Grafy i Sieci. Sprawozdanie 3.

SK11 Kolorowanie grafu za pomocą przeszukiwania z tabu.

Michał Aniserowicz, Jakub Turek

Temat projektu

SK11 Kolorowanie grafu za pomocą przeszukiwania z tabu.

Uruchamianie programu

Program uruchamiany jest z linii poleceń. Wywoływany jest za pomocą komendy python main.py <parametry> (należy uprzednio przejść do folderu z projektem). Podane <parametry> muszą być zgodne z opcjami aplikacji:

```
main.py [-h] [-o output_file] [-v] -i maximum_iterations
-s maximum_iterations_without_score_change -m memory_size [--dimacs-compat]
input_file [input_file ...]
```

Opis parametrów:

- -h wyświetla pomoc do aplikacji (jest to treść zamieszczona powyżej).
- -o pozwala na przekierowanie wyjścia do pliku. Standardowo wszystkie komunikaty programu wypisywane są na konsoli. Podanie flagi -o output.txt spowoduje przekierowanie wyjścia programu do pliku output.txt.
- -v jest opcjonalnym argumentem, który uruchamia tryb "rozmowny"¹. W tym trybie prezentowane są informacje o poszczególnych iteracjach algorytmu (wraz z wynikami iteracji, czasem wykonania i zawartością pamięci "tabu"). W trybie standardowym aplikacja przedstawia jedynie wynik działania programu.
- -i wymagany argument, który specyfikuje wielkość jednego z kryteriów stopu: maksymalną liczbę iteracji.
- -s wymagany argument, który specyfikuje wielkość jednego z kryteriów stopu: maksymalną liczbę iteracji bez zmiany wyniku.
- -m wymagany argument, który specyfikuje rozmiar pamięci "tabu".
- --dimacs-compat opcjonalna flaga, która pozwala na czytanie danych z plików w formacie DI-MACS². Standardowo program obsługuje wejście we właściwym dla siebie formacie.
- input_file specyfikuje nazwę pliku wejściowego, który zawiera definicję grafu, na którym przeprowadzone zostaną obliczenia. Plików wejściowych może być wiele, natomiast wymagany jest przynajmniej jeden.

Przykładowe wywołanie programu:

```
python main.py -v -o queen6_6_mem01.txt --dimacs-compat -i 200 -s 50 -m 5 queen6_6.txt
```

Powyższe wywołanie programu uruchamia aplikację w trybie "rozmownym", przekierowuje wyjście programu do pliku queen6_6_mem01.txt, pobiera dane z pliku queen6_6.txt w formacie DIMACS i uruchamia aplikację dla maksymalnie dwustu iteracji, pięćdziesięciu iteracji bez zmiany wyniku oraz rozmiarem pamięci "tabu" równym pięć.

¹ang. verbose.

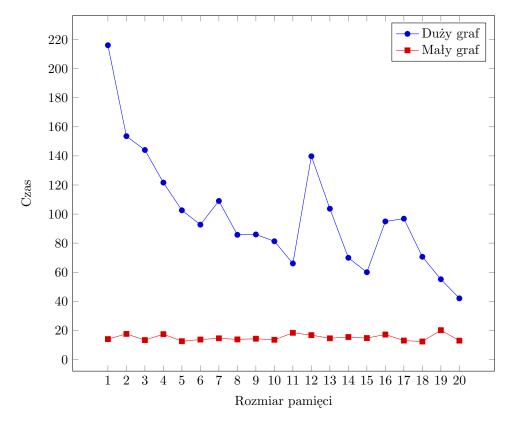
²http://mat.gsia.cmu.edu/COLOR/general/ccformat.ps.

Poszukiwanie optymalnego rozmiaru "tabu"

Przy poszukiwaniu optymalnego rozmiaru tabu zostały przeprowadzone dwa badania:

- 1. Badanie czasu obliczeń. Dla dwóch grafów, dla których znane jest optymalne kolorowanie, przeprowadzono pomiar czasu wyznaczania poprawnego kolorowania dla identycznych kryteriów stopu. Kryteria stopu były dobrane w taki sposób, aby wygaszanie algorytmu było powodowane przez osiągnięcie maksymalnej liczby iteracji bez zmiany rezultatu. Pod uwagę brane były wyłącznie próby, które kończyły się poprawnym obliczeniem rozwiązania.
- 2. Badanie poprawności obliczeń. Dla grafu, dla którego znane jest optymalne kolorowanie, przeprowadzono pomiar prawdopodobieństwa poprawnego obliczenia rezultatu dla identycznych kryteriów stopu.

