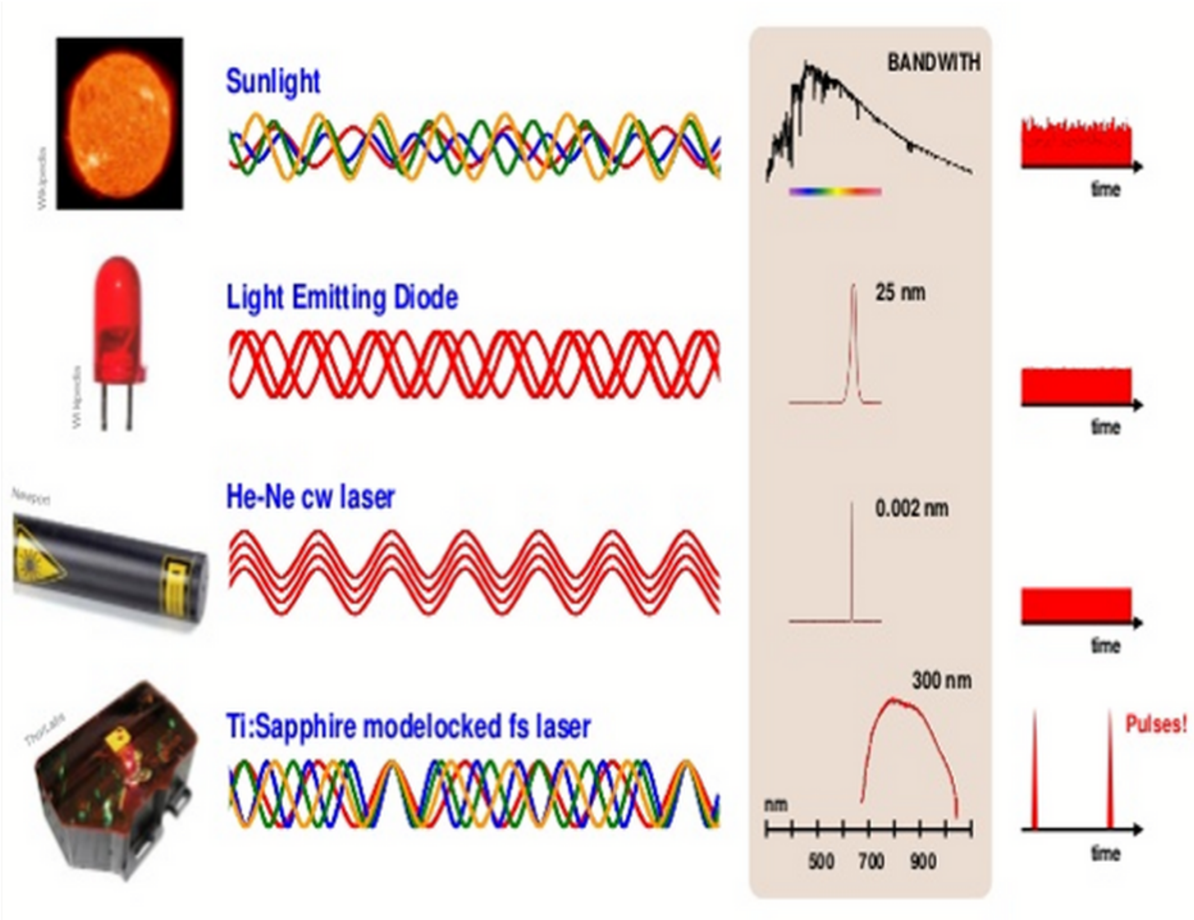
4. Darstellung und Beschreibung des ultrakurzen Laserpuls

