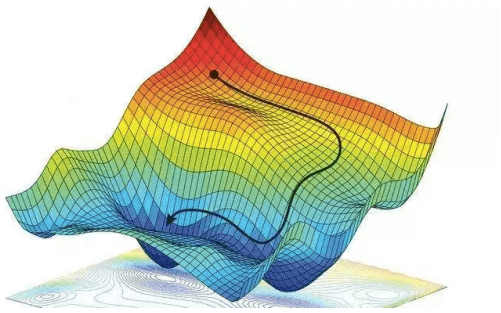
Vertiefung Analysis
Dr. Stefan Hackstein

Fachhochschule Nordwestschweiz

Mini Challenge

Gradient Descent





Das Ziel dieser Aufgabe besteht darin, dass Sie ein grundlegendes Verständnis für numerische Näherungsverfahren in höheren Dimensionen erlangen, insbesondere für den Gradient Descent und dessen praktische Anwendung. Hierfür sollen Sie ein Jupyter Notebook erstellen und das MNIST Dataset laden und erkunden. Anschließend sollen Sie ein neuronales Netzwerk erstellen und trainieren, um die Bilder korrekt zu klassifizieren. Es dürfen nur die angegebenen Python Pakete verwendet werden.

Ziel dieser Aufgabe ist nicht nur, Ihre mathematischen Kenntnisse in der Praxis unter Beweis zu stellen, sondern auch die entsprechende Kommunikation, Argumentation und Präsentation Ihrer Ergebnisse. Ihre Abgaben sollen also nicht nur **mathematisch korrekt**, sondern auch **leicht verständlich** und **reproduzierbar** sein. Genauere Angaben zu den Erwartungen an die Abgabe finden Sie in den Auswertungskriterien, welche auch die Grundlage der Bewertung darstellen. Dokumentieren Sie ihren Arbeitsfortschritt und Erkenntnisgewinn in Form eines Lerntagebuchs, um Lernfortschritte, Schwierigkeiten und Erkenntnisse festzuhalten.

Eigenverantwortung
Diese Aufgabe zählt als unbegleitetes Selbststudium. Es wird also von Ihnen erwartet, sich die nötigen Informationen und Verständnis eigenständig anzueignen, sowie diesen Prozess zu planen. Ich empfehle Ihnen, sich jede Woche zumindest 1-2 Stunden mit dieser Aufgabe zu beschäftigen und die Bearbeitung nicht aufzuschieben. Als Dozent stehe ich Ihnen auf Anfrage (im Unterricht und per Mail) gerne als Ressource zur Verfügung, zB mit individuellem Feedback, Erläuterungen und Diskussion. Kommen Sie jederzeit gerne einfach auf mich zu.

Empfohlenes Vorgehen
Arbeiten Sie zuerst diese Liste nacheinander ab, wo sinnvoll am besten in Gruppenarbeit.

- ☐ Aufgabenstellung sorgfältig durchlesen, Verständisfragen und unklare Begriffe aufschreiben
- ☐ Mit der Theorie beschäftigen (Hilfreiche Resourcen) und Fragen beantworten
- ☐ Alle Rechnungen händisch nachvollziehen, um implementation vorzubereiten
- ☐ Händische Rechnungen an Dozenten schicken. (Meilenstein: SW 4)
- ☐ Bewertungskriterien durchlesen, insbesondere Malus beachten

Erst wenn Sie diese Liste abgearbeitet haben sollten Sie mit dem Coden beginnen.

Die Aufgaben bauen aufeinander auf. **Es ist nicht sinnvoll, die Aufgaben unter den Teilnehmern aufzuteilen.** Bearbeiten Sie die Aufgaben stattdessen besser gemeinsam und nacheinander.

Hilfreiche Ressourcen:

Theorie Neuronaler Netze:

Mehr zu Gradient Descent und Neuronalen Netzwerken
Neuronale Netzwerke, erklärt von 3blue1brown

Jupyter Notebook Cloud Service: Google Colab

Python Quickstart
Python Minimal Template für diese Aufgabe

Starthilfe zum MNIST datensatz und Numpy Arrays:

Aufbau des MNIST Dataset in Torchvision
Transformation in numpy array
Video Numpy in 5 Minutes
Numpy Arrays Quickstart
Numpy Arrays Deep Dive

Tutorials: Build Neural Network in Numpy:

Youtube Playlist: Neural Networks from Scratch in Python
medium.com, towardsdatascience.com 1, towardsdatascience.com 2, kaggle.com,

Künstliche Intelligenz:

Für diese Aufgaben dürfen KI Tools wie ChatGPT oder Github Copilot als Ressource genutzt werden, um Fragen zu stellen oder bei Problemen Unterstützung zu erhalten. Voraussetzung ist, dass Sie transparent kommunizieren, wo und wie Sie diese Tools eingesetzt haben und welche Verbesserungen nötig waren. Legen Sie Ihrer Abgabe eine PDF mit einem repräsentativen relevanten Chat bei, der Ihren Umgang mit KI zeigt, sowie einer kurze Reflexion über Ihren Umgang mit KI: Wo hat es geholfen? Wo war es hinderlich?