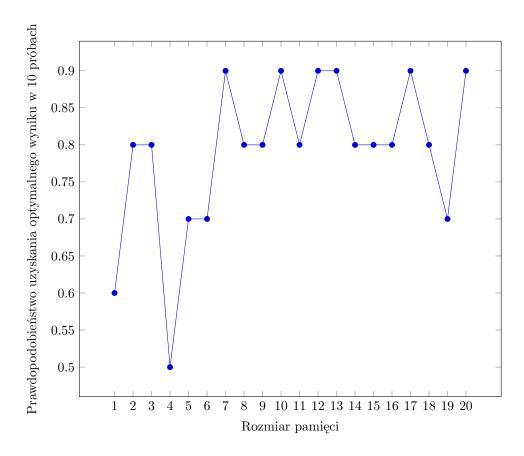
W obu przypadkach początkowe pokolorowanie grafu dobierane było w sposób losowy. Wyniki ilustrują poniższe wykresy:



Rysunek 1: Czas wykonania algorytmu w zależności od rozmiaru pamięci.

Analizując rysunki 1 oraz 2 możemy wyciągnąć następujące wnioski:

- Dla dużego grafu i małych rozmiarów pamięci "tabu" czas wykonywania algorytmu jest znacznie dłuższy niż dla większych rozmiarów.
- Dla dużego grafu czas wykonywania algorytmu drastycznie maleje dla rozmiarów "tabu" z przedziału [1; 6]. Dla większych rozmiarów pamięci krzywa czasu wykonania programu nie jest monotoniczna. Dla tych rozmiarów pamięci istotniejszy jest czynnik związany z początkowym pokolorowaniem grafu.
- Analiza czasu wykonania algorytmu dla małego grafu nie daje nam żadnych dodatkowych informacji. Dla testowanego grafu czasy wykonywania programu były zbliżone dla każdej wielkości pamięci "tabu".



Rysunek 2: Optymalność wyniku w zależności od rozmiaru pamięci.

 Analiza prawdopodobieństwa uzyskania optymalnego wyniku pozwala stwierdzić, że optymalnym rozmiarem pamięci "tabu" jest 7. Powyżej tego progu średnie prawdopodobieństwo uzyskania optymalnego wyniku wynosi 83,57%. Poniżej tego progu średnie prawdopodobieństwo uzyskania optymalnego wyniku wynosi 68,33%.

Badanie wydajności algorytmu

Wydajność algorytmu została zmierzona dla optymalnego rozmiaru pamięci "tabu" wyznaczonego we wcześniejszej części raportu (7). Testy zostały przeprowadzone na grafach, dla których znane jest optymalne pokolorowanie. Pozostałe parametry algorytmu zostały dobrane tak, aby odnaleźć optymalne pokolorowanie.

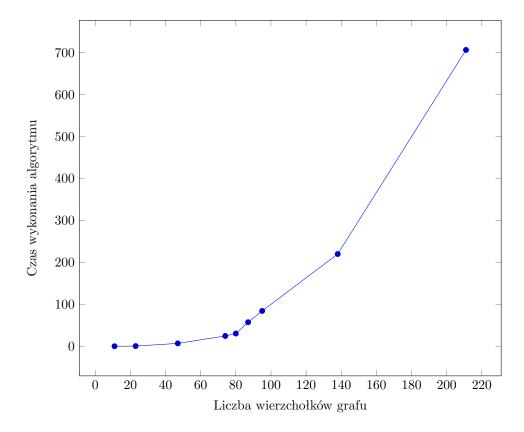
Zgodnie z przewidywaniami w raporcie drugim, z wykresu 3 wynika, że algorytm ma złożoność czasową wykładnicza.

Zwiększenie wydajności aplikacji byłoby możliwe poprzez zmianę algorytmu poruszania się po grafie. Wykorzystany w projekcie DFS można zastąpić zwykłą iteracją po liście, która będzie uporządkowana np. według rosnących identyfikatorów wierzchołków.

