Taller

Miguel A. Gomez B.

24 de febrero de 2020

1 Demostrar una de las dos contentencias:

$$CC(A) \subseteq CO(A) \text{ o },$$
$$CO(A) \subseteq CC(A)$$

Demostración. Dado que el conjunto A es convexo, existe una pareja de $x_n \in A$, tal que $x_a\lambda + (1-\lambda)x_b \in A$, con $\lambda \in [0,1]$ por la definición de conjunto convexo. Suponga ahora la siguiente combinación lineal:

$$x_1\lambda_1 + x_2\lambda_2,$$

tal que la suma de los $\lambda_n = 1$, luego $\lambda_2 = 1 - \lambda_1$, entonces lo anterior se convierte en

$$x_1\lambda_1 + (1-\lambda_1)x_2$$

y que es la definición de combinación convexa, ahora supóngase bajo las mismas restricciones sobre λ, la combinación convexa:

$$x_1\lambda_1 + x_2\lambda_2 + \cdots + x_n\lambda_n$$

reecribiremos λ_2 en términos de los demás lambdas:

$$\begin{aligned}\lambda_2 &= 1 - \lambda_3 - \cdots - \lambda_n - \lambda_1\\ &= (1 - \lambda_3 - \cdots - \lambda_n) - \lambda_1\\ &= a - \lambda_1,\end{aligned}$$

de modo que ahora hemos construído un punto que por definición será convexo y por ende,

$$x_1\lambda_1 + (a-\lambda_1)x_2 = x_a \in A,$$

de manera análoga se puede repetir el proceso anterior:

$$x_a(a-\lambda_3) + x_3\lambda_3 + \cdots + \lambda_n,$$

$$x_b(b-\lambda_4) + x_4\lambda_4 + \cdots + \lambda_n,$$

$$\ldots,$$

hasta finalmente obtener la combinación:

$$x_z(z-\lambda_n) + x_n\lambda_n$$

y por ende toda combinación convexa estará contenida en el conjunto convexo. □

2 Encontrar las direcciones, direcciones extremas y puntos extremos de los conjuntos:

- El conjunto factible dado en clase.
- $\{(x_1, x_2) \in \mathbb{R} : -x_1 \leq x_2\}$