Eine Hilfestellung zur sinnvollen Nutzung von KI als Lernassistent, insbesondere für Mathematik, habe ich in diesen Videos vorbereitet:
Lernen mit Chatbots
Mathe Lernen mit Chatbots

Erlaubte Pakete: numpy, matplotlib, Built-in Pakete (time, sys, math, ...), torchvision für Aufgabe 1

Nicht erlaubte Pakete: Alle anderen 3rd-Party Pakete, insbesondere PyTorch (torch), Tensorflow, Keras, scikit-learn (sklearn), optuna, torchvision ausserhalb von Aufgabe 1.

Aufgabenstellung

Die folgenden Aufgabenstellungen präzisieren die einzelnen Bearbeitungsschritte und geben die Struktur des Notebooks vor.

Aufgabe 1.
Laden Sie das MNIST-Dataset (Training und Test) mithilfe des torchvision-Pakets (Verwenden Sie das torchvision Paket nur für diese Aufgabe) und verwenden Sie matplotlib, um sich einen Überblick über die Daten zu verschaffen. Beschreiben Sie die grundlegenden Eigenschaften des Datensets, z.B. wie viele und welche Daten es enthält und wie diese verteilt sind.

Aufgabe 2.
Erstellen Sie eine Klasse für ein lineares Layer mit beliebig vielen Knoten. Implementieren Sie darin getrennte Methoden für Forward-Pass, Backward-Pass und Parameter-Update mithilfe von numpy. Schreiben Sie geeignete Unittests, um die Funktionsweise dieser Funktionen zu prüfen.
Schreiben Sie insbesondere einen expliziten Test, für ein Layer mit 2 Knoten, welches als Input 2 Datensätzen zu je zwei 2 floats erhält. Wählen Sie dazu unterschiedliche feste Werte für Input, initiale Gewichte und Lernrate. Dann berechnen sie von Hand die Ergebnisse von Forward, Backward und Update und testen damit ihre Implementation. Legen Sie die Berechnung der Ergebnisse ihrer Lösung bei.

Aufgabe 3.
Erstellen Sie ein neuronales Netzwerk mit einem Hidden Linear Layer, wobei die Anzahl von Input, Hidden und Output Knoten frei gewählt werden kann. Verwenden Sie dazu die in Aufgabe 2 implementierte Klasse. Bereiten Sie die Trainingsloop und alles dafür benötigte vor, um das Netzwerk darauf zu trainieren, eine von Ihnen gewählte Ziffer (zB 7) korrekt zu identifizieren. Das heisst, es gibt einen Output Knoten; der Output soll 1 für diese Ziffer und 0 für alle anderen Ziffern sein. Das Netzwerk soll auf den Trainingsdaten trainieren und auf den Testdaten evaluiert werden.
Verwenden Sie eine geeignete Kosten-Funktion sowie Evaluations-Funktion und geben Sie deren mathematische Definition an. Begründen Sie Ihre Wahl dieser Funktion und diskutieren Sie kurz eine weitere Option für Kosten und Evaluation mit einer Abwägung der Vor- und Nachteile.

Aufgabe 4.
Trainieren Sie das Netzwerk mit verschiedenen Lernraten (0.01 - 1) und Größen des Hidden Layers (4, 8, 16) für 10 Epochen. Verfolgen Sie während des Trainings die Entwicklung der Kosten- und Evaluations-Funktionen sowohl auf Trainings- als auch auf Testdaten. Interpretieren Sie die Ergebnisse des Netzwerks und entscheiden Sie, welche Wahl von Lernrate und Hidden Layer-Größe die Beste ist. Begründen Sie Ihre Wahl. Diskutieren Sie Probleme im Training und schlagen Lösungsansätze vor.
(Hinweis: Ziel ist es ein prinzipiell funktionierendes Modell zu entwickeln, sprich, der Trainingsloss sinkt monoton, um den Trainingsvorgang kennenzulernen und dabei Probleme zu identifizieren und Lösungsvorschläge zu machen. Es ist nicht das Ziel diese Vorschläge Umzusetzen und ein optimales Modell zu erstellen.)

Aufgabe 5.
Erweitern Sie das Netzwerk auf 3 Hidden Layer mit gleicher Größe und 10 Outputs. Das Ziel ist die korrekte Klassifizierung aller Ziffern. Verwenden Sie eine geeignete Kosten-Funktion sowie Evaluations-Funktion und geben Sie deren mathematische Definition an. Begründen Sie Ihre Wahl dieser Funktion und diskutieren Sie kurz eine weitere Optionen für Kosten und Evaluation mit einer Abwägung der Vor- und Nachteile.
Achten Sie beim Training darauf, nicht auf dem gesamten Datensatz gleichzeitig zu trainieren, sondern stückeln Sie diesen in kleine Portionen (batches), auf denen nacheinander trainiert wird. Erläutern Sie kurz, warum diese Veränderung nötig ist.
Variieren Sie die Lernrate (0.001 - 0.1) und die Größe der Hidden Layer (16, 32, 64) und trainieren jeweils für 10 Epochen. Interpretieren Sie die Ergebnisse des Netzwerks und wählen Sie die beste Kombination aus. Begründen Sie Ihre Wahl.