Master-Forschungspraktikum
Universität Göttingen – Fakultät für Physik

Ausarbeitung zum Versuch FM.ULP

Spatial and Temporal Distortion of Ultrashort Light Pulses

Name:	Eric Bertok
Email:	eric.bertok@stud.uni-goettingen.de
Datum Versuchsdurchführung:	22. November 2017
Name Betreuer(in):	Dr. Sabine Steil
Kopie der testierten Ausarbeitung gewünscht:	☐ ja ☑ nein
Unterschrift:	

Abgabe

Datum:	Unterschrift Betreuer(in):

Testat

Datum:	Name Prüfer(in):
Punktezahl:	Unterschrift:
Note:	

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung

2 Theorie

2.1 Grundlagen

Zur Beschreibung Ultrakurzer Laserpulse verwendet man einen semiklassischen Ansatz, bei dem die Maxwell-Gleichungen für eine makroskopische Polarisation gelöst wird. Im Folgenden wird das Vektorfeld des elektrischen Feldes $\vec{E}$ durch einen Skalar E genähert [Diels]. Hiermit wird eine für das Experiment relevante Polarisationsrichtung beachtet. Im Allgemeinen sind auch Effekte möglich, bei denen verschiedene Polarisationsrichtungen miteinander koppeln, was eine genauere Betrachtung erfordert. Ausgehend von dem elektrischen Feld $E(t)$ definiert man mithilfe der Fourier Transformation das komplexe Spektrum $\tilde{E}(\omega) = \mathcal{F}[E(t)] = \int_{\mathbb{R}} E(t)e^{-i\omega t}\mathrm{d}t$. Die Rücktransformation ergibt sich zu $E(t) = \mathcal{F}^{-1}[\tilde{E}(\omega)] = \frac{1}{2\pi}\int_{\mathbb{R}} \tilde{E}(\omega)e^{i\omega t}\mathrm{d}\omega$. Dies funktioniert aufgrund der Linearität der Maxwell Gleichungen. Die Lösung kann somit in eine Superposition von ebenen Wellen zerlegt werden. Hier ist ω die Kreisfrequenz der ebenen Welle. Nach konvention wird häufig nur der positive Anteil des Spektrums betrachtet. Er hat aufgrund der Reellwertigkeit von E den vollen Informationsgehalt [Diels]. Bei der Fourier-Rücktransformation integriert man so nur über alle positiven ω [Diels]. Ein Puls wird nun beschrieben durch [Trebino lec]

$$E(t) = \frac{1}{2}\sqrt{I(t)}\exp\left(i\left[\omega_0 t - \Phi(t)\right]\right), \tag{2.1}$$

wobei ω_0 die sog. Trägerfrequenz und $\phi(t)$ eine allgemeine Phase in Abhängigkeit von der Zeit t ist. Die Trägerfrequenz ist der oszillatorische Anteil des Pulses innerhalb der Einhüllenden $\sqrt{I(t)}$ und wird häufig in eine komplexe Einhüllende E_0 integriert. Die Phase $\phi(t)$ beschreibt die Zeitliche Veränderung der Farbe des Pulses. $I(t) = |E(t)|^2$ ist die Intensität des Pulses. Ist I eine stark gepeakte Funktion, so redet man von einem "ultrakurzen Puls". Analog kann man durch $S = |\tilde{E}(\omega)|^2$ die spektrale Intensität einführen. Somit gilt $\tilde{E}(\omega) = \sqrt{S(\omega)}\exp(-i\varphi(\omega))$, wobei $\varphi(\omega)$ die spektrale Phase ist. Diese ist zentrale Größe bei der Beschreibung von gechirpten Pulsen (siehe unten). Die Beschreibung des Spektrums ist auch mithilfe der Wellelänge λ möglich. Die Umrechnung ergibt sich zu [Trebino lec]:

$$S_\lambda(\lambda) = S_\omega\left(\frac{2\pi c}{\lambda^2}\right)\frac{2\pi c}{\lambda^2}. \tag{2.2}$$