Rückblick wie erhält man einen ultrakurzen Laserpuls



4.1. Charakteristik des ultrakurzen Laserpulses

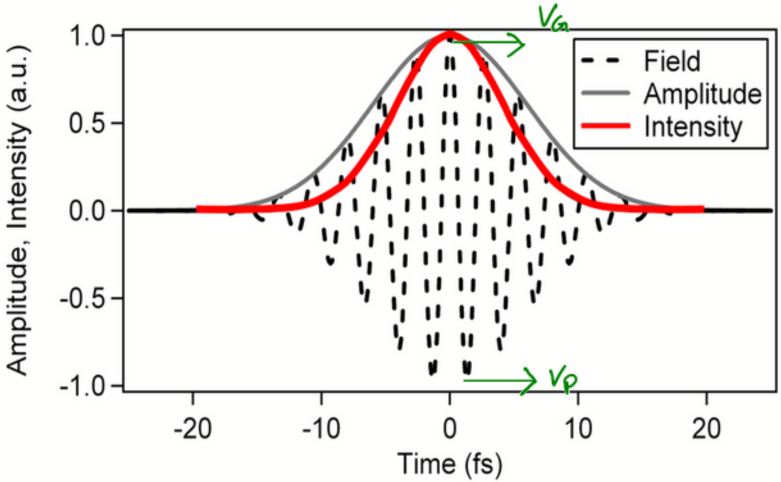
elektrische Feld des Pulses

$$\mathcal{E}(t) = \sqrt{I(t)} \exp[i(\omega_0 t - \phi(t))] + \cancel{c.c.}$$ analytic signal approximation (4.1)

Intensität Trägerfrequenz Phase

Zum Vgl. $$E(t) = A(t) \exp[i\omega_0 t]$$

$$\rightarrow \boxed{A(t) = \sqrt{I(t)} \exp[i\phi(t)]}$$ komplexe Amplitude (4.2)



The phase of this pulse is constant, $\phi(t) = 0$, and is not plotted.

Intensität $I(t) = A(t)^2$

v_G = Gruppengeschwindigkeit

v_p = Phasengeschwindigkeit

für $\phi(t)$ gilt $v_G = v_p$

$$\omega_{inst} = \omega_0 + \frac{d\phi}{dt}$$

4.2. Zeitbild vs. Frequenzbild

4.2.1 Fouriertransformation

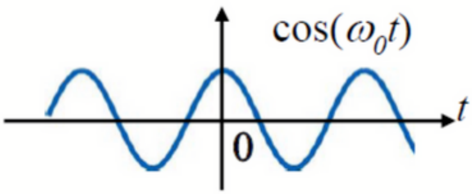
von Zeit- ins Frequenzbild

$$\tilde{E}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} dt \cdot E(t) \exp[-i\omega t]$$

von Frequenz- ins Zeitbild

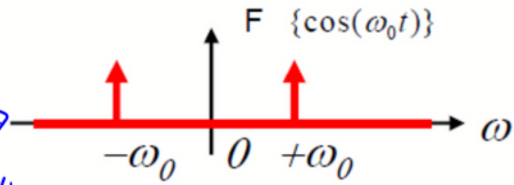
$$E(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \; \tilde{E}(\omega) \exp[i\omega t]$$

