LABORATORIO 3 - Statistica Descrittiva Multivariata

STATISTICA E LABORATORIO (CDL in INTERNET OF THINGS, BIG DATA, MACHINE LEARNING)

Anno Accademico 2023-2024

Section 1

Studio della dipendenza

Molla

Si considerano i dati sulla misura in cm di una molla sottoposta a $n=20\ \text{pesi}$ diversi in Kg.

```
yy <- c(5.06,5.01,5.12,5.13,5.14,5.16,5.25,5.19,5.24,5.46,5.4,

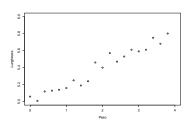
5.57,5.47,5.53,5.61,5.59,5.61,5.75,5.68,5.8)

xx <- c(0,0.2,0.4,0.6,0.8,1,1.2,1.4,1.6,1.8,2, 2.2,2.4,2.6,2.8,3,

3.2,3.4,3.6,3.8)

plot(xx, yy, xlab = "Peso", ylab = "Lunghezza", lwd = 2,

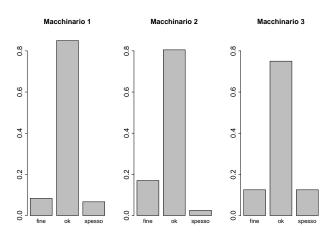
cex.axis = 1.2, cex.lab = 1.2, ylim = c(5,6), xlim = c(0,4))
```



Perni

Considerando i dati riferiti alla produzione dei perni, si determinano le distribuzioni di frequenza relativa riferite al diametro, condizionatamente al macchinario di produzione.

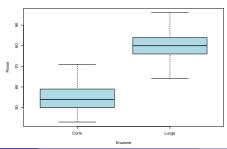
```
perni <- rbind(cbind(rep("M1",10), rep("Fine",10)),</pre>
               cbind(rep("M1",102), rep("Ok",102)),
               cbind(rep("M1",8), rep("Spesso",8)),
               cbind(rep("M2",34), rep("Fine",34)),
               cbind(rep("M2",161), rep("Ok",161)),
               cbind(rep("M2",5), rep("Spesso",5)),
               cbind(rep("M3",10), rep("Fine",10)),
               cbind(rep("M3",60), rep("Ok",60)),
               cbind(rep("M3",10), rep("Spesso",10)))
perni <- as.data.frame(perni) # matrice trasformata in data frame
colnames(perni) <- c("Macchinario", "Diametro") # nomi delle colonne</pre>
# tabella frequenze relative di Diametro per Macchinario
freq.rel <- table(perni$Macchinario,
                  perni$Diametro)/apply(table(perni$Macchinario,
                                               perni$Diametro),1,sum
```



Geyser Old Faithful

Si considerano i dati riferiti alle eruzioni del geyser Old Faithful. Si analizzano le distribuzioni di frequenza relativa riferite alla durate delle pause, condizionatamente alla tipologia dell'eruzione precedente.

```
duration<-ifelse(faithful$eruptions < 3,"Corta", "Lunga")
duration<-factor(duration)
faithful1<-data.frame(Pausa=faithful$waiting,Eruzione=duration)
boxplot(Pausa~Eruzione,data=faithful1,col="lightblue")</pre>
```



Section 2

Analisi della connessione

Attitudine

Si analizza l'attitudine musicale X e pittorica Y di n=15 individui con la seguente scala di modalità: sufficiente (S), buona (B), ottima (O). I dati vengono sintetizzati nella seguente tabella di frequenza congiunta, detta tabella di contingenza.

```
attitudine <- rbind(cbind(rep("S",1),rep("S",1)),cbind(rep("S",3),
rep("B",3)),cbind(rep("B",1),rep("S",1)),cbind(rep("B",3),
rep("B",3)),cbind(rep("B",2),rep("0",2)),cbind(rep("0",2),
rep("S",2)),cbind(rep("0",1),rep("B",1)),cbind(rep("0",2),rep("0",2),
attitudine <- as.data.frame(attitudine) # matrice trasformata
# in data frame
colnames(attitudine) <- c("X","Y") # nomi delle colonne
attitudine$X <- ordered(attitudine$X, levels=c("S","B","0"))
attitudine$Y <- ordered(attitudine$Y, levels=c("S","B","0"))
str(attitudine)</pre>
```

```
## 'data.frame': 15 obs. of 2 variables:
## $ X: Ord.factor w/ 3 levels "S"<"B"<"0": 1 1 1 1 2 2 2 2 2 2 2 ...
## $ Y: Ord.factor w/ 3 levels "S"<"B"<"0": 1 2 2 2 1 2 2 2 3 3 ...</pre>
```

```
tab <- table(attitudine$X,attitudine$Y) # tabella di contingenza
#(distribuzione di frequenza assoluta congiunta)
tab</pre>
```

```
## SBO
## S130
## B132
## 0212

# distribuzione marginale di X
# (frequenza assoluta)
```

margin.table(tab,1)

