

Master Forschungspraktikum Universität Göttingen, Fakultät für Physik

Ausarbeitung zum Versuch FK.TES

Tunneleffekt in Supraleitern

Name: David Schmitt
EMail: david.schmitt@stud.uni-goettingen.de
Versuchsdatum: 9.11.2016
Name Tutor: Christoph Meyer
Eigene Unterschrift:

Abgabe

Datum: Unterschrift Betreuer(in):

Testat

Datum: Name Prüfer(in):

Punktezahl: Unterschrift:

Inhaltsverzeichnis

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | Einführung | 1 |
| 2 | Theorie | 1 |
| 2.1 | Zustandsdichte | 1 |
| 2.2 | Tunneleffekt | 1 |
| 2.3 | Cooper-Paare | 2 |
| 2.4 | Tunnelkennlinie | 2 |
| 3 | Versuchsbeschreibung | 4 |
| 3.1 | Probenherstellung | 4 |
| 3.2 | Messung | 5 |
| 4 | Auswertung | 6 |
| 4.1 | NL-NL-Kennlinie | 6 |
| 4.2 | SL-NL-Kennlinie | 6 |
| 4.2.1 | Bestimmung der Energielücke | 7 |
| 4.2.2 | Korrigierter Wert für die Energielücke | 9 |
| 4.3 | BCS-Theorie | 9 |
| 5 | Diskussion | 10 |
| 5.1 | Energielücke | 10 |
| | Literatur | 13 |

1 Einführung

Der Tunneleffekt ist die nichtklassische Beschreibung eines Teilchens, welches durch ein endlich hohes und breites Potential durchtunneln kann. Dieser Effekt tritt zum Beispiel auf, wenn man zwei leitende Materialien durch eine isolierende Schicht verbindet und dann einen messbaren Strom ermittelt. Aus dieser Eigenschaft lassen sich dann wichtige Eigenschaften ermitteln (z.B. Energieschema, Zustandsdichte). In diesem Versuch wird ein Supraleiter-Normalleiter Kontakt hergestellt und anschließend bei unterschiedlichen Temperaturen der Tunnelstrom gemessen. Aus der Messung lässt sich dann eine Energielücke bestimmen, die Aufschluss über das Energieschema gibt.

2 Theorie

2.1 Zustandsdichte

Der Tunneleffekt tritt nur dann auf, wenn sich im anderen Material freie Zustände befinden¹, in die getunnelt werden kann. In einem freien Elektronengas kann die Dichte der Teilchen in einem Energieintervall durch die Zustandsdichte angegeben werden. Dabei besagt das Pauli-Prinzip, dass zwei Elektronen mit unterschiedlichen Spin genau einen Energiezustand einnehmen können [1].

$$D(E) = \frac{(2m^*)^{\frac{3}{2}}}{2\pi^2\hbar^3} \sqrt{E} \quad (1)$$

Wobei m^* die effektive Masse der Elektronen im Kristallpotential beschreibt. Eine weitere wichtige Größe in Verbindung mit der Zustandsdichte ist die Fermi-Dirac-Verteilung $f(E) = \frac{1}{1+e^{k_B T(E-\mu)}}$, die die Besetzungswahrscheinlichkeit für Elektronen angibt in Abhängigkeit des chemischen Potentials μ . Die Besetzungsdichte kann nun einfach durch Multiplikation von Formel (1) mit der Fermi-Dirac-Verteilung berechnet werden [1]:

$$n(E) = D(E)f(E) \quad (2)$$

2.2 Tunneleffekt

Betrachtet man ein Teilchen in einem Potentialkasten mit einer unendlich hohen Potentialbarriere, so erhält man stehende Wellen innerhalb des Potentialtopfes und die Aufenthaltswahrscheinlichkeit innerhalb des Kastens ist eins. Betrachtet man nun endliche Potentialbarrieren (endliche Höhe und Breite), so kann es zu einer Transmission des Teilchens durch die Potentialbarriere kommen. Innerhalb der Barriere kommt es dabei zu einem exponentiellen Abfall der Amplitude, wobei die Wellenlänge unverändert bleibt. Damit überhaupt eine Transmission der Teilchen stattfinden kann, müssen freie Energiezustände vorhanden sein in die die Elektronen tunneln können¹. Das heißt um eine Aussage über den Tunneleffekt machen zu können muss man zunächst die Zustandsdichte der betrachteten Materialien untersuchen, die für Metalle durch Gleichung (1) gegeben ist und im folgenden für den Supraleiter erläutert wird, wobei die Cooper-Paar Bildung eine große Rolle spielt.

¹Der Tunneleffekt tritt auch dann auf, wenn keine Zustände vorhanden sind. Allerdings kommt es dann hier zu einem exponentiellen Abfall, der zu einer kurzen Lebenszeit führt.