Fouriertransformation einer einzelnen Mode



oder $e^{i\omega_0 t} + e^{-i\omega_0 t}$

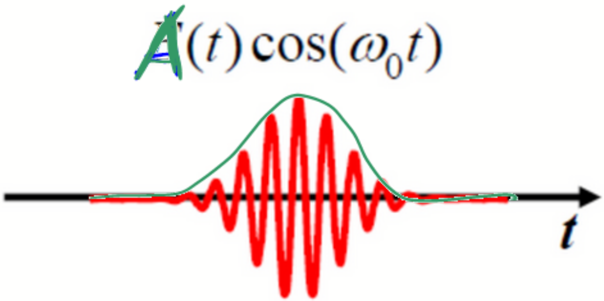
$\xrightarrow{FT}$

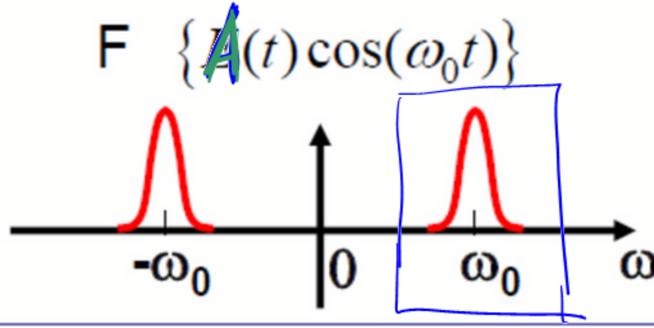


$$f(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \left(e^{i\omega_0 t} + e^{-i\omega_0 t}\right) e^{i\omega t}\, dt$$

$$\sim \pi\,\delta(\omega-\omega_0) + \pi\,\delta(\omega+\omega_0)$$

Fouriertransformation Gauß-Pulse $\quad A(t) \sim \exp(-t^2)$





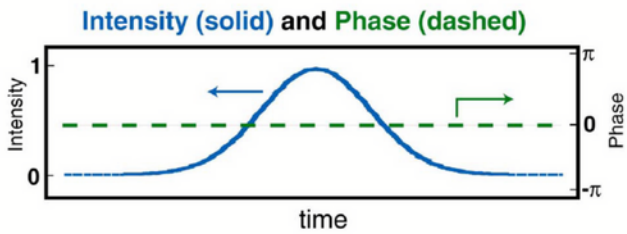
$$\xrightarrow{FT} f(\omega) \sim \frac{1}{2}\tilde{A}(\omega-\omega_0) + \frac{1}{2}\hat{A}(\omega+\omega_0)$$

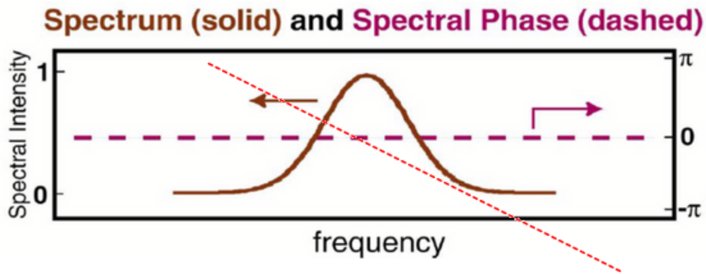
Fourier Transformation des elektrischen Feldes (s. Gl. 4.1) des ultrakurzen Pulses

