

**Master-Forschungspraktikum
Universität Göttingen – Fakultät für Physik**

**Ausarbeitung
zum Versuch FM.TES**

Tunneleffekt bei Supraleitern

Name: Eric Bertok
Email: eric.bertok@stud.uni-goettingen.de
Datum Versuchsdurchführung: 25. Februar 2017
Name Betreuer(in): Christoph Meyer
Kopie der testierten Ausarbeitung gewünscht: ☐ ja ☒ nein
Unterschrift:

Abgabe

Datum: Unterschrift Betreuer(in):

Testat

Datum: Name Prüfer(in):
Punktezahl: Unterschrift:
Note:

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Theorie	1
2.1	Grundlagen: Zustandsdichte, Fermiverteilung, Besetzungsdichte	1
2.2	Tunneleffekt	1
2.3	mikroskopische Theorie der Supraleitung: Cooper- Paare	1
2.4	Grundzustand und Quasiteilchenanregungen	2
2.5	Tunnelkennlinien von Normalleitern und Supraleitern	2
3	Durchführung	3
3.1	Herstellung der Probe	3
3.2	Einbau der Probe und Messung des Tunnelstroms	5
4	Auswertung	6
4.1	NL/NL-Kennlinie bei Raumtemperatur	6
4.2	SL/NL-Kennlinien	7
5	Diskussion	10

1 Einleitung

2 Theorie

2.1 Grundlagen: Zustandsdichte, Fermiverteilung, Besetzungsdichte

Die Zustandsdichte $D(E)$ gibt die Anzahl der erlaubten Mikrozustände pro Energieintervall dE an. Sie ist für kontinuierliche Energien allgemein definiert durch $D(E) := \int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \delta(E - E(\vec{k}))$ [cit], wobei \vec{k} die Wellenzahl und d die Dimension (für unseren Fall 3) ist. $E(\vec{k})$ ist die Dispersionsrelation der Teilchen. Für freie Elektronen ergibt sich [cit]:

$$D_N(E_{\vec{k}}) = \frac{(2m^*)^{\frac{3}{2}}}{2\pi^2 \hbar^3} \sqrt{E}, \quad (2.1)$$

wobei m^* die sog. effektive Masse der Elektronen ist. Diese ist für freie Elektronen gleich ihrer tatsächlichen Masse, berücksichtigt bei einem Festkörper aber zusätzlich den Einfluss des Kristallpotentials.

Die Fermi-Dirac Verteilung gibt die mittlere thermische Energiebesetzung von Spin-1/2 Teilchen in Abhängigkeit der Temperatur T und des chemischen Potentials μ an. Sie lautet $f_T(E) = \frac{1}{\exp \beta(E-\mu)+1}$, wobei $\beta = \frac{1}{k_B T}$ der Boltzmann- Faktor ist. Für $T = 0$ ist sie eine Stufenfunktion [pic]: Unterhalb der sog. Fermienergie $E_F = \mu$ sind alle Zustände mit Wahrscheinlichkeit 1 besetzt, während alle oberhalb von E_F unbesetzt sind. Dies bezeichnet man als "Fermikante".

Die Besetzungsdichte, also die Dichte der tatsächlich besetzten Zustände pro Energieintervall erhält man als Produkt aus Zustandsdichte und Fermiverteilung: $n(E) = D(E)f_T(E)$. Hierdurch erreicht man eine Trennung der systemabhängigen Größen in $D(E)$ und der systemunabhängigen Thermodynamik in $f_T(E)$.

2.2 Tunneleffekt

Der Tunneleffekt ist ein quantenmechanischer Effekt, bei dem ein Teilchen eine Potentialbarriere endlicher Höhe und breite durchqueren kann, obwohl sie höher als die Energie des Teilchens ist. Dies kommt dadurch zustande, dass die Wellenfunktion jenseits der Barriere verschieden von Null ist. Durch Lösen der Schrödingergleichung mit einer Kastenbarriere erhält man, dass die Tunnelwahrscheinlichkeit exponentiell mit der Breite d der Barriere abfällt: [cit]

$$A_{\text{tunnel}} \propto e^{-\sqrt{(2m/\hbar^2)(V_0-E)}d}. \quad (2.2)$$

Jenseits der Barriere das Potential wieder Null. Somit ist die Wellenlänge und damit die Energie des getunnelten Teilchens unverändert. Lediglich die Wahrscheinlichkeit des Tunnelns nimmt ab. In unserem Versuch, in dem ein Aluminium- Aluminiumoxid- Blei- Kontakt verwendet wird, ist die Potentialbreite durch die Dicke der Aluminiumoxidschicht gegeben. Die Höhe des Potentialwalls ist gegeben durch die Differenz der Fermienergien der beiden Leiter Al und Pb und der des Aluminiumoxids. Weiterhin ist zu beachten, dass ein Teilchen nur dann durch die Barriere tunneln kann, wenn es auf der anderen Seite freie Zustände vorfindet. Ist dies nicht der Fall, kommt es zur exponentiellen Abnahme der Amplitude. Auf diese Weise kann man Schlüsse über die Zustandsdichte der betrachteten Materialien ziehen, was in diesem Versuch benutzt wird, um die Energielücke von Supraleitern zu vermessen.

