INSIEME POTENZA E PRODOTTO CARTESIANO

Università degli Studi di Udine

INSIEMI CHE APPARTENGONO AD ALTRI INSIEMI

ESEMPIO

S = insieme di tutti gli studenti di una scuola;
$1A$ = insieme degli studenti di una classe della scuola.

INSIEMI CHE APPARTENGONO AD ALTRI INSIEMI

ESEMPIO

S = insieme di tutti gli studenti di una scuola;
$1A$ = insieme degli studenti di una classe della scuola.

$$1A \subseteq S.$$

INSIEMI CHE APPARTENGONO AD ALTRI INSIEMI

ESEMPIO

S = insieme di tutti gli studenti di una scuola;
$1A$ = insieme degli studenti di una classe della scuola.

$$1A \subseteq S.$$

Cl= insieme di tutte le classi della scuola, ad esempio:

$$Cl = \{1A, 1B, 1C, 2A, 2B, 2C, 3A, 3B, 3C\}.$$

INSIEMI CHE APPARTENGONO AD ALTRI INSIEMI

ESEMPIO

S = insieme di tutti gli studenti di una scuola;
$1A$ = insieme degli studenti di una classe della scuola.

$$1A \subseteq S.$$

Cl= insieme di tutte le classi della scuola, ad esempio:

$$Cl = \{1A, 1B, 1C, 2A, 2B, 2C, 3A, 3B, 3C\}.$$

- Cl ha qualche cosa di diverso rispetto agli insiemi di cui ci siamo occupati finora:

INSIEMI CHE APPARTENGONO AD ALTRI INSIEMI

ESEMPIO

S = insieme di tutti gli studenti di una scuola;
$1A$ = insieme degli studenti di una classe della scuola.

$$1A \subseteq S.$$

Cl= insieme di tutte le classi della scuola, ad esempio:

$$Cl = \{1A, 1B, 1C, 2A, 2B, 2C, 3A, 3B, 3C\}.$$

- *Cl* ha qualche cosa di diverso rispetto agli insiemi di cui ci siamo occupati finora: è un *insieme di insiemi* , un insieme, cioè, che ha per elementi le classi, che sono a loro volta insiemi (di studenti).

INSIEMI CHE APPARTENGONO AD ALTRI INSIEMI

ESEMPIO

S = insieme di tutti gli studenti di una scuola;
$1A$ = insieme degli studenti di una classe della scuola.

$$1A \subseteq S.$$

Cl= insieme di tutte le classi della scuola, ad esempio:

$$Cl = \{1A, 1B, 1C, 2A, 2B, 2C, 3A, 3B, 3C\}.$$

- Cl ha qualche cosa di diverso rispetto agli insiemi di cui ci siamo occupati finora: è un *insieme di insiemi* , un insieme, cioè, che ha per elementi le classi, che sono a loro volta insiemi (di studenti).
- Ha senso allora scrivere $Dario \in 3A$ e $3A \in Cl$, che scriveremo anche come una catena:

  $$Dario \in 3A \in Cl.$$

  Una catena del tipo $a \in b \in \mathbb{N}$, invece, non è possibile. . .

Possiamo anche considerare insiemi che hanno oggetti di tipo misto. Ad esempio, una banca dati di una scuola contiene sia le classi della scuola sia i nomi degli insegnanti:

$$\{1A, 2A, \ldots, 3C, D'Agostino, Rossi, D'Andrea, \ldots\}.$$

Possiamo anche considerare insiemi che hanno oggetti di tipo misto. Ad esempio, una banca dati di una scuola contiene sia le classi della scuola sia i nomi degli insegnanti:

$$\{1A, 2A, \ldots, 3C, D'Agostino, Rossi, D'Andrea, \ldots\}.$$

Più in generale, esistono degli insiemi che hanno elementi che sono a loro volta degli insiemi.

Possiamo anche considerare insiemi che hanno oggetti di tipo misto. Ad esempio, una banca dati di una scuola contiene sia le classi della scuola sia i nomi degli insegnanti:

$$\{1A, 2A, \ldots, 3C, D'Agostino, Rossi, D'Andrea, \ldots\}.$$

Più in generale, esistono degli insiemi che hanno elementi che sono a loro volta degli insiemi.
Ad esempio, se $A = \{0, 1, \mathbb{N}\}$ vale $\mathbb{N} \in A$, mentre non è vero che $\mathbb{N} \subseteq A$.

Possiamo anche considerare insiemi che hanno oggetti di tipo misto. Ad esempio, una banca dati di una scuola contiene sia le classi della scuola sia i nomi degli insegnanti:

$$\{1A, 2A, \ldots, 3C, D'Agostino, Rossi, D'Andrea, \ldots\}.$$

Più in generale, esistono degli insiemi che hanno elementi che sono a loro volta degli insiemi.
Ad esempio, se $A = \{0, 1, \mathbb{N}\}$ vale $\mathbb{N} \in A$, mentre non è vero che $\mathbb{N} \subseteq A$.
Se invece consideriamo l'insieme $B = \mathbb{N} \cup \{\mathbb{N}\}$ avremo sia $\mathbb{N} \in B$ che $\mathbb{N} \subseteq B$.

Insieme delle Parti di un Insieme

ESEMPIO

Dato l'insieme $A = \{0, 1, 2\}$, possiamo considerare tutti i suoi sottoinsiemi, ovvero:

$$\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{2\}, \{0, 1\}, \{0, 2\}, \{1, 2\}, \{0, 1, 2\}.$$

Insieme delle Parti di un Insieme

ESEMPIO

Dato l'insieme $A = \{0, 1, 2\}$, possiamo considerare tutti i suoi sottoinsiemi, ovvero:

$$\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{2\}, \{0, 1\}, \{0, 2\}, \{1, 2\}, \{0, 1, 2\}.$$

Possiamo poi collezionare tutti questi insiemi e farne elementi di un nuovo insieme :

$$\{\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{2\}, \{0, 1\}, \{0, 2\}, \{1, 2\}, \{0, 1, 2\}\}.$$

Insieme delle Parti di un Insieme

ESEMPIO

Dato l'insieme $A = \{0, 1, 2\}$, possiamo considerare tutti i suoi sottoinsiemi, ovvero:

$$\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{2\}, \{0, 1\}, \{0, 2\}, \{1, 2\}, \{0, 1, 2\}.$$

Possiamo poi collezionare tutti questi insiemi e farne elementi di un nuovo insieme :

$$\{\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{2\}, \{0, 1\}, \{0, 2\}, \{1, 2\}, \{0, 1, 2\}\}.$$

DEFINIZIONE

L'insieme di tutti i sottoinsiemi di un insieme A si indica con $P(A)$ o $Pow(A)$ (l'insieme delle parti di A, o l'insieme potenza di A (Powerset, in inglese).

Insieme delle Parti di un Insieme

ESEMPIO

Dato l'insieme $A = \{0, 1, 2\}$, possiamo considerare tutti i suoi sottoinsiemi, ovvero:

$$\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{2\}, \{0, 1\}, \{0, 2\}, \{1, 2\}, \{0, 1, 2\}.$$

Possiamo poi collezionare tutti questi insiemi e farne elementi di un nuovo insieme :

$$\{\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{2\}, \{0, 1\}, \{0, 2\}, \{1, 2\}, \{0, 1, 2\}\}.$$

DEFINIZIONE

L'insieme di tutti i sottoinsiemi di un insieme A si indica con $P(A)$ o $Pow(A)$ (l'insieme delle parti di A, o l'insieme potenza di A (Powerset, in inglese).

Si ha: $X \in P(A) \Leftrightarrow X \subseteq A$

- Fra i sottoinsiemi di A ce ne sono sempre due un po' speciali: l'insieme vuoto $\emptyset$ e tutto A.
  Quindi, per ogni insieme A, vale:

$$\emptyset \in P(A), \qquad A \in P(A).$$

- $$P(\emptyset) = \{\emptyset\} \neq \emptyset$$

  (l'insieme vuoto ha solo il vuoto come sottoinsieme, quindi il suo insieme delle parti contiene un elemento e non è vuoto!)

