Aprendizaje por refuerzo

Métodos basados en muestreo (2)

Antonio Manjavacas Lucas

manjavacas@ugr.es

Índice

Control MC sin inicios de exploración

Vamos a estudiar dos alternativas a MC con inicios de exploración:

Control MC sin inicios de exploración

Vamos a estudiar dos alternativas a MC con inicios de exploración:

Métodos *on-policy*

Se emplea **una única política** que mejora progresivamente, permitiendo siempre cierta exploración.

- Mejoran y evalúan constantemente la misma política.

Control MC sin inicios de exploración

Vamos a estudiar dos alternativas a MC con inicios de exploración:

Métodos *on-policy*

Se emplea **una única política** que mejora progresivamente, permitiendo siempre cierta exploración.

- Mejoran y evalúan constantemente la misma política.

Métodos *off-policy*

El agente aprende una **política objetivo** (***target policy***) a partir de datos generados por otra **política exploratoria** (***behaviour policy***).

- La política que empleamos para aprender/explorar "está fuera" (*off*) de la que empleamos para seleccionar acciones.

Métodos *on-policy*

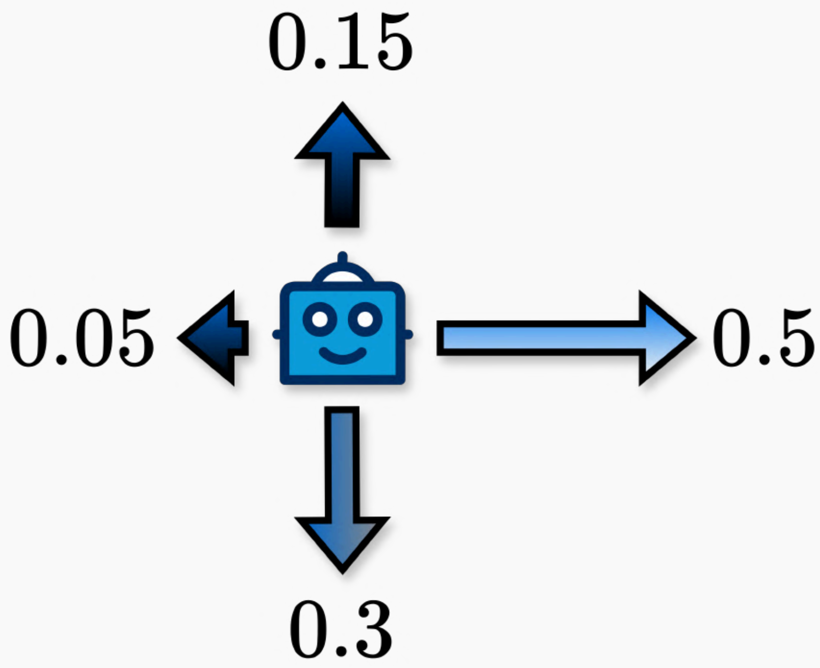
Métodos *on-policy*

Los métodos *on-policy* emplean **una única política**.

Esta política *aspira* a un comportamiento óptimo, pero siempre debe reservar **cierta probabilidad de explorar**.

Las políticas empleadas generalmente son *soft* (“suaves”), es decir:

$$\pi(a|s) > 0 \qquad \forall s \in \mathcal{S}, a \in \mathcal{A}$$



Métodos *on-policy*

MC con inicios de exploración es *on-policy* ...

Métodos *on-policy*

MC con inicios de exploración es *on-policy* ...

... aunque poco viable, como hemos adelantado.

Métodos *on-policy*

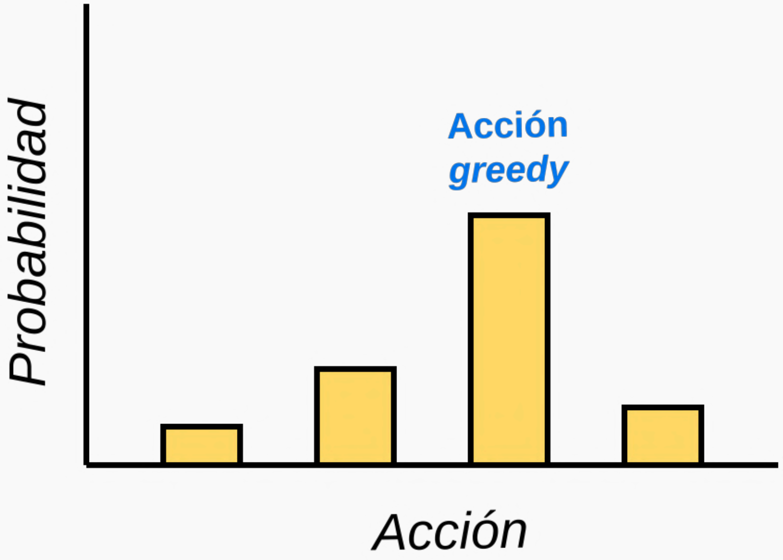
MC con inicios de exploración es *on-policy* ...

... aunque poco viable, como hemos adelantado.

Una opción más apropiada son las **políticas ε-*greedy***.

Políticas ε-*greedy*

Las políticas ε-*greedy* son políticas estocásticas que siempre permiten cierta probabilidad $\varepsilon > 0$ de explorar.



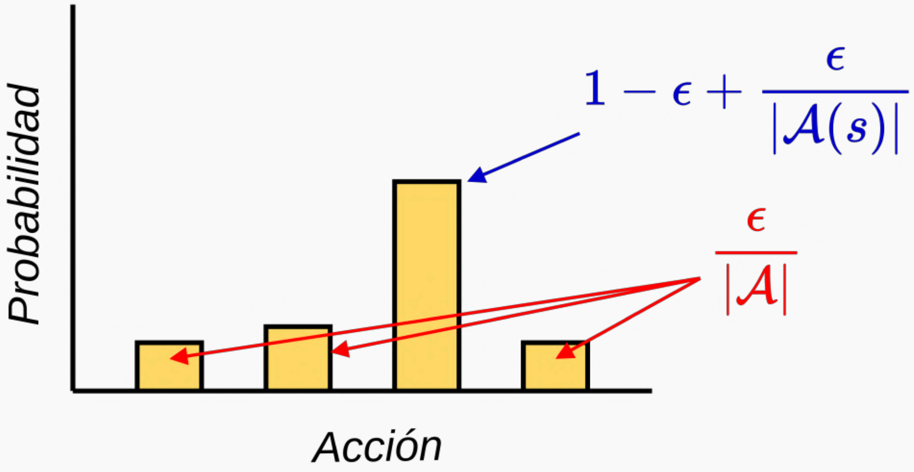
La acción *greedy* es aquella que se elige con mayor probabilidad.

Eventualmente, el resto de acciones (no óptimas) podrían explorarse con probabilidad ε.

- El valor de ε puede reducirse gradualmente, hasta que la política sea prácticamente determinista.

Políticas ε-*soft*

ε-greedy es un subconjunto de las políticas conocidas como *ε-soft*.



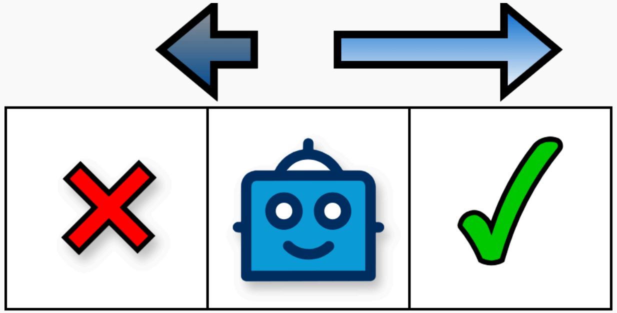
Siempre permiten cierta exploración.