2.3 mikroskopische Theorie der Supraleitung: Cooper- Paare

Die BCS Theorie, welche 1957 von Badeen, Cooper und Schrieffer entwickelt wurde, war die erste erfolgreiche mikroskopische Theorie der Supraleitung [?, Kap. 2]. Die positiven Atomrümpfe werden durch die negativ geladenen Elektronen polarisiert. Da die Atomrümpfe vergleichsweise schwer sind, haben sie eine geringe Schwingungsfrequenz. Dadurch kommt es zu einer retardierten Polarisierung. Ein anderes Elektron spürt diese Polarisierung also, wenn das erste bereits eine große Distanz zurückgelegt hat. Aufgrund dessen kann man die Coulombabstoßung zwischen diesen beiden Elektronen vernachlässigen. Mathematisch lässt sich diese anziehende Wechselwirkung zwischen zwei Elektronen als ein Austausch eines virtuellen Phonons beschreiben. Für eine detaillierte Ausarbeitung im Formalismus der zweiten Quantisierung siehe z. B. [?, Kap. 10.4]. Wenn \vec{q} der Impuls des Phonons und \vec{k}_1, \vec{k}_2 die der beiden Elektronen sind, so gilt nach dem Austausch des Phonons [?, S. 308]

$$\vec{k}'_1 = \vec{k}_1 + \vec{q}, \quad \vec{k}'_2 = \vec{k}_2 - \vec{q}, \quad (2.3)$$

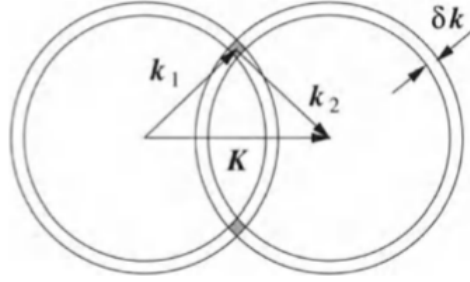


Abb. 1: eq: Impulsschalen im k-Raum. Impulserhaltung wird erfüllt für den Überlapp der beiden Schalen [? , S. 309].

der Gesamtimpuls $\vec{K} = \vec{k}_1 + \vec{k}_2$ bleibt also erhalten. Aufgrund der Fermiverteilung sind für die Elektronen nur Energien oberhalb der Fermikante zugänglich. Approximiert man die Phononenfrequenz mit der Debye-Frequenz ω_D [cit], so liegen die freien Zustände innerhalb der Energieschale $[E_F, E_F + \hbar\omega_D]$ oder äquivalent im k-Raum innerhalb der Schale mit Dicke $\frac{\hbar\omega_D}{\hbar k_F}$, wobei k_F der Fermiwellenvektor ist. Für beide Elektronen sind diese Schalen in Abb. 1 zu sehen. Impulserhaltung ist erfüllt für alle Vektoren im Überlapp beider Schalen. Dieser ist maximal für $\vec{k}_1 = -\vec{k}_2$. Das Fermi Prinzip verlangt außerdem, dass beide Elektronen entgegengesetzten Spin besitzen. Das Paar $\vec{k}, \uparrow, -\vec{k}, \downarrow$ bezeichnet man als Cooper-Paar (CP). Cooper-Paare sind effektive Bosonen. Durch die Attraktion von Elektronenpaaren wird die Gesamtenergie verringert. Es kommt zu einer makroskopischen Besetzung, bei der im Grundzustand alle Cooper-Paare im exakt gleichen Quantenzustand sind [? , Kap. 2.2]. Die Gesamtheit aller Cooper-Paare wird deswegen als eine makroskopische Wellenfunktion beschrieben.

2.4 Grundzustand und Quasiteilchenanregungen

Der im vorherigen Abschnitt beschriebene makroskopische Zustand aus Cooper-Paaren bildet aufgrund der attraktiven Wechselwirkung den neuen Grundzustand. Möchte man den Supraleiter in einen angeregten Energiezustand bringen, so muss man zuerst eine Energie Δ aufbringen, um ein CP aufzubrechen. Anschließend muss das freie Elektron auf ein höheres Energieniveau gebracht werden, was wiederum eine Energie von Δ benötigt [?]. Δ ist die Energielücke des Supraleiters, welche hier gemessen werden soll. Die Elektronen, die bei der Aufbrechung eines CP's entstehen, sind keine freien Elektronen, sondern Anregungen im Mehrelektronensystem, sogenannte Quasiteilchen. Mit Quasiteilchen können komplizierte Mehrteilchenphänomene als Einteilchenphänomene beschrieben werden. Aus der BCS-Theorie erhält man durch Aufstellen der freien Energie $F = E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}} - TS$ und deren Minimierung Ausdrücke für die Anregungsenergie $E_{\vec{k}}$ der Quasiteilchenanregungen und für die Zustandsdichte von Supraleitern $D_S(E_{\vec{k}})$ in Abhängigkeit der Energielücke: [? , Kap. 10.4]:

$$E_{\vec{k}} = \sqrt{\eta_{\vec{k}}^2 + \Delta^2} \quad (2.4)$$

$$D_S(E_{\vec{k}}) = D_N(E_{\vec{k}}) \frac{|E_{\vec{k}}|}{\sqrt{E_{\vec{k}}^2 - \Delta^2}}, \quad |E_{\vec{k}}| \geq \Delta_{T=0}. \quad (2.5)$$

$\eta_{\vec{k}}$ ist die kinetische Energie der Elektronen gemessen von der Fermienergie. Die Quasiteilchen verhalten sich je nach kinetischer Energie wie Löcher, Elektronen oder Mischzustände. Für $T = T_c$ ist die kinetische Energie der Cooper-Paare genug, um diese aufzubrechen und der Supraleiter geht in den normalleitenden Zustand ohne Energielücke über.