Se $A = \{0, 2, 3\}$ allora:

QUIZ1

$0 \in P(A)$	VERO	FALSO
$\emptyset \subseteq P(A) \wedge \emptyset \in P(A)$	VERO	FALSO
$\{2\} \subseteq P(A)$	VERO	FALSO
$\{0, 3\} \in P(A)$	VERO	FALSO

INDIETRO AVANTI

Se $A = \{0, 2, 3\}$ allora:

QUIZ1

$0 \in P(A)$	VERO	FALSO
$\emptyset \subseteq P(A) \wedge \emptyset \in P(A)$	VERO	FALSO
$\{2\} \subseteq P(A)$	VERO	FALSO
$\{0, 3\} \in P(A)$	VERO	FALSO

INDIETRO AVANTI

RISPOSTA

No: 0 non è un sottoinsieme di A quindi 0 non appartiene a $P(A)$, mentre potremmo scrivere correttamente $\{0\} \in P(A)$, perché $\{0\} \subseteq A$.

Se $A = \{0, 2, 3\}$ allora:

QUIZ1

$0 \in P(A)$	VERO	FALSO
$\emptyset \subseteq P(A) \wedge \emptyset \in P(A)$	VERO	FALSO
$\{2\} \subseteq P(A)$	VERO	FALSO
$\{0, 3\} \in P(A)$	VERO	FALSO

INDIETRO AVANTI

RISPOSTA

GIUSTO

Se $A = \{0, 2, 3\}$ allora:

QUIZ1

$0 \in P(A)$	VERO	FALSO
$\emptyset \subseteq P(A) \wedge \emptyset \in P(A)$	VERO	FALSO
$\{2\} \subseteq P(A)$	VERO	FALSO
$\{0, 3\} \in P(A)$	VERO	FALSO

INDIETRO AVANTI

RISPOSTA

GIUSTO: $\emptyset$ è un sottoinsieme di qualsiasi insieme, in particolare di $P(A)$; inoltre poiché $\emptyset \subseteq A$ anche $\emptyset \in P(A)$ è vera.

Se $A = \{0, 2, 3\}$ allora:

QUIZ1

$0 \in P(A)$	VERO	FALSO
$\emptyset \subseteq P(A) \wedge \emptyset \in P(A)$	VERO	FALSO
$\{2\} \subseteq P(A)$	VERO	FALSO
$\{0, 3\} \in P(A)$	VERO	FALSO

INDIETRO AVANTI

RISPOSTA

SBAGLIATO: $\emptyset$ è un sottoinsieme di qualsiasi insieme, in particolare di $P(A)$.

Se $A = \{0, 2, 3\}$ allora:

QUIZ1

$0 \in P(A)$	VERO	FALSO
$\emptyset \subseteq P(A) \wedge \emptyset \in P(A)$	VERO	FALSO
$\{2\} \subseteq P(A)$	VERO	FALSO
$\{0, 3\} \in P(A)$	VERO	FALSO

INDIETRO AVANTI

RISPOSTA

NO: $\{2\} \not\subseteq P(A)$ perché $2 \in \{2\}$ ma $2 \notin P(A)$.

Se $A = \{0, 2, 3\}$ allora:

QUIZ1

$0 \in P(A)$	VERO	FALSO
$\emptyset \subseteq P(A) \wedge \emptyset \in P(A)$	VERO	FALSO
$\{2\} \subseteq P(A)$	VERO	FALSO
$\{0, 3\} \in P(A)$	VERO	FALSO

INDIETRO AVANTI

RISPOSTA

GIUSTO.

Se $A = \{0, 2, 3\}$ allora:

QUIZ1

$0 \in P(A)$	VERO	FALSO
$\emptyset \subseteq P(A) \wedge \emptyset \in P(A)$	VERO	FALSO
$\{2\} \subseteq P(A)$	VERO	FALSO
$\{0, 3\} \in P(A)$	VERO	FALSO

INDIETRO AVANTI

RISPOSTA

GIUSTO

Se $A = \{0, 2, 3\}$ allora:

QUIZ1

$0 \in P(A)$	VERO	FALSO
$\emptyset \subseteq P(A) \wedge \emptyset \in P(A)$	VERO	FALSO
$\{2\} \subseteq P(A)$	VERO	FALSO
$\{0, 3\} \in P(A)$	VERO	FALSO

INDIETRO AVANTI

RISPOSTA

SBAGLIATO: $\{0, 3\} \in P(A)$ perché $\{0, 3\} \subseteq A$.

QUIZ2

$\mathbb{N} \in P(\mathbb{Z})$	VERO	FALSO
$\mathbb{N} \subseteq P(\mathbb{Z})$	VERO	FALSO
$\mathbb{Z} \in P(\mathbb{N})$	VERO	FALSO
$\mathbb{N} \in P(\mathbb{N})$	VERO	FALSO

INDIETRO AVANTI

QUIZ2

$\mathbb{N} \in P(\mathbb{Z})$	VERO	FALSO
$\mathbb{N} \subseteq P(\mathbb{Z})$	VERO	FALSO
$\mathbb{Z} \in P(\mathbb{N})$	VERO	FALSO
$\mathbb{N} \in P(\mathbb{N})$	VERO	FALSO

INDIETRO AVANTI

RISPOSTA

GIUSTO

QUIZ2

$\mathbb{N} \in P(\mathbb{Z})$	VERO	FALSO
$\mathbb{N} \subseteq P(\mathbb{Z})$	VERO	FALSO
$\mathbb{Z} \in P(\mathbb{N})$	VERO	FALSO
$\mathbb{N} \in P(\mathbb{N})$	VERO	FALSO

INDIETRO AVANTI

RISPOSTA

SBAGLIATO: $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z}$ quindi $\mathbb{N} \in P(\mathbb{Z})$

QUIZ2

$\mathbb{N} \in P(\mathbb{Z})$	VERO	FALSO
$\mathbb{N} \subseteq P(\mathbb{Z})$	VERO	FALSO
$\mathbb{Z} \in P(\mathbb{N})$	VERO	FALSO
$\mathbb{N} \in P(\mathbb{N})$	VERO	FALSO

INDIETRO AVANTI

RISPOSTA

SBAGLIATO: $0 \in \mathbb{N}$ ma $0 \notin (P(\mathbb{Z})$ perché $0 \not\subseteq \mathbb{Z}$

QUIZ2

$\mathbb{N} \in P(\mathbb{Z})$	VERO	FALSO
$\mathbb{N} \subseteq P(\mathbb{Z})$	VERO	FALSO
$\mathbb{Z} \in P(\mathbb{N})$	VERO	FALSO
$\mathbb{N} \in P(\mathbb{N})$	VERO	FALSO

INDIETRO AVANTI

RISPOSTA

GIUSTO

QUIZ2

$\mathbb{N} \in P(\mathbb{Z})$	VERO	FALSO
$\mathbb{N} \subseteq P(\mathbb{Z})$	VERO	FALSO
$\mathbb{Z} \in P(\mathbb{N})$	VERO	FALSO
$\mathbb{N} \in P(\mathbb{N})$	VERO	FALSO

INDIETRO AVANTI

RISPOSTA

SBAGLIATO: $\mathbb{Z} \not\subseteq \mathbb{N}$

QUIZ2

$\mathbb{N} \in P(\mathbb{Z})$	VERO	FALSO
$\mathbb{N} \subseteq P(\mathbb{Z})$	VERO	FALSO
$\mathbb{Z} \in P(\mathbb{N})$	VERO	FALSO
$\mathbb{N} \in P(\mathbb{N})$	VERO	FALSO

INDIETRO AVANTI

RISPOSTA

GIUSTO

QUIZ2

$\mathbb{N} \in P(\mathbb{Z})$	VERO	FALSO
$\mathbb{N} \subseteq P(\mathbb{Z})$	VERO	FALSO
$\mathbb{Z} \in P(\mathbb{N})$	VERO	FALSO
$\mathbb{N} \in P(\mathbb{N})$	VERO	FALSO

INDIETRO AVANTI

RISPOSTA

GIUSTO

QUIZ2

$\mathbb{N} \in P(\mathbb{Z})$	VERO	FALSO
$\mathbb{N} \subseteq P(\mathbb{Z})$	VERO	FALSO
$\mathbb{Z} \in P(\mathbb{N})$	VERO	FALSO
$\mathbb{N} \in P(\mathbb{N})$	VERO	FALSO

INDIETRO AVANTI

RISPOSTA

SBAGLIATO: $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{N}$ quindi $\mathbb{N} \in P(\mathbb{N})$.