En el caso de *ε-greedy*:

$$\pi(a|s) \geq \frac{\varepsilon}{|A(s)|}$$

Políticas ε-*soft*

- Si $\varepsilon > 0$ estas políticas nunca pueden ser óptimas. Esto se debe a que **siempre existe cierta probabilidad de realizar acciones sub-óptimas** (explorar).
- No convergen en una política óptima, pero sí en una muy aproximada. Además, evitan emplear inicios de exploración.



Métodos *on-policy*

On-policy first-visit MC control (for ε-soft policies), estimates $\pi \approx \pi_*$

Algorithm parameter: small $\varepsilon > 0$

Initialize:

$\pi \leftarrow$ an arbitrary ε-soft policy

$Q(s,a) \in \mathbb{R}$ (arbitrarily), for all $s \in \mathcal{S}$, $a \in \mathcal{A}(s)$

$Returns(s,a) \leftarrow$ empty list, for all $s \in \mathcal{S}$, $a \in \mathcal{A}(s)$

Repeat forever (for each episode):

Generate an episode following π: $S_0, A_0, R_1, \ldots, S_{T-1}, A_{T-1}, R_T$

$G \leftarrow 0$

Loop for each step of episode, $t = T-1, T-2, \ldots, 0$:

$G \leftarrow \gamma G + R_{t+1}$

Unless the pair S_t, A_t appears in $S_0, A_0, S_1, A_1 \ldots, S_{t-1}, A_{t-1}$:

Append G to $Returns(S_t, A_t)$

$Q(S_t, A_t) \leftarrow \text{average}(Returns(S_t, A_t))$

$A^* \leftarrow \arg\max_a Q(S_t, a)$ (with ties broken arbitrarily)

For all $a \in \mathcal{A}(S_t)$:

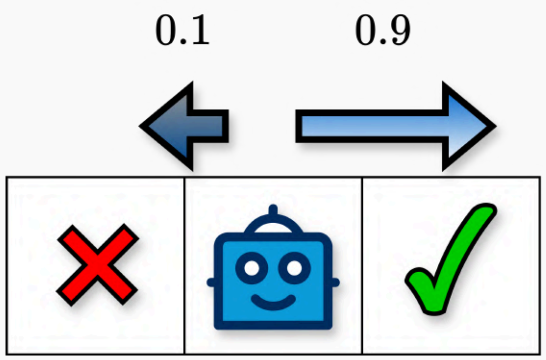
$$\pi(a|S_t) \leftarrow \begin{cases} 1 - \varepsilon + \varepsilon/|\mathcal{A}(S_t)| & \text{if } a = A^* \\ \varepsilon/|\mathcal{A}(S_t)| & \text{if } a \neq A^* \end{cases}$$

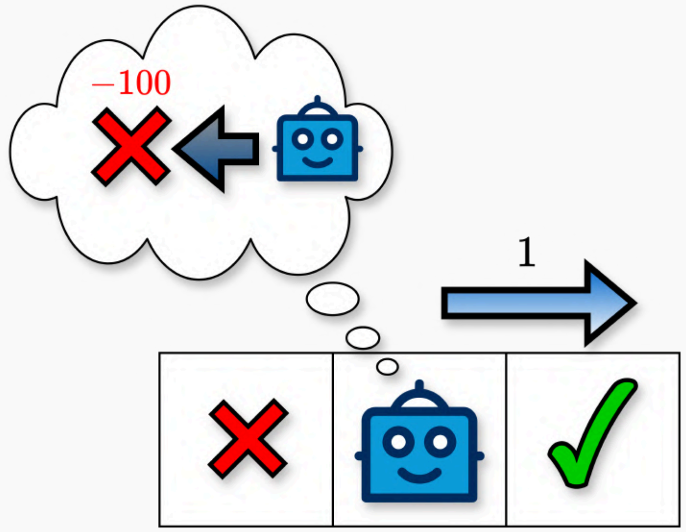
Limitaciones de los métodos *on-policy*

¿Existe alguna alternativa a mantener siempre cierta probabilidad de explorar?

MC *on-policy* supone aprender una política **muy cercana a la óptima**, pero siempre existe cierta probabilidad de elegir acciones sub-óptimas.

Los métodos *off-policy* son una alternativa.





Métodos *off-policy*

Métodos *off-policy*

Los métodos *off-policy* hacen uso de **dos políticas:**

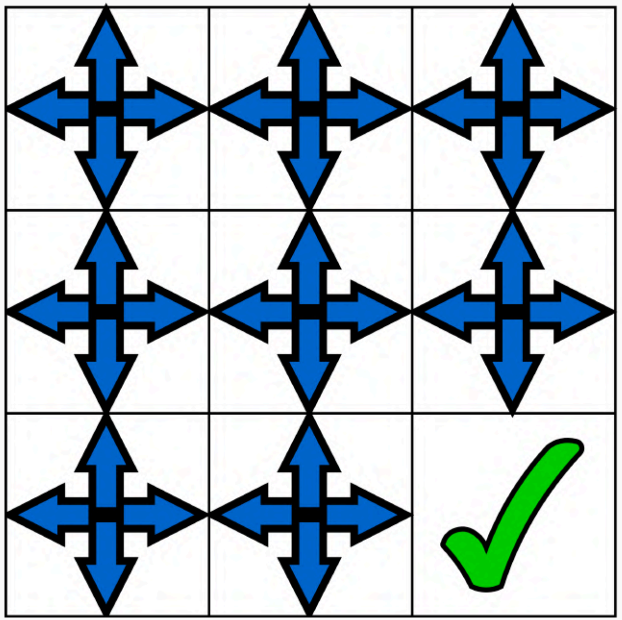
1. **Política objetivo** (*target policy*). Destinada a ser óptima.
2. **Política de comportamiento** (*behaviour policy*). Política exploratoria empleada para "generar comportamiento" (muestrear, acumular experiencia).

   En este caso, decimos que el aprendizaje de la política óptima se hace a partir de datos/resultados "fuera" (*off*) de la política objetivo.

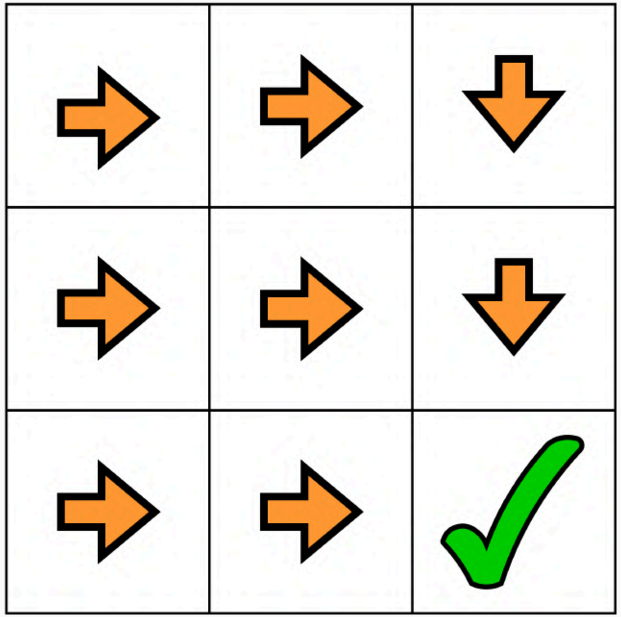
   - Es decir, mediante información obtenida por la política de comportamiento.