2.5 Tunnelkennlinien von Normalleitern und Supraleitern

Im Versuch werden sowohl ein Normalleiter-Normalleiter (NL/NL) und ein Normalleiter-Supraleiterkontakt (NL/SL) verwendet. Die Situation eines NL/NL Kontaktes ist in Abb. 2 (a) zu sehen. Die Zustandsdichte eines Normalleiters

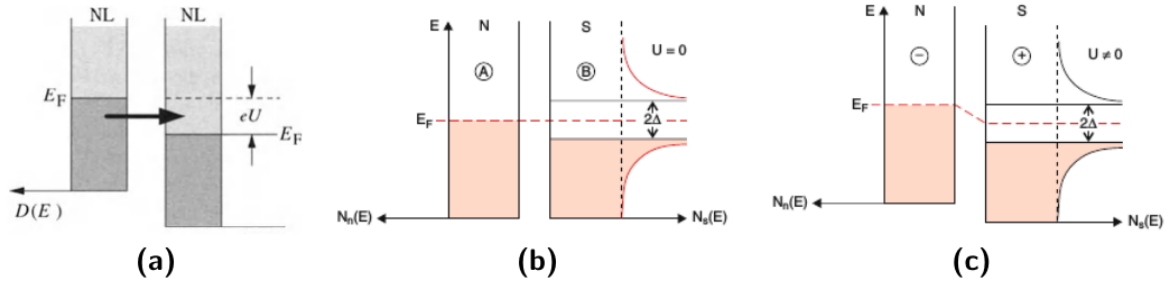


Abb. 2: Tunneleffekt zwischen zwei Normalleitern (a), zwischen einem Normalleiter und einem Supraleiter bei $V = 0$ (b) und zwischen einem Normalleiter und Supraleiter bei $U = U_c = \Delta/e$ [?].

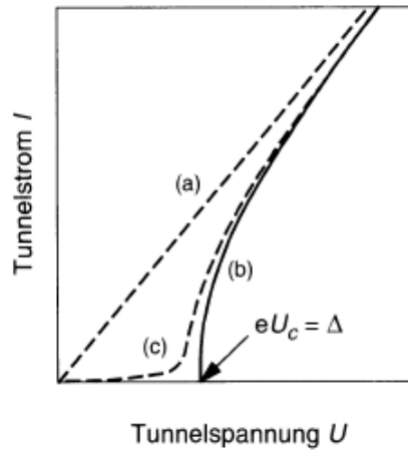


Abb. 3: Tunnelkennlinie eines NL/NL Kontaktes (a), eines NL/SL Kontaktes bei $T = 0$ (b) und eines NL/SL Kontaktes bei $0 < T < T_c$ (c) [?, S: 72].

kann in der Nähe der Fermienergie als konstant angenommen werden. Liegt keine Spannung an, so tunneln im Mittel gleich viele Elektronen von links nach rechts und umgekehrt. Der Strom ist null. Bei Anlegen einer Spannung verschiebt sich das chemische Potential und Elektronen tunneln in Richtung niedrigeren chemischen Potentials in die zugänglichen freien Zustände. Man erwartet eine Proportionalität zwischen der anliegenden Spannung und dem gemessenen Tunnelstrom, also Ohm'sches Verhalten $U = RI$. Für einen NL/SL Kontakt liegt die Fermienergie des Normalleiters in der Mitte der Energielücke des Supraleiters. Somit kann kein Tunnelstrom fließen, da keine freien Zustände unterhalb E_F vorhanden sind (2 (b)). Erst bei einer Spannung von $U = \Delta/e$ können Elektronen in den Supraleiter tunneln und man misst einen Tunnelstrom. Dieser steigt sehr steil an, da die Zustandsdichte des Supraleiters eine Van Hove-Singularität aufweist [cit] (2 (c)). Die Tunnelstrom-Kennlinien sind in Abb. 2 für die verschiedenen Fälle gezeigt. Für $T \neq 0$ ist die Energielücke kleiner als bei $T = 0$. Außerdem können durch thermische Fluktuationen bereits früher Elektronen in den Supraleiter tunneln. Dies führt zu einer Aufweichung der Kennlinie (3 (c)).