Se A e B sono insiemi allora vale sempre che:

QUIZ3

se $A \subseteq B$ allora $A \in P(B)$	VERO	FALSO
se $A \subseteq B$ allora $B \in P(A)$	VERO	FALSO
se $A \cap B = \emptyset$ allora $P(A) \cap P(B) = \emptyset$	VERO	FALSO
$\emptyset \in P(A) \setminus P(B)$	VERO	FALSO

INDIETRO AVANTI

Se A e B sono insiemi allora vale sempre che:

QUIZ3

se $A \subseteq B$ allora $A \in P(B)$	VERO	FALSO
se $A \subseteq B$ allora $B \in P(A)$	VERO	FALSO
se $A \cap B = \emptyset$ allora $P(A) \cap P(B) = \emptyset$	VERO	FALSO
$\emptyset \in P(A) \setminus P(B)$	VERO	FALSO

INDIETRO AVANTI

RISPOSTA

GIUSTO

Se A e B sono insiemi allora vale sempre che:

QUIZ3

se $A \subseteq B$ allora $A \in P(B)$	VERO	FALSO
se $A \subseteq B$ allora $B \in P(A)$	VERO	FALSO
se $A \cap B = \emptyset$ allora $P(A) \cap P(B) = \emptyset$	VERO	FALSO
$\emptyset \in P(A) \setminus P(B)$	VERO	FALSO

INDIETRO AVANTI

RISPOSTA

SBAGLIATO: A è un sottoinsieme di B quindi $A \in P(B)$

Se A e B sono insiemi allora vale sempre che:

QUIZ3

se $A \subseteq B$ allora $A \in P(B)$	VERO	FALSO
se $A \subseteq B$ allora $B \in P(A)$	VERO	FALSO
se $A \cap B = \emptyset$ allora $P(A) \cap P(B) = \emptyset$	VERO	FALSO
$\emptyset \in P(A) \setminus P(B)$	VERO	FALSO

INDIETRO AVANTI

RISPOSTA

SBAGLIATO: ad esempio, se $A = \emptyset$, $B = \mathbb{N}$, allora $A \subseteq B$ ma $B = \mathbb{N} \notin P(A) = \{\emptyset\}$

Se A e B sono insiemi allora vale sempre che:

QUIZ3

se $A \subseteq B$ allora $A \in P(B)$	VERO	FALSO
se $A \subseteq B$ allora $B \in P(A)$	VERO	FALSO
se $A \cap B = \emptyset$ allora $P(A) \cap P(B) = \emptyset$	VERO	FALSO
$\emptyset \in P(A) \setminus P(B)$	VERO	FALSO

INDIETRO AVANTI

RISPOSTA

GIUSTO

Se A e B sono insiemi allora vale sempre che:

QUIZ3

se $A \subseteq B$ allora $A \in P(B)$	VERO	FALSO
se $A \subseteq B$ allora $B \in P(A)$	VERO	FALSO
se $A \cap B = \emptyset$ allora $P(A) \cap P(B) = \emptyset$	VERO	FALSO
$\emptyset \in P(A) \setminus P(B)$	VERO	FALSO

INDIETRO AVANTI

RISPOSTA

SBAGLIATO: $\emptyset \in P(A) \cap P(B)$ quindi $P(A) \cap P(B) \neq \emptyset$

Se A e B sono insiemi allora vale sempre che:

QUIZ3

se $A \subseteq B$ allora $A \in P(B)$	VERO	FALSO
se $A \subseteq B$ allora $B \in P(A)$	VERO	FALSO
se $A \cap B = \emptyset$ allora $P(A) \cap P(B) = \emptyset$	VERO	FALSO
$\emptyset \in P(A) \setminus P(B)$	VERO	FALSO

INDIETRO AVANTI

RISPOSTA

GIUSTO: $P(A) \cap P(B)$ è non vuoto perché contiene $\emptyset$

Se A e B sono insiemi allora vale sempre che:

QUIZ3

se $A \subseteq B$ allora $A \in P(B)$	VERO	FALSO
se $A \subseteq B$ allora $B \in P(A)$	VERO	FALSO
se $A \cap B = \emptyset$ allora $P(A) \cap P(B) = \emptyset$	VERO	FALSO
$\emptyset \in P(A) \setminus P(B)$	VERO	FALSO

INDIETRO AVANTI

RISPOSTA

SBAGLIATO: $\emptyset \in P(B)$ quindi $\emptyset \notin P(A) \setminus P(B)$.

Se A e B sono insiemi allora vale sempre che:

QUIZ3

se $A \subseteq B$ allora $A \in P(B)$	VERO	FALSO
se $A \subseteq B$ allora $B \in P(A)$	VERO	FALSO
se $A \cap B = \emptyset$ allora $P(A) \cap P(B) = \emptyset$	VERO	FALSO
$\emptyset \in P(A) \setminus P(B)$	VERO	FALSO

INDIETRO AVANTI

RISPOSTA

GIUSTO.

PARTIZIONI DI UN INSIEME

ESEMPIO

$S =$ insieme degli studenti di una scuola $= \{Gianni, Andrea, \ldots\}$
$Cl =$ insieme delle classi della scuola $= \{1A, 1B, \ldots\}$.

PARTIZIONI DI UN INSIEME

ESEMPIO

$S =$ insieme degli studenti di una scuola $= \{Gianni, Andrea, \ldots\}$
$Cl =$ insieme delle classi della scuola $= \{1A, 1B, \ldots\}$.
Se $x \in Cl$ allora $x \subseteq S$ e quindi $x \in P(S)$;

PARTIZIONI DI UN INSIEME

ESEMPIO

$S =$ insieme degli studenti di una scuola $= \{Gianni, Andrea, \ldots\}$
$Cl =$ insieme delle classi della scuola $= \{1A, 1B, \ldots\}$.
Se $x \in Cl$ allora $x \subseteq S$ e quindi $x \in P(S)$; quindi $Cl \subseteq P(S)$.

PARTIZIONI DI UN INSIEME

ESEMPIO

$S =$ insieme degli studenti di una scuola $= \{Gianni, Andrea, \ldots\}$
$Cl =$ insieme delle classi della scuola $= \{1A, 1B, \ldots\}$.
Se $x \in Cl$ allora $x \subseteq S$ e quindi $x \in P(S)$; quindi $Cl \subseteq P(S)$.
L'insieme Cl verifica le seguenti proprietà:

1. due elementi diversi di Cl (due classi differenti) sono disgiunte (cioè: non hanno studenti in comune):

$$\forall A \forall B (A \in Cl \wedge B \in Cl \wedge A \neq B \rightarrow A \cap B = \emptyset),$$

2. tutti gli studenti della scuola appartengono ad almeno una classe.

$$\forall s (s \in S \rightarrow \exists A (A \in Cl \wedge s \in A)).$$

L'insieme delle classi è un esempio di *PARTIZIONE* dell'insieme degli studenti della scuola.

