 2 restantes.

É a mais leve. FIM

1.2- Pesos diferentes? (tomar as 3 do lado mais leve)

2) Pesar 1 e 1 (sobra 1):

1.2.1 - Mesmo peso? É a que sobrou. FIM

1.2.2 - Pesos diferentes?

É a mais leve. FIM



Proposições

- Conceito de proposição
 - Chama-se proposição todo o conjunto de palavras e símbolos que exprimem um pensamento de sentido completo
 - Exemplos:
 - A Lua é um satélite da Terra.
 - BH é a capital de Minas Gerais.
 - $\sin(\pi/2) = 1$

Apresentação
Que é lógica
Tipo raciocínio
Argumentos
Proposições
Valor lógico
Conectivos
Tab. Verdade
Notação



Apresentação
Que é lógica
Tipo raciocínio
Argumentos
Proposições
Valor lógico
Conectivos
Tab. Verdade
Notação

Proposições

- Princípios ou axiomas da Lógica Matemática:
 - **Princípio da não contradição:** Uma proposição não pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo.
 - **Princípio do terceiro excluído:** Toda a proposição ou é verdadeira ou é falsa, isto é, verifica-se sempre um destes casos e nunca um terceiro.



Apresentação
Que é lógica
Tipo raciocínio
Argumentos
Proposições
Valor lógico
Conectivos
Tab. Verdade
Notação

Valor Lógico de uma Proposição

- Chama-se valor lógico de uma proposição a **verdade** se a proposição é verdadeira e a **falsidade** se a proposição é falsa.
- Os valores são abreviados por **V** e **F**.



Apresentação
Que é lógica
Tipo raciocínio
Argumentos
Proposições
Valor lógico
Conectivos
Tab. Verdade
Notação

Proposições Simples e Compostas

- Chama-se **proposição simples** ou **proposição atômica** aquela que não contém nenhuma outra proposição como parte integrante de si mesma.
- As proposições simples são designadas por letras minúsculas: p, q, r, s, \dots



Apresentação
Que é lógica
Tipo raciocínio
Argumentos
Proposições
Valor lógico
Conectivos
Tab. Verdade
Notação

Proposições Simples

Exemplos:

p : Carlos é careca

q : Pedro é estudante

r : O número 25 é quadrado perfeito.

Apresentação
Que é lógica
Tipo raciocínio
Argumentos
Proposições
Valor lógico
Conectivos
Tab. Verdade
Notação

Proposições Compostas

- Chama-se **proposição composta** aquela formada pela combinação de duas ou mais proposições.
- São designadas por letras maiúsculas: P, Q, R, S,
- Proposições compostas costumam ser chamadas de **fórmulas**.

Apresentação
Que é lógica
Tipo raciocínio
Argumentos
Proposições
Valor lógico
Conectivos
Tab. Verdade
Notação

Proposições Compostas

Exemplos:

P : Carlos é careca **e** Pedro é estudante.

Q : Carlos é careca **ou** Pedro é estudante.

R : **Se** Carlos é careca, **então** é infeliz.



Apresentação
Que é lógica
Tipo raciocínio
Argumentos
Proposições
Valor lógico
Conectivos
Tab. Verdade
Notação

Conectivos

Chamam-se **conectivos** as palavras usadas para formar novas proposições a partir de outras. Exemplos:

P : O número 6 é par **e** o número 8 é cubo perfeito.

Q : O triângulo ABC é retângulo **ou** é isósceles.

r : **Não** está chovendo.



Apresentação
Que é lógica
Tipo raciocínio
Argumentos
Proposições
Valor lógico
Conectivos
Tab. Verdade
Notação

Tabela Verdade

- Considere a proposição “ p ”. Ela pode assumir somente dois valores V ou F.
- Estes dois valores podem ser visualizados na forma de tabela ou árvore.



Apresentação
Que é lógica
Tipo raciocínio
Argumentos
Proposições
Valor lógico
Conectivos
Tab. Verdade
Notação

Tabela Verdade

- Princípio da determinação do valor lógico de uma proposição composta:
 - O valor lógico de qualquer proposição composta depende unicamente dos valores lógicos das proposições simples componentes, ficando por eles univocamente determinado.

