



Algebra of Matrices Ex 5.3 Q15

$$\text{Given, } A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 3 & -3 & 3 \\ 5 & 5 & 5 \end{bmatrix} \text{ and } B = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 3 \\ 1 & -3 & -3 \\ -1 & 4 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} A^2 &= \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 3 & -3 & 3 \\ 5 & 5 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 3 & -3 & 3 \\ 5 & 5 & 5 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1+3-5 & -1-3-5 & 1+3-5 \\ -3-9+15 & 3+9+15 & -3-9+15 \\ -5+15+25 & 5-15+25 & -5+15+25 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$A^2 = \begin{bmatrix} -1 & -9 & -1 \\ 3 & 27 & 3 \\ 35 & 15 & 35 \end{bmatrix} \quad \text{---(i)}$$

$$\begin{aligned} B^2 &= \begin{bmatrix} 0 & 4 & 3 \\ 1 & -3 & -3 \\ -1 & 4 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 4 & 3 \\ 1 & -3 & -3 \\ -1 & 4 & 4 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0+4-3 & 0-12+12 & 0-12+12 \\ 0-3+3 & 4+9-12 & 3+9-12 \\ 0+4-4 & -4-12+16 & -3-12+16 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$B^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{---(ii)}$$

Subtracting equation (ii) from equation (i),

$$\begin{aligned} A^2 - B^2 &= \begin{bmatrix} -1 & -9 & -1 \\ 3 & 27 & 3 \\ 35 & 15 & 35 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -1-1 & -9-0 & -1-0 \\ 3-0 & 27-1 & 3-0 \\ 35-0 & 15-0 & 35-1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -2 & -9 & -1 \\ 3 & 26 & 3 \\ 35 & 15 & 34 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Hence,

$$A^2 - B^2 = \begin{bmatrix} -2 & -9 & -1 \\ 3 & 26 & 3 \\ 35 & 15 & 34 \end{bmatrix}$$

$$\text{Given, } A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \text{ and}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$(AB)C = \left(\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1-2+0 & 0+4+0 \\ -1+0+0 & +0+0+3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -1 & -4 \\ -1 & -3 \end{bmatrix}$$

$$(AB)C = \begin{bmatrix} -5 \\ -4 \end{bmatrix} \quad \text{--- (i)}$$

$$A(BC) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \right)$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1+0 \\ -1-2 \\ 0-3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1-6+0 \\ -1+0-3 \end{bmatrix}$$

$$A(BC) = \begin{bmatrix} -5 \\ -4 \end{bmatrix} \quad \text{--- (ii)}$$

From equation (i) and (ii) we get,

$$(AB)C = A(BC)$$

(ii) Given,

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(AB)C = \left(\begin{bmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4+0+6 & -4+2-3 & 4+4+3 \\ 1+0+4 & -1+1-2 & 1+2+2 \\ 3+0+2 & -3+0-1 & 3+0+1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 10 & -5 & 11 \\ 5 & -2 & 5 \\ 5 & -4 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 10-15+0 & 20+0+0 & -10+5+11 \\ 5-6+0 & 10+0+0 & -5-2+5 \\ 5-12+0 & 10+0+0 & -5-4+4 \end{bmatrix}$$

$$(AB)C = \begin{bmatrix} -5 & 20 & -4 \\ -1 & 10 & -2 \\ -7 & 10 & -5 \end{bmatrix} \quad \text{---(i)}$$

$$A(BC) = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right)$$

$$= \begin{bmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1-3+0 & 2+0+0 & -1-1+1 \\ 0+3+0 & 0+0+0 & 0+1+2 \\ 2-3+0 & 4+0+0 & -2-1+1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 3 \\ -1 & 4 & -2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -8+6-3 & 8+0+12 & -4+6-6 \\ -2+3-2 & 2+0+8 & -1+3-4 \\ -6+0-1 & 6+0+4 & -3+0-2 \end{bmatrix}$$

$$A(BC) = \begin{bmatrix} -5 & 20 & -4 \\ -1 & 10 & -2 \\ -7 & 10 & -5 \end{bmatrix} \quad \text{---(ii)}$$

From equation (i) and (ii),

$$(AB)C = A(BC)$$

Algebra of Matrices Ex 5.3 Q17(i)

$$\text{Given, } A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} A(B + C) &= \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \right) \\ &= \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1+0 & 0+1 \\ 2+1 & 1-1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -1-3 & 1+0 \\ 0+6 & 0+0 \end{bmatrix} \\ A(B + C) &= \begin{bmatrix} -4 & 1 \\ 6 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{--- (i)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} AB + AC &= \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -1-2 & 0-1 \\ 0+4 & 0+2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0+-1 & 1+1 \\ 0+2 & 0-2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -3-1 & -1+2 \\ 4+2 & 2-2 \end{bmatrix} \\ AB + AC &= \begin{bmatrix} -4 & 1 \\ 6 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{--- (ii)} \end{aligned}$$

Using equation (i) and (ii),

$$A(B + C) = AB + AC$$

Given, $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$$A(B + C) = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right)$$

$$= \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0+1 & 1-1 \\ 1+0 & 1+1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2-1 & 0+2 \\ 1+1 & 0+2 \\ -1+2 & 0+4 \end{bmatrix}$$

$$A(B + C) = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \quad \text{--- (i)}$$

$$AB + AC = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0+1 & 2-1 \\ 0+1 & 1+1 \\ 0+2 & -1+2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2+0 & -2-1 \\ 1+0 & -1+1 \\ -1+0 & 1+2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 0 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -1+2 & 1-3 \\ 1+1 & 2+0 \\ 2-1 & 1+3 \end{bmatrix}$$

$$AB + AC = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \quad \text{--- (ii)}$$

From equation (i) and (ii),

$$A(B + C) = AB + AC$$

***** END *****