Poprawność algorytmu

Program został stworzony przy użyciu techniki TDD^3 , co zapewnia poprawność implementacji algorytmu. Kod odpowiedzialny za algorytm jest pokryty testami jednostkowymi niemalże w 100%.

³Test-Driven Development. Technika programowania, w której programista najpierw tworzy automatyczne testy jednostkowe do danej funkcjonalności, a następnie implementuje właściwą funkcjonalność.



Rysunek 3: Czas wykonania algorytmu w zależności od liczby wierzchołków grafu.

Poza testami jednostkowymi aplikacja była testowana dla grafów o określonym optymalnym pokolorowaniu, zaczerpniętych ze strony http://mat.gsia.cmu.edu/COLOR/instances.html. Algorytm przeszedł testy dla następujących zbiorów danych:

- zeroin.i.1.col, zeroin.i.2.col, zeroin.i.3.col,
- anna.col, david.col, huck.col, jean.col,
- games120.col,
- queen5_5.col,
- myciel3.col, myciel4.col, myciel5.col, myciel6.col, myciel7.col.

Dla każdego z grafów z powyższych zbiorów danych udało się znaleźć takie wartości kryteriów stopu, żeby dla optymalnej wielkości pamięci "tabu" aplikacja odnalazła prawidłowe pokolorowanie, które jest optymalne (optymalność stwierdzana była na podstawie danych znajdujących się w przytoczonym zbiorze danych).

Wnioski

Algorytm przeszukiwania przestrzeni z "tabu" jest wydajnym algorytmem poszukiwania jak najbardziej optymalnego pokolorowania grafu. Dzięki zastosowaniu pamięci krótkoterminowej algorytm dobrze radzi sobie z opuszczaniem lokalnych minimów dla zdefiniowanej funkcji celu. Pamięć "tabu" pozwala również ograniczyć czas niezbędny do przeprowadzenia obliczeń. Iteracyjna natura algorytmu sprawia, że jest on dobrze skalowalny - pozwala na wyznaczenie suboptymalnego rozwiązania w krótkim czasie.

Problemem algorytmu kolorowania grafu z "tabu" jest zdefiniowanie i wyznaczanie wartości konfiguracyjnych kryteriów stopu. Nie da się wyznaczyć uniwersalnej miary, która będzie właściwa dla wszystkich typów i rozmiarów grafów. W trakcie badań przeprowadzanych na potrzeby projektu wielokrotnie

zdarzały się sytuacje, gdy zadane kryteria stopu powodowały zbyt szybkie zakończenie algorytmu. Konsekwencją tego była konieczność ponownego wykonywania obliczeń. Z tego powodu algorytm nie może być stosowany do wyznaczania optymalnego pokolorowania, jeżeli nie znamy z góry liczby barw, które składają się na to kolorowanie. Pozwala on natomiast łatwo wyznaczyć kolorowanie grafu n kolorami, jeżeli takie pokolorowanie istnieje.

Ze względu na brak jasno określonych kryteriów stopu i ich wielkości algorytm wyznaczania kolorowania grafu z "tabu" mógłby znaleźć zastosowanie w systemie typu supervised. Decyzję o zakończeniu algorytmu podejmowałby nadzorca systemu na podstawie jakości wyniku uzyskanego na wyjściu i-tej iteracji.

W ramach badań przeprowadzonych w trakcie projektu udało się wyznaczyć uniwersalny rozmiar pamięci "tabu", który może być wykorzystywany dla różnych rozmiarów i typów grafów.

Przeprowadzone badania dowodzą, że szybkość i skuteczność działania algorytmu jest ściśle związana ze wstępnym pokolorowaniem grafu. Wstępne kolorowanie ma znaczący wpływ na liczbę iteracji algorytmu potrzebnych do wyznaczenia pokolorowania optymalnego, co rzutuje na konfigurację kryteriów stopu, które używane są do konkretnego typu grafu.

Dokumentacja kodu źródłowego

Kod źródłowy projektu został stworzony w języku Python. Program jest kompatybilny z wersją 2.7.x interpretera. Aplikacja testowana była w Pythonie w wersji 2.7.5, pod kontrolą systemu OS X 10.9 (Mavericks). Do uruchomienia testów jednostkowych wymagane jest zainstalowanie biblioteki Mock⁴ w wersji 1.0.1.