2.3 Cooper-Paare

Betrachtet man die Bewegung eines Elektrons durch das Kristallpotential des Festkörpers, so kann es zu einer Wechselwirkung des Elektrons mit den positiv geladenen Atomrümpfen des Kristallgitters kommen. Dabei kann man sich vorstellen, dass die Ladungswolke der Atomrümpfe aufgrund der Coulombwechselwirkung dem Elektron träge folgt. Diese induzierte Ladungswolke kann nun ein zweites Elektron anziehen. Aufgrund der Trägheit der Ladungswolke ist das erste Elektron weit entfernt, sodass die Coulombabstoßung zwischen den beiden Elektronen vernachlässigbar ist. Die Wechselwirkung zwischen den beiden Elektronen kann durch ein Phononaustausch beschrieben werden. Das Elektron interagiert direkt mit den Gitter und hat damit eine Elektron-Phonon Kopplung. Sei q der Impuls des Phonons so ergibt sich nach dem Austausch ein Impuls von $k_1 = k_1 - q$ und $k_2 = k_2 + q$, wobei k_1 der Impuls des ersten Elektrons ist und k_2 der Impuls des zweiten Elektrons. Da der Gesamtimpuls K erhalten bleiben muss gilt $k_1 + k_2 = k_1 + k_2 = K$. Für die Elektronen sind aufgrund der Besetzung der unteren Niveaus nur Zustände nahe der Fermienergie im Intervall $[E_F, E_F + \hbar\omega_D]$ zugänglich. Im k -Raum entspricht dieses Energieintervall einer Kugelschale mit der Dicke $\delta k = \frac{m\omega_D}{\hbar k_F}$. Für die zwei beteiligten Elektronen sind die beiden Kugelschalen in Abbildung (1) dargestellt. Die Impulserhaltung ist nur erfüllt wenn beide Impulse im Überlapp der beiden Kugelschalen liegen. Wenn $K=0$ ist der Überlapp maximal und daraus folgt direkt $k_1 = -k_2 = k$. Dieses Paar von Elektronen nennt man Cooper-Paar ($k, -k$) mit Spin $(1/2, -1/2)$. Wenn die Elektronen nahe der Fermienergie ein Cooper-Paar bilden, kommt es außerdem noch zu einer Absenkung der Energie um Δ (Von der Fermienergie ausgehend) und da es sich nun um Bosonen handelt können die Paare in einen gemeinsamen Eigenzustand kondensieren, der aufgrund der besetzten Zustände an der Valenzbandkante liegt. Das bedeutet wiederum, dass zum einen Zustände entstehen, die nicht besetzt sind und dass die Besetzungsdichte an der Valenzbandkante singulär ist. Ersteres führt zu einer Energielücke von 2Δ . Die Form der Zustandsdichte ist in Abbildung (2) b) und c) gezeigt.

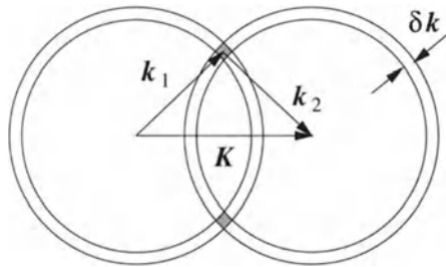


Abbildung 1: Impulserhaltung im k -Raum [2]

2.4 Tunnelkennlinie

Mit Hilfe von Tunnelexperimenten lassen sich die grundlegenden Eigenschaften von Supraleitern (z.B. die Größe der Energielücke, Zustandsdichten) qualitativ bestimmen. Dazu werden zwei leitende Materialien über eine dünne Isolierschicht in Kontakt gebracht und bei Veränderung der Spannung kann dann der Tunnelstrom gemessen. Der Tunnelstrom hängt dabei von der Spannung, von der Transmissionswahrscheinlichkeit. Diese ist durch die Breite der

isolierenden Schicht (analog zum Potentialwall) gegeben und von dem Vorhandensein von unbesetzten Zuständen ab (Zustandsdichte). Als einfaches Beispiel ist zunächst der Kontakt zwischen einem Normalleiter und einem Normalleiter in Abbildung (2) gezeigt. Die Zustandsdichten für den Normalleiter können an der Fermienergie als konstant angenommen werden. Die Anlegung einer Spannung erzeugt eine Verschiebung der Fermienergie und dadurch können die Elektronen nach rechts in die unbesetzten Zustände tunneln. Die Kennlinie des Systems sollte dementsprechend ohmsches Verhalten zeigen und daher linear verlaufen (siehe Abbildung (3 a)).

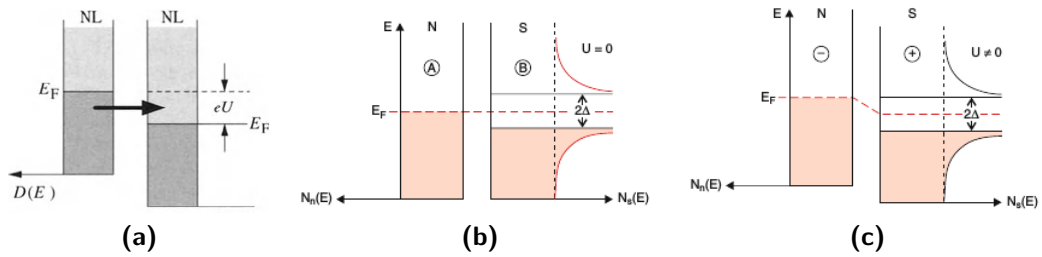


Abbildung 2: (a) Normalleiter-Normalleiter Kontakt [2], b) Supraleiter-Normalleiter Kontakt ohne anliegende Spannung und c) mit anliegender Spannung [3]

Nun betrachtet man die Komposition aus einem Normalleiter und einem Supraleiter. Diese Situation ist dargestellt in Abbildung (2). Wenn keine Spannung anliegt, so liegt die Fermienergie des Normalleiters genau in der Energielücke des Supraleiters, sodass keine zugänglichen unbesetzten Zustände vorhanden sind und somit kann kein Tunnelstrom fließen. Auch bei steigender Spannung fließt noch kein Tunnelstrom. Erst ab einer kritischen Spannung von $U_c = \frac{\Delta}{e}$ fließt ein merkbarer Tunnelstrom, der dann für größere Spannungen in den linearen Bereich übergeht. Der Verlauf aus Abbildung (3) b) entspricht diesem idealisierten Verlauf für eine Temperatur von $T=0$ K. Der steile Anstieg kommt dabei durch die sehr hohe Besetzungsdichte an der Leitungsbandkante zustande. Für Temperaturen $0 < T < T_C$ tritt bereits bei kleineren Spannung ein Tunnelstrom auf, der verursacht wird durch die thermische Anregung von Elektronen c).

