



Algebra of Matrices Ex 5.3 Q27

$$\text{Given, } A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}, I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^2 - A + 2I$$

$$= \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -2 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 9-8 & -6+4 \\ 12-8 & -8+4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 4 & -4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1-3+2 & -2+2+0 \\ 4-4+0 & -4+2+2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= 0$$

Hence,

$$A^2 - A + 2I = 0$$

Algebra of Matrices Ex 5.3 Q28

Given, $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}, I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

And

$$A^2 = 5A + \lambda I$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = 5 \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} + \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 9-1 & 3+2 \\ -3+2 & -1+4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 & 5 \\ -5 & 10 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 8 & 5 \\ -5 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15+\lambda & 5 \\ -5 & 10+\lambda \end{bmatrix}$$

Since, Corresponding entries of equal matrices are equal, So

$$8 = 15 + \lambda$$

$$\lambda = 8 - 15$$

$$\lambda = -7$$

Algebra of Matrices Ex 5.3 Q29

Given, $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$

$$A^2 - 5A + 7I_2$$

$$= \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} - 5 \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} + 7 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 9-1 & 3+2 \\ -3-2 & -1+4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 15 & 5 \\ -5 & 10 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 7 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 8 & 5 \\ -5 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 15 & 5 \\ -5 & 10 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 7 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 8-15+7 & 5-5+0 \\ -5+5+0 & 3-10+7 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= 0$$

Hence, $A^2 - 5A + 7I_2 = 0$

Algebra of Matrices Ex 5.3 Q30

Given, $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$

$$A^2 - 2A + 3I_2$$

$$= \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4-3 & 6+0 \\ -2+0 & -3+0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ -2 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ -2 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1-4+3 & 6-6+0 \\ -2+2+0 & -3+0+3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= 0$$

Hence,

$$A^2 - 2A + 3I_2 = 0$$

***** END *****