CADERNO DE ATIVIDADES DE C2:

TEÓRICO E PRÁTICO

Profa Dra Tatiane da Silva Evangelista

FACULDADE DO GAMA - FGA

Sequências e Séries – 2/2019

CADERNO DE ATIVIDADES DE C2:

TEÓRICO E PRÁTICO

Sumário:

ANOTAÇÕES: Sequências

Exercícios: Sequências

1. Qual das seguintes expressões representa o termo geral da sequência $0,3,2,5,4,\ldots$?

   ( ) $1/n$

   ( ) $1+(-1)^n$

   ( ) $(-1)^n+n$

   ( ) $3n-3$

2. Faça o gráfico das seguintes sequências e o que acontece com seus termos?

   a) Termo geral $a_n = \dfrac{n}{n+1}$

   b) Termo geral $a_n = \sqrt{n}$

3. O maior e o menor valor atingido pela sequencia $a_n = 1+(-1)^n$ são respectivamente:

   ( ) 2 e 1

   ( ) 1 e -1

   ( ) 2 e 0

   ( ) 2 e -2

4. O que você entende por “sequência convergente”?

5. Qual a diferença entre uma sequência ser “limitada” e “ter limite”? Explique graficamente.

6. Apenas duas das afirmações abaixo são verdadeiras. Quais?

   ( ) toda sequência monótona é convergente

   ( ) toda sequência convergente é limitada

   ( ) toda sequência limitada é monótona

   ( ) toda sequência monótona e limitada converge

7. Enumere a segunda coluna de acordo com a primeira

(1) sequência limitada	( ) $a_n \le a_{n+1}, \forall n$
(2) sequência crescente	( ) $a_n < a_{n+1}, \forall n$
(3) sequência decrescente	( ) $a_n \ge a_{n+1}, \forall n$
(4) sequência monótona crescente	( ) $\lvert a_n \rvert \le C, \forall n$

(5) sequência monótona decrescente ( ) $a_n > a_{n+1}, \forall n$

8. Determine se a sequência converge ou diverge. Se ela convergir, encontre o limite.
   a) $a_n = \frac{\ln n}{n}$
   b) $a_n = \frac{2^n}{3n}$
   c) $a_n = (\frac{n+1}{n-1})^n$
   d) $a_n = \ln(2n^2 + 1) - \ln(n^2 + 1)$
   e) $a_n = n - \sqrt{n^2 - n}$
   f) $\{\sqrt{5}, \sqrt{\sqrt{5}} \sqrt{\sqrt{\sqrt{5}}}, \dots \}$
   g) $a_n = (\frac{n-3}{n})^n$

Resoluções dos exercícios de Sequências

ANOTAÇÕES: Séries

Exercícios: Séries

1. O valor numérico da soma infinita $1+1/2+1/4+1/8+....$ é

   ( ) 1
   ( ) 2
   ( ) 1/2
   ( ) 2/3

2. O termo *convergente* é usado para indicar que a série (ou soma infinita) $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ é, efetivamente, um número real. Dentre as séries convergentes destacamos as séries geométricas, com razão entre $-1 \text{ e } 1$, as séries de encaixe (telescópicas) e as *p*-séries, $p>1$. Assinale a série *divergente*, isto é, aquela que não convergente.

   ( ) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n}$
   ( ) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n^2}$
   ( ) $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$
   ( ) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n+n^2}$

3. Classifique as séries abaixo em: *p*-série (p), geométrica (g) e harmônica (h).

   ( ) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n+1}$
   ( ) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n^p}$
   ( ) $\sum_{n=0}^{\infty} ar^{n-1}$
   ( ) $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$

4. A série $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{e^n}+\frac{1}{n(n+1)}\right)$ é convergente? Se for, calcule sua soma.
5. Expresse o número como uma razão de inteiros:
   a) 0,141414...
   b) 23,16666...
   c) 1,07283283283...