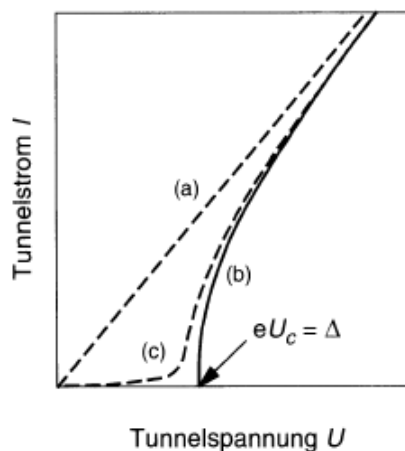


Abbildung 3: Kennlinie eines Normalleiter-Supraleiter Kontakts [2]

3 Versuchsbeschreibung

3.1 Probenherstellung

Die im Versuch verwendete Probe ist ein Aluminium/Aluminiumoxid/Blei-Tunnelkontakt, der auf einem Siliziumoxid-Wafer hergestellt wird. Dazu wird der Wafer zunächst in den Substrathalter der Aufdampfanlage eingebaut (siehe Abbildung (4)) und Maske (1) ausgewählt. Dann wird die Anlage auf einige 10^{-5} evakuiert. Mit Hilfe des Magnetronsputtern wird zunächst ein Goldkontakt hergestellt mit einer Dicke von etwa 100 nm. Dazu wird Argon auf einige 10^{-2} mbar eingelassen und danach wird das Argongas mit einer Spannung ionisiert, sodass ein Plasma entsteht. Dieses Plasma wird nun mit Hilfe einer Spannung (500-1000 V) auf das Goldtarget beschleunigt. Wenn die Ionen auf das Goldtarget treffen, kommt es hauptsächlich aufgrund der niedrigen Spannung zum einem nuklearen Energieverlust der dazu führt, dass Gold-Atome aus dem Target herausgeschlagen werden können. Diese können sich nun auf dem SiO_2 -Substrat ablageren. Die Menge der Ablagerung bzw. die Dicke der Goldschicht kann mit einer Schwingquarzwage bestimmt werden. Diese misst die Frequenzänderung bei Veränderung der Masse, wodurch bei bekannter Dichte des abgeschiedenen Materials die Dicke bestimmt werden kann. Im nächsten Schritt wird das Aluminium aufgetragen. Dazu wird zunächst die Maske (2) ausgewählt und der Probenhalter wird um 180° gedreht, sodass die Probe nun nach unten zeigt und über der Aufdampfeinrichtung liegt. Diese besteht aus einem Wolframdraht, auf dem das Aluminium liegt und durch eine Spannung erhitzt werden kann. Dabei ist darauf zu achten, dass erstens die Spannung nicht zu schnell hochgeregelt wird, damit keine Bläschen in der Probe entstehen und zweitens lange genug erwärmt um die oxidierte Oberfläche zu reinigen. Hierbei befindet sich ein Shutter zwischen der Probe und der Aufdampfeinrichtung. Erst nachdem die Probe geschmolzen ist, wird der Shutter verfahren und die Messung der Schichtdicke mit der Quarzwage wird durchgeführt bis eine Dicke von etwa 50 nm erreicht ist. Nun soll die Aluminiumschicht oberflächlich oxidiert werden. Dazu wird über ein Belüftungsventil Luft in die Kammer gebracht. Dabei ist darauf zu achten, dass das Belüftungsventil nur sehr kurz geöffnet wird um nur eine kleine Oxidationsschicht zu erhalten. Hiernach wird die Anlage wieder evakuiert und das Blei wird aufgedampft bis eine Dicke von etwa 300 nm erreicht ist. Die gemessenen Dicken der hergestellten Probe sind in Tabelle (1) zu sehen.

| Material | Dicke [nm] | Rate [nm/s] |
|--------------------------------|------------|-------------|
| Au | 100.9 | 0.35 |
| Al | 51.4 | 0.3 |
| Al ₂ O ₃ | 8.2 | |
| Pb | 252 | 1.6 |

Tabelle 1: Von der Quarzwage ermittelten Messwerte

Die fertiggestellte Probe wird nun mit Hilfe eines Lichtmikroskopes auf Unreinheiten der Leitungen untersucht. Da hier keine auffälligen Unreinheiten entdeckt werden, kann die Probe nun in die Messvorrichtung eingebaut werden. Diese besteht aus einer langen Stange mit einer Messsonde, die in den Kryostaten eingeführt werden kann. Die Messsonde wird mit der Probe über Indium Kontakte verbunden, wobei leider die Probe zerbrochen ist. Dennoch kann ein

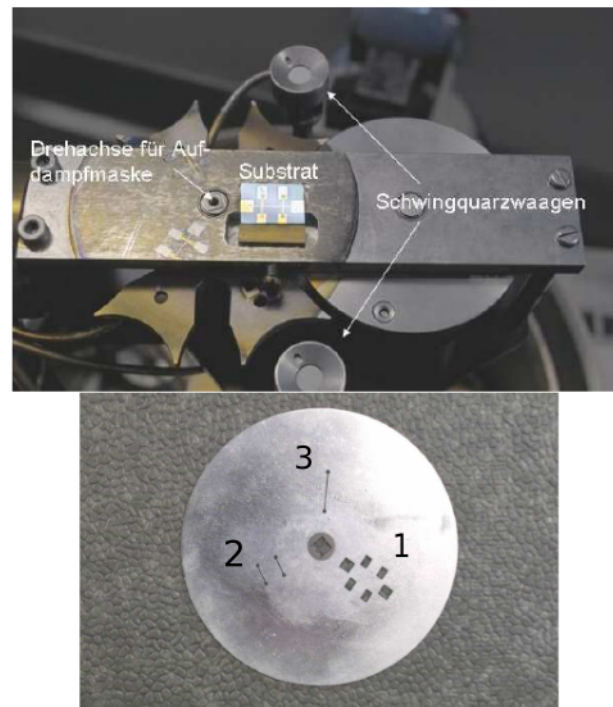


Abbildung 4: Substrathalter und Maske

Kontakt hergestellt werden, indem die beiden Probenteile aneinander geführt werden und der Kontakt mit einer Leitpaste hergestellt wird. Eine anschließende Messung des Widerstandes zeigt für den 1. Tunnelkontakt (TK1): $25\ \Omega$ und für den 2. Tunnelkontakt (TK2): $29\ \Omega$, was nach Angaben des Betreuers im vertretbaren Bereich liegt.