Ogólna struktura kodu źródłowego została przedstawiona na poniższym diagramie.

```
aspiration_criteria
__aspiration_criteria.py
evaluation
 oxedsymbol{oxedsymbol{oxedsymbol{oxedsymbol{oxedsymbol{oxedsymbol{oxedsymbol{oxedsymbol{oxedsymbol{oxedsymbol{oxedsymbol{oxedsymbol{oxedsymbol{oxedsymbol{oxedsymbol{oxedsymbol{oxedsymbol{oxedsymbol{oxedsymbol{oxedsymbol{oxedsymbol{oxedsymbol{oxedsymbol{oxedsymbol{oxedsymbol{oxedsymbol{oxedsymbol{oxedsymbol{oxedsymbol{oxedsymbol{oxedsymbol{oxedsymbol{oxedsymbol{oxedsymbol{oxedsymbol{oxedsymbol{ox{oxedsymbol{oxedsymbol{ox{oxedsymbol{ox{oxedsymbol{ox{oxed}}}}}}} 
graph
     graph_cloner.py
    node.py
    \_ node\_iterator.py
input
     dimacs_input_reader.py
     input_reader.py
    _input_reader_factory.py
memory
memory.py
permutation
    _color_permutator.py
__fast_color_permutator.py
progress
__progress_writer.py
search
search_performer.py
stop_criteria
__stop_criteria.py
test
validation
    _coloring_validator.py
     connection_validator.py
main.py
```

 $^{^4\}mathrm{Biblioteka}$ została wcielona do specyfikacji języka począwszy od wersji 3.3.

Reprezentacja grafu

Graf reprezentowany jest z wykorzystaniem klasy Node reprezentującej wierzchołek. Ponieważ, z założenia, aplikacja operuje wyłącznie na grafach spójnych nie ma znaczenia, od którego wierzchołka rozpoczynamy analizę struktury.

```
class Node:
  0 = bT
 def __init__(self, color=None,
   node_id=None, previous_color=None):
    self.edges = []
    self.color = color
    if node_id is not None:
      self.node_id = node_id
      self.node_id = Node.Id
      Node.Id += 1
    self.previous_color = self.color
    if previous_color is not None:
      self.previous_color = previous_color
 def add_edges(self, nodes):
    for node in nodes:
      if node not in self.edges:
        self.edges.append(node)
      if self not in node.edges:
        node.edges.append(self)
 def iterator(self):
   return NodeIterator(self)
 def get_node_of_id(self, node_id):
    for node in self.iterator():
      if node.node_id == node_id:
        return node
 def node_count(self):
   return sum(1 for _ in self.iterator())
 def get_colors_count(self):
    colors = set()
   for node in self.iterator():
      colors.add(node.color)
   return len(colors)
```

Metoda init służy do konstrukcji węzła. Węzeł posiada następujące składowe:

- edges lista wierzchołków połączonych z danym węzłem,
- color kolor wierzchołka,
- node_id identyfikator wierzchołka,
- previous_color poprzedni kolor wierzchołka używany do wyznaczania permutacji.

Identyfikator, jak również kolor wierzchołka, mogą być dowolnego typu (liczba, ciąg znaków...). Identyfikatory mogą, ale nie muszą być nadawane automatycznie - są wtedy typu liczbowego. Kolejne identyfikatory pobierane są ze zmiennej "statycznej" Id.

Metoda add_edges pozwala na łączenie wierzchołka z innymi wierzchołkami. Implementacja została przygotowana dla grafów nieskierowanych, a więc podczas dodawania krawędzi tworzone jest od razu wiązanie dwustronne.

Do poruszania się po grafie wykorzystywany jest iterator, który korzysta z algorytmu DFS.

Metoda get_node_of_id pozwala na dojście do dowolnego wierzchołka po identyfikatorze.

Metoda node_count zlicza liczbę wierzchołków w grafie.

Metoda get_colors_count zwraca liczbę kolorów, którymi w chwili obecnej pokolorowany jest graf.