##

```
# distribuzione marginale di Y
# (frequenza assoluta)
margin.table(tab,2)
##
## S B O
## 4 7 4
# distribuzione condizionata di Y/X=S (frequenza assoluta)
tab[1,]
## S B O
## 1 3 0
# distribuzione condizionata di Y/X=B (frequenza assoluta)
tab[2,]
## S B O
## 1 3 2
```

```
tab[3,] # distribuzione condizionata di Y/X=0 (frequenza assoluta)
## S B O
## 2 1 2
tab[,1] # distribuzione condizionata di X/Y=S (frequenza assoluta)
## S B N
## 1 1 2
tab[,2] # distribuzione condizionata di X/Y=B (frequenza assoluta)
## S B O
## 3 3 1
tab[,3] # distribuzione condizionata di X/Y=0 (frequenza assoluta)
## S B O
```

0 2 2

tab/sum(tab) # distribuzione di frequenza relativa congiunta

```
##
##
                           В
##
     S 0.06666667 0.20000000 0.00000000
##
     B 0.06666667 0.20000000 0.13333333
     0.13333333 0.06666667 0.13333333
##
  in alternativa, prop.table(tab)
 distribuzione marginale di X (frequenza relativa)
margin.table(tab,1)/sum(margin.table(tab,1))
##
```

N

##

S

0.2666667 0.4000000 0.3333333

```
# distribuzione marginale di Y (frequenza relativa)
margin.table(tab,2)/sum(margin.table(tab,2))
##
##
  0.2666667 0.4666667 0.2666667
# distribuzione condizionata di Y/X=S (frequenza relativa)
tab[1,]/sum(tab[1,])
## S B
## 0.25 0.75 0.00
# distribuzione condizionata di Y/X=B (frequenza relativa)
tab[2,]/sum(tab[2,])
##
## 0.1666667 0.5000000 0.3333333
```

```
# distribuzione condizionata di Y/X=0 (frequenza relativa)
# in alternativa, prop.table(tab,1)
tab[3,]/sum(tab[3,])
## 0.4 0.2 0.4
# distribuzione condizionata di X/Y=S (frequenza relativa)
tab[,1]/sum(tab[,1])
## S B O
## 0.25 0.25 0.50
# distribuzione condizionata di X/Y=B (frequenza relativa)
tab[,2]/sum(tab[,2])
##
```

0.4285714 0.4285714 0.1428571

```
# distribuzione condizionata di X/Y=0 (frequenza assoluta)
tab[,3]/sum(tab[,3])
```

```
## S B 0
## 0.0 0.5 0.5
```

```
# in alternativa, prop.table(tab,2)
xtot <- margin.table(tab,1) # distribuzione marginale di X
ytot <- margin.table(tab,2) # distribuzione marginale di Y
xtot <- as.matrix(xtot) # vettore interpretato come matrice
ytot <- as.matrix(ytot) # vettore interpretato come matrice</pre>
```

Con riferimento alla analisi delle attitudini musicale e pittorica, se ci fosse indipendenza tra le due, ferme restanti le distribuzioni marginali, si avrebbe la seguente tabella di contingenza:

```
tab_ind <- xtot%*%t(ytot)/sum(xtot) # tabella di contingenza
# in caso di indipendenza</pre>
```

```
tab_ind
```

##

```
## S 1.066667 1.866667 1.066667

## B 1.600000 2.800000 1.600000

## O 1.333333 2.333333 1.333333

chisq_obsstat <- sum((tab-tab_ind)^2/tab_ind) # indice di

# connessione chi-quadrato

chisq_obsstat
```

```
## [1] 3.526786
```

```
# in alternativa si puo' usare il comando
# summary(tab) oppure chisq.test(tab)
chisq_obsstat/(sum(tab)*min(c(length(tab[1,])-1,length(tab[,1])-1)))
```