2.2 Instantane Frequenz und Chirp

Die instantane Frequenz eines ultrakurzen Pulses ist definiert als [trebino lec]

$$\omega_{\text{inst}} = \omega_0 - \frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t}, \tag{2.3}$$

mit der Phase ϕ und der Trägerfrequenz ω_0. Man kann nun sowohl die Phase, als auch die spektrale Phase taylorentwickeln:

$$\phi(t) = \phi_0 + \underbrace{\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t}|_{t=0}}_{\phi_1} t + \underbrace{\frac{\mathrm{d}^2\phi}{\mathrm{d}t^2}|_{t=0}}_{\phi_2}\frac{t^2}{2} + \cdots, \tag{2.4}$$

$$\varphi(w) = \varphi_0 + \underbrace{\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}\omega}|_{\omega=\omega_0}}_{\varphi_1}(\omega-\omega_0) + \underbrace{\frac{\mathrm{d}^2\varphi}{\mathrm{d}\omega^2}|_{\omega=\omega_0}}_{\varphi_2}\frac{(\omega-\omega_0)^2}{2} + \cdots. \tag{2.5}$$

Hier ist $\varphi_1 = \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}\omega}|_{\omega=\omega_0}$ der sogenannte "group delay"(GD) und $\varphi_2 = \frac{\mathrm{d}^2\varphi}{\mathrm{d}\omega^2}|_{\omega=\omega_0}$ die "group delay dispersion (GDD). Hieraus ist zu sehen: Eine nichtverschwindendes ϕ_1 erzeugt nach Gleichung (2.3) einen konstanten offset in der instantenen Frequenz. Dies resultiert nach dem Fourier shift theorem [CITE] zu einer Verschiebung im Spektrum. Andersherum erzeugt ein nicht verschwindender GD einen offset in der temporalen Intensität. Dies ist zur bestimmung von Pulslängen irrelevant. Ist jedoch φ_2 ungleich Null, so kommt es zur Dispersion: Die Gruppengeschwindigkeit ändert sich für verschiedene Frequenzen unterschiedlich und der Puls veräuft. Einen solchen Puls nennt man (linear) gechirpt. Analoges passiert bei einem nichtverschwindenden ϕ_2. Die instantane Frequenz ändert sich hier linear mit der Zeit.

2.3 Gaußpuls und Bandprodukt

Die am einfachst zu handhabene Pulsform ist die eines Gaußpulses: [DIELS]

$$E(t) = E_0 \exp\left[-2\ln 2\left(\frac{t}{\tau_{\text{FWHM}}}\right)\right]. \tag{2.6}$$

τ_{FWHM} bezeichnet die "full-width half maximum", also die Halbwertsbreite des Pulses, welche eine von vielen Definitionen zur Beschreibung der Puls- oder Spektralbreite ist. Sie ist definiert als die Breite an der Halben Pulshöhe. Im Folgenden wird stets $\tau \equiv \tau_{\text{FWHM}}$ gesetzt. Der Gaußpuls ist neben seiner einfachen Handhabbarkeit auch eine der am häufigsten auftretenden Pulsformen.
Da (Kreis-) Frequenz und Zeit konjugierte Variablen einer Fourier Transformation sind, gilt für sie die Unschärferelation, genannt "Zeit-Bandbreiteprodukt": [Diels]

$$\langle\omega^2\rangle\langle t^2\rangle \geq \frac{M^4}{4}\kappa_c, \tag{2.7}$$