3 Durchführung

3.1 Herstellung der Probe

Zunächst wird die Probe hergestellt. Dazu wird ein SiO_2 -Wafer verwendet, auf den die Tunnelkontakte draufgedampft werden. Dieser wird zunächst in die Halterung der Vakuumblocke eingespannt. Jetzt muss die Schablone für das Aufdampfen montiert werden, wobei auf die korrekte Orientierung zu achten ist. Desweiteren muss die gesamte Gestell nach oben gedreht werden, da zuerst gesputtert wird. Ist alles festgeschraubt, folgt nun die Evakuierung

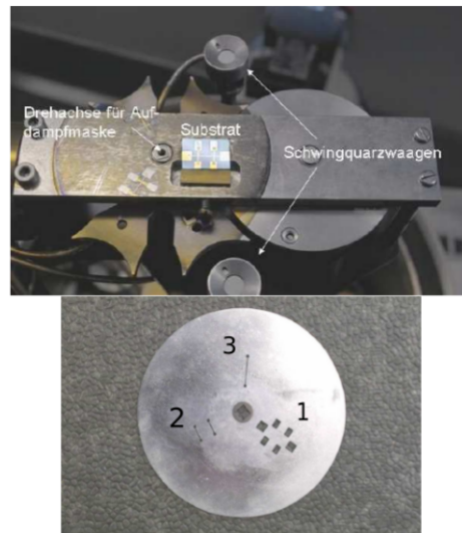


Abb. 4: Versuchsaufbau zur Herstellung der Probe. Oben: Substrathalter und Schwingquarzwaaagen. Unten: Drehblende [cit].

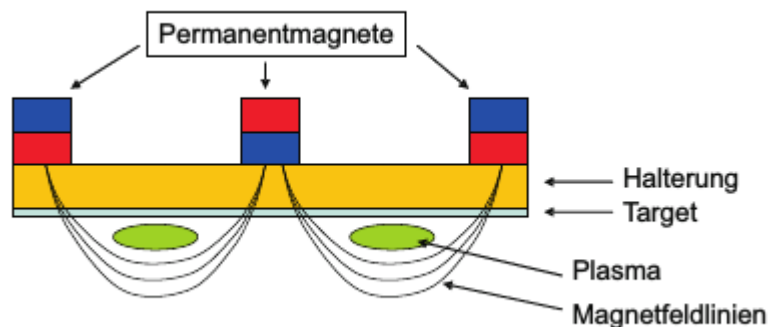


Abb. 5: Schema des Magnetons, welches zum Sputtern verwendet wird [cit].

der Glocke, indem zuerst die Vorpumpe benutzt wird und anschließend mit der Turbopumpe ein Vakuum von ca. 2×10^{-5} mbar erzeugt wird. Zum Sputtern muss die Glocke mit ca. 10^{-2} bar gefüllt werden. Nun wird eine ca. 100 nm dicke Goldschicht auf das Substrat gesputtert. Die Dicke wird dabei durch eine Schwingquarzwaaage aufgenommen. Die Anlage berechnet automatisch durch die sich verändernde Schwingungsfrequenz des Quarzes die Masse und mit der Dichte die Schichtdicke. Beim Sputtern wird das Argon ionisiert und die Ionen werden mit einer Spannung von bis zu 1 kV auf die Goldfolie beschleunigt. Dadurch werden Goldatome herausgeschlagen, welche sich auf dem Substrat ablagern. Nun muss das Aluminium aufgedampft werden. Dafür wird das Ag wieder abgesaugt und der Probenhalter wird um 180° nach unten gedreht. Die Schablone wird in die nächste Stellung gedreht und das Aluminium wird durch einen Wolframdraht erhitzt. Wolfram wird deswegen gewählt, weil er eine besonders hohe Schmelztemperatur besitzt. Es muss zunächst langsam erhitzt werden, da die Oxidschicht des Aluminiums zuerst weggedampft werden soll. Während dieses Vorwärmens muss die Schutzblende über der Probe sein, damit sie kein Aluminiumoxid abbekommt. Wenn das Aluminium geschmolzen ist, kann die Scheibe entfernt werden und der Aufdampfvorgang beginnt. Vorher muss die Schwingquarzwaaage wissen, dass nun Aluminium verwendet wird. Die Al-Schichtdicke soll ungefähr bei 50 nm liegen. Jetzt kommt der kritischste Punkt des Versuches, nämlich die Herstellung der Tunnelbarriere. Hierfür wird für eine kurze Zeit eine besonders dosierte Menge Luft eingelassen, sodass das Aluminium oberflächlich oxidiert. Die genaue Luftmenge und die Belüftungszeit liegen als Rezept im Labor vor. Nach der Oxidation wird wieder ein Vakuum erzeugt. Jetzt kann als letzter Schritt das Blei aufgedampft werden. Dafür wird wieder zunächst die Blende weitergedreht und anschließend das Blei verdampft. Es soll eine