Métodos *off-policy*

Política de comportamiento



Política objetivo



Ejemplo. *On-policy* vs. *Off-policy*

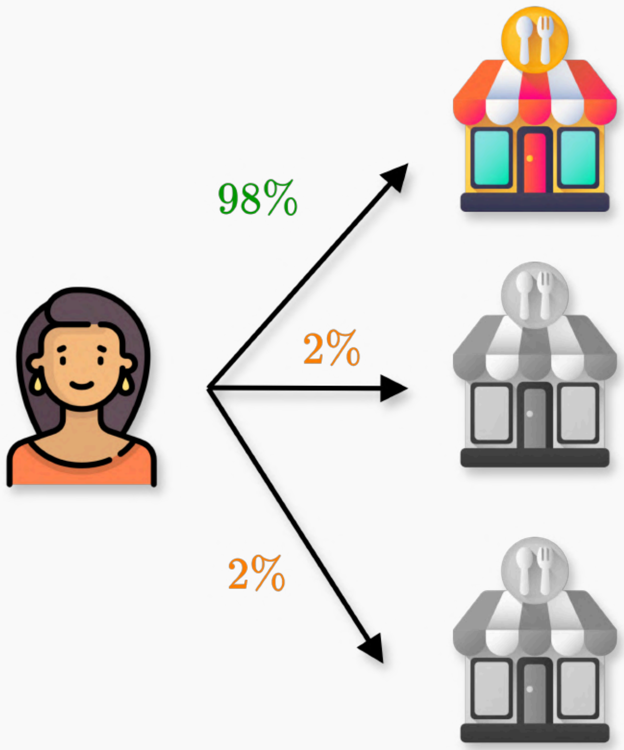
On-policy

Imagina que tienes un restaurante favorito al que sueles ir a comer (acción *greedy*).

- Al principio, es posible que tu criterio no sea muy preciso pero, a medida que visitas todos los restaurantes varias veces, cada vez repites más el mismo.

Algunos días vuelves a otros restaurantes que consideras peores para ver si la calidad ha mejorado (exploración).

- Eventualmente estás abierto a dar una nueva oportunidad a restaurantes peores.

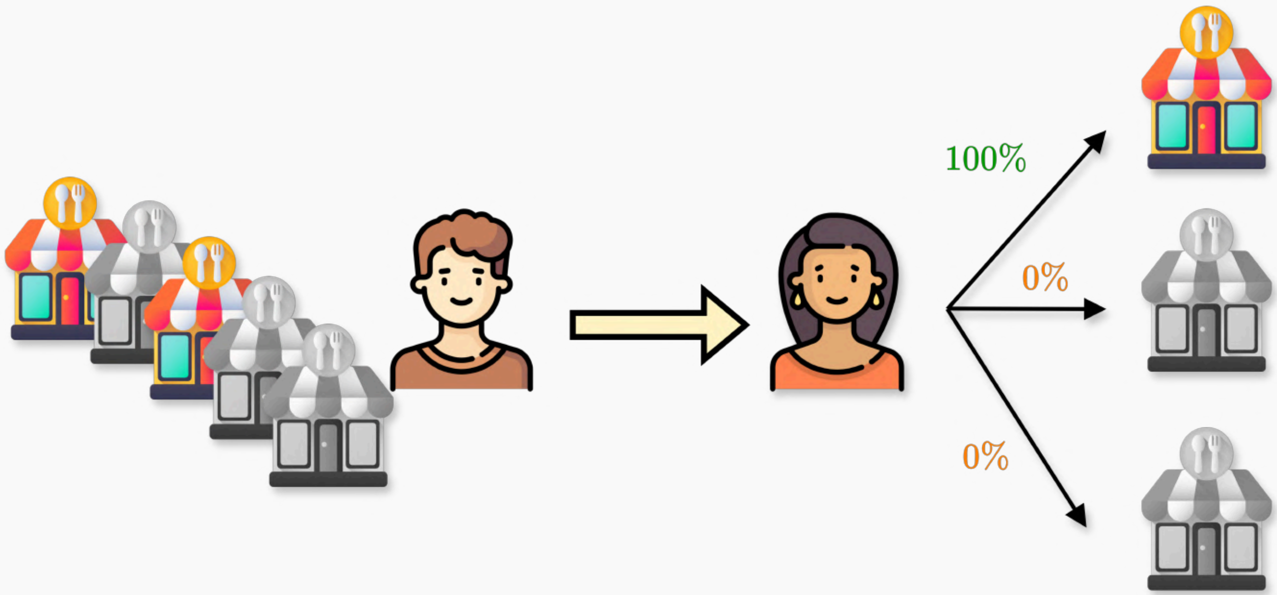


Ejemplo. *On-policy* vs. *Off-policy*

Off-policy

Dejas que otra persona pruebe todos los restaurantes de la ciudad durante un tiempo (política de comportamiento). En base a su experiencia, eliges ir siempre al restaurante que te recomiende (política objetivo).

- Tú no pruebas nuevos restaurantes (no exploras), lo hace alguien por ti.



On-policy vs. *Off-policy*

Los métodos ***on-policy*** son más simples, porque sólo se requiere una política.

Los métodos ***off-policy*** requieren más tiempo para converger y presentan una mayor varianza (cambios de comportamiento más bruscos).

- No obstante, son más potentes y generales.
- De hecho, son una generalización de los métodos *on-policy*, en el caso concreto en que las políticas objetivo y de comportamiento sean las mismas.

Los métodos *off-policy* suelen emplearse para aprender a partir de datos generados por un controlador reactivo o por humanos.

Métodos *off-policy*

¿Cuándo es preferible el aprendizaje off-policy?

- Aprendizaje a partir de datos generados por humanos u otros agentes.
- Aprendizaje a partir de la experiencia generada por políticas anteriores.
  - Reutilización de experiencia proveniente de versiones anteriores de la misma política.
- Aprendizaje de una política óptima determinista empleando otra política exploratoria.
- Aprendizaje a partir de la experiencia de múltiples políticas combinadas.

Predicción *off-policy*

Predicción *off-policy*

Objetivo: estimar v_π o q_π dadas las políticas π (objetivo) y b (comportamiento).

Si queremos emplear episodios de b para estimar valores para π, es necesario que cada acción tomada por b la pueda tomar también π (al menos, eventualmente).

Denominamos a esto **supuesto de cobertura**:

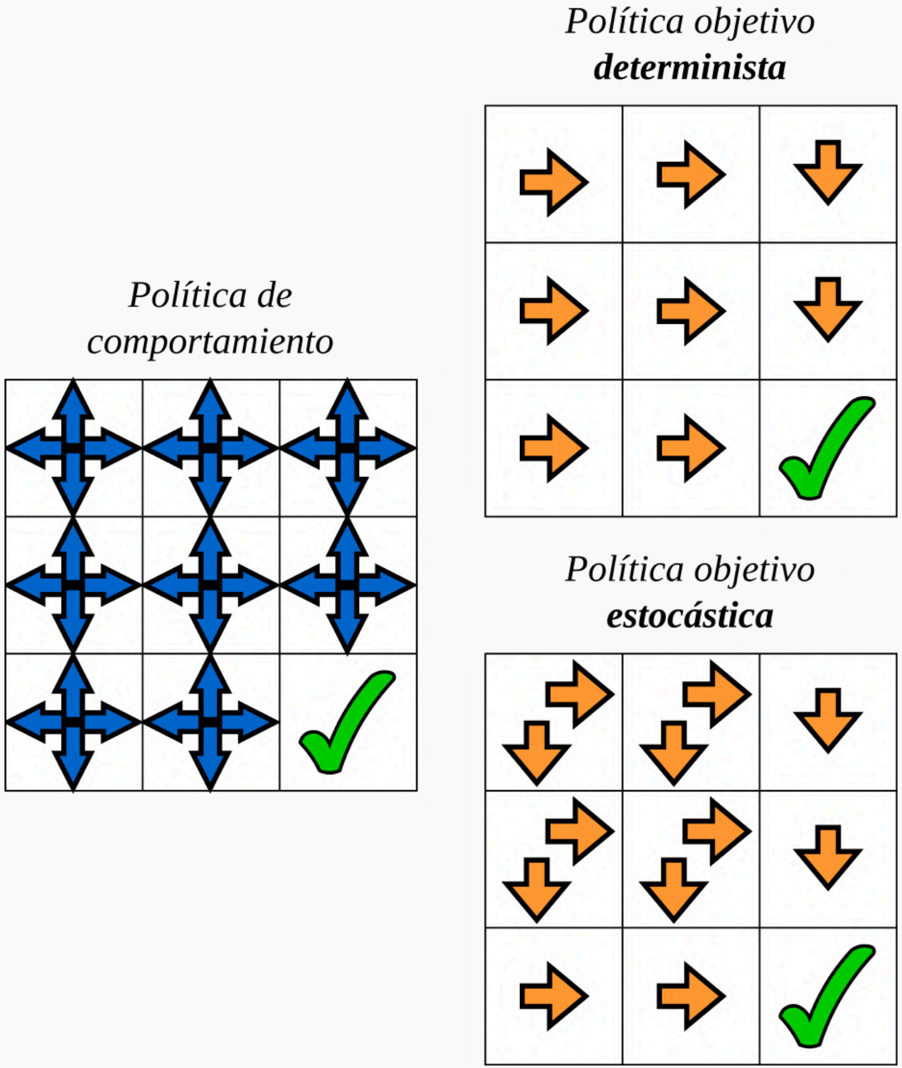
$$\text{Si } \pi(a|s) > 0, \text{entonces } b(a|s) > 0$$