PARTIZIONI DI UN INSIEME

Più in generale, abbiamo:

DEFINIZIONE

Un insieme P è una partizione di un insieme S se P contiene sottoinsiemi di S che sono a due a due disgiunti e che *ricoprono* tutto S. In formule:

1. $P \subseteq \mathcal{P}(S)$ e $\forall X (X \in P \to X \neq \emptyset)$;
2. $\forall X \forall Y (X \in P \land Y \in P \land X \neq Y \to X \cap Y = \emptyset)$;
3. $\forall s (s \in S \to \exists X (X \in P \land s \in X))$.

ESEMPI

- L'insieme
$$P = \{2\mathbb{N}, 2\mathbb{N}+1\},$$
dove $2\mathbb{N}$= numeri pari, $2\mathbb{N}+1$=numeri dispari, è una partizione dei numeri naturali.
- Una partizione può anche avere infiniti elementi:
$$P = \{\{n, -n\} : n \in \mathbb{N}\}$$
è una partizione di $\mathbb{Z}$ con infiniti elementi.
- Se A è un insieme non vuoto, allora
$$P = \{A\}, \quad \text{e} \quad P' = \{\{a\} : a \in A\}$$
sono partizioni (partizioni *banali*).

Le partizioni risulteranno particolarmente utili quando studieremo le relazioni di equivalenza.

Stabilire quali dei seguenti insiemi sono partizioni dell'insieme $\mathbb{N}$.

QUIZ4

$P = 2\mathbb{N} \cup (2\mathbb{N} + 1)$ VERO FALSO

$P = \{A_0, A_1, \ldots, A_n, \ldots\}$ dove $A_i = \{i\}, i \in \mathbb{N}$ VERO FALSO

$P = \{B_0, B_1, \ldots, B_n, \ldots\}$ dove $B_i = \{0, 1 \ldots, i\}, i \in \mathbb{N}$ VERO FALSO

$P = \{C_0, C_1, \ldots, C_n, \ldots\}$ dove $C_0 = \mathbb{N} \setminus \{0\}, C_1 = \mathbb{N} \setminus \{0, 1\}, \ldots, C_n = \mathbb{N} \setminus \{0, 1, \ldots, n\}, \ldots$ VERO FALSO

INDIETRO AVANTI

Stabilire quali dei seguenti insiemi sono partizioni dell'insieme $\mathbb{N}$.

QUIZ4

$P = 2\mathbb{N} \cup (2\mathbb{N} + 1)$ VERO FALSO

$P = \{A_0, A_1, \ldots, A_n, \ldots\}$ dove $A_i = \{i\}, i \in \mathbb{N}$ VERO FALSO

$P = \{B_0, B_1, \ldots, B_n, \ldots\}$ dove $B_i = \{0, 1 \ldots, i\}, i \in \mathbb{N}$ VERO FALSO

$P = \{C_0, C_1, \ldots, C_n, \ldots\}$ dove $C_0 = \mathbb{N} \setminus \{0\}, C_1 = \mathbb{N} \setminus \{0, 1\}, \ldots, C_n = \mathbb{N} \setminus \{0, 1, \ldots, n\}, \ldots$ VERO FALSO

INDIETRO AVANTI

RISPOSTA

Sbagliato: in questo caso $P = \mathbb{N}$ e non è una partizione di $\mathbb{N}$
(i suoi elementi non sono sottoinsiemi di $\mathbb{N}$, ma numeri naturali)

Stabilire quali dei seguenti insiemi sono partizioni dell'insieme $\mathbb{N}$.

QUIZ4

$P = 2\mathbb{N} \cup (2\mathbb{N} + 1)$ VERO FALSO

$P = \{A_0, A_1, \ldots, A_n, \ldots\}$ dove $A_i = \{i\}, i \in \mathbb{N}$ VERO FALSO

$P = \{B_0, B_1, \ldots, B_n, \ldots\}$ dove $B_i = \{0, 1 \ldots, i\}, i \in \mathbb{N}$ VERO FALSO

$P = \{C_0, C_1, \ldots, C_n, \ldots\}$ dove $C_0 = \mathbb{N} \setminus \{0\}, C_1 = \mathbb{N} \setminus \{0, 1\}, \ldots, C_n = \mathbb{N} \setminus \{0, 1, \ldots, n\}, \ldots$ VERO FALSO

INDIETRO AVANTI

RISPOSTA

Giusto

Stabilire quali dei seguenti insiemi sono partizioni dell'insieme $\mathbb{N}$.

QUIZ4

$P = 2\mathbb{N} \cup (2\mathbb{N} + 1)$ VERO FALSO

$P = \{A_0, A_1, \ldots, A_n, \ldots\}$ dove $A_i = \{i\}, i \in \mathbb{N}$ VERO FALSO

$P = \{B_0, B_1, \ldots, B_n, \ldots\}$ dove $B_i = \{0, 1 \ldots, i\}, i \in \mathbb{N}$ VERO FALSO

$P = \{C_0, C_1, \ldots, C_n, \ldots\}$ dove $C_0 = \mathbb{N} \setminus \{0\}, C_1 = \mathbb{N} \setminus \{0, 1\}, \ldots, C_n = \mathbb{N} \setminus \{0, 1, \ldots, n\}, \ldots$ VERO FALSO

INDIETRO AVANTI

RISPOSTA

Giusto

Stabilire quali dei seguenti insiemi sono partizioni dell'insieme $\mathbb{N}$.

QUIZ4

$P = 2\mathbb{N} \cup (2\mathbb{N} + 1)$ VERO FALSO

$P = \{A_0, A_1, \ldots, A_n, \ldots\}$ dove $A_i = \{i\}, i \in \mathbb{N}$ VERO FALSO

$P = \{B_0, B_1, \ldots, B_n, \ldots\}$ dove $B_i = \{0, 1 \ldots, i\}, i \in \mathbb{N}$ VERO FALSO

$P = \{C_0, C_1, \ldots, C_n, \ldots\}$ dove $C_0 = \mathbb{N} \setminus \{0\}, C_1 = \mathbb{N} \setminus \{0, 1\}, \ldots, C_n = \mathbb{N} \setminus \{0, 1, \ldots, n\}, \ldots$ VERO FALSO

INDIETRO AVANTI

RISPOSTA

Sbagliato: P è una partizione di $\mathbb{N}$ perché i suoi elementi sono sottoinsiemi non vuoti, a due a due disgiunti e ricoprono tutto $\mathbb{N}$

Stabilire quali dei seguenti insiemi sono partizioni dell'insieme $\mathbb{N}$.

QUIZ4

$P = 2\mathbb{N} \cup (2\mathbb{N} + 1)$ VERO FALSO

$P = \{A_0, A_1, \ldots, A_n, \ldots\}$ dove $A_i = \{i\}, i \in \mathbb{N}$ VERO FALSO

$P = \{B_0, B_1, \ldots, B_n, \ldots\}$ dove $B_i = \{0, 1 \ldots, i\}, i \in \mathbb{N}$ VERO FALSO

$P = \{C_0, C_1, \ldots, C_n, \ldots\}$ dove $C_0 = \mathbb{N} \setminus \{0\}, C_1 = \mathbb{N} \setminus \{0, 1\}, \ldots, C_n = \mathbb{N} \setminus \{0, 1, \ldots, n\}, \ldots$ VERO FALSO

INDIETRO AVANTI

RISPOSTA

Sbagliato: gli elementi di P non sono a due a due disgiunti

Stabilire quali dei seguenti insiemi sono partizioni dell'insieme $\mathbb{N}$.

QUIZ4

$P = 2\mathbb{N} \cup (2\mathbb{N} + 1)$ VERO FALSO

$P = \{A_0, A_1, \dots, A_n, \dots\}$ dove $A_i = \{i\}, i \in \mathbb{N}$ VERO FALSO

$P = \{B_0, B_1, \dots, B_n, \dots\}$ dove $B_i = \{0, 1 \dots, i\}, i \in \mathbb{N}$ VERO FALSO

$P = \{C_0, C_1, \dots, C_n, \dots\}$ dove $C_0 = \mathbb{N} \setminus \{0\}, C_1 = \mathbb{N} \setminus \{0, 1\}, \dots, C_n = \mathbb{N} \setminus \{0, 1, \dots, n\}, \dots$ VERO FALSO

INDIETRO AVANTI

RISPOSTA

Giusto

Stabilire quali dei seguenti insiemi sono partizioni dell'insieme $\mathbb{N}$.