3.2 Messung

Nach Kontaktierung der Probe wird die Messvorrichtung in den Kryostaten gestellt und zunächst ohne Abkühlung die NL-NL-Kennlinie über eine Strom abhängige Messung gemessen. Diese Messung wird jeweils für TK1 und TK2 durchgeführt.

Nun soll der SL-NL-Kontakt gemessen werden. Dazu wird die Anlage auf die Temperatur des flüssigen Heliums ($T=4.2\ \text{K}$) abgekühlt. Da Blei eine Sprungtemperatur von $T_{C,Pb} = 7.2\ \text{K}$ besitzt, sollte der Effekt der Supraleitung schon hier erkennbar sein. Die Sprungtemperatur beträgt $T_{C,Al} = 1.14\ \text{K}$ [4], wodurch hier ein normalleitendes Metall vorliegt. Für die ausgewählte Temperatur wird wieder die SL-NL-Kennlinie für beide Tunnelkontakte gemessen. Allerdings zeigt die Messung von TK1 nur einen linearen Verlauf und nicht das gewünschte supraleitende Verhalten. Deshalb wird für die weiteren Messungen nur noch TK2 verwendet. Die Messung bei tieferen Temperaturen erfolgt über Dampfdruckerniedrigung des Heliums. Die SL-NL-Kennlinie wird dabei jeweils bei $3.5\ \text{K}$, $3.0\ \text{K}$, $2.5\ \text{K}$, $2.0\ \text{K}$ und $1.5\ \text{K}$. Da der Druck kontinuierlich sinkt, kann die Temperatur nicht einfach eingestellt werden, sondern die Messung muss an die Temperaturänderung angepasst werden. So wird die Messung der Kennlinie bereits vor dem gewünschten Temperaturwert gestartet, sodass ungefähr im Mittel der Temperaturwert getroffen wird. Die im Versuch gemessenen Kennlinien sind somit eigentlich alle temperaturabhängig aufgenommen.

4 Auswertung

4.1 NL-NL-Kennlinie

Der erste Teil des Versuches beschäftigt sich mit der Messung der Kennlinie des NL-NL-Kontaktes bei hohen Temperaturen. Wie aus der Theorie hervorgeht muss ich sich dabei um einen linearen Verlauf handeln der durch den Ursprung verläuft. Die gemessenen Werte sind in Abbildung (5) gezeigt für TK2 gezeigt.

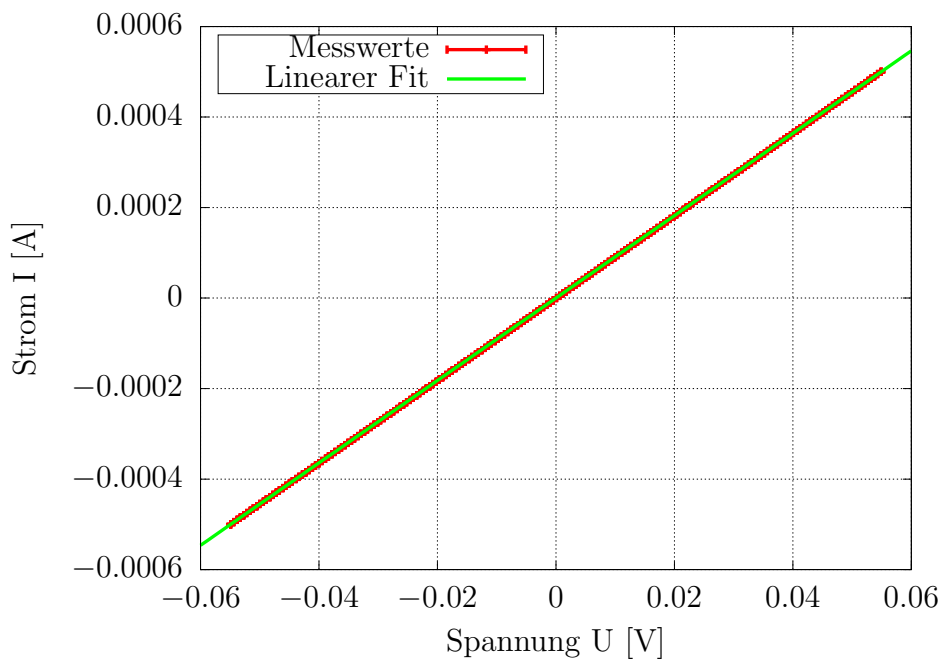


Abbildung 5: NL-NL-Kennlinie bei hoher Temperatur

Wie man sieht handelt es sich wie erwartet um einen linearen Verlauf. Es bietet sich an einen linearen Fit der Form $f(x) = ax$ mit Hilfe von Gnuplot [5] an. Der berechnete Fitparameter beträgt $a = (0.00911 \pm 0.000002) \frac{\text{A}}{\text{V}}$. Der Kehrwert dieses Wertes entspricht gerade dem Widerstand des Kontakts $R = (109.82 \pm 0.02) \Omega$. Auch die Kennlinie von TK1 wurde gemessen. Allerdings zeigte sich hier ein extrem hoher Widerstand, sodass die Kennlinie im Vergleich zu TK2 waagerecht verlaufen würde und da für die temperaturabhängige Messung sowieso nur TK2 verwendet wurde, spielt der Verlauf von TK1 keine Rolle.

4.2 SL-NL-Kennlinie

Als nächstes wird die Kennlinie von TK2 bei tieferen Temperaturen gemessen. Dies ist in Abbildung (6) für Temperaturen von 4.2 K, 3.5 K, 3.0 K, 2.5 K, 2.0 K und 1.5 K gezeigt.