- b es una política **estocástica** (no tiene por qué serlo al 100%, puede ser ε-*greedy*).
- π puede ser **determinista** o **estocástica**.

Políticas objetivo estocásticas

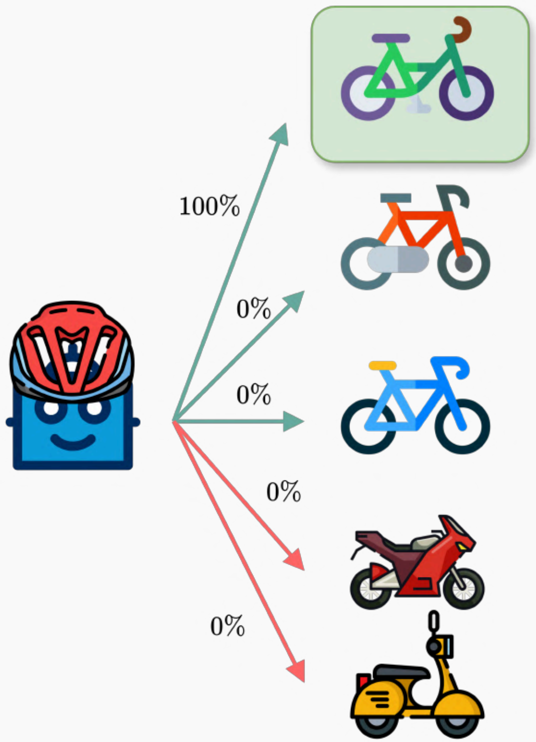
Generalmente consideraremos políticas objetivo π **deterministas**.

Aunque existen problemas donde puede ser útil que π sea **estocástica**.

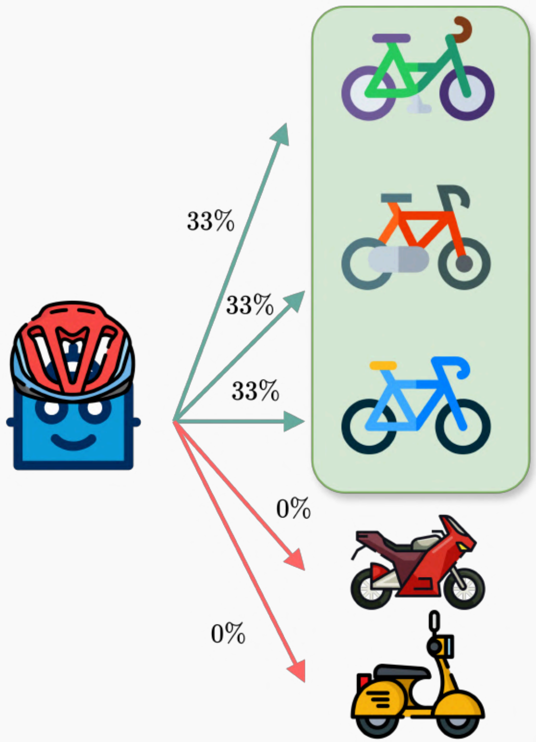


Políticas objetivo estocásticas

*Política objetivo **determinista***



*Política objetivo **estocástica***

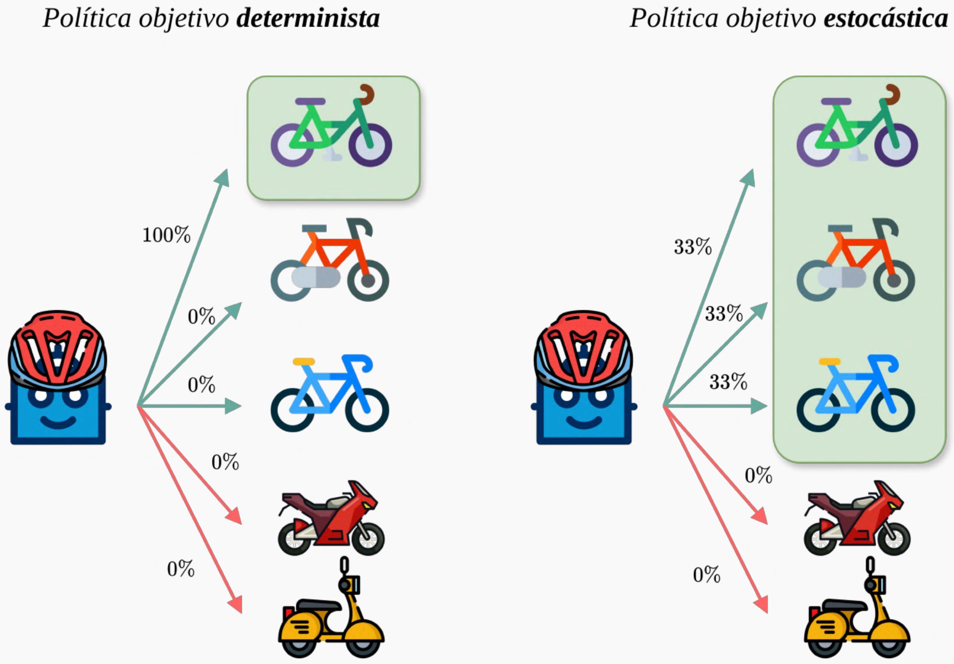


Políticas de comportamiento estocásticas

> *¿Para qué una **política objetivo π estocástica?***

En este ejemplo, si π es **determinista** sólo contemplará una acción por estado, incluso si hay varias acciones óptimas.

Pero si es **estocástica**, tenemos una política que permite una mayor variedad de acciones óptimas para un mismo estado.



Métodos *off-policy*

Sea como sea la política objetivo π, estamos tratando de obtener $v_\pi(s)$ a partir de experiencia generada por una política b diferente. Es decir, lo que tenemos es:

$$v_b(s) = \mathbb{E}\left[G_t \mid S_t = s\right]$$

El problema es que las distribuciones de estados y acciones bajo b y π pueden ser diferentes, dando lugar a un **sesgo**.

Si un subconjunto de estados es más frecuente siguiendo b, entonces π únicamente contará con información sobre esos estados, ignorando el resto.

💡 Una forma de solucionar esto es emplear ***importance sampling***.

Importance sampling

Importance sampling

> *Importance sampling*
>
> El muestreo por importancia, o ***importance sampling*** es una técnica empleada en estadística para estimar el valor esperado de una distribución en base a ejemplos muestreados de una distribución diferente.

