Anfängerpraktikum der Fakultät für Physik,
Universität Göttingen

Versuch 14
Wechselstromwiderstände

Praktikant: Eric Bertok
Mitarbeiter: Kevin Lüdemann
Email: eric.bertok@stud.uni-goettingen.de
kevin.luedemann@stud.uni-goettingen.de
Gruppe: B002
Betreuer: Björn Klaas
Durchgeführt am: ..2014
Abgegeben am: ..2014

Testat:

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung

2 Theorie

2.1 Wechselstrom

Betrachtet wird ein Stromkreis, an dem eine äußere periodische Wechselspannung der Form

$$U_e(t) = U_0 \cdot \cos(\omega t) \tag{1}$$

anliegt. Dabei ist U_0 die Scheitelspannung und $\omega = \frac{2\pi}{T}$ die Kreisfrequenz. Im Allgemeinen besitzt der hieraus entstehende Wechselstrom zusätzlich zu seiner Amplitude I_0 eine Phasenverschiebung φ. So lässt sich der Strom I als

$$I(t) = I_0 \cdot \cos(\omega t - \varphi) \tag{2}$$

schreiben. Es ist üblich, zur Vereinfachung Strom und Spannung als komplexe Größen zu schreiben [2, S. 253]:

$$U_e(t) = U_0 e^{i\omega t} \tag{3}$$

$$I(t) = I_0 e^{i\omega t - \varphi}. \tag{4}$$

Dabei ist der Realteil stets der physikalisch relevante Wert. Als Verallgemeinerung des Widerstands wird der komplexe Widerstand Z eingeführt [2, S. 254]:

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{U_0}{I_0} e^{i\varphi}. \tag{5}$$

2.2 Ohm'scher Widerstand

Betrachtet man einen Stromkreis, welcher nur aus einem Ohmschen Widerstand besteht, so gilt nach dem Ohmschen Gesetz

$$U(t) = R \cdot I, \tag{6}$$

dass der Strom keine Phasenverschiebung zur Spannung aufweist. Somit ist Z reell:

$$Z_R = \mathrm{Re}(Z) = R. \tag{7}$$

2.3 Induktiver Widerstand

Nun besteht der Stromkreis aus einer reinen Induktivität L. Zum einen folgt aus der KIRCHHOFFschen Maschenregel [1, S. 55]

$$U_e + U_{ind} = 0, \tag{8}$$

zum anderen gilt nach dem Induktionsgesetz [1, S. 131]:

$$U_{ind} = -L \cdot \frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}. \tag{9}$$

Durch Einsetzen und Integration erhält man als induktiven Widerstand [2, S. 256]

$$Z_L = i\omega L, \tag{10}$$

welcher rein imaginär ist. Der Strom ist um $\varphi = \frac{\pi}{2}$ gegenüber der Spannung verzögert.

2.4 Kapazitiver Widerstand

Jetzt besteht der Stromkreis, an dem die Wechselspannung anliegt lediglich aus einer Kapazität C. Für die Spannung an einem Kondensator gilt [1, S. 152]

$$U_e = \frac{Q}{C}. \tag{11}$$

Durch Differenziation erhält man [2, S. 257]:

$$I(t) = \frac{\mathrm{d}U_e}{\mathrm{d}t} C = i\omega C\ U_e \tag{12}$$

$$\Longleftrightarrow \qquad U_e(t) = \frac{1}{i\omega C} I(t) = -\frac{i}{\omega C} I(t). \tag{13}$$

Für den kapazitiven Widerstand Z_C ergibt sich also:

$$Z_C = -\frac{i}{\omega C}. \tag{14}$$

Der Strom eilt der Spannung um $\frac{\pi}{2}$ voraus, $\varphi = -\frac{\pi}{2}$.