Apresentação
Que é lógica
Tipo raciocínio
Argumentos
Proposições
Valor lógico
Conectivos
Tab. Verdade
Notação

Tabela Verdade

- **Exemplos:**
 - Considere p e q ;
 - Considere p , q e r .

p	q	$p \cdot q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

p	q	r	$(p \cdot q) + r$
V	V	V	V
V	V	F	V
V	F	V	V
V	F	F	F
F	V	V	V
F	V	F	F
F	F	V	V
F	F	F	F

Apresentação
Que é lógica
Tipo raciocínio
Argumentos
Proposições
Valor lógico
Conectivos
Tab. Verdade
Notação

Notação

- O valor lógico de uma proposição simples p indica-se por $V(p)$.
- Por exemplo, se p é verdadeira escreve-se: $V(p) = V$.
- Ou caso contrário: $V(p) = F$.
- Considere os exemplos:
 - p : O Sol é verde
 - q : Um hexágono tem 9 diagonais



Apresentação
Que é lógica
Tipo raciocínio
Argumentos
Proposições
Valor lógico
Conectivos
Tab. Verdade
Notação

“Tendo-se 12 pérolas de aparência exatamente igual e uma balança de dois pratos de grande precisão, e sabendo-se que 11 das pérolas têm exatamente o mesmo peso (com a remanescente podendo pesar mais ou menos que as demais), como descobrir qual a pedra diferente realizando, no máximo, três pesagens?” (proposto por Minoru Matsuda)



Apresentação
Que é lógica
Tipo raciocínio
Argumentos
Proposições
Valor lógico
Conectivos
Tab. Verdade
Notação

Pesagens

1) Pesar 4 e 4 (sobram 4):

1.1 - Mesmo peso?

A pedra diferente está entre as 4 que sobraram na 1ª pesagem.

1.2 - Pesos diferentes?

- Cenário mais complicado.
- Investigar as 8 usadas na 1ª pesagem.



Apresentação
Que é lógica
Tipo raciocínio
Argumentos
Proposições
Valor lógico
Conectivos
Tab. Verdade
Notação

Cenário Mais Simples

1.1 – Checar as 4 que sobraram na 1ª pesagem:

2) Pesar 3 das que sobraram com 3 das iguais:

1.1.1 - Pesos iguais?

É a que sobrou na 2ª pesagem. FIM

1.1.2 - Pesos diferentes?

A pérola diferente está entre as 3 que sobraram na 1ª pesagem e foram usadas na 2ª pesagem.

Apresentação
Que é lógica
Tipo raciocínio
Argumentos
Proposições
Valor lógico
Conectivos
Tab. Verdade
Notação

Cenário Mais Simples (cont.)

1.1.2 – Checar as 3 pedras que sobraram na 1ª pesagem e foram usadas na 2ª pesagem:

1.1.2.1 – Estas 3 são mais leves?

3) Pesar 1 com 1 (sobra 1)

a) Pesos iguais? É a que sobrou. FIM

b) Pesos diferentes? É a mais leve. FIM

1.1.2.2 – Estas 3 são mais pesadas?

3) Pesar 1 com 1 (sobra 1)

a) Pesos iguais? É a que sobrou. FIM

b) Pesos diferentes? É a mais pesada. FIM



Cenário Mais Complicado

1.2 – Checar as 8 (4 e 4) usadas na 1ª pesagem:

2) Em um prato: 2 suspeitas-leves, 1 suspeita-pesada
Em outro prato: 2 suspeitas-leves, 1 normal

1.2.1 – Mesmo peso?

A pedra diferente está entre as 3 suspeitas pesadas deixadas de fora na 2ª pesagem, proceder como no passo anterior. **FIM**

Obs: suspeitas-leves: pedras tiradas do prato mais leve na 1ª pesagem.
suspeitas-pesadas: pedras tiradas do prato mais pesado na 1ª pesagem.
normais: pedras que “sobraram” da 1ª pesagem.

Apresentação
Que é lógica
Tipo raciocínio
Argumentos
Proposições
Valor lógico
Conectivos
Tab. Verdade
Notação

Cenário Mais Complicado (cont.)

1.2.2 – Pesos diferentes?

1.2.2.1 – Prato com as suspeita-pesada mais leve.

1.2.2.2 – Prato com a suspeita-pesada mais pesado.

1.2.2.1 – Prato com as suspeita-pesada mais leve:

3) Pesar as duas suspeitas-leves deste prato:
A pedra diferente é a mais leve. FIM

1.2.2.2 – Prato com a suspeita-pesada mais pesado:

3) Pesar as duas suspeitas-leves no outro prato
(o prato com 2 suspeitas-leves e 1 normal):

- a) Mesmo peso? É a suspeita-pesada. FIM
- b) Pesos diferentes? É a mais leve. FIM

Apresentação
Que é lógica
Tipo raciocínio
Argumentos
Proposições
Valor lógico
Conectivos
Tab. Verdade
Notação