Veamos de forma intuitiva en qué consiste...

Importance sampling

Quiero obtener:

$$\mathbb{E}[g(X)]$$

Genero muestras aleatorias de una distribución:

$$X_1, X_2, \ldots, X_n \sim \mathcal{D}$$

Aproximo el valor esperado con Monte Carlo:

$$\mathbb{E}[g(X)] \simeq \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} g(X_i)$$

Importance sampling

Valores de $g(X)$ podrían ser **poco probables** pero con una **contribución muy significativa** sobre $\mathbb{E}[g(X)]$.

Si no se *samplean* durante la estimación Monte Carlo, $\mathbb{E}[g(X)]$ se estimará mal.

> El muestreo por importancia consiste en emplear una distribución "*modificada*" donde los valores más importantes (los que más afectan a la estimación de $\mathbb{E}[g(X)]$) se vuelven **más probables**.

Aseguramos así que sean muestreados y formen parte de la estimación Monte Carlo de $\mathbb{E}[g(X)]$.

Para paliar el efecto de este aumento de probabilidad, los valores se escalan dándoles un menor peso al ser muestreados.

Importance sampling

Muestreamos valores que provienen de la distribución *modificada*:

$$Y_1, Y_2, \ldots, Y_n \sim \mathcal{D}'$$

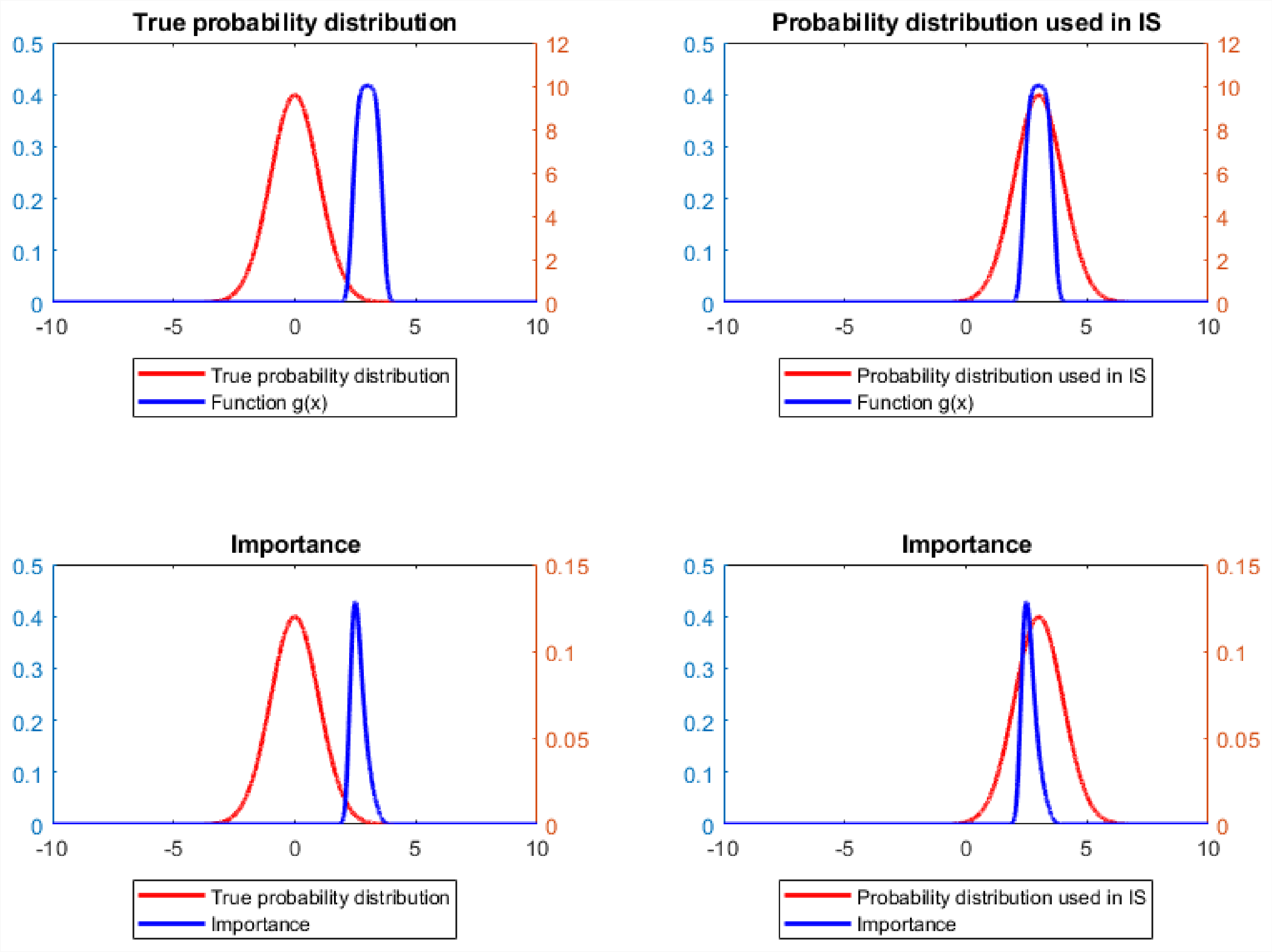
Y aproximamos de la siguiente manera:

$$\mathbb{E}[g(Y)] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \frac{p_{\mathcal{D}}(Y_i)}{p_{\mathcal{D}'}(Y_i)} g(Y_i)$$

Siendo:

$$\mathbb{E}[g(Y)] \simeq \mathbb{E}[g(X)]$$

Importance sampling



Importance sampling

Intuitivamente:

- Ampliamos (*scale up*) los eventos que son raros en $\mathcal{D}'$ pero comunes en $\mathcal{D}$.
- Reducimos (*scale down*) los eventos que son comunes en $\mathcal{D}'$ pero raros en $\mathcal{D}$.

$$\mathbb{E}[g(Y)] = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{p_{\mathcal{D}}(Y_i)}{p_{\mathcal{D}'}(Y_i)}g(Y_i)$$

Importance sampling

$$\mathbb{E}[g(Y)] = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \frac{p_{\mathcal{D}}(Y_i)}{p_{\mathcal{D}'}(Y_i)} g(Y_i)$$

$\frac{p_{\mathcal{D}}(Y_i)}{p_{\mathcal{D}'}(Y_i)} = 1$	Misma probabilidad en $\mathcal{D}$ y $\mathcal{D}'$. La aportación no varía.
$\frac{p_{\mathcal{D}}(Y_i)}{p_{\mathcal{D}'}(Y_i)} > 1$	Y_i es más probable en la distribución original $\mathcal{D}$, por lo que su peso es mayor.
$\frac{p_{\mathcal{D}}(Y_i)}{p_{\mathcal{D}'}(Y_i)} < 1$	Y_i es más probable en la distribución modificada $\mathcal{D}'$, por lo que su peso es menor.
$\frac{p_{\mathcal{D}}(Y_i)}{p_{\mathcal{D}'}(Y_i)} = 0$	Y_i no aporta nada, porque no puede obtenerse en la distribución original.
$p_{\mathcal{D}'}(Y_i) = 0$	No se cumple el principio de cobertura.

¿Cómo se aplica en predicción *off-policy*?