[1] 0.1175595

Casco

La seguente tabella di contingenza illustra i risultati di uno studio sull'efficacia dei caschi protettivi per ciclisti nella prevenzione dei traumi cranici. Si considerano n = 793 soggetti coinvolti in incidenti.

```
tab_casco<-matrix(c(17,218,130,428),nrow = 2,byrow = TRUE)
tab_casco<-as.table(tab_casco) # per trasformare la matrice
# in una tabella di contingenza
xtot_casco<-margin.table(tab_casco,1)
ytot_casco<-margin.table(tab_casco,2)
xtot_casco <- as.matrix(xtot_casco) # vettore interpretato
# come matrice
ytot_casco <- as.matrix(ytot_casco) # vettore interpretato
# come matrice</pre>
```

```
# tabella di contingenza in caso di indipendenza
tab_ind_casco <- xtot_casco%*%t(ytot_casco)/sum(xtot_casco)</pre>
tab_ind_casco
##
## A 43.56242 191.4376
## B 103.43758 454.5624
chisq casco <- sum((tab casco-tab ind casco)^2/tab ind casco)
chisq casco
## [1] 28.2555
summary(tab_casco)
```

```
## Number of cases in table: 793
## Number of factors: 2
## Test for independence of all factors:
## Chisq = 28.255, df = 1, p-value = 1.063e-07
```

[1] 0.03563114

Section 3

Dipendenza in media

Old Faithful Geyser Data

Si considerano i dati riferiti alle durate delle eruzioni del geyser Old Faithful e si indica con X il tipo di eruzione e con Y la durata della pausa.

```
duration <- ifelse(faithful$eruptions < 3,"Corta", "Lunga")</pre>
duration <- factor(duration)</pre>
faithful1 <- data.frame(Pausa=faithful$waiting,Eruzione=duration)</pre>
summary(faithful1$Pausa[faithful1$Eruzione=="Corta"])
##
     Min. 1st Qu.
                    Median
                              Mean 3rd Qu.
                                             Max.
##
     43.00
             50.00
                     54.00
                             54.49
                                      59.00
                                              71.00
summary(faithful1$Pausa[faithful1$Eruzione=="Lunga"])
```

```
## Min. 1st Qu. Median Mean 3rd Qu. Max.
## 64.00 76.00 80.00 79.99 84.00 96.00
```

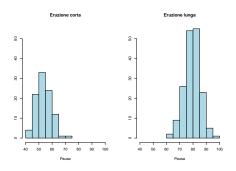
```
var(faithful1$Pausa[faithful1$Eruzione=="Corta"])
## [1] 34.10674
var(faithful1$Pausa[faithful1$Eruzione=="Lunga"])
## [1] 35.9309
library("moments")
## Warning: il pacchetto 'moments' è stato creato con R versione 4.:
skewness(faithful1$Pausa[faithful1$Eruzione=="Corta"])
## [1] 0.3027638
skewness(faithful1$Pausa[faithful1$Eruzione=="Lunga"])
## [1] -0.04280721
```

```
kurtosis(faithful1$Pausa[faithful1$Eruzione=="Corta"])
```

[1] 2.557099

kurtosis(faithful1\$Pausa[faithful1\$Eruzione=="Lunga"])

[1] 3.054457



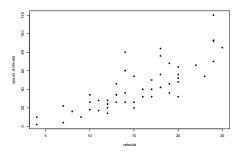
par(mfrow=c(1,1))

Section 4

Analisi di correlazione

Velocita'

Si considerano i dati sulla velocità X e sullo spazio di frenata Y di automobili degli anni 20.



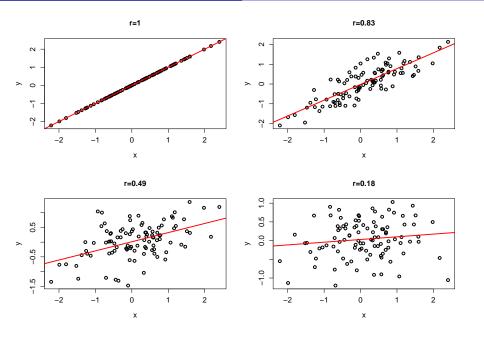
```
# covarianza, tenendo conto che cov() divide per n-1 invece
# che per n
cov(cars$speed,cars$dist)*(length(cars[,1])-1)/length(cars[,1])
## [1] 107.748
# regola di calcolo
mean(cars$speed*cars$dist)-mean(cars$speed)*mean(cars$dist)
## [1] 107.748
# coefficiente di correlazione lineare,
# in alternativa cov(cars$speed, cars$dist)/
#sqrt(var(cars$speed)*var(cars$dist))
cor(cars$speed,cars$dist)
```