Klasa Node I terator dostarcza interfejs iteratora dla wierzchołka grafu. Udostępnia ona metodę next, która dla danego wierzchołka zwraca kolejny w porządku przeszukiwania w głąb. Przeszukiwanie w głąb

oznacza, że w pierwszej kolejności przechodzimy do pierwszego dziecka danego wierzchołka, a dopiero po powrocie algorytmu do tego samego wierzchołka przeglądamy jego kolejne dziecko. Wykorzystanie wzorca iteratora pozwala na przeglądanie grafu w wygodny sposób - używając do tego pętli for.

Oprócz narzędzia do przeglądania grafu zaimplementowana została też metoda do kopiowania całego grafu. Jest ona zawarta w metodzie clone klasy GraphCloner. Klonowanie grafu jest przydatne podczas wyznaczania możliwych permutacji kolorów. Wystarczy powielić cały graf i zmienić barwę analizowanego wierzchołka.

Funkcja kosztu

```
class CostEvaluator:
 def evaluate(root_node, color_set):
    c, e = self.evaluate_score_for_colors(
      root_node)
    return self.evaluate_cost(color_set, c, e)
  def evaluate_score_for_colors(root_node):
    inspected_edges, c, e = [], {}, {}
    for node in root_node.iterator():
      if node.color not in c:
        c[node.color] = 0
      c[node.color] += 1
      for child_node in node.edges:
        if {node, child_node} not in
            inspected_edges and
            color == child_node.color:
          if node.color not in e:
            e[node.color] = 0
          e[node.color] += 1
          inspected_edges.append(
            {node, child_node})
   return c, e
 def evaluate_cost(color_set, c, e):
    cost = 0
   for color in color_set:
      c_i, e_i = 0, 0
      if color in c:
        c_i = c[color]
      if color in e:
        e_i = e[color]
      cost += -1 * c_i ** 2 + 2 * c_i * e_i
    return cost
```

Metoda evaluate oblicza wartość funkcji kosztu dla danego grafu. Algorytm wykonywany jest w dwóch krokach.

W pierwszym kroku obliczane są wartości C_i oraz E_i dla każdego koloru. Metoda evaluate_score_for_colors wykonuje niezbędne obliczenia. Istotne jest, że wszystkie wartości wyznaczane są w czasie pojedynczego przejścia przez graf, dzięki czemu metoda jest wydajna.

Następnie zliczane są wyniki dla wszystkich kolorów znajdujących się w zbiorze. Funkcja evaluate_cost oblicza wartość na podstawie wzoru $f(G) = -\sum_{i=1}^k C_i^2 + \sum_{i=1}^k 2C_iE_i$, gdzie C_i oznacza liczbę wierzchołków o kolorze i, natomiast E_i oznacza liczbę krawędzi, która łączy dwa wierzchołki o kolorze i.

Ponadto klasa CostEvaluator posiada metodę evaluate_score_for_permutation. Pozwala ona na szybkie obliczanie funkcji celu dla permutacji pokolorowania grafu. Metoda przyjmuje parametry:

- node wierzchołek, którego kolorowanie ulegnie zmianie w trakcie permutacji.
- target_color docelowy kolor dla wierzchołka (po permutacji).
- base_c słownik wartości C_i przed wykonaniem permutacji.
- base_e słownik wartości E_i przed wykonaniem permutacji.
- color_set zbiór wszystkich kolorów.

Korzystając z powyższych parametrów metoda wyznacza funkcję kosztu dokonując pojedynczego przejścia po wierzchołku oraz wszystkich jego sąsiadach, a nie po całym grafie. Pozwala to znacząco zredukować czas szacowania funkcji kosztu dla permutacji.