QUIZ4

$P = 2\mathbb{N} \cup (2\mathbb{N} + 1)$ VERO FALSO

$P = \{A_0, A_1, \dots, A_n, \dots\}$ dove $A_i = \{i\}, i \in \mathbb{N}$ VERO FALSO

$P = \{B_0, B_1, \dots, B_n, \dots\}$ dove $B_i = \{0, 1 \dots, i\}, i \in \mathbb{N}$ VERO FALSO

$P = \{C_0, C_1, \dots, C_n, \dots\}$ dove $C_0 = \mathbb{N} \setminus \{0\}, C_1 = \mathbb{N} \setminus \{0, 1\}, \dots, C_n = \mathbb{N} \setminus \{0, 1, \dots, n\}, \dots$ VERO FALSO

INDIETRO AVANTI

RISPOSTA

Sbagliato: P non è una partizione di $\mathbb{N}$ perché i suoi elementi non sono a due a due disgiunti

Stabilire quali dei seguenti insiemi sono partizioni dell'insieme $\mathbb{N}$.

QUIZ4

$P = 2\mathbb{N} \cup (2\mathbb{N} + 1)$ VERO FALSO

$P = \{A_0, A_1, \dots, A_n, \dots\}$ dove $A_i = \{i\}, i \in \mathbb{N}$ VERO FALSO

$P = \{B_0, B_1, \dots, B_n, \dots\}$ dove $B_i = \{0, 1 \dots, i\}, i \in \mathbb{N}$ VERO FALSO

$P = \{C_0, C_1, \dots, C_n, \dots\}$ dove $C_0 = \mathbb{N} \setminus \{0\}, C_1 = \mathbb{N} \setminus \{0, 1\}, \dots, C_n = \mathbb{N} \setminus \{0, 1, \dots, n\}, \dots$ VERO FALSO

INDIETRO AVANTI

RISPOSTA

Giusto

QUANTI SONO I SOTTOINSIEMI DI UN INSIEME?

PROVIAMO A CONTARE:

- l'insieme vuoto $\emptyset$ ha 1 sottoinsieme:

$$\emptyset;$$

QUANTI SONO I SOTTOINSIEMI DI UN INSIEME?

PROVIAMO A CONTARE:

- l'insieme vuoto $\emptyset$ ha 1 sottoinsieme:

$$\emptyset;$$

- un insieme con un solo elemento, $\{a_1\}$, ha 2 sottoinsiemi:

$$\emptyset, \quad \{a_1\} = A;$$

QUANTI SONO I SOTTOINSIEMI DI UN INSIEME?

PROVIAMO A CONTARE:

- l'insieme vuoto $\emptyset$ ha 1 sottoinsieme:

$$\emptyset;$$

- un insieme con un solo elemento, $\{a_1\}$, ha 2 sottoinsiemi:

$$\emptyset, \quad \{a_1\} = A;$$

- un insieme con due elementi, $\{a_1, a_2\}$ ha 4 sottoinsiemi:

$$\emptyset, \quad \{a_1\}, \quad \{a_2\}, \quad \{a_1, a_2\};$$

QUANTI SONO I SOTTOINSIEMI DI UN INSIEME?

PROVIAMO A CONTARE:

- l'insieme vuoto $\emptyset$ ha 1 sottoinsieme:

$$\emptyset;$$

- un insieme con un solo elemento, $\{a_1\}$, ha 2 sottoinsiemi:

$$\emptyset, \quad \{a_1\} = A;$$

- un insieme con due elementi, $\{a_1, a_2\}$ ha 4 sottoinsiemi:

$$\emptyset, \quad \{a_1\}, \quad \{a_2\}, \quad \{a_1, a_2\};$$

- un insieme con tre elementi, $\{a_1, a_2, a_3\}$ ha 8 sottoinsiemi (elencarli per esercizio).

Quindi nel caso di insiemi con $0, 1$ o 2 elementi il numero dei sottoinsiemi raddoppia quando si passa da un insieme ad un insieme con un elemento in più.

Questo risultato vale per ogni insieme finito:

PROPOSIZIONE

Se l'insieme A ha un numero finito di elementi e a è un oggetto che non appartiene ad A, allora l'insieme $A \cup \{a\}$ ha il doppio dei sottoinsiemi di A.

Prima di dimostrare questo teorema in generale, vediamo di convincerci nel caso in cui $A = \{1, 2\}$ ed aggiungiamo il numero 3 all'insieme A:

$$A' = A \cup \{3\} = \{1, 2, 3\}$$

Questo risultato vale per ogni insieme finito:

PROPOSIZIONE

Se l'insieme A ha un numero finito di elementi e a è un oggetto che non appartiene ad A, allora l'insieme $A \cup \{a\}$ ha il doppio dei sottoinsiemi di A.

Prima di dimostrare questo teorema in generale, vediamo di convincerci nel caso in cui $A = \{1, 2\}$ ed aggiungiamo il numero 3 all'insieme A:

$$A' = A \cup \{3\} = \{1, 2, 3\}$$

I sottoinsiemi di A sono

$$\emptyset, \quad \{1\}, \quad \{2\}, \quad \{1, 2\};$$

Questi sono anche sottoinsiemi di A', che però ha altri sottoinsiemi:

$$\{3\}, \quad \{1, 3\}, \quad \{2, 3\}, \quad \{1, 2, 3\}.$$

Le due liste esauriscono tutti i possibili sottoinsiemi di A' e la seconda lista si ottiene dalla prima aggiungendo ad ogni insieme il nuovo elemento 3. Ci accorgiamo quindi che i sottoinsiemi di A' sono il doppio di quelli di A.

DIMOSTRAZIONE

La dimostrazione nel caso di un qualsiasi insieme A segue lo stesso tipo di ragionamento.

DIMOSTRAZIONE

La dimostrazione nel caso di un qualsiasi insieme A segue lo stesso tipo di ragionamento.
Elenchiamo tutti i sottoinsiemi di A in una lista finita

$$A_1, A_2, \ldots, A_k.$$

DIMOSTRAZIONE

La dimostrazione nel caso di un qualsiasi insieme A segue lo stesso tipo di ragionamento.
Elenchiamo tutti i sottoinsiemi di A in una lista finita

$$A_1, A_2, \ldots, A_k.$$

Poiché $A \subseteq A \cup \{a\}$, gli $A_1, A_2, \ldots, A_k$ sono anche sottoinsiemi di $A \cup \{a\}$.

DIMOSTRAZIONE

La dimostrazione nel caso di un qualsiasi insieme A segue lo stesso tipo di ragionamento.
Elenchiamo tutti i sottoinsiemi di A in una lista finita

$$A_1, A_2, \ldots, A_k.$$

Poiché $A \subseteq A \cup \{a\}$, gli $A_1, A_2, \ldots, A_k$ sono anche sottoinsiemi di $A \cup \{a\}$.
Tutti gli altri sottoinsiemi di $A \cup \{a\}$ si possono ottenere aggiungendo l'elemento a alla lista precedente:

$$A_1 \cup \{a\}, A_2 \cup \{a\}, \ldots, A_k \cup \{a\}.$$

DIMOSTRAZIONE

La dimostrazione nel caso di un qualsiasi insieme A segue lo stesso tipo di ragionamento.
Elenchiamo tutti i sottoinsiemi di A in una lista finita

$$A_1, A_2, \ldots, A_k.$$

Poiché $A \subseteq A \cup \{a\}$, gli $A_1, A_2, \ldots, A_k$ sono anche sottoinsiemi di $A \cup \{a\}$.
Tutti gli altri sottoinsiemi di $A \cup \{a\}$ si possono ottenere aggiungendo l'elemento a alla lista precedente:

$$A_1 \cup \{a\}, A_2 \cup \{a\}, \ldots, A_k \cup \{a\}.$$

Ne segue che $A \cup \{a\}$ ha il doppio dei sottoinsiemi di A.