$$\tilde{E}(\omega) = \sqrt{S(\omega)} \exp[i\varphi(\omega)] \qquad (4.3)$$

Spektrum   spektrale Phase

4.2.1. Vergleich Zeit- und Frequenzbild

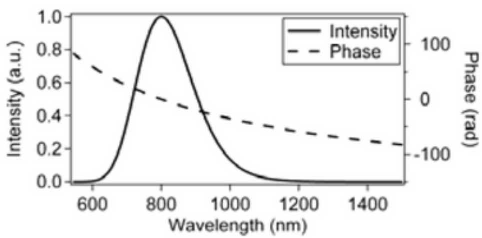




Intensität vs Spektrum

Phase vs Spektraler Phase

$\Delta\tau$ vs $\Delta\nu$



4.3. Phase vs. spektrale Phase

Entwicklung der Phasen als Taylorreihe

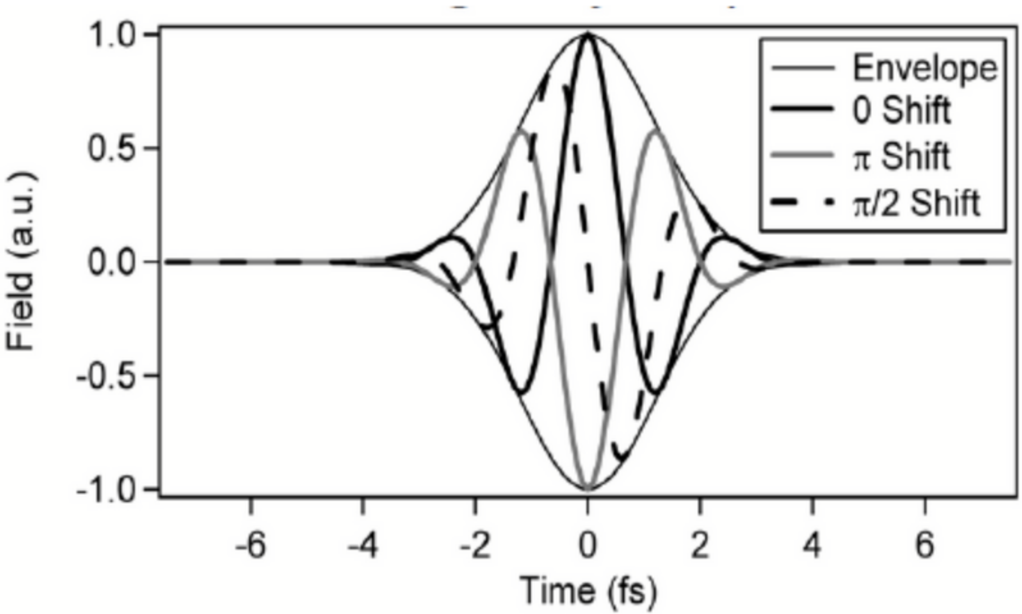
Phase $$\phi(t) = \phi_0 + \frac{d\phi}{dt}\frac{t}{1!} + \frac{d^2\phi}{dt^2}\frac{t^2}{2!} \dots$$

Spektr. Phase $$\varphi(\omega) = \varphi_0 + \frac{d\varphi}{d\omega}\frac{(\omega-\omega_0)}{1!} + \frac{d^2\varphi}{d\omega^2}\frac{(\omega-\omega_0)}{2!} \dots$$

4.3.1. Phase 0ter Ordnung: relative oder absolute Phase

$$\boxed{\begin{aligned} \phi(t) &= \phi_0 \\ \varphi(\omega) &= \varphi_0 \end{aligned}}$$

$$\phi_0 \xrightarrow{FT} \phi_0 = \varphi_0 = \text{const.}$$



4.3.2. Phase 1ter Ordnung: Lineare Phase

$$\boxed{\text{Zeitbild} \quad \phi(t) = \frac{d\phi}{dt}\,t}$$

$$\omega_{inst} = \omega_0 - \frac{d\phi}{dt} \qquad \text{instantane Kreisfrequenz}$$

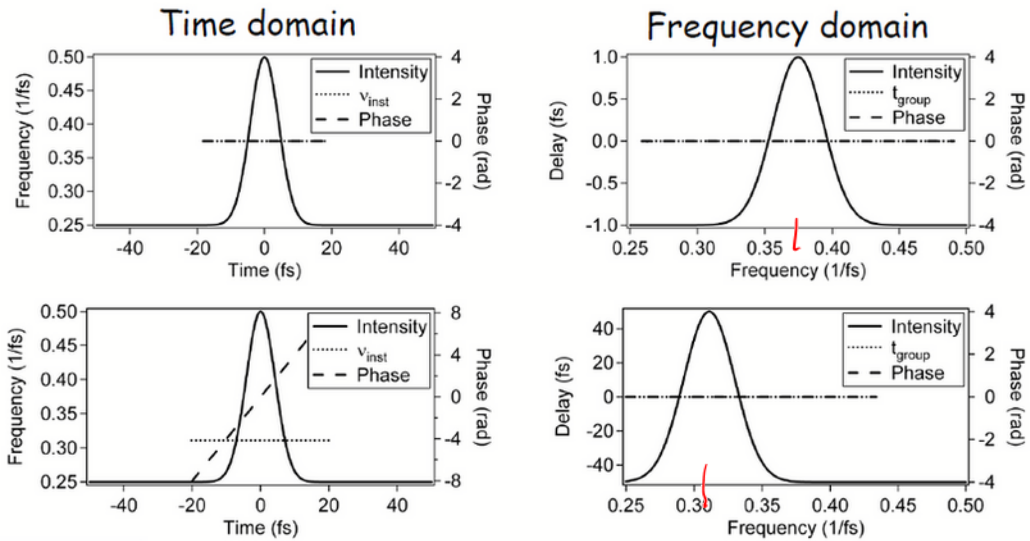
Fall 1: $\frac{d\phi}{dt} = 0 \quad \rightarrow \quad \omega_{inst} = \omega_0$ gilt also für Phase 0ter Ordnung