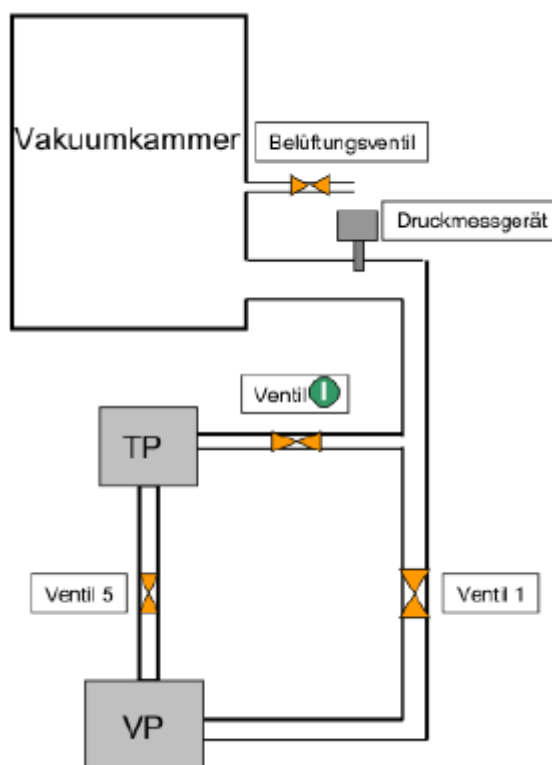


Abb. 6: Vakuumanlage mit Vorpumpe und Turbopumpe [cit].



Abb. 7: He-Verdampfungskryostat [cit].

Schichtdicke von ca. 300 nm aufgedampft werden.

Als letztes wird die Probe mithilfe eines Mikroskops untersucht. Hierbei ist insbesondere darauf zu achten, dass die Kontakte unversehrt sind. In unserem Fall waren Einkerbungen höchstens so breit wie 1/3 der Kontaktbreite und sollten somit in Ordnung sein.

3.2 Einbau der Probe und Messung des Tunnelstroms

Das Substrat wird zunächst in die Messsonde eingebaut. Dafür werden die sechs Kontakte mit Indiumplättchen mit der Messsonde verbunden. Indium ist ein besonders weiches Metall, wodurch ein guter Kontakt mit den Kontakten der Sonde sichergestellt wird. Jetzt sollten die Kontakte mit einem Amperemeter vermessen werden. Alle Widerstandswerte unserer Probe waren in diesem Zustand wie zu erwarten. Die Messsonde kann jetzt in das Kryostat eingebaut werden. Anschließend wird die Messung des Tunnelstroms bei Zimmertemperatur durchgeführt. Sowohl Blei als auch Aluminium sind also Normalleiter. Die Messung geschieht automatisch am Computer. Hierbei wird eine sogenannte Vierpunktmessung verwendet. Diese eliminiert den Leitungs- und den Kontaktwiderstand und ist dadurch besonders geeignet für kleine Tunnelströme. Mit Origin können die gemessenen Werte direkt angezeigt werden. Bereits hier hat sich gezeigt, dass unsere Messwerte für die Spannung ungefähr um 2 Größenordnungen zu hoch sind. Nun wird das He-Verdampfungskryostat für die SL/NL-Messung vorbereitet. Dazu wird zunächst mit einer Vakuumpumpe das doppelwandige Gefäß evakuiert. Anschließend wird flüssiger Stickstoff in die Außenwände

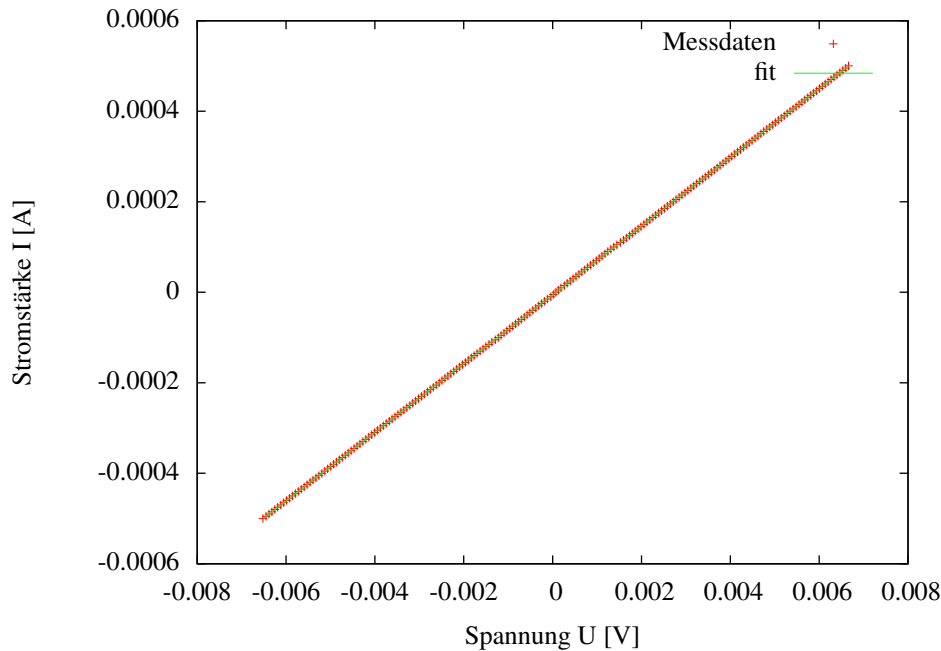


Abb. 8: Bei Raumtemperatur gemessene Strom-Spannungskurve (rot). In grün: Linearer fit. Es handelt sich um eine Ohm'sche Kennlinie mit konstanter Leitfähigkeit $\sigma = (0.07591 \pm 0.00001) \Omega$.