Riassumendo: passando da un insieme ad un insieme che contiene un elemento in più, i sottoinsiemi raddoppiano.

Riassumendo: passando da un insieme ad un insieme che contiene un elemento in più, i sottoinsiemi raddoppiano.
Se chiamiamo a_0 il numero dei sottoinsiemi dell'insieme vuoto, a_1 il numero dei sottoinsiemi dell'insieme con 1 elemento, $\dots$, a_n il numero dei sottoinsiemi dell'insieme con n elementi, i primi elementi della la successione

$$a_0, a_1, a_2, \dots$$

sono:

$$1, 2, 4, 8, 16, 32, \dots$$

Riassumendo: passando da un insieme ad un insieme che contiene un elemento in più, i sottoinsiemi raddoppiano.
Se chiamiamo a_0 il numero dei sottoinsiemi dell'insieme vuoto, a_1 il numero dei sottoinsiemi dell'insieme con 1 elemento, $\dots$, a_n il numero dei sottoinsiemi dell'insieme con n elementi, i primi elementi della la successione

$$a_0, a_1, a_2, \dots$$

sono:

$$1, 2, 4, 8, 16, 32, \dots$$

Più in generale, se un insieme ha n elementi, il numero dei suoi sottoinsiemi si trova dopo n passi nella lista (cominciando da zero, come si fa quasi sempre in matematica).

Riassumendo: passando da un insieme ad un insieme che contiene un elemento in più, i sottoinsiemi raddoppiano.
Se chiamiamo a_0 il numero dei sottoinsiemi dell'insieme vuoto, a_1 il numero dei sottoinsiemi dell'insieme con 1 elemento, ..., a_n il numero dei sottoinsiemi dell'insieme con n elementi, i primi elementi della la successione

$$a_0, a_1, a_2, \ldots$$

sono:

$$1, 2, 4, 8, 16, 32, \ldots$$

Più in generale, se un insieme ha n elementi, il numero dei suoi sottoinsiemi si trova dopo n passi nella lista (cominciando da zero, come si fa quasi sempre in matematica).
Possiamo anche facilmente trovare una formula per il valore di a_n: visto che moltiplichiamo sempre per 2 partendo da 1, dopo n passi il numero sarà $a_n = 2^n$.
Abbiamo così dimostrato:

Riassumendo: passando da un insieme ad un insieme che contiene un elemento in più, i sottoinsiemi raddoppiano.
Se chiamiamo a_0 il numero dei sottoinsiemi dell'insieme vuoto, a_1 il numero dei sottoinsiemi dell'insieme con 1 elemento, ..., a_n il numero dei sottoinsiemi dell'insieme con n elementi, i primi elementi della la successione

$$a_0, a_1, a_2, \ldots$$

sono:

$$1, 2, 4, 8, 16, 32, \ldots$$

Più in generale, se un insieme ha n elementi, il numero dei suoi sottoinsiemi si trova dopo n passi nella lista (cominciando da zero, come si fa quasi sempre in matematica).
Possiamo anche facilmente trovare una formula per il valore di a_n: visto che moltiplichiamo sempre per 2 partendo da 1, dopo n passi il numero sarà $a_n = 2^n$.
Abbiamo così dimostrato:

Corollario

Se A è un insieme finito con n elementi, il numero degli elementi di $P(A)$ (ovvero il numero dei sottoinsiemi di A) è 2^n.

PRODOTTO CARTESIANO

Un ospedale vuole archiviare in una banca dati l'età e il peso dei suoi pazienti.

PRODOTTO CARTESIANO

Un ospedale vuole archiviare in una banca dati l'età e il peso dei suoi pazienti.
Usare insiemi del tipo $\{\text{età}, \text{peso}\}$ non è utile per formalizzare questi dati:

PRODOTTO CARTESIANO

Un ospedale vuole archiviare in una banca dati l'età e il peso dei suoi pazienti.
Usare insiemi del tipo $\{$età, peso$\}$ non è utile per formalizzare questi dati:
se ad esempio volessimo ricavare l'età di un paziente da un dato archiviato come $\{54, 80\}$, non potremmo decidere se questa età è 54 o 80, visto che in un insieme gli elementi non sono ordinati e il dato $\{54, 80\}$ viene identificato con il dato $\{80, 54\}$.

PRODOTTO CARTESIANO

Un ospedale vuole archiviare in una banca dati l'età e il peso dei suoi pazienti. Usare insiemi del tipo $\{\text{età}, \text{peso}\}$ non è utile per formalizzare questi dati: se ad esempio volessimo ricavare l'età di un paziente da un dato archiviato come $\{54, 80\}$, non potremmo decidere se questa età è 54 o 80, visto che in un insieme gli elementi non sono ordinati e il dato $\{54, 80\}$ viene identificato con il dato $\{80, 54\}$. Abbiamo bisogno quindi di oggetti che tengano conto dell'ordine dei propri componenti.

COPPIE ORDINATE

Dati due elementi a, b, la coppia ordinata (a, b) differisce dall'insieme $\{a, b\}$ proprio per l'importanza che diamo all'ordine in cui gli elementi sono presentati nella coppia, per cui, ad esempio, la coppia $(1, 2)$ è differente dalla coppia $(2, 1)$ (mentre l'insieme $\{1, 2\}$ è uguale all'insieme $\{2, 1\}$).

Un modo formale per esprimere questa proprietà è :

$$(a, b) = (c, d) \Rightarrow a = c \wedge b = d.$$

PRODOTTO CARTESIANO

Avendo a disposizione le coppie, possiamo definire

PRODOTTO CARTESIANO

Il prodotto cartesiano di due insiemi A, B è l'insieme che contiene tutte le coppie in cui il primo elemento appartiene ad A ed il secondo elemento appartiene a B. In simboli:

$$A \times B = \{(a, b) : a \in A \wedge b \in B\}$$

Esempi:

- Siano $A = \{1, 2\}$ e $B = \{a, b, c\}$. Allora
$$A \times B = \{(1, a), (1, b), (1, c), (2, a), (2, b), (2, c)\},$$
$$B \times A = \{(a, 1), (b, 1), (c, 1), (a, 2), (b, 2), (c, 2)\}.$$
- Siano $A = \mathbb{Z}$ e $B = \mathbb{N}$. Allora
$$A \times B = \{(n, m) : n \in \mathbb{Z}, m \in \mathbb{N}\},$$

Si noti che in generale risulta $A \times B \neq B \times A$:
ad esempio, se $A = \{0\}$ e $B = \{1, 2\}$ allora:

$$A \times B = \{(0, 1), (0, 2)\}$$

mentre

$$B \times A = \{(1, 0), (2, 0)\}$$

(si noti che $(0, 1) \neq (1, 0)$ perché il primo elemento di $(0, 1)$ è 0, mentre il primo elemento di $(1, 0)$ è 1).

Siano $A = \{1, 2, 5, 7, 9\}$ e $B = \{-1, 4, 7, 9\}$.

QUIZ5

$(4, -1) \in B \times A$	VERO	FALSO
$(9, 7) \in B \times A$	VERO	FALSO
$(7, 7) \notin A \times B$	VERO	FALSO
$(7, 9) \notin B \times B$	VERO	FALSO

INDIETRO AVANTI

Siano $A = \{1, 2, 5, 7, 9\}$ e $B = \{-1, 4, 7, 9\}$.

QUIZ5

$(4, -1) \in B \times A$	VERO	FALSO
$(9, 7) \in B \times A$	VERO	FALSO
$(7, 7) \notin A \times B$	VERO	FALSO
$(7, 9) \notin B \times B$	VERO	FALSO

INDIETRO AVANTI

RISPOSTA

Sbagliato: l'elemento -1 non appartiene ad A

Siano $A = \{1, 2, 5, 7, 9\}$ e $B = \{-1, 4, 7, 9\}$.

