

Algebra of Matrices Ex 5.3 Q6

Given,
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, C \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A^{2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1+0 & 0+0 \\ 0+0 & 0+1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^{2} = I_{2} \qquad ----(i)$$

$$B^{2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1+0 & 0+0 \\ 0+0 & 0+1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B^{2} = I_{2} \qquad ----(ii)$$

$$C^{2} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0+1 & 0+0 \\ 0+0 & 1+0 \end{bmatrix}$$

$$C^{2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$C^{2} = I_{2} \qquad ----(iii)$$

Hence,

From equation (i), (ii) and (iii),

$$A^2 = B^2 = C^2 = I_2$$

Algebra of Matrices Ex 5.3 Q7

Given,
$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \text{ and } B = \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ -1 & 7 \end{bmatrix}$$
$$3A^2 - 2B + I$$
$$= 3 \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ -1 & 7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$
$$= 3 \begin{bmatrix} 4 - 3 & -2 - 2 \\ 6 + 6 & -3 + 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 8 \\ -2 & 14 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$
$$= 3 \begin{bmatrix} 1 & -4 \\ 12 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 8 \\ -2 & 14 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} 3 & -12 \\ 36 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 8 \\ -2 & 14 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} 3 - 0 + 1 & -12 + 8 + 0 \\ 36 + 2 + 0 & 3 - 14 + 1 \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} 4 & -20 \\ 38 & -10 \end{bmatrix}$$

Hence,

$$3A^2 - 2B + I = \begin{bmatrix} 4 & -20 \\ 38 & -10 \end{bmatrix}$$

Algebra of Matrices Ex 5.3 Q8

Given,
$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$(A - 2I)(A - 3I)$$

$$= \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}) \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} - 3 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}) \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 4 - 2 & 2 - 0 \\ -1 - 0 & 1 - 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 - 3 & 2 - 0 \\ -1 - 0 & 1 - 3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 2 - 2 & 4 - 4 \\ -1 + 1 & -2 + 2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Hence,

$$(A-2I)(A-3I)=0$$

Algebra of Matrices Ex 5.3 Q9

Given,
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^{2} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1+0 & 1+1 \\ 0+0 & 0+1 \end{bmatrix}$$

$$A^{2} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^{3} = A^{2} \cdot A$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1+0 & 1+2 \\ 0+0 & 0+1 \end{bmatrix}$$

$$A^{3} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Hence,

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, A^3 = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Algebra of Matrices Ex 5.3 Q10

Given,
$$A = \begin{bmatrix} ab & b^2 \\ -a^2 & -ab \end{bmatrix}$$

$$A^2 = \begin{bmatrix} ab & b^2 \\ -a^2 & -ab \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ab & b^2 \\ -a^2 & -ab \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} a^2b^2 - a^2b^2 & ab^3 - ab^3 \\ -a^3b + a^3b & -a^2b^2 + a^2b^2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= 0$$

Hence,

$$A^2 = 0$$

******* END ******