wobei $\langle\Delta\omega^2\rangle$ bzw $\langle\Delta t^2\rangle$ die Pulsbreite bzw die Bandbreite -berechnet durch das zweite Moment [Diels]- bezeichnet. M ist ein Formfaktor, der die Abweichung zum idealen Gaußpuls bezeichnet [CITE]. κ_c ist der Chirpfaktor, welcher angibt, dass bei gechirpten Pulsen das Zeit-Bandbreiteprodukt größer ist, als für ungechirpte Pulse. Einen ungechirpten Puls bezeichnet man demnach auch als "Fourier-limitiert". Fourier-limitierte Pulse sind also für eine konstante Bandbreite stets am kürzesten. Die Umrechnung von den zweiten Momenten zur Halbwertsbreite ist für Gaußpulse einfach über die Varianz einer Gaußverteilung zu berechnen. Es gilt $\tau^2 = 2\sqrt{2\ln 2}\langle t^2\rangle$. Aus Gleichung (2.7) mit $M = 1$ und $\kappa_c = 1$ lässt sich ebenfalls $\langle\omega^2\rangle = \frac{1}{4\langle t^2\rangle}$ durch die Halbwertsbreite ausdrücken.

2.4 Dispersion im Medium

Bewegt sich ein Lichtpuls durch ein Medium, so wird eine Transferfunktion im Frequenzbild zum elektrischen Feld multipliziert [trebino lec]: $\tilde{E}_{\text{out}}(\omega) = \tilde{E}_{\text{in}}(\omega)\exp(-\alpha(\omega)L)\exp(-in(\omega)k_0L)$. Hier beschreibt α die Absorption, welche in diesem Versuch ignoriert wird. $n(\omega)$ ist der Brechungsindex des Materials in Abhängigkeit von der Frequenz, k_0 ist die Wellenzahl bei der Trägerfrequenz und L ist die Länge des Materials. Relevant für die Verbreiterung von Pulslängen ist die Modulation der spektralen Phase. Aufgrund der Form der Transferfunktion wird diese direkt hinzuaddiert [trebino]:

$$\varphi_{\text{out}}(\omega) = \varphi_{\text{in}} + n(\omega)k_0L. \tag{2.8}$$

Eine Taylornäherung des Wellenvektors $k(\omega) = n(\omega)k_0$ ergibt analog zu Gleichung (2.5) die sog. "group velocity dispersion" (GVD): [TREBINO]

$$\text{GVD} = k''(\omega_0) = \frac{1}{2}\frac{\lambda_0^3}{2\pi c_0^2}\frac{\mathrm{d}^2n}{\mathrm{d}\lambda^2}, \tag{2.9}$$

mit der Trägerwellenlänge λ_0 und der Lichtgeschwindigkeit c_0. Es gilt GDD = GVD L. Der wellenlängenabhängige Brechungsindex berechnet sich aus der Sellmeier Gleichung [CITE refr.]:

$$n^2(\lambda) = \frac{B_1\lambda^2}{\lambda^2 - C_1} + \frac{B_2\lambda^2}{\lambda^2 - C_2} + \frac{B_3\lambda^2}{\lambda^2 - C_3}, \tag{2.10}$$

mit materialspezifischen numerischen Konstanten B_i, C_i, die z.B. in [1] aufgelistet sind.

3 Durchführung

4 Auswertung

4.1 Pulse front tilt

5 Diskussion

[2]