gefüllt. Dieses kühlt das Gefäß vor und dient als zusätzlicher Wärmeisolator für das flüssige Helium. Mit dem flüssigen Helium wird die Probe auf 4.2 K heruntergekühlt. Bei dieser Temperatur ist das Blei bereits supraleitend. Bei dieser Temperatur wird die erste Tunnelkennlinie aufgenommen. Auch hier haben unsere Messungen grundsätzlich falsche Ergebnisse geliefert. Um die Temperaturabhängigkeit der Kennlinien zu untersuchen wird als letztes der Dampfdruck erniedrigt, wodurch Temperaturen bis zu 1.5 K erreicht werden. Hier könnten sich bereits erste Supraleitende eigenschaften des Aluminiums herauszeichnen. Da der Druck kontinuierlich erniedrigt wird, sind die hier gemessenen Kennlinien in wahrheit temperaturabhängig. Es wird also ein Temperatursweep durchgeführt: Kurz vor der gewünschten Temperatur wird die Messung gestartet. Diese dauert dann 30 Sekunden. Währenddessen sinkt der Druck weiter. Aus der Dampfdruckkurve von Helium, welche am Kryostat vermerkt ist, kann dadurch ein Temperaturintervall abgeschätzt werden, welcher als Fehler in die Auswertung eingeht.

4 Auswertung

Da die Daten, welche während unseres eigenen Versuches aufgenommen wurden, keine Sinnvolle Auswertung erlaubten, handelt es sich im folgenden um Altdaten, die vom Praktikumsassistenten bereitgestellt wurden.

4.1 NL/NL-Kennlinie bei Raumtemperatur

Für die bei Raumtemperatur gemessene Stromkennlinie erwartet man eine Proportionalitätsgerade nach dem Ohm'schen Gesetz $I = U/R = \sigma U$, wobei $\sigma = 1/R$ die Leitfähigkeit ist. Um den Widerstand zu ermitteln, wird also ein linearer fit mit dem Ansatz $f(U) = \sigma U + b$ durchgeführt. Die Ergebnisse sind in Abb. 8 zu sehen. Für die Fitgrößen ergeben sich:

$$\sigma = (0.07591 \pm 0.00001) \Omega \quad (4.1)$$

$$b = (-5.717 \times 10^{-6} \pm 0.03 \times 10^{-6}) \text{ A} \quad (4.2)$$

Hieraus ergibt sich der Widerstand zu $R = (13.173 \pm 0.002) \Omega$, wobei die Gauß'sche Fehlerfortpflanzungsformel verwendet wurde. Da die Fehler der Messwerte, welche symmetrisch sind, hier keine Auswirkungen auf den fit haben und zudem sehr klein sind ($\sigma_A = 0.1 \text{ mA}$), wurden sie nicht in die Grafik mit eingetragen.

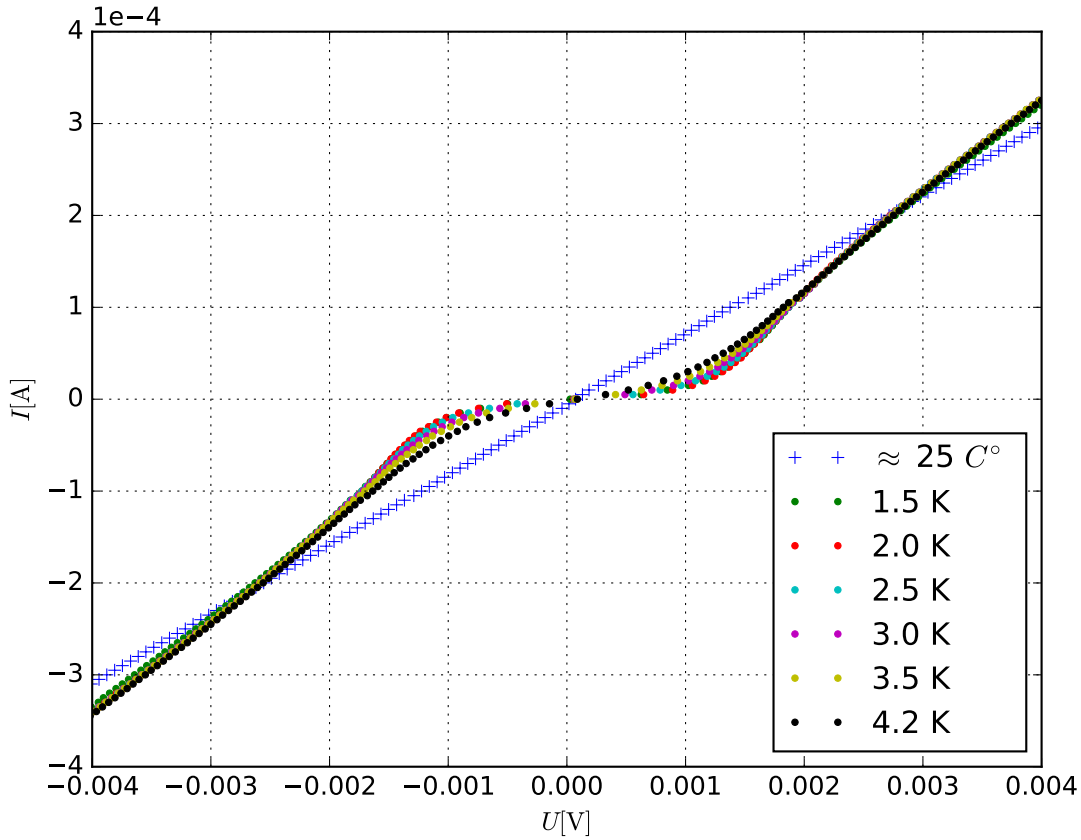


Abb. 9: Bei Raumtemperatur gemessene Strom-Spannungskurve.