QUIZ5

$(4, -1) \in B \times A$	VERO	FALSO
$(9, 7) \in B \times A$	VERO	FALSO
$(7, 7) \notin A \times B$	VERO	FALSO
$(7, 9) \notin B \times B$	VERO	FALSO

INDIETRO AVANTI

RISPOSTA

Giusto

Siano $A = \{1, 2, 5, 7, 9\}$ e $B = \{-1, 4, 7, 9\}$.

QUIZ5

$(4, -1) \in B \times A$	VERO	FALSO
$(9, 7) \in B \times A$	VERO	FALSO
$(7, 7) \notin A \times B$	VERO	FALSO
$(7, 9) \notin B \times B$	VERO	FALSO

INDIETRO AVANTI

RISPOSTA

Giusto

Siano $A = \{1, 2, 5, 7, 9\}$ e $B = \{-1, 4, 7, 9\}$.

QUIZ5

$(4, -1) \in B \times A$	VERO	FALSO
$(9, 7) \in B \times A$	VERO	FALSO
$(7, 7) \notin A \times B$	VERO	FALSO
$(7, 9) \notin B \times B$	VERO	FALSO

INDIETRO AVANTI

RISPOSTA

Sbagliato: poichè $9 \in B$ e $7 \in A$, risulta $(9, 7) \in B \times A$.

Siano $A = \{1, 2, 5, 7, 9\}$ e $B = \{-1, 4, 7, 9\}$.

QUIZ5

$(4, -1) \in B \times A$	VERO	FALSO
$(9, 7) \in B \times A$	VERO	FALSO
$(7, 7) \notin A \times B$	VERO	FALSO
$(7, 9) \notin B \times B$	VERO	FALSO

INDIETRO AVANTI

RISPOSTA

Sbagliato: poichè $7 \in A$ e $7 \in B$, risulta $(7, 7) \in A \times B$.

Siano $A = \{1, 2, 5, 7, 9\}$ e $B = \{-1, 4, 7, 9\}$.

QUIZ5

$(4, -1) \in B \times A$	VERO	FALSO
$(9, 7) \in B \times A$	VERO	FALSO
$(7, 7) \notin A \times B$	VERO	FALSO
$(7, 9) \notin B \times B$	VERO	FALSO

INDIETRO AVANTI

RISPOSTA

Giusto

Siano $A = \{1, 2, 5, 7, 9\}$ e $B = \{-1, 4, 7, 9\}$.

QUIZ5

$(4, -1) \in B \times A$	VERO	FALSO
$(9, 7) \in B \times A$	VERO	FALSO
$(7, 7) \notin A \times B$	VERO	FALSO
$(7, 9) \notin B \times B$	VERO	FALSO

INDIETRO AVANTI

RISPOSTA

Sbagliato: poichè $7 \in B$ e $9 \in B$, risulta $(7, 9) \in B \times B$.

Siano $A = \{1, 2, 5, 7, 9\}$ e $B = \{-1, 4, 7, 9\}$.

QUIZ5

$(4, -1) \in B \times A$	VERO	FALSO
$(9, 7) \in B \times A$	VERO	FALSO
$(7, 7) \notin A \times B$	VERO	FALSO
$(7, 9) \notin B \times B$	VERO	FALSO

INDIETRO AVANTI

RISPOSTA

Giusto

Siano $A = \{x \in \mathbb{Z} : x \geq -5\}$ e $B = \{x \in \mathbb{Z} : x \leq 12\}$.

QUIZ6

$\{(-4, 2), (100, 15)\} \subseteq A \times B$	VERO	FALSO
$\{(0, n) : n \in \mathbb{N}\} \subseteq B \times A$	VERO	FALSO
$\{(0, n) : n \in \mathbb{Z}\} \subseteq B \times A$	VERO	FALSO
$\{(a, b) : a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{Z}, a \geq 15, b \leq -2\} \subseteq A \times B$	VERO	FALSO

INDIETRO AVANTI

Siano $A = \{x \in \mathbb{Z} : x \geq -5\}$ e $B = \{x \in \mathbb{Z} : x \leq 12\}$.

QUIZ6

$\{(-4, 2), (100, 15)\} \subseteq A \times B$	VERO	FALSO
$\{(0, n) : n \in \mathbb{N}\} \subseteq B \times A$	VERO	FALSO
$\{(0, n) : n \in \mathbb{Z}\} \subseteq B \times A$	VERO	FALSO
$\{(a, b) : a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{Z}, a \geq 15, b \leq -2\} \subseteq A \times B$	VERO	FALSO

INDIETRO AVANTI

RISPOSTA

Sbagliato: poichè $15 \notin B$, $(100, 15) \notin A \times B$.

Siano $A = \{x \in \mathbb{Z} : x \geq -5\}$ e $B = \{x \in \mathbb{Z} : x \leq 12\}$.

QUIZ6

$\{(-4, 2), (100, 15)\} \subseteq A \times B$	VERO	FALSO
$\{(0, n) : n \in \mathbb{N}\} \subseteq B \times A$	VERO	FALSO
$\{(0, n) : n \in \mathbb{Z}\} \subseteq B \times A$	VERO	FALSO
$\{(a, b) : a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{Z}, a \geq 15, b \leq -2\} \subseteq A \times B$	VERO	FALSO

INDIETRO AVANTI

RISPOSTA

Giusto

Siano $A = \{x \in \mathbb{Z} : x \geq -5\}$ e $B = \{x \in \mathbb{Z} : x \leq 12\}$.

QUIZ6

$\{(-4, 2), (100, 15)\} \subseteq A \times B$	VERO	FALSO
$\{(0, n) : n \in \mathbb{N}\} \subseteq B \times A$	VERO	FALSO
$\{(0, n) : n \in \mathbb{Z}\} \subseteq B \times A$	VERO	FALSO
$\{(a, b) : a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{Z}, a \geq 15, b \leq -2\} \subseteq A \times B$	VERO	FALSO

INDIETRO AVANTI

RISPOSTA

Giusto

Siano $A = \{x \in \mathbb{Z} : x \geq -5\}$ e $B = \{x \in \mathbb{Z} : x \leq 12\}$.

QUIZ6

$\{(-4, 2), (100, 15)\} \subseteq A \times B$ VERO FALSO

$\{(0, n) : n \in \mathbb{N}\} \subseteq B \times A$ VERO FALSO

$\{(0, n) : n \in \mathbb{Z}\} \subseteq B \times A$ VERO FALSO

$\{(a, b) : a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{Z}, a \geq 15, b \leq -2\} \subseteq A \times B$ VERO FALSO

INDIETRO AVANTI

RISPOSTA

Sbagliato: Poichè $0 \in B$ e $\mathbb{N} \subseteq A$, ogni coppia $(0, n)$ con $n \in \mathbb{N}$ appartiene ad $A \times B$.

Siano $A = \{x \in \mathbb{Z} : x \geq -5\}$ e $B = \{x \in \mathbb{Z} : x \leq 12\}$.

QUIZ6

$\{(-4, 2), (100, 15)\} \subseteq A \times B$	VERO	FALSO
$\{(0, n) : n \in \mathbb{N}\} \subseteq B \times A$	VERO	FALSO
$\{(0, n) : n \in \mathbb{Z}\} \subseteq B \times A$	VERO	FALSO
$\{(a, b) : a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{Z}, a \geq 15, b \leq -2\} \subseteq A \times B$	VERO	FALSO

INDIETRO AVANTI

RISPOSTA

Sbagliato: Tutte le coppie $(0, n)$ con $n < -5$ hanno seconda componente che non appartiene ad A e quindi non appartengono a $B \times A$.

Siano $A = \{x \in \mathbb{Z} : x \geq -5\}$ e $B = \{x \in \mathbb{Z} : x \leq 12\}$.