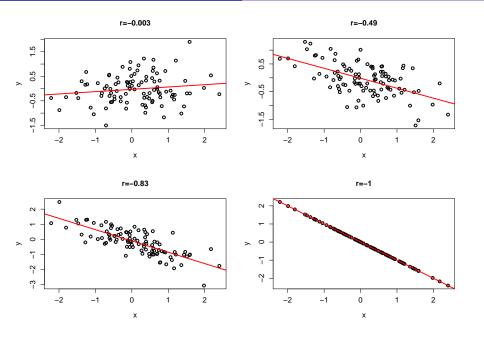
[1] 0.8068949

Esempio 1 correlazione

```
par(mfrow=c(2,2))
set.seed(1) # si fissa il seed della procedura di simulazione
x1 <- rnorm(100) # valori per X: simulazione di 100 valori
# qaussiani
y1 <- x1 # valori per Y
cor(x1,y1) # coefficiente di correlazione lineare
## [1] 1
plot(x1,y1,pch=1,lwd=2,xlab="x",yla="y",cex.axis=1.2,
     cex.lab=1.2,main="r=1") # scatterplot
abline(lm(y1~x1), lwd=2, col='red')
# descrizione del legame lineare tra X e Y
```

```
x8 <- x1
y8 <- -x8
cor(x8,y8)
## [1] -1
plot(x8,y8,pch=1,lwd=2,xlab="x",yla ="y",cex.axis=1.2,
     cex.lab=1.2,main="r=-1")
abline(lm(y8~x8), lwd=2, col='red')
par(mfrow=c(1,1))
```



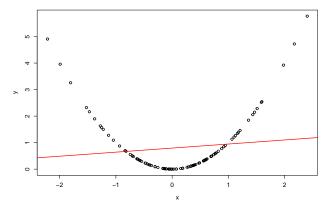


Esempio 2 correlazione

```
set.seed(1)
x <- rnorm(100)
y <- x^2
cor(x,y)</pre>
```

[1] 0.1202777

plot(x,y,pch=1,lwd=2,xlab="x",yla ="y",cex.axis=1.2, cex.lab=1.2)
abline(lm(y~x),lwd=2,col='red')



Molla

Si considerano i dati sulla lunghezza della molla Y e sugli n=20 diversi pesi X a cui viene sottoposta. Si vuole studiare la relazione tra X e Y e, più precisamente, verificare se X spiega Y.

var(xx)*19/20

[1] 1.33

```
cov(xx,yy)*19/20
## [1] 0.27215
cor(xx,yy) # coefficiente di correlazione lineare
## [1] 0.9743193
cor(xx,yy,method = "spearman") # coefficiente di correlazione di Spe
## 「1] 0.9838286
cor(xx,yy,method = "kendall") # coefficiente di correlazione di Ken
## 「1 0.9129319
```

yy[19] <- 5.01 # valore anomalo

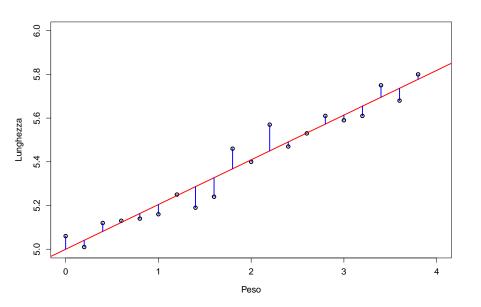
```
cor(xx,yy)
## [1] 0.7589276
cor(xx,yy,method = "spearman")
## [1] 0.741159
cor(xx,yy,method = "kendall")
## [1] 0.7407511
```

Section 5

Analisi di regressione

Molla

```
yy \leftarrow c(5.06,5.01,5.12,5.13,5.14,5.16,5.25,5.19,5.24,5.46,5.4,
        5.57.5.47.5.53.5.61.5.59.5.61.5.75.5.68.5.8)
xx \leftarrow c(0,0.2,0.4,0.6,0.8,1,1.2,1.4,1.6,1.8,2,2.2,2.4,2.6,2.8,
        3.3.2.3.4.3.6.3.8)
modello <- lm(yy~xx) # stima del modello lineare
modello # stime dei minimi quadrati, oppure in alternativa
##
## Call:
## lm(formula = yy ~ xx)
##
## Coefficients:
## (Intercept)
                          XX
##
        4.9997
                      0.2046
# b < (cov(xx,yy)*19/20)/(var(xx)*19/20)
# a <- mean(yy) -b*mean(xx)
```



```
# i valori previsti (stimati) dal modello per
# Y, in corrispondenza ai valori osservati di
# X, in alternativa predict(modello)
fitted.values(modello)
```

```
##
## 4.999714 5.040639 5.081564 5.122489 5.163414 5.204338 5.245263 5
                  10
                           11
                                    12
                                             13
                                                      14
                                                                15
##
## 5.327113 5.368038 5.408962 5.449887 5.490812 5.531737 5.572662 5
##
         17
                  18
                           19
                                    20
## 5.654511 5.695436 5.736361 5.777286
```

residuals(modello) # i residui stimati

```
## 1 2 3 4 5
## 0.060285714 -0.030639098 0.038436090 0.007511278 -0.023413534
## 7 8 9 10 11
## 0.004736842 -0.096187970 -0.087112782 0.091962406 -0.008962406
```

