5J063

山东财经大学 2018-2019 学年第二学期期末试题

课程代码: 16200041 试卷 (B)

课程名称: 概率论与数理统计

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											
签字											

学号

姓名

班级

学院

注意事项：所有的答案都必须写在答题纸（答题卡）上，答在试卷上一律无效。

一、填空题（本题共 6 小题，每小题 3 分，满分 18 分）

1. 若事件 A、B 满足 $P(A)=\frac{1}{4}$，$P(B|A)=\frac{1}{3}$，$P(A|B)=\frac{1}{2}$，则 $P(\overline{A}\,\overline{B})=$______.

2. 已知 X 的概率函数为

X	-2	1	3
P	$\frac{1}{2}$	a	b

若 $EX=0$，则 $DX=$______.

3. 设随机变量 X 服从参数为 $\lambda(>0)$ 的泊松分布，且 $E(5X-1)=9$，则 $P(X=0)=$______.

4. 已知 $EX=2, EX^2=20, EY=3, EY^2=34, \rho_{XY}=0.5$，则 $D(3X+2Y)=$______.

5. 设 (X,Y) 在以由 $x-y=0, x+y=2, y=0$ 所围成的区域上服从均匀分布，则 (X,Y) 关于 Y 的边缘密度在 $y=0.5$ 处的值为______.

6. 设 $X_1, X_2, \cdots X_n$ 是来自正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的样本，若 $\mu=\mu_0$ 已知，则检验假设 $H_0:\sigma^2=\sigma_0^2, H_1:\sigma^2\neq\sigma_0^2$ 的统计量为______.

第8章，不做.

二、单项选择题（本题共 6 小题，每小题 3 分，满分 18 分）

1. 若事件 A、B 互为对立事件，且 $P(A)>0, P(B)>0$，则下列各式中错误的是(　　).

(A) $P(\bar{A}|B)=0$　　(B) $P(B|A)=0$

(C) $P(AB)=0$　　(D) $P(A\cup B)=1$

2. 已知随机变量 X 的密度函数为 $f(x)=\begin{cases}2x, 0<x<1\\ 0, \quad 其它\end{cases}$，则 X 的分布函数为（　　）.

（A）$F(x)=\begin{cases}2, 0<x<1\\ 0, \quad 其它\end{cases}$　　（B）$F(x)=\begin{cases}x^2, 0<x<1\\ 0, \quad 其它\end{cases}$

（C）$F(x)=\begin{cases}0, \quad x\le 0\\ x^2, 0<x<1\\ 0, \quad 1\le x\end{cases}$　　（D）$F(x)=\begin{cases}x^2, 0<x<1\\ 1, \quad 其它\end{cases}$

3. 设随机变量 X_1, X_2 独立同服从参数为 λ 的指数分布，令 $Y=\dfrac{1}{2}(X_1+X_2)$，则（　　）.

（A）$EY=\dfrac{1}{2\lambda}$　　（B）$DY=\dfrac{1}{\lambda^2}$

（C）$Cov(X_1,Y)=\dfrac{1}{\lambda^2}$　　（D）$Cov(X_1,Y)=\dfrac{1}{2\lambda^2}$

4. 设 X 为一随机变量，若 $EX^2=1.1, DX=0.1$，则由切比雪夫不等式一定有（　　）.

（A）$P\{-1<X<1\}\ge 0.9$　　（B）$P\{0<X<2\}\ge 0.9$

（C）$P\{|X+1|\ge 1\}\le 0.9$　　（D）$P\{|X|\ge 1\}\le 0.1$

5. 设 $X_1,\cdots,X_5$ 为来自总体 $N(0,\frac{1}{4})$ 的一个样本，令 $Y=\dfrac{2X_1}{\sqrt{\sum_{i=2}^{5}X_i^2}}$，则有 Y 服从（　　）.

(A) $t(1)$　(B) $t(2)$　(C) $t(3)$　(D) $t(4)$

6. 设X服从（0，θ）上的均匀分布，θ 未知，设$(X_1,\ldots,X_n)$ 为来自总体 X 的样本，$\overline{X}$ 为样本均值，则θ 的矩估计为（　　）.

(A) $\overline{X}$　(B) $2\overline{X}$　(C) $\frac{1}{2}\overline{X}$　(D) $\frac{1}{2}(\overline{X}+\theta)$

三、计算题（本题共 **4** 小题，每小题 **10** 分，满分 **40** 分）

1. 向某一个目标发射炮弹，设弹着点到目标的距离 X（单位：米）的密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{1250}xe^{-\frac{x^2}{2500}}, x>0\\ 0\ ,\quad x\le 0\end{cases},$$

如果弹着点距离目标不超过50米时，即可摧毁目标。

求：(1) 发射一枚炮弹，摧毁目标的概率；

(2) 至少应发射多少枚炮弹，才能使摧毁目标的概率大于0.95 ？

2. 设二维随机向量(X,Y)的联合密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases}C, 0<x<1, x^2<y<x\\ 0,\quad 其他\end{cases},$$

求：(1) 常数C；

(2) 边缘密度函数 $f_X(x), f_Y(y)$，并讨论 X 和 Y 的独立性；

(3) $P(2Y<X)$.

3. 设二维离散型随机变量（X，Y）的联合分布为

X \ Y	0	1
1	0.4	0.2
2	0.1	a

求 (1) a；(2) EX，EY，DX，DY；(3) Cov(X, Y)；(4) ρ_{XY}.

4. 已知随机变量 X 的密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}(\theta+1)(x-5)^{\theta} & 5<x<6 \\ 0 & \text{其他}\end{cases} \quad (\theta>0)$$

其中 θ 为未知参数，$(X_1,X_2,\cdots,X_n)$ 是来自总体 X 的样本，求 θ 的极大似然估计量.

四、应用题（本题共 **2** 小题，每小题 **10** 分，满分 **20** 分）

1. 某商店有 100 台相同型号的冰柜待售，其中 60 台是甲厂生产的，25 台是乙厂生产的，15 台是丙厂生产的，已知这三个厂生产的冰柜质量不同，它们的不合格率依次为 0.1、0.4、0.2，现有一位顾客从这批冰柜中随机地选中一台，求

（1）该顾客选到一台合格冰柜的概率;

（2）顾客开箱测试后发现冰柜不合格，这台冰柜来自甲厂的概率.

2. 售货员在报摊上售报，每个过路人在报摊上买报的概率为 0.2。假设过路人是否买报相互独立，且最多买一份。若有 100 人路过此报摊，用中心极限定理求售货员售出的报纸数目不多于 21 份的概率。

参考数据： $\Phi_0(0.06)=0.524, \Phi_0(0.25)=0.599, \Phi_0(1.25)=0.894, \Phi_0(5)=0.999$

五、证明题（本题共 1 小题，满分 4 分）

设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自正态总体 $N(0,1)$ 的简单随机样本，记

$$Y=a\frac{(X_1+X_2+\cdots+X_m)^2}{(X_{m+1}^2+X_{m+2}^2+\cdots+X_n^2)},$$

为使统计量 Y 服从 F 分布，求其自由度及常数 a 的值，并证明之.