

Grafy i Sieci. Sprawozdanie 3.

SK11 Kolorowanie grafu za pomocą przeszukiwania z tabu.

Michał Aniserowicz, Jakub Turek

Temat projektu

SK11 Kolorowanie grafu za pomocą przeszukiwania z tabu.

Dokumentacja kodu źródłowego

Kod źródłowy projektu został stworzony w języku Python. Program jest kompatybilny z wersją 2.7.x interpretera. Aplikacja testowana była w Pythonie w wersji 2.7.5, pod kontrolą systemu OS X 10.9 (Mavericks). Do uruchomienia testów jednostkowych wymagane jest zainstalowanie biblioteki Mock¹ w wersji 1.0.1.

Ogólna struktura kodu źródłowego została przedstawiona na poniższym diagramie.

```
/
├── aspiration_criteria
│   └── aspiration_criteria.py
├── evaluation
│   └── cost_evaluator.py
├── graph
│   ├── graph_cloner.py
│   ├── node.py
│   └── node_iterator.py
├── input
│   ├── dimacs_input_reader.py
│   ├── input_reader.py
│   └── input_reader_factory.py
├── memory
│   └── memory.py
├── permutation
│   ├── color_permutator.py
│   └── fast_color_permutator.py
├── progress
│   └── progress_writer.py
├── search
│   └── search_performer.py
├── stop_criteria
│   └── stop_criteria.py
├── test
│   └── ...
├── validation
│   ├── coloring_validator.py
│   └── connection_validator.py
└── main.py
```

¹Biblioteka została wcielona do specyfikacji języka począwszy od wersji 3.3.

Reprezentacja grafu

Graf reprezentowany jest z wykorzystaniem klasy `Node` reprezentującej wierzchołek. Ponieważ, z założenia, aplikacja operuje wyłącznie na grafach spójnych nie ma znaczenia, od którego wierzchołka rozpoczynamy analizę struktury.

```
class Node:
    Id = 0

    def __init__(self, color=None,
                  node_id=None, previous_color=None):

        self.edges = []
        self.color = color

        if node_id is not None:
            self.node_id = node_id
        else:
            self.node_id = Node.Id
            Node.Id += 1

        self.previous_color = self.color

        if previous_color is not None:
            self.previous_color = previous_color

    def add_edges(self, nodes):
        for node in nodes:
            if node not in self.edges:
                self.edges.append(node)

            if self not in node.edges:
                node.edges.append(self)

    def iterator(self):
        return NodeIterator(self)

    def get_node_of_id(self, node_id):
        for node in self.iterator():
            if node.node_id == node_id:
                return node

    def node_count(self):
        return sum(1 for _ in self.iterator())

    def get_colors_count(self):
        colors = set()

        for node in self.iterator():
            colors.add(node.color)

        return len(colors)
```

Metoda `init` służy do konstrukcji węzła. Węzeł posiada następujące składowe:

- `edges` lista wierzchołków połączonych z danym węzłem,
- `color` kolor wierzchołka,
- `node_id` identyfikator wierzchołka,
- `previous_color` poprzedni kolor wierzchołka używany do wyznaczania permutacji.

Identyfikator, jak również kolor wierzchołka, mogą być dowolnego typu (liczba, ciąg znaków...). Identyfikatory mogą, ale nie muszą być nadawane automatycznie - są wtedy typu liczbowego. Kolejne identyfikatory pobierane są ze zmiennej „statycznej” `Id`.

Metoda `add_edges` pozwala na łączenie wierzchołka z innymi wierzchołkami. Implementacja została przygotowana dla grafów nieskierowanych, a więc podczas dodawania krawędzi tworzone jest od razu wiązanie dwustronne.

Do poruszania się po grafie wykorzystywany jest iterator, który korzysta z algorytmu DFS.

Metoda `get_node_of_id` pozwala na dojście do dowolnego wierzchołka po identyfikatorze.