QUIZ6

$\{(-4, 2), (100, 15)\} \subseteq A \times B$	VERO	FALSO
$\{(0, n) : n \in \mathbb{N}\} \subseteq B \times A$	VERO	FALSO
$\{(0, n) : n \in \mathbb{Z}\} \subseteq B \times A$	VERO	FALSO
$\{(a, b) : a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{Z}, a \geq 15, b \leq -2\} \subseteq A \times B$	VERO	FALSO

INDIETRO AVANTI

RISPOSTA

Giusto

Siano $A = \{x \in \mathbb{Z} : x \geq -5\}$ e $B = \{x \in \mathbb{Z} : x \leq 12\}$.

QUIZ6

$\{(-4, 2), (100, 15)\} \subseteq A \times B$ VERO FALSO

$\{(0, n) : n \in \mathbb{N}\} \subseteq B \times A$ VERO FALSO

$\{(0, n) : n \in \mathbb{Z}\} \subseteq B \times A$ VERO FALSO

$\{(a, b) : a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{Z}, a \geq 15, b \leq -2\} \subseteq A \times B$ VERO FALSO

INDIETRO AVANTI

RISPOSTA

Giusto

Siano $A = \{x \in \mathbb{Z} : x \geq -5\}$ e $B = \{x \in \mathbb{Z} : x \leq 12\}$.

QUIZ6

$\{(-4, 2), (100, 15)\} \subseteq A \times B$ VERO FALSO

$\{(0, n) : n \in \mathbb{N}\} \subseteq B \times A$ VERO FALSO

$\{(0, n) : n \in \mathbb{Z}\} \subseteq B \times A$ VERO FALSO

$\{(a, b) : a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{Z}, a \geq 15, b \leq -2\} \subseteq A \times B$ VERO FALSO

INDIETRO AVANTI

RISPOSTA

Sbagliato: Tutte le coppie del primo insieme hanno prima componente appartenente ad A e seconda componente appartenente a B e quindi appartengono ad $A \times B$.

Sia $A = \{-1, 0, 1\}$ e $B = \{1, 2\}$.

QUIZ7

$(0, 1) \in B \times A$	VERO	FALSO
$(-1, 1) \in (A \times B) \cap (B \times A)$	VERO	FALSO
$(-1, 1) \in (A \times B) \setminus (B \times A)$	VERO	FALSO
$(A \times B) \cap (B \times A) = \{(1, 1)\}$	VERO	FALSO

INDIETRO AVANTI

Sia $A = \{-1, 0, 1\}$ e $B = \{1, 2\}$.

QUIZ7

$(0, 1) \in B \times A$	VERO	FALSO
$(-1, 1) \in (A \times B) \cap (B \times A)$	VERO	FALSO
$(-1, 1) \in (A \times B) \setminus (B \times A)$	VERO	FALSO
$(A \times B) \cap (B \times A) = \{(1, 1)\}$	VERO	FALSO

INDIETRO AVANTI

RISPOSTA

Sbagliato: $(0, 1) \in A \times B$, ma $(0, 1) \notin B \times A$

Sia $A = \{-1, 0, 1\}$ e $B = \{1, 2\}$.

QUIZ7

$(0, 1) \in B \times A$	VERO	FALSO
$(-1, 1) \in (A \times B) \cap (B \times A)$	VERO	FALSO
$(-1, 1) \in (A \times B) \setminus (B \times A)$	VERO	FALSO
$(A \times B) \cap (B \times A) = \{(1, 1)\}$	VERO	FALSO

INDIETRO AVANTI

RISPOSTA

Giusto

Sia $A = \{-1, 0, 1\}$ e $B = \{1, 2\}$.

QUIZ7

$(0, 1) \in B \times A$	VERO	FALSO
$(-1, 1) \in (A \times B) \cap (B \times A)$	VERO	FALSO
$(-1, 1) \in (A \times B) \setminus (B \times A)$	VERO	FALSO
$(A \times B) \cap (B \times A) = \{(1, 1)\}$	VERO	FALSO

INDIETRO AVANTI

RISPOSTA

Sbagliato: $(-1, 1) \in A \times B$, ma $(-1, 1) \notin B \times A$, quindi $(-1, 1) \notin (A \times B) \cap (B \times A)$

Sia $A = \{-1, 0, 1\}$ e $B = \{1, 2\}$.

QUIZ7

$(0, 1) \in B \times A$	VERO	FALSO
$(-1, 1) \in (A \times B) \cap (B \times A)$	VERO	FALSO
$(-1, 1) \in (A \times B) \setminus (B \times A)$	VERO	FALSO
$(A \times B) \cap (B \times A) = \{(1, 1)\}$	VERO	FALSO

INDIETRO AVANTI

RISPOSTA

Giusto

Sia $A = \{-1, 0, 1\}$ e $B = \{1, 2\}$.

QUIZ7

$(0, 1) \in B \times A$	VERO	FALSO
$(-1, 1) \in (A \times B) \cap (B \times A)$	VERO	FALSO
$(-1, 1) \in (A \times B) \setminus (B \times A)$	VERO	FALSO
$(A \times B) \cap (B \times A) = \{(1, 1)\}$	VERO	FALSO

INDIETRO AVANTI

RISPOSTA

Giusto

Sia $A = \{-1, 0, 1\}$ e $B = \{1, 2\}$.

QUIZ7

$(0, 1) \in B \times A$	VERO	FALSO
$(-1, 1) \in (A \times B) \cap (B \times A)$	VERO	FALSO
$(-1, 1) \in (A \times B) \setminus (B \times A)$	VERO	FALSO
$(A \times B) \cap (B \times A) = \{(1, 1)\}$	VERO	FALSO

INDIETRO AVANTI

RISPOSTA

Sbagliato: $(-1, 1) \in A \times B$, ma $(-1, 1) \notin B \times A$, quindi $(-1, 1) \notin (A \times B) \setminus (B \times A)$

Sia $A = \{-1, 0, 1\}$ e $B = \{1, 2\}$.

QUIZ7

$(0, 1) \in B \times A$	VERO	FALSO
$(-1, 1) \in (A \times B) \cap (B \times A)$	VERO	FALSO
$(-1, 1) \in (A \times B) \setminus (B \times A)$	VERO	FALSO
$(A \times B) \cap (B \times A) = \{(1, 1)\}$	VERO	FALSO

INDIETRO AVANTI

RISPOSTA

Giusto

Sia $A = \{-1, 0, 1\}$ e $B = \{1, 2\}$.

QUIZ7

$(0, 1) \in B \times A$	VERO	FALSO
$(-1, 1) \in (A \times B) \cap (B \times A)$	VERO	FALSO
$(-1, 1) \in (A \times B) \setminus (B \times A)$	VERO	FALSO
$(A \times B) \cap (B \times A) = \{(1, 1)\}$	VERO	FALSO

INDIETRO AVANTI

RISPOSTA

Sbagliato: l'unica coppia che appartiene sia a $A \times B$ che a $B \times A$ è $(1, 1)$ qundi $(A \times B) \cap (B \times A) = \{(1, 1)\}$

CARDINALITA’ DEL PRODOTTO CARTESIANO DI INSIEMI FINITI

NOTA BENE

Se A ha n elementi, B ha m elementi, allora $A \times B$ ha $n \cdot m$ elementi, ovvero,

$$|A \times B| = |A| \cdot |B|.$$

Possiamo facilmente convincerci di questo con una tabella in cui abbiamo sistemato le coppie appartenenti ad $A \times B$

	b_1	b_2	b_3	$\dots$	b_m
a_1	(a_1, b_1)	(a_1, b_2)	(a_1, b_3)	$\dots$	(a_1, b_m)
a_2	(a_2, b_1)	(a_2, b_2)	(a_2, b_3)	$\dots$	(a_2, b_m)
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
a_n	(a_n, b_1)	(a_n, b_2)	(a_n, b_3)	$\dots$	(a_n, b_m)