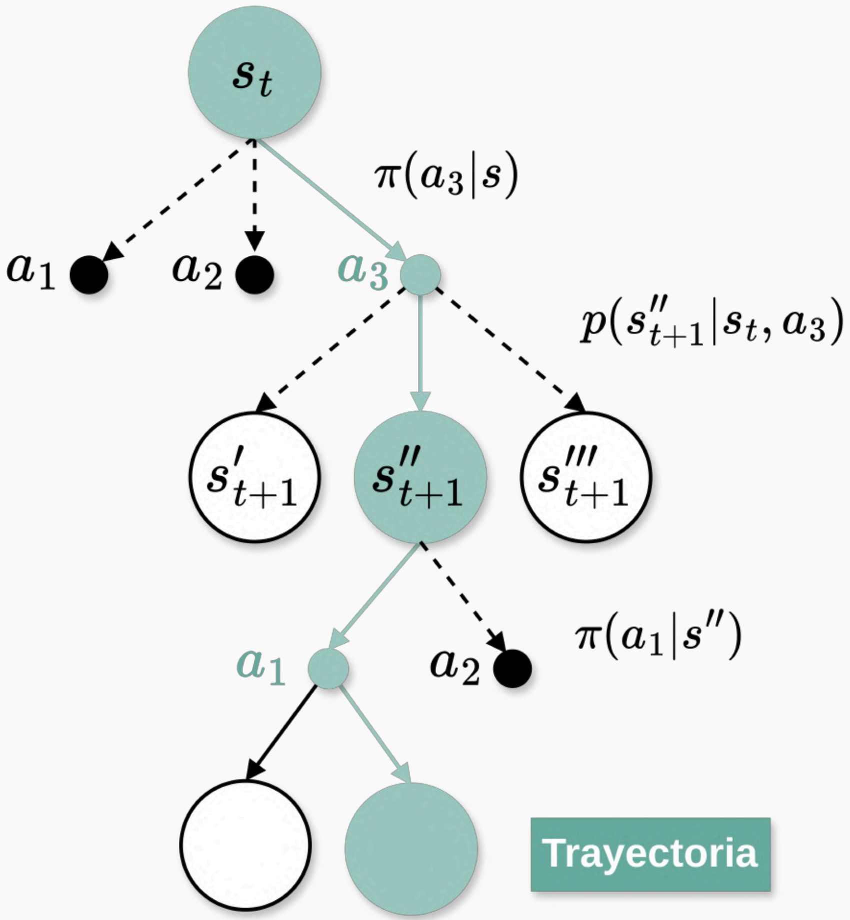
Predicción *off-policy* con *importance sampling*

Recordemos el concepto de **trayectoria**:

$$\tau = \{S_t, A_t, S_{t+1}, A_{t+1}, \ldots, S_T\}$$

La **probabilidad** de realizar una trayectoria τ bajo una política π es:

$$\text{Prob}(\tau_\pi) = \prod_{k=t}^{T-1} \pi(A_k|S_k)\, p(S_{k+1} \mid S_k, A_k)$$



Predicción *off-policy* con *importance sampling*

¿Cómo de probable es seguir una trayectoria bajo la política π con respecto a la probabilidad de seguirla bajo la política b?

Esto viene dado por el ***importance sampling ratio***:

$$\rho_{t:T-1} = \frac{\mathrm{Prob}(\tau_\pi)}{\mathrm{Prob}(\tau_b)} = \frac{\prod_{k=t}^{T-1} \pi(A_k|S_k)\, p(S_{k+1} \mid S_k, A_k)}{\prod_{k=t}^{T-1} b(A_k|S_k)\, p(S_{k+1} \mid S_k, A_k)}$$

Las dinámicas del MDP no influyen:

$$\rho_{t:T-1} = \frac{\mathrm{Prob}(\tau_\pi)}{\mathrm{Prob}(\tau_b)} = \frac{\prod_{k=t}^{T-1} \pi(A_k|S_k)\, \cancel{p(S_{k+1} \mid S_k, A_k)}}{\prod_{k=t}^{T-1} b(A_k|S_k)\, \cancel{p(S_{k+1} \mid S_k, A_k)}} = \frac{\prod_{k=t}^{T-1} \pi(A_k|S_k)}{\prod_{k=t}^{T-1} b(A_k|S_k)}$$

Predicción *off-policy* con *importance sampling*

Utilizamos ρ para ponderar las recompensas finales obtenidas en cada trayectoria.

$\rho = 1$	El valor de G obtenido se mantiene, ya que es igual de probable con b y π.
$\rho > 1$	El valor de G obtenido por b tiene mayor peso, porque es una trayectoria probable con π.
$\rho < 1$	El valor de G obtenido por b se reduce porque es una trayectoria poco probable con π.
$\rho = 0$	El valor de G se anula porque no es una trayectoria que podamos obtener con π.

Predicción *off-policy* con *importance sampling*

Finalmente, lo que tenemos es:

$$\mathbb{E}\left[\rho_{t:T-1} G_t \mid S_t = s\right] = v_\pi(s)$$

Predicción *off-policy* con *importance sampling*

Finalmente, lo que tenemos es:

$$\mathbb{E}[\underbrace{\rho_{t:T-1} G_t}_{\substack{\text{Retorno obtenido}\\ \text{tras una serie}\\ \text{de trayectorias}\\ \text{siguiendo } b}} \mid S_t = s] = \underbrace{v_\pi(s)}_{\substack{\text{Función de valor}\\ \text{correspondiente a}\\ \text{la política objetivo } \pi}}$$

Predicción *off-policy* con *importance sampling*

Finalmente, lo que tenemos es:

$$\mathbb{E}[\underbrace{\rho_{t:T-1} G_t}_{\substack{\text{Retorno obtenido} \\ \text{tras una serie} \\ \text{de trayectorias} \\ \text{siguiendo } b}} \mid S_t = s] = \underbrace{v_\pi(s)}_{\substack{\text{Función de valor} \\ \text{correspondiente a} \\ \text{la política objetivo } \pi}}$$

Ponderamos la recompensa acumulada obtenida tras una trayectoria en base a su probabilidad.

Ejemplo

La política b interactúa con el entorno durante un episodio y obtiene un retorno $G = 10$.

Si la trayectoria seguida por b es 3 veces **menos** probable que ocurra empleando π, aumentamos $G \times 3$:

$$\pi(a|s) > b(a|s)\ (\text{ej.} \times 3) \longrightarrow G = 10 \times 3 = 30$$

Si, por el contrario, es **más** probable que ocurra en b que en π, reducimos el valor de G:

$$\pi(a|s) < b(a|s)\ (\text{ej.} \times 0.25) \longrightarrow G = 10 \times 0.25 = 2.5$$

Predicción Monte Carlo de v_π con *importance sampling*

Predicción MC de v_π con *importance sampling*

Dado un conjunto (*batch*) de episodios observados a partir de una política b, procedemos a estimar v_π. Tenemos dos opciones:

- *Importance sampling* **ordinario**:

$$V(s) = \frac{\sum_{t \in \mathcal{T}(s)} \rho_{t:T(t)-1} G_t}{|\mathcal{T}(s)|}$$

- *Importance sampling* **ponderado**:

$$V(s) = \frac{\sum_{t \in \mathcal{T}(s)} \rho_{t:T(t)-1} G_t}{\sum_{t \in \mathcal{T}(s)} \rho_{t:T(t)-1}}$$

Predicción MC de v_π con *importance sampling* ordinario

$$V(s) = \frac{\sum_{t \in \mathcal{T}(s)} \rho_{t:T(t)-1} G_t}{|\mathcal{T}(s)|}$$

- t = *time step* donde se visita s.
- $T(t)$ = siguiente terminación de episodio tras t.
- Retorno obtenido al final de la trayectoria.
- *Time steps* en los que se ha visitado s.

Predicción MC de v_π con *importance sampling* ordinario

$$V(s) = \frac{\sum_{t \in \mathcal{T}(s)} \rho_{t:T(t)-1} G_t}{|\mathcal{T}(s)|}$$

- ***First-visit***: $\mathcal{T}(s)$ sólo considera los *time steps* de la primera visita a s en cada episodio.
- ***Every-visit***: $\mathcal{T}(s)$ incluye todas las visitas a s.