4.2 SL/NL-Kennlinien

In Abb. 9 sind die gemessenen Daten von der SL/NL-Messung bei verschiedenen Temperaturen aufgetragen. Wie bereits erwähnt handelt es sich um einen Temperatursweep um die gewünschte Temperatur. Es sind deutlich die theoretisch vorhergesagten Plateaus zu sehen. Bei sehr geringen Spannungen fließt kaum Strom, da die Energielücke Δ noch nicht überwunden wurde. Um Δ zu bestimmen, werden die Daten numerisch mithilfe des zentralen Differenzenquotienten

$$\frac{dI_j}{dU} \approx \frac{1}{2} \left(\frac{I_{j+1} - I_j}{U_{j+1} - U_j} + \frac{I_j - I_{j-1}}{U_j - U_{j-1}} \right) \quad (4.3)$$

in einem Python-Skript abgeleitet. Die Ergebnisse hiervon sind in Abb. 10 zu sehen. Um den Bereich abzuschätzen, ab dem der Stromfluss beginnt, wird das Maximum der Ableitung gesucht. Dies ist nötig, da für $T \neq 0$ die Kennlinien "aufgeweicht" sind und kein klarer Sprung zu erkennen ist. Als grobe Näherung reicht es jedoch, das Maximum der Ableitung (= Leitfähigkeit) zu betrachten, da sich dieses ungefähr an der Stelle des Sprunges bei $T = 0$ befindet. Die Ableitung oszilliert sehr stark, eine Interpolation ist demnach nicht sehr sinnvoll einzusetzen. Für eine grobe Auswertung wird lediglich der tatsächliche maximale Wert für die Leitfähigkeit genommen und ein großzügiges Fehlerintervall von ± 1 mV abgeschätzt. Eine weitere Möglichkeit wäre es, das Maximum als Schnittpunkt zweier linearer fits zu ermitteln, aber aufgrund der starken Oszillationen wären diese fits stark abhängig von dem Fit-Intervall. Es ist also unwahrscheinlich, dass dies zu besseren Ergebnissen führt. Da die Fehler hauptsächlich von der Position des Maximums abhängen, sind die Messfehler von $\sigma_I = 0.1$ mA ebenfalls vernachlässigbar. Diese sind bereits mit dem großzügigen Fehlerintervall für U berücksichtigt. Die Maxima werden sowohl bei positiven als auch negativen Spannungen gemessen. Dadurch kann man das doppelte Plateau $2\Delta = U_{\text{max,rechts}} - U_{\text{max,links}}$ bestimmen. Nach der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung ergibt sich $\sigma_{2\Delta} = \sqrt{\sigma_{\text{max,links}}^2 + \sigma_{\text{max,rechts}}^2} = 1.4 \sigma_{\text{max,links}}$.