Pamięć

```
Klasa Memory realizuje pamięć poprzez prze-
class Memory:
  def __init__(self, short_term_memory_size):
                                                     chowywanie par (id_{wierzchoka}, kolor) w liście
                                                     memory. Pamięć krótkoterminowa i długoter-
    self.memory = []
    self.short_term_memory_size =
                                                     minowa jest realizowana z wykorzystaniem
                                                     jednej pamięci fizycznej.
      short_term_memory_size
  def add_to_memory(self, node, color):
                                                     Dodanie wpisu do pamięci polega na dopisa-
    self.memory.append((node.node_id, color))
                                                     niu pary (id_{wierzchoka}, kolor) na końcu pamięci.
  def clear_memory(self):
                                                     Metoda clear_memory czyści zawartość pa-
    self.memory = []
                                                     mięci.
                                                     Pamięć krótkoterminowa to n ostatnich wpisów
  def get_short_term_memory(self):
                                                     listy, gdzie n to rozmiar tabu i jest definiowany
    return self.memory[
      -self.short_term_memory_size:]
                                                     zmienną short_term_memory_size.
  def get_long_term_memory(self):
                                                     Pamieć długoterminowa to cała zawartość
    return self.memory
                                                     pamięci.
  def is_in_short_term_memory(self, node, color): Metoda is_in_short_term_memory sprawdza,
    return (node.node_id, color) in
                                                     czy dana kombinacja znajduje się w pamięci
      self.get_short_term_memory()
                                                     krótkoterminowej.
  def is_in_long_term_memory(self, node, color): Metoda
                                                               is_in_long_term_memory
                                                                                         oferu-
    return (node.node_id, color) in
                                                     je analogiczną funkcjonalność dla pamięci
      self.get_long_term_memory()
                                                     długoterminowej.
```

Kryteria stopu

Zgodnie z założeniami przedstawionymi w poprzednich raportach zaimplementowane zostały dwa kryteria stopu:

- maksymalna liczba iteracji,
- maksymalna liczba iteracji bez zmiany najlepszego wyniku.

```
class StopCriteria:
  def __init__(self, max_iters,
      max_iters_without_change):
    self.max_iters = max_iters
    self.max_iters_without_change =
      max_iters_without_change
    self.current_iters = 0
    self.current_iters_without_change = 0
    self.previous_score = None
 def reset(self):
    self.current_iters = 0
    self.current_iters_without_change = 0
    self.previous_score = None
 def next_iteration(self, score):
    self.current_iters += 1
    if self.previous_score is None or
        self.previous_score != score:
      self.previous_score = score
      self.current_iters_without_change = 1
    else:
      self.current_iters_without_change += 1
 def should_stop(self):
   return self.current_iters >= self.max_iters
      or self.current_iters_without_change >=
        self.max_iters_without_change
```

Klasa StopCriteria realizuje kryteria stopu. Zlicza ona liczbę iteracji algorytmu oraz liczbę iteracji bez zmiany wyniku i porównuje je z wartościami konfiguracyjnymi ze zmiennych max_iters oraz max_iters_without_change.

Metoda next_iteration jest wywoływana przy każdej iteracji przeszukiwania z tabu. Parametrem tej metody jest najlepsza znaleziona wartość funkcji celu. Funkcja sprawdza czy oszacowanie uległo zmianie.

Metoda should_stop orzeka czy wykonywanie algorytmu powinno zakończyć się na podstawie kryteriów stopu.

Kryteria aspiracji

Kryteria aspiracji orzekają, kiedy wolno pominąć restrykcje "tabu". Zaimplementowane zostało proste kryterium aspiracji, które pomija restrykcje "tabu" wtedy i tylko wtedy, gdy dana permutacja posiada lepsze oszacowanie funkcji celu niż najlepsze dotychczas odnalezione.

```
class AspirationCriteria:
    def __init__(self, banned_trans, best_score):
        self.banned_trans = banned_trans
        self.best_score = best_score

def is_allowed(self, node, color, cost):
    if (node.node_id, color) not in
        self.banned_trans:
        return True

return self.best_score is not None and
        cost < self.best_score</pre>
```

Klasa AspirationCriteria orzeka czy należy wziąć pod uwagę restrykcje "tabu". Przechowuje listę zabronionych przejść banned_trans oraz najlepszy znaleziony wynik funkcji celu best_score.

Metoda is_allowed stwierdza czy wolno dokonać dane przejście w permutacji. Jeżeli przejście nie jest objęte restrykcją "tabu" to zawsze można dokonać tego przejścia. W przeciwnym wypadku można go dokonać tylko wtedy, gdy oszacowanie funkcji celu dla permutacji jest lepsze niż najlepsze znalezione dotychczas oszacowanie.