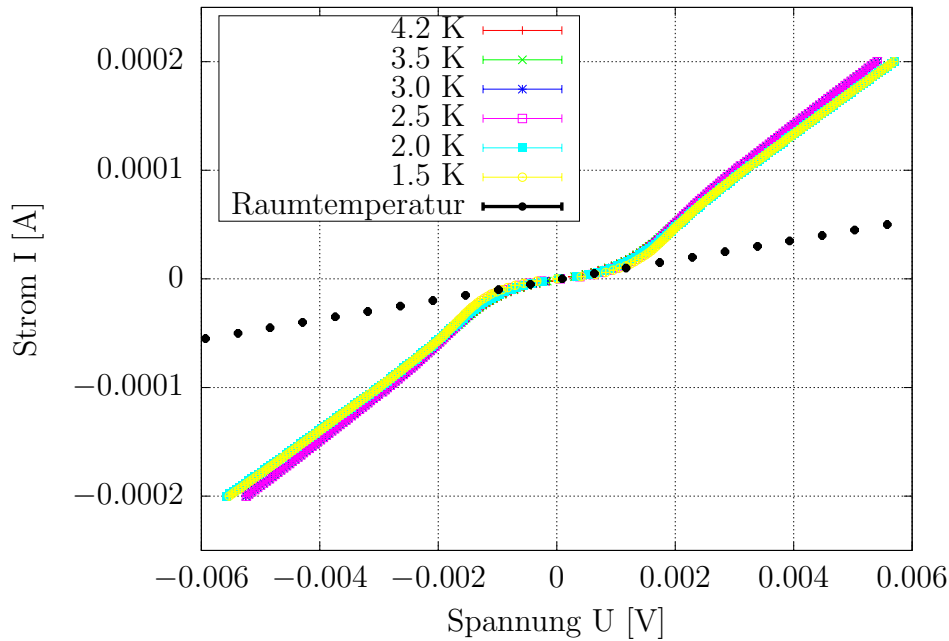


Abbildung 6: Gemessene Kennlinie für unterschiedliche Temperatur

Hier zeigt sich der Einfluss des Supraleiters. Für ein Normalleitendes System würde man Abbildung (5) erwartet, also einen linearen Verlauf. Wie in der Theorie schon beschrieben gibt es aufgrund der Cooper-Paar-Bildung eine Energielücke von 2Δ . Dementsprechend muss zunächst eine Energie von mindestens Δ erreicht werden damit überhaupt ein Strom fließt (siehe Abbildung (3)). Deshalb sieht man zunächst im Intervall von 0 V bis ungefähr 2 mV fast keinen Strom. Für kleinere Temperaturen ist dieser Effekt sogar noch besser zu sehen. Erst ab einer Spannung von ungefähr 3 mV folgt der Verlauf dann einem nahezu linearen Verlauf. Dieser lineare Verlauf sollte sich nach der Theorie der Kennlinien bei Raumtemperatur annähern (siehe Abbildung (3)). Hier sieht man allerdings, dass die Steigungen der Kennlinien bei niedrigen Temperaturen sehr viel größer ist als bei der Raumtemperatur (Eine mögliche Ursache dafür wird in dem Kapitel 5 vorgenommen).

4.2.1 Bestimmung der Energielücke

Aus den gemessenen Daten lässt sich auch die Energielücke bestimmen aus der Länge des Plateaus in Abbildung (6). Da sich aber der Übergang zwischen Plateau und linearen Verlauf schwer ablesen lässt, aber die Änderung des Verlaufes groß ist, kann hier als Hilfe die erste Ableitung berechnet werden. Hier muss natürlich die diskrete Form der Ableitung gewählt werden, die gegeben ist durch [6]:

$$y'(x_i) = \frac{1}{2} \left(\frac{y_{i+1} - y_i}{x_{i+1} - x_i} + \frac{y_i - y_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} \right) \quad (3)$$

Wobei hier als Korrektur noch eine Mittlung durchgeführt wird. Der Fehler wird mit der Gaußschen Fehlerfortpflanzung berechnet und ergibt sich damit zu:

$$\begin{aligned}\sigma_{y'} &= \sqrt{\sum_{k=i-1}^{i+1} \left(\left(\frac{\partial y'}{\partial y_k} \sigma_{y_k} \right)^2 + \left(\frac{\partial y'}{\partial x_k} \sigma_{x_k} \right)^2 \right)} \\ &= \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{\sigma_y}{x_{i+1} - x_i} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\sigma_y}{x_i - x_{i-1}} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{(y_{i+1} - y_i)}{(x_{i+1} - x_i)^2} \sigma_x \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{(y_{i+1} - y_i)}{(x_i - x_{i-1})^2} \sigma_x \right)^2}\end{aligned}$$

Die Werte wurden mit Hilfe eines kleinen selbst geschriebenen Programmes mit Python berechnet. Das Resultat ist in Abbildung (7) dargestellt.

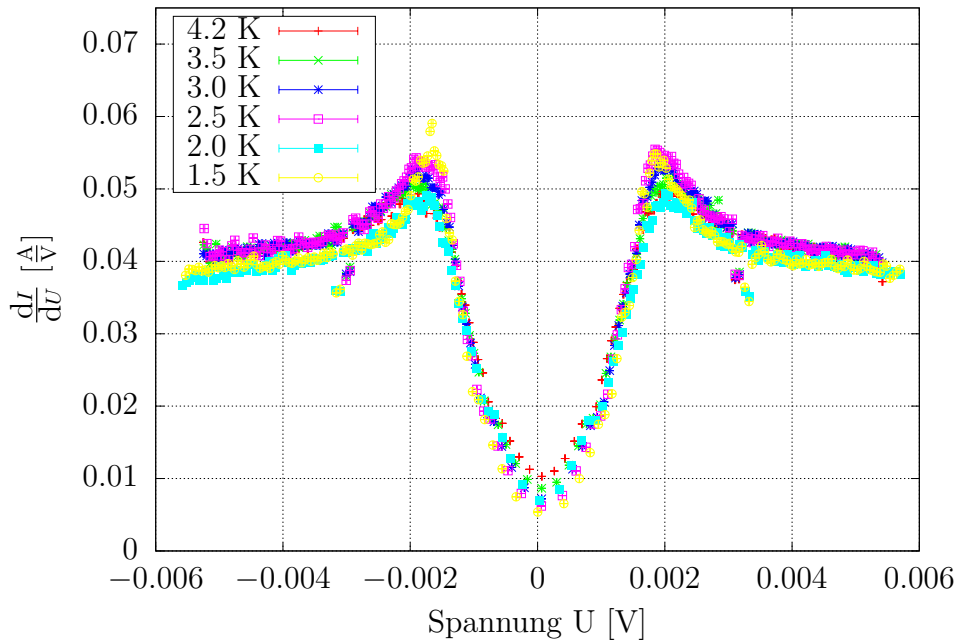


Abbildung 7: Ableitung der Kennlinie für unterschiedliche Temperatur

Wie schon beschrieben zeigen sich bei tieferen Temperaturen größere Maxima (außer für die Messreihe für 2.0 K).