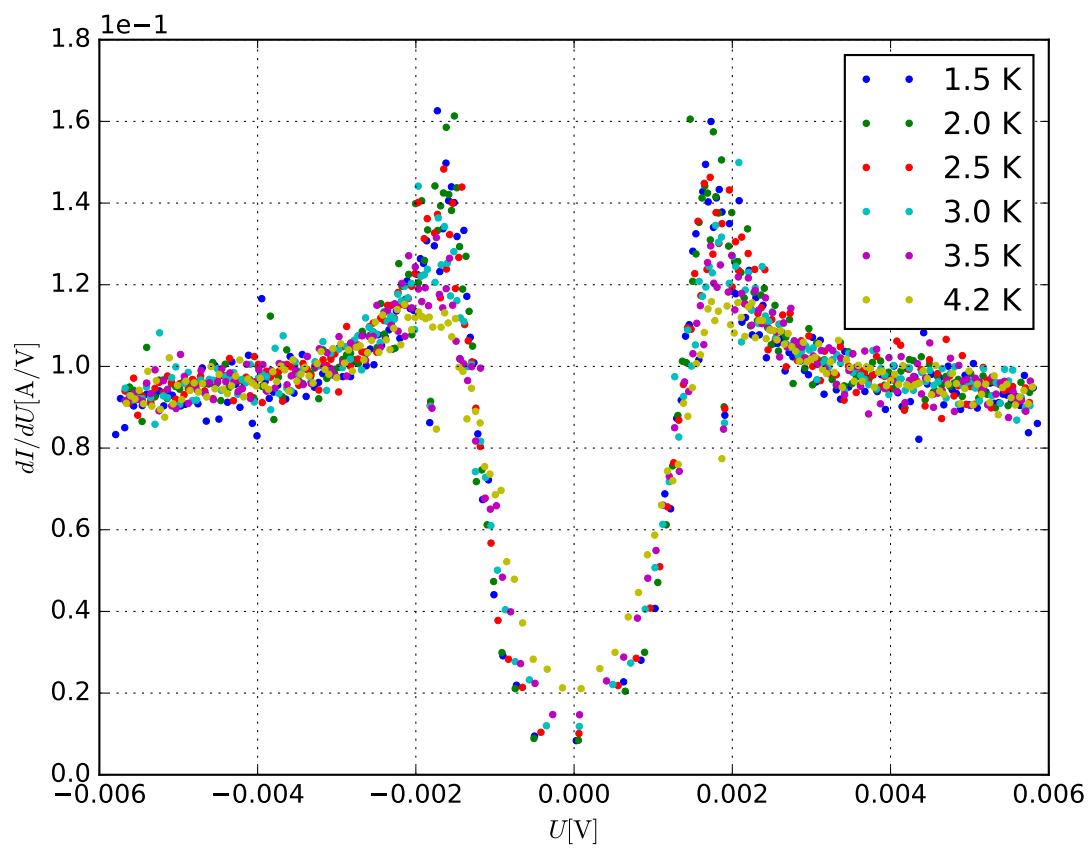


Abb. 10: Bei Raumtemperatur gemessene Strom-Spannungskurve.

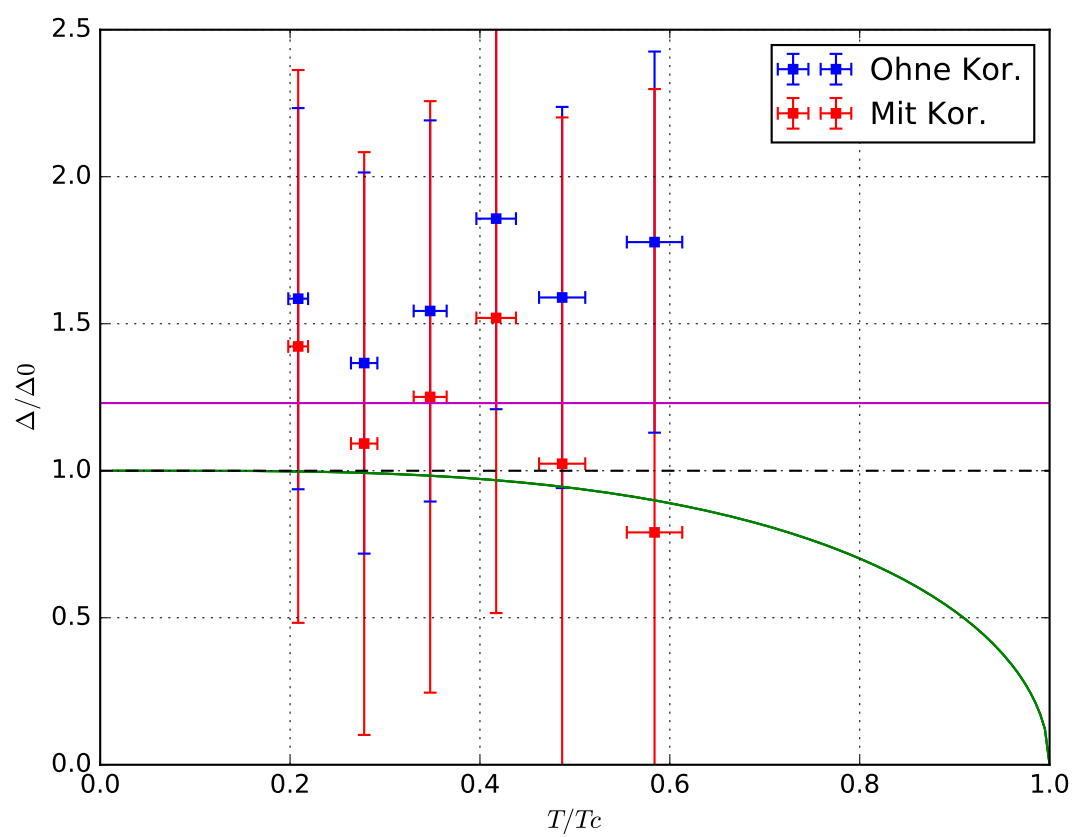


Abb. 11: Bei Raumtemperatur gemessene Strom-Spannungskurve.

5 Diskussion

- 1: NL/NL kleinere Steigung da Messung bei Raumtemperatur (Steigung $1/R$)
- 2: höhere temp aufgeweichter, asymptote steiler, da kleinere temp.
- 3: kleine temp, maximum eindeutig, $T=0$ wäre unendlich hoch
- 3: maximum mehr oder weniger immer an gleicher stelle, deswegen grobe auswertung.
- 3: Keine Fehlerbalken, da der Fehler durch das plateau gegeben anstatt fehler der einzelmessungen
- 4: korrigierten Werte liegen alle näher an BCS-Theorie, sehr große Fehler, kommen durch grobe abschätzung der Maxima. Aber Qualitativ richtig. Verbesserten Werte schneiden alle Theoriekurve.
- korrigierte werte haben weniger im mittel 17% abweichung, unkorrigierte 31%.