Ejemplo

$$V(s) = \frac{\sum_{t \in \mathcal{T}(s)} \rho_{t:T(t)-1} G_t}{|\mathcal{T}(s)|}$$

Batch de 2 episodios:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
		Se visita s		Fin de episodio $G_t = 10$			Se visita s		Se visita s		Fin de episodio $G_t = 5$

$t \longrightarrow$

First-visit: $\mathcal{T}(s) = \{1, 7\}$

$$V(s) = \frac{\rho_{1:3} \cdot 10 + \rho_{7:10} \cdot 5}{2}$$

Every-visit: $\mathcal{T}(s) = \{1, 7, 9\}$

$$V(s) = \frac{\rho_{1:3} \cdot 10 + \rho_{7:10} \cdot 5 + \rho_{9:10} \cdot 5}{3}$$

Limitaciones

El ***importance sampling* ordinario** no presenta sesgos (*bias*) en favor de la política de comportamiento b, pero puede ser demasiado extremo.

Por ejemplo, si una trayectoria es × 10 veces más probable bajo π que bajo b, la estimación será diez veces G, que se aleja bastante del realmente observado.

Se plantea como alternativa el ***importance sampling* ponderado**:

$$V(s) = \frac{\sum_{t \in \mathcal{T}(s)} \rho_{t:T(t)-1} G_t}{\sum_{t \in \mathcal{T}(s)} \rho_{t:T(t)-1}}$$

Limitaciones

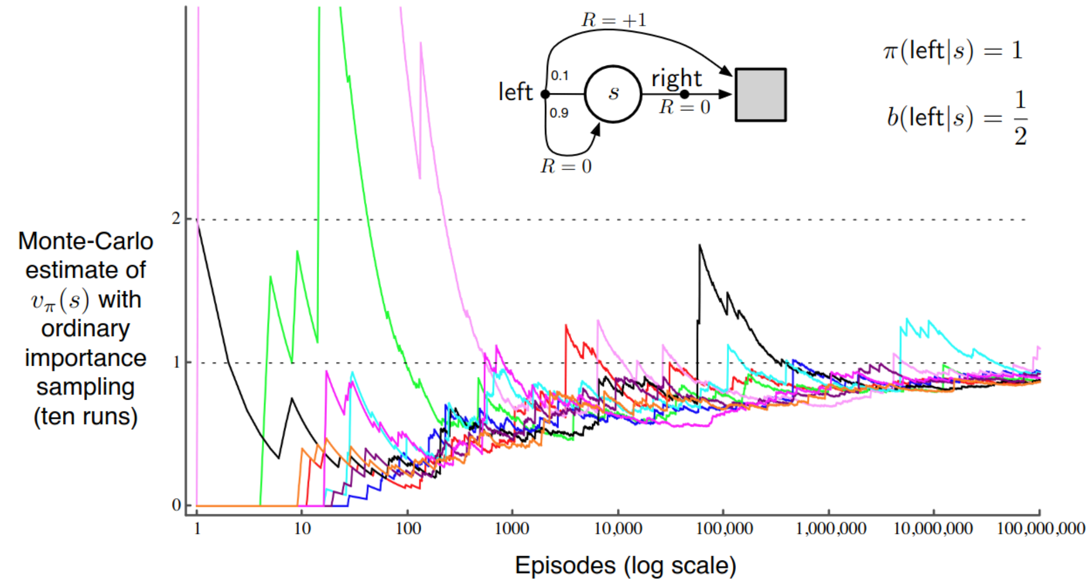


Figure 5.4: Ordinary importance sampling produces surprisingly unstable estimates on the one-state MDP shown inset (Example 5.5). The correct estimate here is 1 ($\gamma = 1$), and, even though this is the expected value of a sample return (after importance sampling), the variance of the samples is infinite, and the estimates do not converge to this value. These results are for off-policy first-visit MC.

Predicción MC de v_π con *importance sampling* ponderado

$$V(s) = \frac{\sum_{t \in \mathcal{T}(s)} \rho_{t:T(t)-1} G_t}{\sum_{t \in \mathcal{T}(s)} \rho_{t:T(t)-1}}$$

- Presenta mayor sesgo:
  - Si sólo se visita un estado una vez, $v_\pi(s) = v_b(s)$, el *importance sampling ratio* se cancela y hay un sesgo hacia la política de comportamiento.
- Sin embargo, la varianza es menor (actualizaciones menos extremas).
- Suele ser una mejor opción ✅

Ejemplo

$$V(s) = \frac{\sum_{t \in \mathcal{T}(s)} \rho_{t:T(t)-1} G_t}{\sum_{t \in \mathcal{T}(s)} \rho_{t:T(t)-1}}$$

Batch de 2 episodios:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
		Se visita s		Fin de episodio $G_t = 10$			Se visita s		Se visita s		Fin de episodio $G_t = 5$

$t \longrightarrow$

First-visit: $\mathcal{T}(s) = \{1, 7\}$

Every-visit: $\mathcal{T}(s) = \{1, 7, 9\}$

$$V(s) = \frac{\rho_{1:3} \cdot 10 + \rho_{7:10} \cdot 5}{\rho_{1:3} + \rho_{7:10}}$$

$$V(s) = \frac{\rho_{1:3} \cdot 10 + \rho_{7:10} \cdot 5 + \rho_{9:10} \cdot 5}{\rho_{1:3} + \rho_{7:10} + \rho_{9:10}}$$

Comparativa

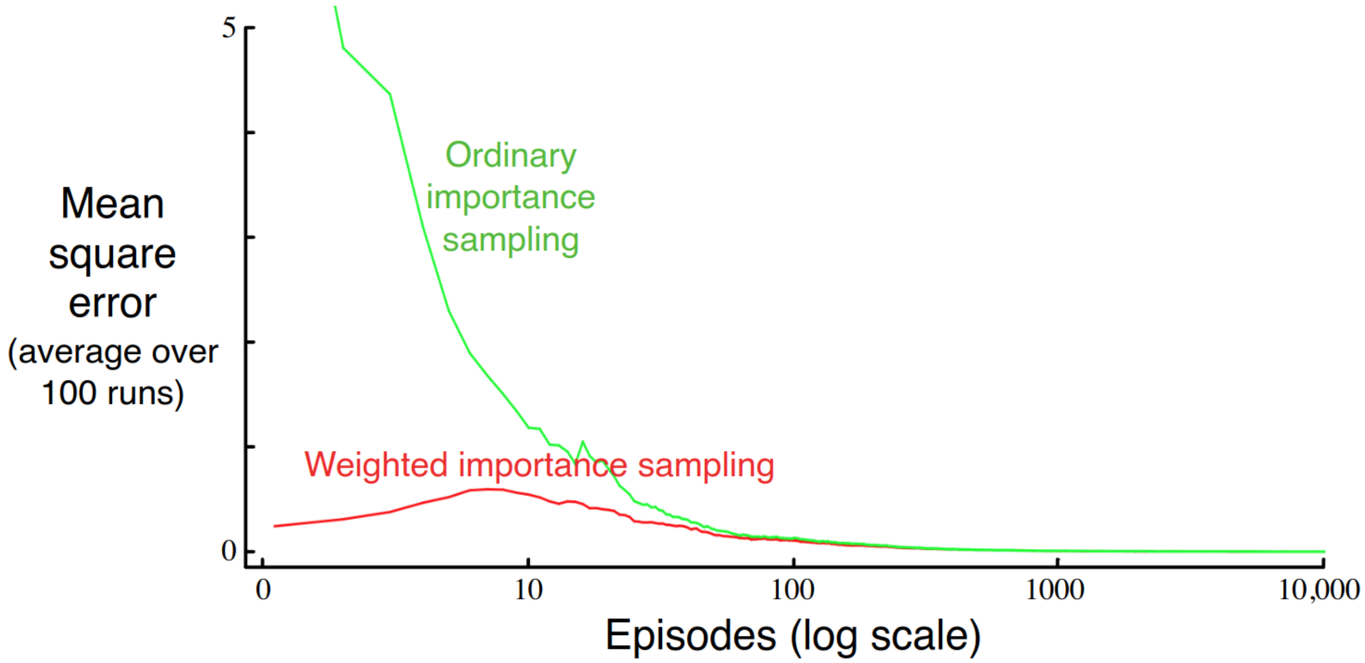


Figure 5.3: Weighted importance sampling produces lower error estimates of the value of a single blackjack state from off-policy episodes. ■

Predicción Monte Carlo incremental

Predicción MC incremental

La predicción Monte Carlo puede realizarse de forma **incremental**.

