

Taller de Distribución Normal

Maykoll J. Martínez, Miguel A. Gómez

20 de octubre de 2019

Suponga que el ingreso en **en miles de pesos**, de los habitantes de tres ciudades, se encuentran normalmente distribuidos conforme a los siguientes parámetros:

Ciudad	μ	σ	Personas
Ciudad A	1200	160	85.000
Ciudad B	1400	200	120.000
Ciudad C	1600	300	160.000

El gobierno central, decide aplicar una serie de subsidios e impuestos en cada una de las ciudades conforme a los siguientes criterios (datos en miles de pesos):

	Subsidio	Impuesto
Ciudad	Ingresos menores a	Ingresos mayores a
Ciudad A	880	1600
Ciudad B	900	1920
Ciudad C	940	2200

De igual manera, el monto de subsidios e impuestos es diferente en cada ciudad, conforme a la siguiente tabla:

Valor(miles de pesos)		
Ciudad	Subsidio	Impuesto
Ciudad A	15	25
Ciudad B	18	23
Ciudad C	16	12

Preguntas.

1. Cuántas personas serán beneficiadas del subsidio en las tres ciudades?
2. Cuántas personas serán afectadas por el impuesto en las tres ciudades?
3. Si el gobierno decide financiar los subsidios otorgado, con los impuestos pagados, en cual de las tres ciudades los recursos recogidos por la administración alcanzan para sufragar el costo de los subsidios?
4. Al considerar las tres ciudades, en total el gobierno resulta con superávit o con déficit? Cuánto? Expresar su respuesta en miles de pesos.
5. Suponga que el gobierno central desea realizar una estimación del total de dinero que recibiría en impuestos si se decide por aplicar impuestos al 12 % de las personas con ingresos más altos en las tres ciudades y una estimación del total de los subsidios que debería desembolsar, si decide otorgar subsidios al 15 % de las personas con menos ingresos en las tres ciudades. En este escenario, al considerar las tres ciudades, el gobierno tiene déficit o superavit? Justifique su respuesta.
6. Con relación al punto 5, en cada una de las tres ciudades, cual sería el ingreso máximo de una persona para ser beneficiaria del subsidio y cual sería el ingreso mínimo para pagar el impuesto?

Solución 1 En general, para las tres ciudades debemos obtener el valor de z para las poblaciones, posterior a ello obtener el valor de probabilidad multiplicarlo por el número de habitantes de cada ciudad.

Para A. en la tabla 2, encontramos el valor límite al que un habitante de la ciudad A puede aplicar al subsidio.

$$Z = \frac{880 - 1200}{160} = -2$$

Por ende $P(\text{salario} \leq 880) \approx 0.0228 = 2.28\%$ y la cantidad de población sera el producto de esta probabilidad por el número de habitantes de la ciudad A, es decir:

$$85000 * 2.28\% = 1938$$

1938 habitantes de la ciudad A serían beneficiados con el subsidio.

Análogamente se realiza el mismo con las demás ciudades y obtenemos la siguiente tabla:

Ciudad	Restricción Ingresos	μ	σ	Z	$P(X)$	Población	Beneficiarios
Ciudad A	880	1200	160	-2	0.228	85000	1938
Ciudad B	900	1400	200	-3	0.0013	120000	156
Ciudad C	940	1600	300	-3	0.0013	160000	208

Solución 2 En general, seguimos el mismo procedimiento que en el punto anterior.

Para A. en la tabla 2, encontramos el valor límite al que un habitante de la ciudad A debe pagar impuestos.

$$Z = \frac{1600 - 1200}{160} = 2.5$$

Por ende $P(\text{salario} \geq 1600) \approx 0.0062 = 0.62\%$ y la cantidad de población será el producto de esta probabilidad por el número de habitantes de la ciudad A, es decir:

$$85000 * 0.62\% = 527$$

527 habitantes de la ciudad A tendrían que pagar impuestos.

Análogamente se realiza el mismo con las demás ciudades y obtenemos la siguiente tabla:

Ciudad	Restricción Ingresos	μ	σ	Z	$P(X)$	Población	Contribuyentes
Ciudad A	1600	1200	160	2.5	0.0062	85000	527
Ciudad B	1920	1400	200	2.6	0.0047	120000	564
Ciudad C	2200	1600	300	2	0.0228	160000	3648

Solución 3 Debemos calcular los montos totales de impuestos y subsidios en cada ciudad, posterior a ello evaluar si la cantidad de impuestos recolectados es mayor a la de subsidios otorgados, de ser así, con los impuestos se podrían financiar los subsidios en dicha ciudad.

Definimos las variables:

- P_{Ij} : La cantidad de personas que deben pagar impuestos en la ciudad j .
- P_{Sj} : La cantidad de personas que serán beneficiarias del subsidio del gobierno en la ciudad j .
- T_{Ij} : El total de dinero en impuestos que serán pagados en la ciudad j .
- T_{Sj} : El total de dinero en subsidios que serán entregados en la ciudad j .
- I_j : El valor que se paga en impuestos en la ciudad j .
- S_j : El valor del subsidio que se otorga en la ciudad j .

Generalizando para cualquier ciudad tenemos dos fórmulas:

$$T_{Sj} = P_{Sj}S_j$$

$$T_{Ij} = P_{Ij}I_j$$

Aplicando la fórmula, obtenemos:

Ciudad	I_j	S_j	P_{I_j}	P_{S_j}	T_{S_j}	T_{I_j}	Alcanza?
Ciudad A	25	15	527	1938	29070	13175	NO
Ciudad B	23	18	564	156	2808	12972	SI
Ciudad C	12	16	3648	208	3328	43779	SI

Por lo tanto, únicamente en las ciudades B y C se puede evidenciar que se puede sufragar el subsidio con lo recogido en impuestos.

Solución 4 En este caso debemos realizar dos sumas, la suma del total de subsidios y la suma del total recolectado en impuestos, respectivamente:

$$T_S = 35206$$

$$T_I = 69926$$

Al realizar la diferencia entre los impuestos y lo que se entregaría en subsidios encontramos que:

$$R = T_I - T_S = 69926 - 35206 = 34720$$

Por lo tanto, si se decide sufragar de los impuestos los subsidios, el gobierno se encontrará en superávit por un monto de 34720 miles de pesos.

Solución 5. En este caso, debido a que en esencia realizamos productos sucesivos, y dado que se debe preservar las constantes de proporción de 12 % y 15 % para la población que recibiría subsidios y para la población que debería pagar impuestos respectivamente. y por ende únicamente es necesario multiplicar las dos constantes con los totales de subsidios e impuestos encontrados en el punto anterior. Finalmente incorporar estos valores en la ecuación que nos arroja el resultado:

$$\begin{aligned}
 R' &= T_I * 15 \% - T_S * 12 \% = 69926 * 15 \% - 35206 * 12 \% \\
 &\approx 6264.18
 \end{aligned}$$

Por ende, aún aplicando estas constantes se obtiene que el gobierno continúa en superávit por aproximadamente 6264.18 miles de pesos.