Die Spannung für die die Ableitungen maximal werden lassen sich nun leicht aus der Abbildung ablesen. Somit ermittelt man zu jeder Temperatur zwei Spannungen U_{min} und U_{max} zu den jeweiligen Maxima, deren Differenz gerade die doppelte Energielücke angibt:

$$\Delta(T) = \frac{1}{2}e(U_{max} - U_{min}) \quad (4)$$

Als Maximum wird hier immer die Position des höchstliegende Punkt ermittelt und der Fehler entsprechend groß gewählt $\sigma_{U_{max,min}} = 0.01$ mV. Die berechneten Werte für die unterschiedlichen Temperaturen befinden sich in Tabelle 2.

4.2.2 Korrigierter Wert für die Energielücke

Es kann auch ein korrigierter Wert angegeben werden, durch [7]:

$$\Delta_K(T) = [(eU_{max} - ak_bT)^h - (bk_bT)^h]^{\frac{1}{h}} = [\alpha - (bk_bT)^h]^{\frac{1}{h}} \quad (5)$$

Mit $\alpha = (eU_{max} - ak_bT)^h - (bk_bT)^h$, $a=1.113$, $b=2.107$ und $h=2.138$. Diese Formel berücksichtigt noch den Einfluss der Temperatur. In dem Experiment können nur Temperaturen $T > 0$ K erreicht werden, wodurch es zu einer thermischen Anregung von Quasiteilchen kommt. In dem Leitungsband befinden sich damit schon besetzte Zustände, wodurch noch mehr Energie aufgebracht werden muss um unbesetzte Zustände zu erreichen. Formel 5 berücksichtigt diese thermische Anregung und liefert für $T > 0$ kleinere Energielücken. Der Fehler lässt sich wieder mit der Gaußschen Fehlerfortpflanzung berechnen:

$$\begin{aligned} \sigma_{\Delta_K(T)} &= \sqrt{\left(\frac{\partial \Delta_K(T)}{\partial U_{max}} \sigma_{U_{max}}\right)^2 + \left(\frac{\partial \Delta_K(T)}{\partial T} \sigma_T\right)^2} \\ &= \sqrt{(eh\alpha \Delta_K(T)^{(h-1)} \sigma_{U_{max}})^2 + ((ak_b h \alpha T^{h-1}) \Delta_K(T)^{(h-1)} \sigma_T)^2} \end{aligned}$$

Die korrigierten Werte sind mit den Fehlern in Tabelle 2 gezeigt. In der Anleitung [8], [9] ist ebenfalls ein Literaturwert für die Energielücke von Blei angegeben $\frac{2\Delta_{Pb}(T=1K)}{k_B T_{C,Pb}} = 4.33 \pm 0.10$. Um mit dem Literaturwert zu vergleichen werden deshalb noch die Werte mit $\frac{2}{k_B T_{C,Pb}}$ multipliziert.

| Temperatur [K] | $\Delta(T)$ [mV] | $\frac{2\Delta(T)}{k_B T_C}$ | $\Delta(T)_K$ [mV] | $\frac{2\Delta(T)_K}{k_B T_C}$ |
|-----------------|------------------|------------------------------|--------------------|--------------------------------|
| 4.2 ± 0.21 | 2.08 ± 0.05 | 6.7 ± 0.2 | 1.8 ± 0.3 | 5.8 ± 0.8 |
| 3.5 ± 0.175 | 2.06 ± 0.05 | 6.6 ± 0.2 | 1.7 ± 0.3 | 5.5 ± 0.9 |
| 3 ± 0.15 | 1.89 ± 0.05 | 6.1 ± 0.2 | 1.6 ± 0.3 | 5.0 ± 0.9 |
| 2.5 ± 0.125 | 1.88 ± 0.05 | 6.1 ± 0.2 | 1.6 ± 0.3 | 5.0 ± 0.9 |
| 2 ± 0.1 | 1.88 ± 0.05 | 6.1 ± 0.2 | 1.8 ± 0.3 | 5.8 ± 0.8 |
| 1.5 ± 0.075 | 1.75 ± 0.05 | 5.6 ± 0.2 | 1.7 ± 0.3 | 5.4 ± 0.8 |

Tabelle 2: Berechnete Daten mit Gleichung 4 und die korrigierten Werte mit Gleichung 5

4.3 BCS-Theorie

Die BCS-Theorie (Bardeen, Cooper und Schrieffer) beschreibt die Supraleitung in Metallen. Eine wichtige Gleichung aus dieser Theorie ist die Temperaturabhängigkeit der Energielücke, die gegeben ist durch [10]:

$$\frac{1}{N(0)V} = \int_0^{\hbar\omega} \frac{d\epsilon}{(\epsilon^2 + \epsilon_0)^{\frac{1}{2}}} \tanh\left(\frac{1}{2}\beta(\epsilon^2 + \epsilon_0)^{\frac{1}{2}}\right) \quad (6)$$

Die berechnete Energielücke und die gemessenen Daten sind in Abbildung (8) aufgetragen. Die gemessenen Daten werden zuvor durch $\Delta(0) = k_B T \cdot 1.76$ und die Temperatur durch $T_C = 7.2$ K geteilt. Der Fehler der Temperatur wird linear auf 5 % gewählt, da bei kleineren

Temperaturen sich die Temperatur nur noch langsam änderte und die Skalenunterteilung feiner wurde.