Resoluções dos exercícios de Séries

ANOTAÇÕES: Testes de Convergência

Preenche a Tabela

	Teste	Características
1	Teste da Divergência	
2	Teste da integral	
3	Teste da Comparação	
4	Teste da Comparação no limite	

5	**Teste da razão**	
6	**Teste da raiz**	
7	**Teste da série alternada**	
8	**Teste da absolutamente convergente**	

Exercícios: Testes de Convergência

1. Dê dois exemplos distintos de cada Teste de Convergência de série

2. Em qual das séries abaixo o Teste da Divergência pode ser aplicado com sucesso?

   ( ) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n}$

   ( ) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{n^2+n^3}$

   ( ) $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$

   ( ) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n+n^2}$

3. Em qual das séries do exercício precedente você teria sucesso ao aplicar o Teste da Razão?

4. Verdadeiro ou Falso?

   ( ) se $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$, então a série $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ é convergente

   ( ) se $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ é convergente então $\sum_{n=0}^{\infty} |a_n|$ também converge

Resoluções dos exercícios Testes de Convergêcia

ANOTAÇÕES: Séries de Potências

Exercícios: Séries de Potências

1. Os intervalos de convergência das séries

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{(-4)^n} \quad \text{e} \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1.3.5....(2n-1)}{2.4.6....(2n)} x^{2n+1}$$ são respectivamente

( ) $(-2,2)$ e $(-1,1)$
( ) $(-2,4)$ e $[-1,2)$
( ) $(-2,2]$ e $(-1,1]$
( ) $[-2,4)$ e $[-1,2]$

2. Usando a expansão $e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$, deduz-se que a soma da série $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!2^n}$

( ) e
( ) $1/e$
( ) $1/\sqrt{e}$
( ) $\sqrt{e}$

3. Usando a expansão $\frac{1}{1-t} = \sum_{n=1}^{\infty} t^n$, $|t| < 1$, e as operações de derivação e integração pode-se obter desenvolvimento de outras funções elementares do cálculo. As séries que representam as funções $\ln(1-x)$ e *arctgx* são respectivamente:

( ) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{n+1}}{n+1} \; e \; \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{2n+1}$
( ) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{x^{n+1}}{n+1} \; e \; \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{2n+1} \frac{x^{2n+1}}{2n+1}$
( ) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{n} \frac{x^{n+1}}{n+1} \; e \; \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{2n+1} \frac{x^{2n+1}}{2n+1}$
( ) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{-x^{n+1}}{n+1} \; e \; \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{n} \frac{x^{2n+1}}{2n+1}$

4. Desenvolva em séries de potências de $x-2$ as funções e^x e $1/x$ e determine onde as representações são válidas.

5. Calcule a integral indefinida $\int \frac{1}{1+x^5} dx$

6. Complete a Tabela:

Série	Raio de convergência	Intervalo de Convergência
$\sum_{n=0}^{\infty} x^n$		
$\sum_{n=0}^{\infty} n!\,x^n$		
$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n}$		
$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (x)^{2n}}{2^{2n}(n!)^2}$		

Algumas séries têm soma? Justifique sua resposta.

7. A partir da série geométrica $\sum_{1} x^{n-1} = \frac{1}{1-x}$ se x ∈]–1, 1[dê a representação em série de potências de x da função $f(x) = \frac{x^3}{4+x^2}$, indicando a região de convergência.

8. Aplicando diferenciação e integração termo a termo encontre a soma da série $\sum_{1} \frac{x^n}{n}$ e a região de convergência.

Resoluções dos exercícios de Séries de Potências

ANOTAÇÕES: Série de Taylor e Série de Maclaurin

Exercícios: Série de Taylor e Série de Maclaurin

1. Encontre a série de Maclaurin para as funções: f(x) = e^x; g(x) = cosx; h(x) = senx.
2. Utilize a série de Maclaurin para obter uma representação em série de potências para as funções $f(x)$ dadas abaixo. Esboce os gráficos de $P_1(x)$, $P_2(x)$ e $P_3(x)$ e $f(x)$ no mesmo plano coordenado para cada $f(x)$ dada.

a) $f(x) = e^{3x}$

b) $f(x) = \text{sen}(2x)$

c) $f(x) = \ln(x+3)$

3. Ache a série de Taylor da função $f(x)$ em torno de $x = c$ dados.

a) $f(x) = \text{sen}(2x) \quad em \quad c = \pi/4$ b) $f(x) = \sec(x) \quad em \quad c = \pi/3$

Resoluções dos exercícios de Séries: Taylor e Maclaurin