Weryfikacja pokolorowania

```
class ColoringValidator:
 def is_coloring_valid(root_node):
   for node in root_node.iterator():
      for child_node in node.edges:
        if node.color == child_node.color:
          return False
```

return True

Metoda is_coloring_valid klasv ColoringValidator sprawdza czy w grafie nie istnieje krawędź łącząca dwa wierzchołki identycznego koloru.

Wyznaczanie permutacji pokolorowań

Wyznacznie permutacji pokolorowań to część algorytmu, która wymagała największej optymalizacji. W przypadku podejścia naiwnego, które polegało na wyznaczeniu wszystkich możliwych sasiedztw, a następnie oszacowania dla nich wartości funkcji celu, pojedyncze iteracje przeszukiwania z "tabu" (nawet dla stosunkowo małego grafu) trwały około 20 sekund.

Optymalizacja polegała na spostrzeżeniu, że do poprawnego działania algorytmu nie jest potrzebna pełna informacja o całym możliwym sąsiedztwie. W kolejnym kroku algorytmu odcinane były bowiem wszystkie permutacje, które w danej iteracji nie uzyskały maksymalnej wartości funkcji celu. Optymalizacja została dokonana poprzez złączenie ze sobą dwóch kroków algorytmu:

- Dla każdej badanej permutacji od razu dokonywane jest obliczanie wartości funkcji celu. Można zrobić to w bardzo wydajny sposób. Przed dokonaniem permutacji należy jednokrotnie obliczyć wartość funkcji celu dla całego grafu i zachować czastkowe wartości C_i oraz E_i dla wszystkich kolorów. Następnie, po wykonaniu permutacji koloru jednego wierzchołka, należy przeanalizować w jaki sposób zmiana ta wpłynęła na wartość funkcji celu. Ponieważ permutacja ma zasięg lokalny, wystarczy zbadać wyłącznie sąsiadów analizowanego wierzchołka, a nie cały graf.
- Badając każde kolejne sąsiedztwo przechowujemy informację o wartości funkcji celu dla najlepszej znalezionej do tej pory permutacji. Jeżeli obliczona dla nowej permutacji wartość funkcji celu jest gorsza niż dla już znalezionej, odrzucamy takie sąsiedztwo. W przypadku, gdyby wartości okazały się identyczne, należy dopisać kolejną permutację do listy zwracanych wartości, a gdyby nowa permutacja okazała się najlepsza, należy wyczyścić listę pozostałych i wstawić w ich miejsce wyłącznie ostatnią. Na wyjściu otrzymujemy wyłącznie najlepsze permutacje dla danej iteracji.

```
class FastColorPermutator:
  def permutate(self, node, color_set, criteria): wszystkie najlepsze sąsiedztwa dla danej
    self.permutations = []
    self.best_score = None
    self.c, self.e = CostEvaluator.
        evaluate_score_for_colors(node)
    self.find_permutations(node, color_set,
      criteria)
   return self.permutations, self.best_score
```

Klasa FastColorPermutatorwyznacza iteracji, które respektują restrykcje narzucone przez "tabu" oraz spełniają kryteria aspiracji.

Metoda permutate inicjalizuje zmienne, przechowuja znalezione sąsiedztwa (permutations), nalepszy wynik (best_score) oraz wartości komponentów funkcji celu C_i oraz E_i (c i e) dla wszystkich kolorów przed wykonaniem permutacji. Następnie wywołuje właściwe poszukiwanie najlepszego sąsiedztwa.

```
def find_permutations(self, root_node,
                                                    Metoda
                                                              find_permutations
                                                                                     odnajduje
    color_set, aspiration_criteria):
                                                    wszystkie najlepsze sąsiedztwa dla danej
  for node in root_node.iterator():
                                                    iteracji. Pierwsze dwie pętle for służą do
    for color in color_set:
                                                    wyznaczenia wszystkich możliwych kombinacji
      if node.color == color:
                                                    wierzchołków wraz ze wszystkimi kolorami.
        continue
                                                    Następnie, szybkim algorytmem, obliczana jest
      cost = CostEvaluator.
        evaluate_score_for_permutation(node,
                                                    wartość funkcji celu dla wyznaczonej iteracji.
           color, self.c, self.e, color_set)
      if not aspiration_criteria.is_allowed(
                                                    Sprawdzane jest czy dane przejście nie jest
          node, color, cost):
                                                    objęte restrykcjami "tabu". Jeśli tak jest to
         continue
                                                    przerywamy analizę permutacji.
      if self.current_best_score is None or
                                                    Jeżeli permutacja należy do najlepszych
           cost <= self.current_best_score:</pre>
                                                    w danej iteracji to tworzymy jej kopię ze
                                                    zmienionym kolorem wierzchołka.
         cloned_node = GraphCloner.clone(node)
        cloned_node.color = color
        if cost == self.current_best_score:
                                                    Jeśli permutacja jest równie dobra co pozosta-
           self.permutations.append(cloned_node)
                                                    łe, dopisujemy ja na listę. Jeśli jest najlepsza,
        else:
                                                    usuwamy wszystkie pozostałe z listy.
           self.permutations = [cloned_node]
        self.current_best_score = cost
                                                    Uaktualniamy oszacowanie dla najlepszej itera-
                                                    cji.
```