13 14 15 16 17 ## -0.020812030 -0.001736842 0.037338346 -0.023586466 -0.044511278 ## 19 20

```
# valore previsto dal modello per x=2.5, in alternativa a+b*2.5
predict(modello, newdata = data.frame(xx = c(2.5)))
##
## 5.511274
# valore previsto dal modello per x=7.5, in alternativa a+b*7.5
predict(modello, newdata = data.frame(xx = c(7.5)))
##
## 6.534395
```

[1] 0.9492981

```
R2 <- var(fitted.values(modello))*19/(var(yy)*19)
R2

## [1] 0.9492981

# in alternativa 1-var(residuals(modello))*19/(var(yy)*19)
# o summary(modello)$r.squared

cor(xx,yy)^2
```

Velocita'

##

##

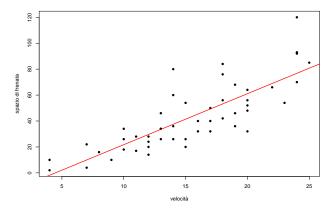
Coefficients:
(Intercept)

-17.579

```
modello_vel<-lm(dist~speed,data=cars)
# in alternativa modello_vel <- lm(cars$dist~cars$speed)
modello_vel
##
## Call:
## lm(formula = dist ~ speed, data = cars)</pre>
```

speed

3.932



fitted.values(modello_vel)

76.798715 80.731124

```
##
## -1.849460 -1.849460 9.947766 9.947766 13.880175 17.812584 21.74
##
                     10
                               11
                                          12
                                                    13
                                                               14
## 21.744993 25.677401 25.677401 29.609810 29.609810 29.609810 29.60
##
          17
                     18
                               19
                                         20
                                                    21
                                                              22
## 33.542219 33.542219 33.542219 37.474628 37.474628 37.474628 37.47
##
          25
                    26
                               27
                                                              30
                                         28
                                                    29
## 41.407036 41.407036 45.339445 45.339445 49.271854 49.271854 49.2
          33
                               35
                                         36
                                                    37
                                                              38
##
                    34
## 53.204263 53.204263 53.204263 57.136672 57.136672 57.136672 61.00
##
          41
                    42
                               43
                                         44
                                                    45
                                                              46
## 61.069080 61.069080 61.069080 68.933898 72.866307 76.798715 76.79
##
          49
                    50
```

residuals(modello_vel)

##

4.268876

```
##
    3.849460 11.849460 -5.947766 12.052234 2.119825 -7.812584
##
##
                            10
                                      11
                                               12
                                                        13
   4.255007 12.255007 -8.677401 2.322599 -15.609810 -9.609810
##
         15
                   16
                            17
                                      18
                                               19
                                                         20
##
   -1.609810 -7.542219 0.457781 0.457781 12.457781 -11.474628
##
##
         22
                   23
                            24
                                      25
                                               26
                                                         2
## 22.525372 42.525372 -21.407036 -15.407036 12.592964 -13.33944
##
         29
                   30
                            31
                                      32
                                               33
                                                         34
## -17.271854 -9.271854 0.728146 -11.204263 2.795737 22.79573
##
         36
                   37
                            38
                                      39
                                               40
                                                         4:
## -21.136672 -11.136672 10.863328 -29.069080 -13.069080 -9.069080
##
         43
                   44
                            45
                                      46
                                               47
                                                         48
##
   2.930920 -2.933898 -18.866307 -6.798715 15.201285 16.20128
##
         50
```

```
predict(modello_vel,newdata = data.frame(speed=c(13,23,28)))
### 1 2 3
```

33.54222 72.86631 92.52835

summary(modello_vel)\$r.squared

[1] 0.6510794

```
modello_vel1 <- lm(sqrt(cars$dist)~cars$speed)</pre>
# modello con risposta sqrt(Y), in alternativa
# modello_vel1 <- lm(sqrt(dist)~speed,data=cars)</pre>
modello vel1
##
## Call:
   lm(formula = sqrt(cars$dist) ~ cars$speed)
##
   Coefficients:
   (Intercept) cars$speed
##
        1.2771
                     0.3224
summary(modello_vel1)$r.squared
## [1] 0.7094131
```

