Filtros

March 24, 2014

1 Filtros de segundo orden

1.1 Filtro Sallem-Key

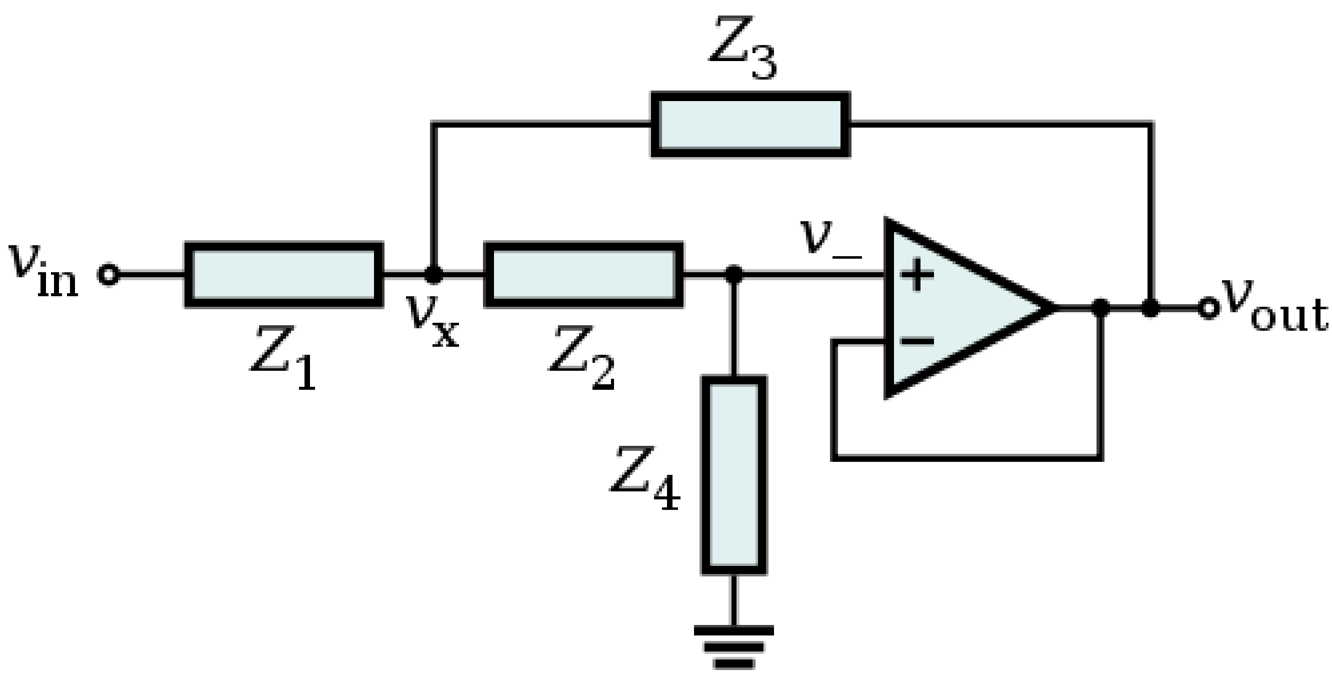

Figure 1: Sallem-Key

Considerando que el OPAM es ideal, entonces se tiene que:
$

$$
\begin{aligned}
V_- = V_+ &= V_{out} && (1)\\
i_- = i_+ &= 0 && (2)
\end{aligned}
$$

$
Si cosideramos la ley de krichoff de Nodos y la ley de Ohm en el nodo de V_x se tiene que:

$$\frac{v_{\text{in}} - v_x}{Z_1} = \frac{v_x - v_{\text{out}}}{Z_3} + \frac{v_x - v_-}{Z_2} \tag{3}$$

Mientras que en el nodo V_+ si se considera (1), se tiene que:

$$\frac{v_x - v_{\text{out}}}{Z_2} = \frac{v_{\text{out}}}{Z_4}, \tag{4}$$

despejando V_x

$$v_x = v_{\text{out}}\left(\frac{Z_2}{Z_4}+1\right). \tag{5}$$

Si consideramos las expresiones (1), (3) y (5) se tiene que la función de transferencia

$$\frac{v_{\text{out}}}{v_{\text{in}}} = \frac{Z_3 Z_4}{Z_1 Z_2 + Z_3(Z_1+Z_2)+Z_3 Z_4} \tag{6}$$

1.1.1 Filtro pasabajas

Un filtro de segundo orden pasabajas con ganancia unitaria debe cumplir con la función de trabsferencia

$$H(s) = \frac{{\omega_0}^2}{s^2+2\alpha s+{\omega_0}^2} \tag{7}$$

donde ω_0 es la frecuencia natural de resonancia (en radianes), α es la atenuación del sistema y se relación con el coefciente de amortiguamiento ζ y el factor de calidad Q a través de la expresión:

$$\alpha = \omega_o\zeta = \frac{\omega_o}{2Q} \tag{8}$$

Es importante recordar que un para obtener un filtro Butterworth máximamente planar se requiere que $Q = 1/\sqrt{2}$, cualquier mayor a este ocasionara que se presente un sobreimpulso en la frecuencia de corte del filtro.

En el caso de la celda de Sallem-Key para construir un filtro paso bajas es necesario que:

$$Z_1 = R_1, \quad Z_2 = R_2, \quad Z_3 = \frac{1}{sC_1}, \quad \text{y} \quad Z_4 = \frac{1}{sC_2}.$$

por lo que la función de transferencia (6) queda expresada como:

In [40]:
```
import sympy as sp
sp.init_printing()
R1, R2, C1, C2, s = sp.symbols("R1 R2 C1 C2 s")
Z1=R1
Z2=R2
Z3=1/(s*C1)
Z4=1/(s*C2)
H=(Z3*Z4)/((Z1*Z2)+(Z3*(Z1+Z2))+(Z3*Z4))
sp.simplify(H)
```

Out[40]:

$$\frac{1}{C_1 C_2 R_1 R_2 s^2 + C_2 s\left(R_1+R_2\right)+1}$$

In [41]:
```
print(sp.latex(sp.simplify(H)))
```

```
\frac{1}{C_{1} C_{2} R_{1} R_{2} s^{2} + C_{2} s \left(R_{1} + R_{2}\right) + 1}
```

$$\frac{1}{C_1 C_2 R_1 R_2 s^2 + sC_2\left(R_1+R_2\right)+1} \tag{9}$$

de la expresión (9) tenemos que:

$$\omega_o = \frac{1}{\sqrt{C_1 C_2 R_1 R_2}} \tag{10}$$

y

$$Q = \frac{\omega_0}{2\alpha} = \frac{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}{C_2\left(R_1 + R_2\right)} \tag{11}$$

de las expresiones (10) y (11), se tiene que multiples valores de C_1, C_2, R_1, R_2
$R_1 = mR$, $R_2 = R$, $C_1 = nC$, $C_2 = C$.
Therefore, the f_0, and Q, expressions are

```
\omega_0 = 2 \pi f_0 = \frac{1}{RC\sqrt{mn}},\,
```

and

```
Q = \frac{\sqrt{mn}}{m+1}.
```

```
In []:
```