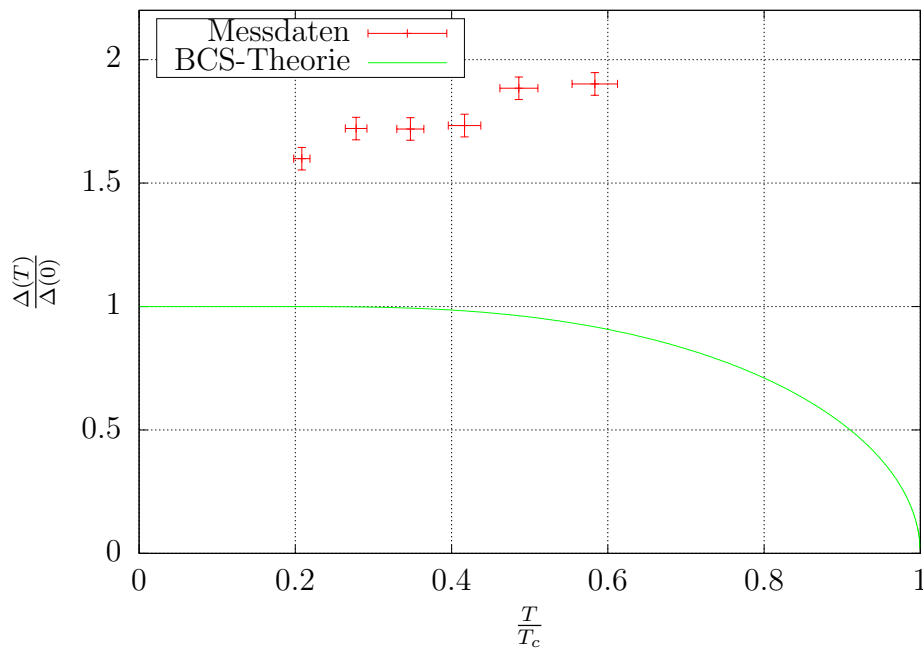


Abbildung 8: Vergleich der Messdaten mit der BCS-Theorie aus Gleichung 6

5 Diskussion

5.1 Energielücke

Um eine qualitative Diskussion der Energielücke zu erhalten, werden die gemessenen Werte aus Tabelle 2 jeweils mit dem Literaturwert $\frac{2\Delta_{Pb}}{k_B T_{C,Pb}} = 4.33 \pm 0.10$ verglichen [9]. Die Abweichungen befinden sich in Tabelle 3

| Temperatur [K] | $\frac{2\Delta(T)}{k_B T_C}$ | Abweichung | $\frac{2\Delta(T)_K}{k_B T_C}$ | Abweichung |
|----------------|------------------------------|------------|--------------------------------|------------|
| 4.2 ± 0.3 | 6.7 ± 0.2 | 0.36 | 5.8 ± 0.8 | 0.25 |
| 3.5 ± 0.2 | 6.6 ± 0.2 | 0.35 | 5.5 ± 0.9 | 0.22 |
| 3 ± 0.2 | 6.1 ± 0.2 | 0.30 | 5.0 ± 0.9 | 0.14 |
| 2.5 ± 0.2 | 6.1 ± 0.2 | 0.29 | 5.0 ± 0.9 | 0.14 |
| 2 ± 0.1 | 6.1 ± 0.2 | 0.29 | 5.8 ± 0.8 | 0.26 |
| 1.5 ± 0.1 | 5.6 ± 0.2 | 0.24 | 5.4 ± 0.8 | 0.20 |

Tabelle 3: Daten aus Tabelle 2 mit Abweichungen zum Literaturwert

Die Abweichung im Mittel beträgt für die nicht korrigierten Werte ungefähr 30 % und für die korrigierten Werte liegt das Mittel bei etwa 20 %. Die korrigierten Werte liefern somit eine sehr viel bessere Berechnung der Energielücke. Um aber eine qualitative Aussage machen zu können reichen auch die berechneten Werte mit der nicht korrigierten Form. Beide Werte

weisen aber trotzdem eine recht hohe Abweichung vom Literaturwert. Alleine die korrigierten Werte für Temperaturen von 3 K und 2.5 K erreichen mit ihrem Fehlerintervall den Literaturwert, ansonsten liegen alle Werte höher. Um auch die Abweichung zur BCS-Theorie zu betrachten bietet es sich an eine graphische Auftragung zur Veranschaulichung zu erstellen. Dies ist in Abbildung (9) dargestellt.