2.5 Reihen- und Parallelschaltung von komplexen Widerständen

Die Reihen- und Parallelschaltung von komplexen Widerständen geht analog zu normalen Widerständen. Bei einer Reihenschaltung fließt durch alle Bauteile der gleiche Strom und die Spannungen werden addiert. Folglich werden auch die komplexen Widerstände addiert. Für einen Serienkreis mit OHMschen Widerstand, Induktivität und Kapazität gilt:

$$Z = Z_R + Z_L + Z_C = R + i\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right). \tag{15}$$

Bei einer Parallelschaltung ist die an jedem Bauteil anliegende Spannung identisch. Nach der Knotenregel [1, S. 55] addieren sich die Ströme:

$$\frac{U_e}{Z} = I = I_R + I_L + I_C = \frac{U_e}{Z_R} + \frac{U_e}{Z_L} + \frac{U_e}{Z_C} \tag{16}$$

$$\iff \qquad \frac{1}{Z} = \frac{1}{Z_R} + \frac{1}{Z_L} + \frac{1}{Z_C} \tag{17}$$

$$= \frac{1}{R} + i\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right). \tag{18}$$

2.6 Beträge und Phasenverschiebungen

Die obigen Ergebnisse lassen sich sehr anschaulich in der komplexen Zahlenebene darstellen. In Abbildung 1 ist das Ergebnis aus Gleichung (15) veranschaulicht. Durch den

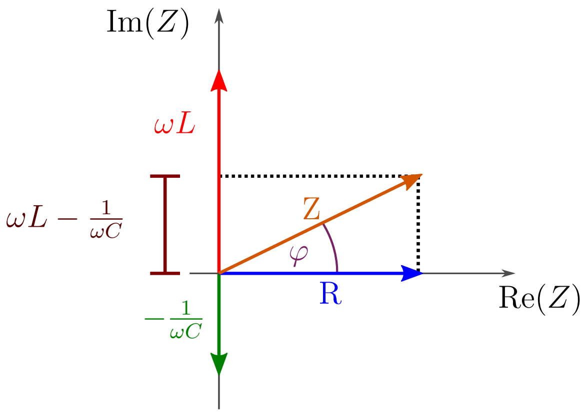

Abbildung 1: Darstellung des komplexen Widerstandes Z in der komplexen Ebene.

Quotienten von Imaginär- und Realteil lässt sich ein Ausdruck für die Phasenverschiebung φ angeben [1, S. 153]:

$$\tan\varphi = \frac{\mathrm{Im}(Z)}{\mathrm{Re}(Z)}. \tag{19}$$

Den Betrag vom komplexen Widerstand $|Z| = \sqrt{\mathrm{Re}(Z)^2 + \mathrm{Im}(Z)^2}$ bezeichnet man als Impedanz.

3 Durchführung

3.1 Versuchsaufbau

4 Auswertung

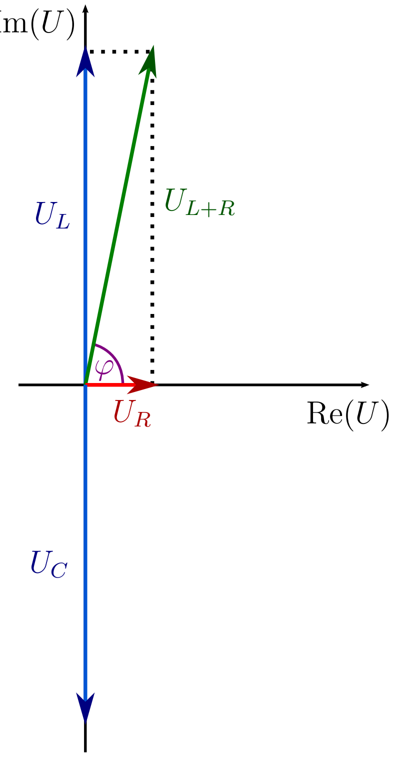

Abbildung 2: BLAH

5 Diskussion

Literatur

[1] W. Demtröder. *Experimentalphysik 2, Elektrizität und Optik*. 6. Aufl. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2012. ISBN: 978-3-642-29943-8.

[2] Wolfgang Nolting. *Grundkurs Theoretische Physik 3 - Elektrodynamik*. 2013.