Fall 2: $\frac{d\phi}{dt} = \phi_1 \neq 0$ d.h. $\phi(t)$ hat die Form $\phi(t) = \phi_1 t$

$\rightarrow \omega_{inst} = \omega_0 - \phi_1$

$\phi_1 = 0\,/\,\text{fs}$

$\phi_1 = -.07\,/\,\text{fs}$



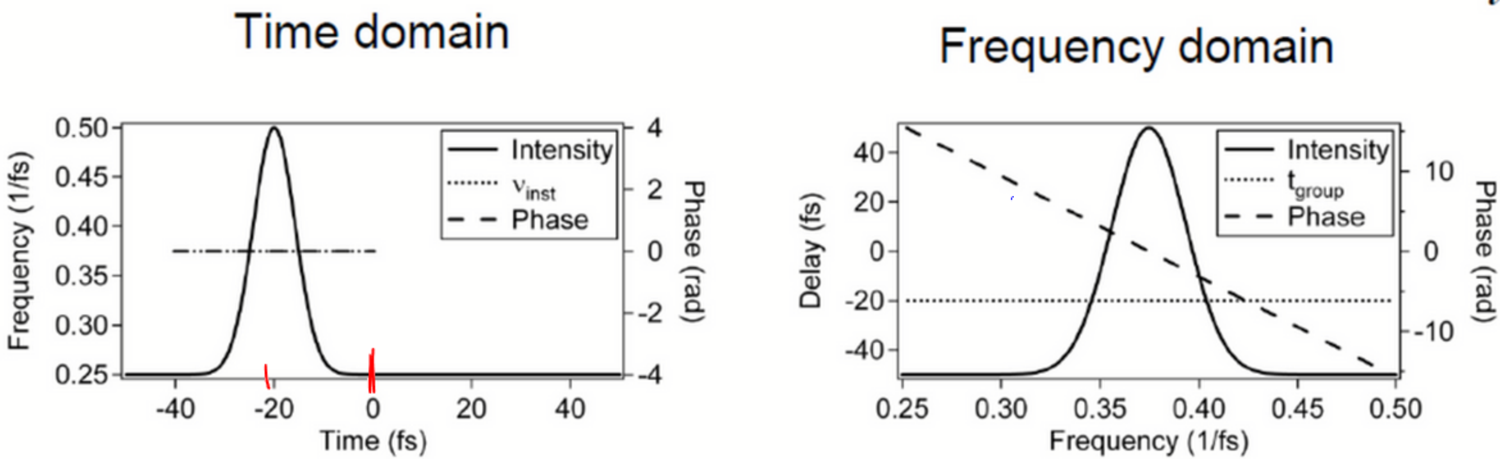
Frequenzbild

$$\boxed{\varphi(\omega) = \frac{d\varphi}{d\omega}(\omega-\omega_0)}$$

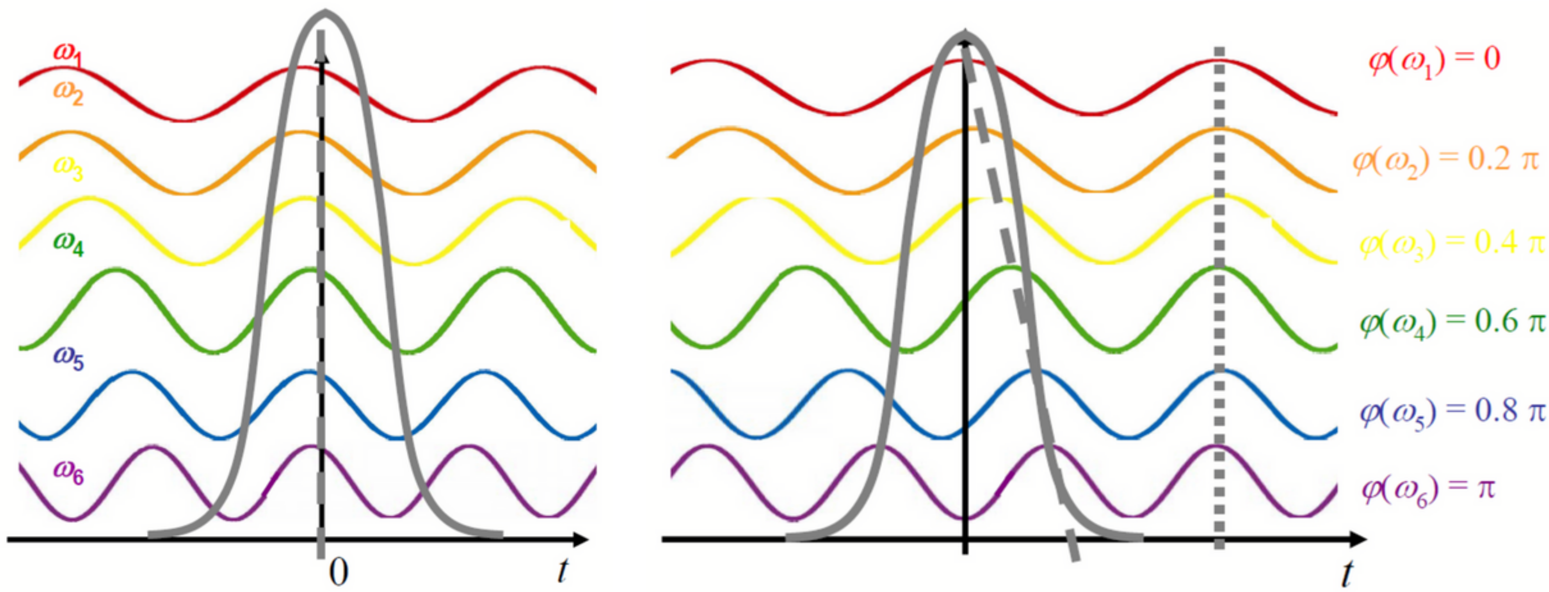
$$\frac{d\varphi}{dt} = \tau_{delay} \quad \text{Gruppenverzögerung}$$

Für eine lineare spektrale Phase $\varphi(\omega) = \varphi_1(\omega-\omega_0) \Rightarrow \tau_{delay} = const$

t



Anschauliche Darstellung der Gruppenverzögerung



4.3.3 Phase 2ter Ordnung: linearer Chirp

$$\boxed{\begin{aligned}\phi(t) &= \frac{1}{2}\frac{d^2\phi}{dt^2}\,t^2 \\ \varphi(\omega) &= \frac{1}{2}\frac{d^2\varphi}{d\omega^2}\,(\omega-\omega_0)^2\end{aligned}}$$