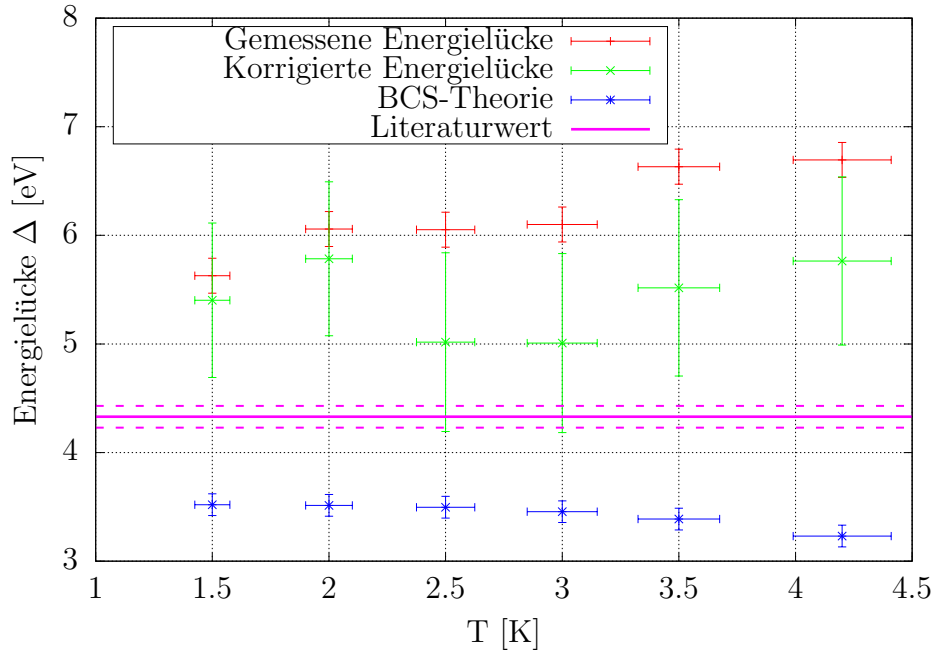


Abbildung 9: Energielücken im Vergleich zum Literaturwert

Wie man anhand dieser Abbildung sehen kann scheint die BCS-Theorie keine gute Theorie für die Energielücke zu liefern. Die gemittelte Abweichung liegt bei etwa 26 %. Der Grund dafür, dass die Theorie hier keinen guten Wert liefert, liegt an der starken Elektron-Phonon-Kopplung wie sie bei Blei zu finden ist. Eine grundlegende Annahme der BCS-Theorie ist nämlich, dass es nur eine schwache anziehende Wechselwirkung zwischen Gitter und Elektronen gibt [11]. Für die großen Abweichungen der gemessenen Werte zum Literaturwert könnte es verschiedene Gründe geben, die eine Rolle spielen könnten. Wie in der Versuchsdurchführung beschrieben wird die Messung der Kennlinie bei unterschiedlichen Temperaturen bei konstant sinkender Temperatur gemessen. Hier wird zwar versucht durch eine optimierte Messtechnik möglichst den jeweiligen Temperaturwert zu treffen, dennoch entsteht hier ein zusätzlicher Fehler der Temperatur. Da sich die Temperaturen nur langsam änderten, wird der Fehler aber als klein eingestuft. Auch sollte hier der Einfluss der Probenherstellung berücksichtigt werden, da hier nicht die exakten Schichtdicken aus der Versuchsbeschreibung erreicht werden. Besonders die Herstellung des Aluminiumoxides ist hier der kritischste Schritt, da die Druckparameter und die Temperatur einen Einfluss auf die Schichtdicke haben können. Doch die Messung der Widerstände zeigt hier ein zufriedenstellendes Ergebnis und auch der Tunnelkontakt ist in Abbildung (6) gut sichtbar. Wie in der Versuchsdurchführung schon beschrieben wurde die Probe bei der Kontaktierung leider zerbrochen. Dies könnte zu einer Vergrößerung der Potentialbarriere führen und damit zu einer größeren Energielücke kommen. Da leider kein Vergleich mit einer anderen Probe mit gleichen Parametern möglich ist, kann die Größe dieses Fehlers leider nicht eingeschätzt werden.

In der SL-NL-Kennlinie ist, wie bereits erwähnt, die Steigung der Kennlinien bei niedrigeren Temperaturen sehr viel größer als die Steigung bei Raumtemperaturen, obwohl sich der Verlauf nach der Theorie an den Verlauf bei Raumtemperatur annähern sollte. Hier sollte darauf hingewiesen werden, dass es Probleme gab bei der Messung der NL-NL-Kennlinie. Eine erste Messung an TK1 und TK2 zeigte zunächst viel zu hohe Widerstände von ungefähr $R_{TK1} = 20.0 \text{ k}\Omega$ und $R_{TK2} = 19.7 \text{ k}\Omega$. Dies könnte auf Unreinheiten in der Probe hinweisen, die zu einem hohen Widerstand führen. Eine erneute Messung von TK1 zeigte dann allerdings die Messung in Abbildung (6). Und eine Messung bei niedrigeren Temperaturen zeigt dann wieder andere Ergebnisse. Eine mögliche Ursache warum der Widerstand bei kleineren Temperaturen größer zu sein scheint könnte die Temperaturabhängigkeit des Widerstandes sein. Der Widerstand ergibt sich aus Streuung an Defekten, Elektron-Elektron-Streuung und Elektron-Phonon-Streuung. Letzteres ist temperaturabhängig, da die Phononen bei kleineren Temperaturen einfrieren. Allerdings wird dieser Fehler klein eingeschätzt, da bereits bei in der Versuchsdurchführung die Widerstände mit Hilfe eines Multimeters auf $R_{TK1} = 25 \text{ }\Omega$ und $R_{TK2} = 29 \text{ }\Omega$ bei Raumtemperatur gemessen wurde. Daraus lässt sich schließen, dass hier ein Problem bei der Messung aufgetreten sein muss.

Literatur

- [1] Sigfried Hunklinger. *Festkörperphysik*. Oldenbourg Verlag München, 2009.
- [2] Christian Enss and Siegfried Hunklinger. *Tieftemperaturphysik*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2000.
- [3] Wolfgang Demtröder. *Experimentalphysik 3: Atome, Moleküle und Festkörper*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2005.
- [4] Wikipedia artikel zu supraleitung. <https://de.wikipedia.org/wiki/Supraleiter>.
- [5] Thomas Williams, Colin Kelley, and many others. Gnuplot 4.6: an interactive plotting program. <http://gnuplot.sourceforge.net/>, April 2013.
- [6] Origin math-differentiate. <http://www.originlab.de/doc/Origin-Help/Math-Differentiate>.
- [7] G.E. Pike. Superconductor Energy Gaps from Tunneling. *Journal of Applied Physics*, (42):883, 1971.
- [8] I. Physikalisches Institut. *Master Forschungspraktikum: Tunneleffekt bei Supraleitern*. 2010.
- [9] Ivar Giaever and Karl Megerle. Study of Superconductors by Electron Tunneling. *Physical Review*, 122(4):1001–1111, 1961.
- [10] Micheal Tinkham. *Introduction to Superconductivity*. McGraw-Hill, 1996.
- [11] Wikipedia-artikel zur bcs-theorie. <https://de.wikipedia.org/wiki/BCS-Theorie>.