- Supongamos una secuencia de retornos: $G_1, G_2, \ldots, G_{n-1}$ obtenidos partiendo de un mismo estado.
- Cada retorno tiene una ponderación $W_i = \rho_{t_i:T(t_i)-1}$
- Empleando *importance sampling* ponderado tenemos:

$$V_n = \frac{\sum_{k=1}^{n-1} W_k G_k}{\sum_{k=1}^{n-1} W_k}, \qquad n \geq 2$$

Predicción MC incremental

$$V_n = \frac{\sum_{k=1}^{n-1} W_k G_k}{\sum_{k=1}^{n-1} W_k}, \qquad n \geq 2$$

Buscamos actualizar incrementalmente V_n cada vez que se obtiene un nuevo retorno G_n.

- Para cada estado consideramos C_n, que es la suma acumulada de los pesos de los n primeros retornos:

$$C_{n+1} = C_n + W_{n+1}$$

- El cálculo de W_{n+1} es recursivo:

$$W_1 \leftarrow \rho_{T-1}$$

$$W_2 \leftarrow \rho_{T-1}\rho_{T-2}$$

$$W_3 \leftarrow \rho_{T-1}\rho_{T-2}\rho_{T-3}$$

$$\ldots$$

$$W_{n+1} \leftarrow W_n \rho_n$$

Predicción MC incremental

Así, la **regla de actualización** empleada es:

$$V_{n+1} = V_n + \frac{W_n}{C_n}\left[G_n - V_n\right], \qquad n \geq 1$$

V puede ser el valor de un estado o de un par acción-estado.

Si bien esta implementación se corresponde con el algoritmo de predicción *off-policy* con *importance sampling* ponderado, también se aplica al caso *on-policy* si $\pi = b$ (W es siempre = 1).

Predicción MC incremental

Off-policy MC prediction (policy evaluation) for estimating $Q \approx q_\pi$

Input: an arbitrary target policy π
Initialize, for all $s \in \mathcal{S}$, $a \in \mathcal{A}(s)$:
  $Q(s,a) \in \mathbb{R}$ (arbitrarily)
  $C(s,a) \leftarrow 0$

Loop forever (for each episode):
  $b \leftarrow$ any policy with coverage of π
  Generate an episode following b: $S_0, A_0, R_1, \ldots, S_{T-1}, A_{T-1}, R_T$
  $G \leftarrow 0$
  $W \leftarrow 1$
  Loop for each step of episode, $t = T-1, T-2, \ldots, 0$, while $W \neq 0$:
    $G \leftarrow \gamma G + R_{t+1}$
    $C(S_t, A_t) \leftarrow C(S_t, A_t) + W$
    $Q(S_t, A_t) \leftarrow Q(S_t, A_t) + \frac{W}{C(S_t, A_t)} [G - Q(S_t, A_t)]$
    $W \leftarrow W \frac{\pi(A_t|S_t)}{b(A_t|S_t)}$

Control Monte Carlo *off-policy*

Control Monte Carlo *off-policy*

Off-policy MC control, for estimating $\pi \approx \pi_*$

Initialize, for all $s \in \mathcal{S}$, $a \in \mathcal{A}(s)$:
- $Q(s, a) \in \mathbb{R}$ (arbitrarily)
- $C(s, a) \leftarrow 0$
- $\pi(s) \leftarrow \arg\max_a Q(s, a)$ (with ties broken consistently)

Loop forever (for each episode):
- $b \leftarrow$ any soft policy
- Generate an episode using b: $S_0, A_0, R_1, \ldots, S_{T-1}, A_{T-1}, R_T$
- $G \leftarrow 0$
- $W \leftarrow 1$
- Loop for each step of episode, $t = T-1, T-2, \ldots, 0$:
  - $G \leftarrow \gamma G + R_{t+1}$
  - $C(S_t, A_t) \leftarrow C(S_t, A_t) + W$
  - $Q(S_t, A_t) \leftarrow Q(S_t, A_t) + \frac{W}{C(S_t, A_t)} [G - Q(S_t, A_t)]$
  - $\pi(S_t) \leftarrow \arg\max_a Q(S_t, a)$ (with ties broken consistently)
  - If $A_t \neq \pi(S_t)$ then exit inner Loop (proceed to next episode)
  - $W \leftarrow W \frac{1}{b(A_t|S_t)}$

Resumiendo…

Resumiendo...

- Los métodos **Monte Carlo** aprenden funciones de valor y políticas óptimas a partir de experiencia procedente de **episodios muestreados / aleatorios**.

Resumiendo...

- Los métodos **Monte Carlo** aprenden funciones de valor y políticas óptimas a partir de experiencia procedente de **episodios muestreados / aleatorios**.
- Las políticas óptimas se aprenden directamente, **sin requerir un modelo del entorno** ni emplear *bootstrapping* (estimaciones a partir de estimaciones).

Resumiendo...

- Los métodos **Monte Carlo** aprenden funciones de valor y políticas óptimas a partir de experiencia procedente de **episodios muestreados / aleatorios**.
- Las políticas óptimas se aprenden directamente, **sin requerir un modelo del entorno** ni emplear *bootstrapping* (estimaciones a partir de estimaciones).
- El esquema general de **GPI** también se aplica a estos métodos (evaluación + mejora de la política).

Resumiendo...

- Los métodos **Monte Carlo** aprenden funciones de valor y políticas óptimas a partir de experiencia procedente de **episodios muestreados / aleatorios**.
- Las políticas óptimas se aprenden directamente, **sin requerir un modelo del entorno** ni emplear *bootstrapping* (estimaciones a partir de estimaciones).
- El esquema general de **GPI** también se aplica a estos métodos (evaluación + mejora de la política).
- La aproximación de las funciones de valor se realiza en base al **retorno promedio** desde cada estado.

Resumiendo...

- Para garantizar la exploración, empleamos técnicas como **inicios de exploración**, aunque presenta algunas limitaciones.

Resumiendo...

- Para garantizar la exploración, empleamos técnicas como **inicios de exploración**, aunque presenta algunas limitaciones.
- Los métodos ***on-policy*** permiten asegurar la exploración y alcanzar una política muy cercana a la óptima.

Resumiendo...

- Para garantizar la exploración, empleamos técnicas como **inicios de exploración**, aunque presenta algunas limitaciones.
- Los métodos ***on-policy*** permiten asegurar la exploración y alcanzar una política muy cercana a la óptima.
- Los métodos ***off-policy*** emplean dos políticas: una para explorar, y otra para actuar.

Resumiendo...

- Para garantizar la exploración, empleamos técnicas como **inicios de exploración**, aunque presenta algunas limitaciones.
- Los métodos ***on-policy*** permiten asegurar la exploración y alcanzar una política muy cercana a la óptima.
- Los métodos ***off-policy*** emplean dos políticas: una para explorar, y otra para actuar.
- El uso de dos políticas requiere aplicar ***importance sampling*** ordinario o ponderado para que las estimaciones no estén sesgadas.

Aprendizaje por refuerzo

Métodos basados en muestreo (2)

Antonio Manjavacas Lucas

manjavacas@ugr.es