



Algebra of Matrices Ex 5.5 Q6

A square matrix A is called a symmetric matrix, if $A^T = A$

Here,

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} A + A^T &= \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}^T \\ &= \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 2+2 & 4+4 \\ 5+5 & 6+6 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$A + A^T = \begin{bmatrix} 4 & 8 \\ 10 & 12 \end{bmatrix} \quad \text{--- (i)}$$

$$(A + A^T)^T = \begin{bmatrix} 4 & 8 \\ 10 & 12 \end{bmatrix}^T$$

$$(A + A^T)^T = \begin{bmatrix} 4 & 8 \\ 10 & 12 \end{bmatrix} \quad \text{--- (ii)}$$

From equation (i) and (ii),

$$(A + A^T)^T = (A + A^T)$$

So,

$(A + A^T)$ is a symmetric matrix.

Algebra of Matrices Ex 5.5 Q7

Here,

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^T = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -4 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\text{Let, } X = \frac{1}{2}(A + A^T) = \frac{1}{2}\left(\begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -4 & -1 \end{bmatrix}\right) = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 3+3 & -4+1 \\ 1-4 & -1-1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & \frac{-3}{2} \\ \frac{-3}{2} & -1 \end{bmatrix}$$

$$\text{Now, } X^T = \begin{bmatrix} 3 & \frac{-3}{2} \\ \frac{-3}{2} & -1 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 3 & \frac{-3}{2} \\ \frac{-3}{2} & -1 \end{bmatrix} = X$$

\Rightarrow X is symmetric matrix

$$\text{Let } Y = \frac{1}{2}(A - A^T) = \frac{1}{2}\left(\begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -4 & -1 \end{bmatrix}\right) = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 3-3 & -4-1 \\ 1+4 & -1+1 \end{bmatrix} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 0 & -5 \\ 5 & 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 0 & \frac{-5}{2} \\ \frac{5}{2} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{Now, } -Y^T = -\begin{bmatrix} 0 & \frac{-5}{2} \\ \frac{5}{2} & 0 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 0 & \frac{-5}{2} \\ \frac{5}{2} & 0 \end{bmatrix} = Y$$

\Rightarrow Y is skew symmetric

$$\text{Now, } X + Y = \begin{bmatrix} 3 & \frac{-3}{2} \\ \frac{-3}{2} & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \frac{-5}{2} \\ \frac{5}{2} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3+0 & \frac{-3}{2} + \frac{-5}{2} \\ \frac{-3}{2} + \frac{5}{2} & -1+0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = A$$

Algebra of Matrices Ex 5.5 Q8

Let,

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & -4 \\ 3 & -2 & -5 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow A^T = \begin{bmatrix} 3 & 3 & -1 \\ -2 & -2 & 1 \\ -4 & -5 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\text{Let, } X = \frac{1}{2}(A + A^T) = \frac{1}{2}\left(\begin{bmatrix} 3 & -2 & -4 \\ 3 & -2 & -5 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 3 & -1 \\ -2 & -2 & 1 \\ -4 & -5 & 2 \end{bmatrix}\right) = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 3+3 & -2+3 & -4-1 \\ 3-2 & -2-2 & -5+1 \\ -1-4 & 1-5 & 2+2 \end{bmatrix} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 6 & 1 & -5 \\ 1 & -4 & -4 \\ -5 & -4 & 4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3 & \frac{1}{2} & \frac{-5}{2} \\ \frac{1}{2} & -2 & -2 \\ \frac{-5}{2} & -2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\text{Now, } X^T = \begin{bmatrix} 3 & \frac{1}{2} & \frac{-5}{2} \\ \frac{1}{2} & -2 & -2 \\ \frac{-5}{2} & -2 & 2 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 3 & \frac{1}{2} & \frac{-5}{2} \\ \frac{1}{2} & -2 & -2 \\ \frac{-5}{2} & -2 & 2 \end{bmatrix} = X$$

\Rightarrow X is a symmetric matrix

$$\text{Let, } Y = \frac{1}{2}(A - A^T) = \frac{1}{2}\left(\begin{bmatrix} 3 & -2 & -4 \\ 3 & -2 & -5 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 3 & -1 \\ -2 & -2 & 1 \\ -4 & -5 & 2 \end{bmatrix}\right) = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 3-3 & -2-3 & -4+1 \\ 3+2 & -2+2 & -5-1 \\ -1+4 & 1+5 & 2-2 \end{bmatrix} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 0 & -5 & -3 \\ 5 & 0 & -6 \\ 3 & 6 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & \frac{-5}{2} & \frac{-3}{2} \\ \frac{5}{2} & 0 & -3 \\ \frac{3}{2} & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

$$-Y^T = -\begin{bmatrix} 0 & \frac{-5}{2} & \frac{-3}{2} \\ \frac{5}{2} & 0 & -3 \\ \frac{3}{2} & 3 & 0 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 0 & \frac{-5}{2} & \frac{-3}{2} \\ \frac{5}{2} & 0 & -3 \\ \frac{3}{2} & 3 & 0 \end{bmatrix} = Y$$

\Rightarrow Y is a skew symmetric matrix

$$X+Y = \begin{bmatrix} 3 & \frac{1}{2} & \frac{-5}{2} \\ \frac{1}{2} & -2 & -2 \\ \frac{-5}{2} & -2 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \frac{-5}{2} & \frac{-3}{2} \\ \frac{5}{2} & 0 & -3 \\ \frac{3}{2} & 3 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3+0 & \frac{1}{2}-\frac{5}{2} & \frac{-5}{2}-\frac{3}{2} \\ \frac{1}{2}+\frac{5}{2} & -2+0 & -2-3 \\ \frac{-5}{2}+\frac{3}{2} & -2+3 & 2+0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -2 & -4 \\ 3 & -2 & -5 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix} = A$$

$$\text{Hence, Symmetric matrix } X = \begin{bmatrix} 3 & \frac{1}{2} & \frac{-5}{2} \\ \frac{1}{2} & -2 & -2 \\ \frac{-5}{2} & -2 & 2 \end{bmatrix}$$

***** END *****