



Algebra of Matrices Ex 5.3 Q35

$$\begin{aligned} A^2 = A \cdot A &= \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 3(3)+(-2)(4) & 3(-2)+(-2)(-2) \\ 4(3)+(-2)(4) & 4(-2)+(-2)(-2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 4 & -4 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Now  $A^2 = kA - 2I$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 4 & -4 \end{bmatrix} &= k \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -2 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 4 & -4 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 3k & -2k \\ 4k & -2k \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \\ \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 4 & -4 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 3k-2 & -2k \\ 4k & -2k-2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Comparing the corresponding elements, we have:

$$3k - 2 = 1$$

$$\Rightarrow 3k = 3$$

$$\Rightarrow k = 1$$

Thus, the value of  $k$  is 1.

Algebra of Matrices Ex 5.3 Q36

Here,

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 7 \end{bmatrix}$$

And

$$\begin{aligned} A^2 - 8A + kI &= 0 \\ \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 7 \end{bmatrix} - 8 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 7 \end{bmatrix} + k \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} &= 0 \\ \Rightarrow \begin{bmatrix} 1+0 & 0+0 \\ -1-7 & 0+49 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 8 & 0 \\ -8 & 56 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -8 & 49 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 8 & 0 \\ -8 & 56 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \Rightarrow \begin{bmatrix} 1-8+k & 0+0+0 \\ -8+8+0 & 49-56+k \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \Rightarrow \begin{bmatrix} -7+k & 0 \\ 0 & -7+k \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Since,

corresponding entries of equal matrices are equal, so

$$-7 + k = 0$$

$$k = 7$$

Algebra of Matrices Ex 5.3 Q37

Given,

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \text{ and } f(x) = x^2 - 2x - 3$$

$$f(A) = A^2 - 2A - 3I$$

$$\begin{aligned} &= \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} - 3 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1+4 & 2+2 \\ 2+2 & 4+1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 5-2-3 & 4-4-0 \\ 4-4-0 & 5-2-3 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ &= 0 \end{aligned}$$

So,

$$f(A) = 0$$

Algebra of Matrices Ex 5.3 Q38

Given,  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

Given,

$$A^2 = \lambda A + \mu I$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \quad & \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} + \mu \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \Rightarrow \quad & \begin{bmatrix} 4+3 & 6+6 \\ 2+2 & 3+4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\lambda & 3\lambda \\ \lambda & 2\lambda \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mu & 0 \\ 0 & \mu \end{bmatrix} \\ & \begin{bmatrix} 7 & 12 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\lambda + \mu & 3\lambda \\ \lambda & 2\lambda + \mu \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Since corresponding entries of equal matrices are equal, so

$$2\lambda + \mu = 7 \quad \text{--- (i)}$$

$$\lambda = 4 \quad \text{--- (ii)}$$

Put  $\lambda$  from equation (ii) in equation (i),

$$2(4) + \mu = 7$$

$$\mu = 7 - 8$$

$$\mu = -1$$

Hence,  $\lambda = 4, \mu = -1$

Given,  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$$A^3 - 4A^2 + A$$

$$\begin{aligned}
 &= \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} - 4 \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 4+3 & 6+6 \\ 2+2 & 3+4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4+3 & 6+6 \\ 2+2 & 3+4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 7 & 12 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 7 & 12 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 14+12 & 21+24 \\ 8+7 & 12+14 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 7 & 12 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 26 & 45 \\ 15 & 26 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 7 & 12 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 26-7+2 & 45-12+3 \\ 15-4+1 & 26-7+2 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 21 & 36 \\ 12 & 21 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Hence,  $A^3 - 4A^2 + A = \begin{bmatrix} 21 & 36 \\ 12 & 21 \end{bmatrix}$

\*\*\*\*\* END \*\*\*\*\*