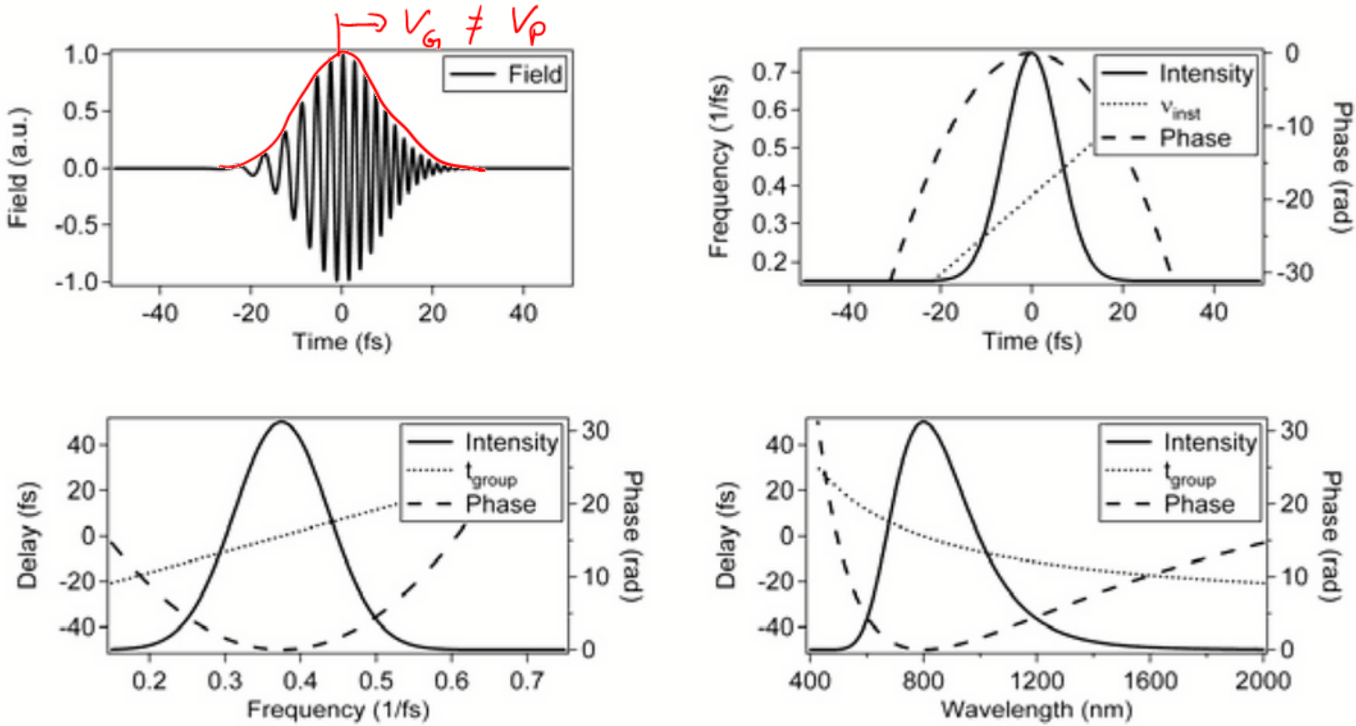
Was bedeutet quadratische Phase $\phi(t) = \phi_2 t^2 = b\,t^2$ für die spektrale Phase?

E-Feld mit quadratischer Phase

$$E(t) = \left[\,E_0 \exp(-at^2)\right] \exp(ibt^2)$$

$$FT \Rightarrow \tilde{E} = \sqrt{S(\omega)} \cdot \exp\left(-i\,\frac{b}{a^2+b^2}\,\omega^2\right)$$

$$\Rightarrow \text{spektrale Phase} \quad \varphi(\omega) = \frac{b}{a^2+b^2}\,\omega^2$$



$\omega_{inst} = \omega_0 - \frac{d\phi}{dt}$ mit $\phi(t) = -bt^2$ folgt $\omega_{inst} = \omega_0 + 2bt$

Ein betragsmäßig gleicher negativer Chirp kompensiert den positiven Chirp

Dieser kann bspweise mittels eines Prismenkompensators erzeugt werden.