Metoda `node_count` zlicza liczbę wierzchołków w grafie.

Metoda `get_colors_count` zwraca liczbę kolorów, którymi w chwili obecnej pokolorowany jest graf.

Klasa `NodeIterator` dostarcza interfejs iteratora dla wierzchołka grafu. Udostępnia ona metodę `next`, która dla danego wierzchołka zwraca kolejny w porządku przeszukiwania w głąb. Przeszukiwanie w głąb

oznacza, że w pierwszej kolejności przechodzimy do pierwszego dziecka danego wierzchołka, a dopiero po powrocie algorytmu do tego samego wierzchołka przeglądamy jego kolejne dziecko. Wykorzystanie wzorca iteratora pozwala na przeglądanie grafu w wygodny sposób - używając do tego pętli `for`.

Oprócz narzędzia do przeglądania grafu zaimplementowana została też metoda do kopiowania całego grafu. Jest ona zawarta w metodzie `clone` klasy `GraphCloner`. Klonowanie grafu jest przydatne podczas wyznaczania możliwych permutacji kolorów. Wystarczy powielić cały graf i zmienić barwę analizowanego wierzchołka.

Funkcja kosztu

```
class CostEvaluator:
    def evaluate(root_node, color_set):
        c, e = self.evaluate_score_for_colors(
            root_node)
        return self.evaluate_cost(color_set, c, e)

    def evaluate_score_for_colors(root_node):
        inspected_edges, c, e = [], {}, {}

        for node in root_node.iterator():
            if node.color not in c:
                c[node.color] = 0

            c[node.color] += 1

            for child_node in node.edges:
                if {node, child_node} not in
                    inspected_edges and
                    color == child_node.color:
                    if node.color not in e:
                        e[node.color] = 0

                    e[node.color] += 1

                inspected_edges.append(
                    {node, child_node})

        return c, e

    def evaluate_cost(color_set, c, e):
        cost = 0

        for color in color_set:
            c_i, e_i = 0, 0

            if color in c:
                c_i = c[color]
            if color in e:
                e_i = e[color]

            cost += -1 * c_i ** 2 + 2 * c_i * e_i

        return cost
```

Metoda `evaluate` oblicza wartość funkcji kosztu dla danego grafu. Algorytm wykonywany jest w dwóch krokach.

W pierwszym kroku obliczane są wartości C_i oraz E_i dla każdego koloru. Metoda `evaluate_score_for_colors` wykonuje niezbędne obliczenia. Istotne jest, że wszystkie wartości wyznaczone są w czasie pojedynczego przejścia przez graf, dzięki czemu metoda jest wydajna.

Następnie zliczane są wyniki dla wszystkich kolorów znajdujących się w zbiorze. Funkcja `evaluate_cost` oblicza wartość na podstawie wzoru $f(G) = -\sum_{i=1}^k C_i^2 + \sum_{i=1}^k 2C_i E_i$, gdzie C_i oznacza liczbę wierzchołków o kolorze i , natomiast E_i oznacza liczbę krawędzi, która łączy dwa wierzchołki o kolorze i .

Ponadto klasa `CostEvaluator` posiada metodę `evaluate_score_for_permutation`. Pozwala ona na szybkie obliczanie funkcji celu dla permutacji pokolorowania grafu. Metoda przyjmuje parametry:

- `node` wierzchołek, którego kolorowanie ulegnie zmianie w trakcie permutacji.
- `target_color` docelowy kolor dla wierzchołka (po permutacji).
- `base_c` słownik wartości C_i przed wykonaniem permutacji.
- `base_e` słownik wartości E_i przed wykonaniem permutacji.
- `color_set` zbiór wszystkich kolorów.

Korzystając z powyższych parametrów metoda wyznacza funkcję kosztu dokonując pojedynczego przejścia po wierzchołku oraz wszystkich jego sąsiadach, a nie po całym grafie. Pozwala to znacząco zredukować czas szacowania funkcji kosztu dla permutacji.