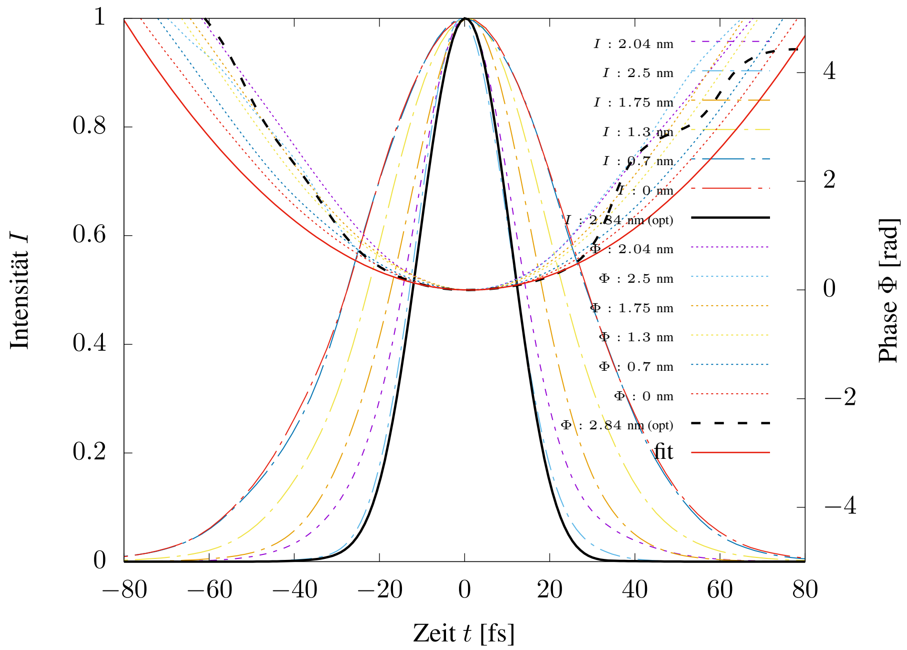

Abb. 1: blah

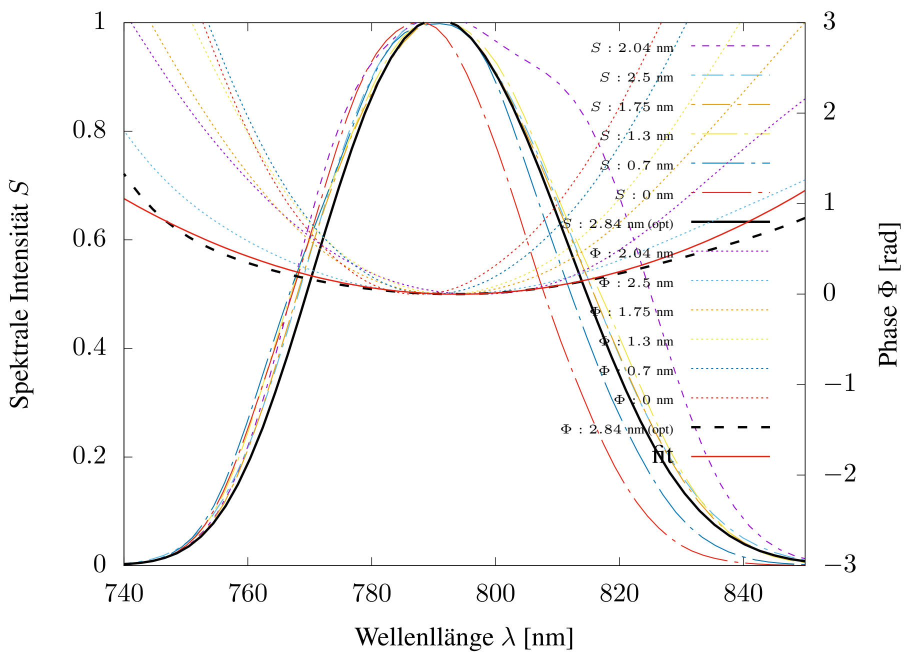

Abb. 2: blah

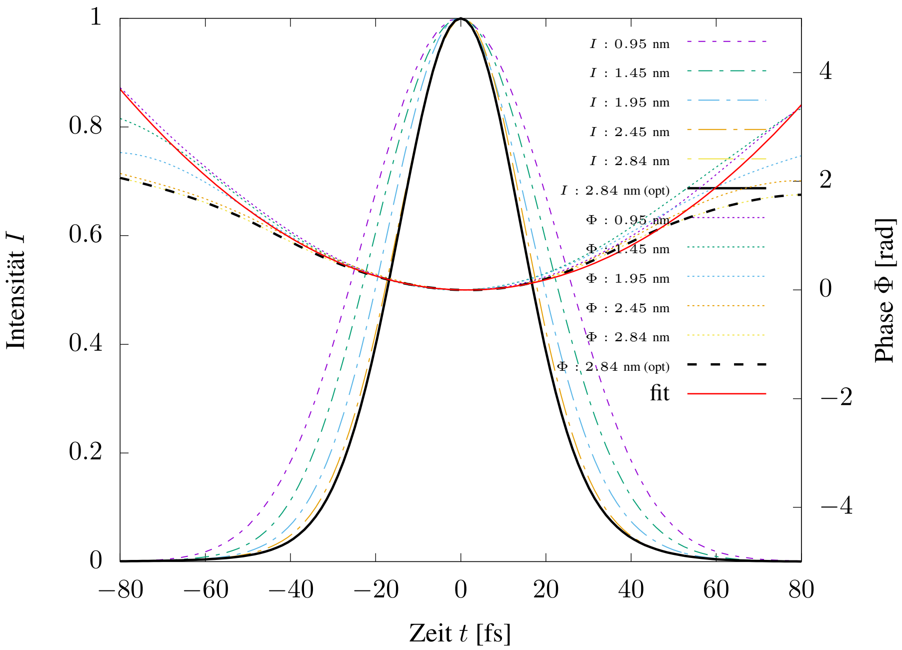

Abb. 3: blah2

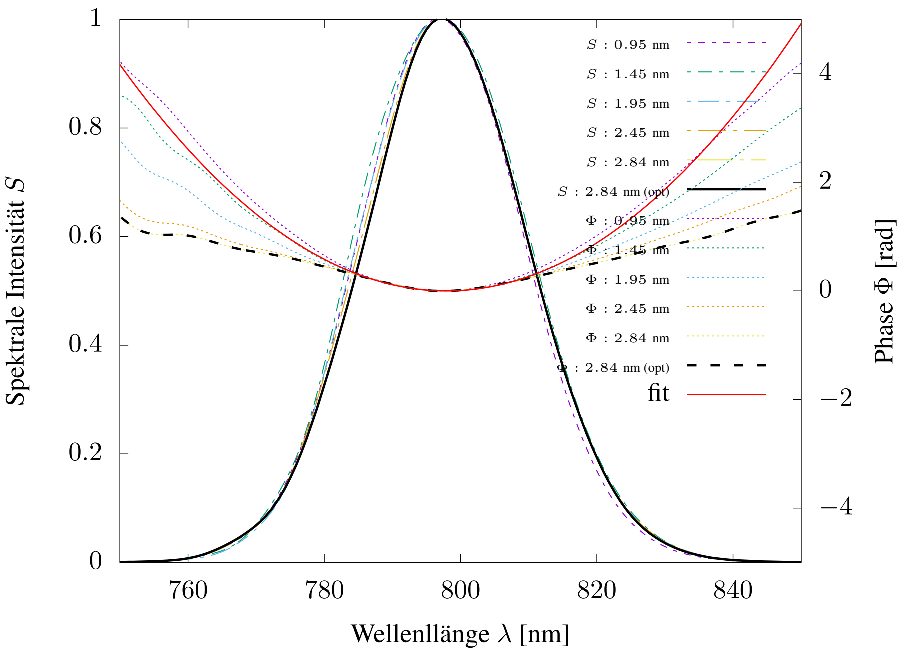

Abb. 4: blah2

Objekt	Spatial Chirp $[10^{-5}\Delta\lambda/\Delta x]$		Pulse front tilt [fs/mm]	
	unkompensiert	kompensiert	unkompensiert	kompensiert
5 mm BK7	-30	-5	-8.52	-8.80
10 mm BK7	-59	2760	-8.6	-9.80
5 mm MgF2	-20	-5	-8.59	-9.01
5 mm BK7 +30°	-28	0.07	-6.59	-7.86
5 mm BK7 .30°	-31	-8	-8.44	-8.69
BK7 Keil (wedge)	-11	11	-15.87	-15.1
longpass	-90	-44	-7.06	-8.08

Literatur

[1] : *refractive index database*. https://refractiveindex.info/

[2] TIDECKS, Reinhard: *Current-induced nonequilibrium phenomena in quasi-one-dimensional superconductors*. Springer, 1990