Przeszukiwanie z "tabu"

Ostatnim ogniwem implementacji jest klasa, która spaja wszystkie poprzednie moduły. Dokonuje ona właściwego przeszukiwania z "tabu" i zwraca graf reprezentujący najlepsze znalezione pokolorowanie dla zadanych parametrów.

```
class GraphColoringSearchPerformer:
                                                    Klasa GraphColoringSearchPerformer przy
  def __init__(self, stop_criteria, memory_size): pomocy metody search dokonuje przeszuki-
    self.stop_criteria = stop_criteria
                                                    wania z "tabu".
    self.color_permutator = FastColorPermutator()
    self.memory = Memory(memory_size)
    self.best_score = None
 def search(self, root_node, color_set):
    self.memory.clear_memory()
    self.best_score = (root_node, CostEvaluator
                                                    Najlepszy znaleziony wynik przechowywany
      .evaluate(root_node, color_set))
                                                    jest w parze best_score, na która składaja
                                                    się graf oraz wartość funkcji celu dla tego grafu.
    return self.recursive_search(root_node,
                                                    Metoda search wywołuje właściwą funkcję re-
      color_set)
                                                    kurencyjną.
```

def recursive_search(self, node, color_set):
 #wywołaj metodę find_permutations do
 #wyznaczenia najlepszego sąsiedztwa

#wybierz najlepszy wynik dla iteracji
#przy pomocy metody
#get_best_score_for_iteration

#dodaj do pamięci najlepszy wynik #dla danej iteracji

#jeżeli najlepszy wynik dla danej
#iteracji jest równocześnie najlepszym
#globalnym wynikiem to uaktualnij
#najlepszy globalny wynik

#uaktualnij liczbę iteracji w kryteriach
#stopu

#jeżeli kryteria stopu są spełnione to
#przerwij algorytm i zwróć wynik metody
#return_score

#wywołaj rekurencyjnie metodę
#recursive_search

def find_permutations(self, node, color_set):
 #wyznacz permutacje przy pomocy obiektu
 #FastColorPermutator()

#jeżeli nie ma żadnych permutacji to
#skróć pamięć tabu o jeden element,
#a następnie dla tych danych wyznacz
#permutacje przy pomocy obiektu
#FastColorPermutator()

#powtarzaj powyższe aż do znalezienia
#permutacji lub wyczerpania limitu
#skracania tabu

def return_score(self):
 #zwróć graf dla najlepszego wyniku

Metoda recursive_search jest nieco zbyt skomplikowana, aby przedstawić ją w pełnej postaci w dokumencie. Stąd zostanie ona udokumentowana w formie opisowej, z zachowaniem podziału na metody.

Metoda find_permutations realizuje skracanie pamięci krótkoterminowej w przypadku, gdy jej wykorzystanie uniemożliwia wyznaczenie przynajmniej jednej dozwolonej permutacji (aspiracja domniemana).

Metoda get_best_score_for_iteration utylizuje pamięć długoterminową. W przypadku, gdy poszukiwanie sąsiedztwa zwróci wiele sąsiedztw o jednakowej wartości funkcji celu, metoda ta wybierze takie sąsiedztwo, które wymaga wykorzystania najrzadziej stosowanego przejścia. Ma to umożliwić opuszczenie minimum lokalnego.