LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

- Expresan la proporcionalidad entre lados del triángulo rectángulo
- Su definición se puede ampliar a cualquier ángulo > 90
- Punto de vista moderno: <u>funciones</u>

$$\alpha \longrightarrow \sin(\alpha)$$

$$\alpha \longrightarrow \cos(\alpha)$$

$$\alpha \xrightarrow{\tan} \tan(\alpha)$$

$$45^\circ \rightsquigarrow \tan(45^\circ) = 1$$

$$\xleftarrow[\text{atan}]{\tan^{-1}}$$

Función inversa de tan

Se escribe o denota por:

arctan o atan. También por $\tan^{-1}$

NOTA: $\tan^{-1}$ es la <u>función inversa</u> de la función tan

Hay que tener cuidado con esta notación y no confundir con

$$\tan^{-1} \neq \frac{1}{\tan}$$

Por eso se desaconseja esta notación.

$$
\begin{array}{ccc}
\alpha & \xrightarrow{\sin} & \sin(\alpha) \\
\operatorname{asin}(s) & \xleftarrow{\operatorname{asin}} & s
\end{array}
$$

$$\operatorname{asin}(\sin(\alpha)) = \alpha$$

$$\sin(\operatorname{asin}(s)) = s$$

$$
\begin{array}{ccc}
\alpha & \xrightarrow{\tan} & \tan(\alpha) \\
\operatorname{atan}(s) & \xleftarrow{\operatorname{atan}} & s
\end{array}
$$

$$\operatorname{atan}(\tan(\alpha)) = \alpha$$

$$\tan(\operatorname{atan}(s)) = s$$

Dado un número s, $\operatorname{atan}(s)$ calcula el ángulo $\underline{\alpha}$, cuya tangente vale s

$$\operatorname{atan}(1) = 45^\circ$$

Relación fundamental

$$\boxed{\operatorname{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha = 1}$$

Si dividimos por $\cos^2\alpha$ en los dos miembros

$$\frac{\operatorname{sen}^2\alpha}{\cos^2\alpha} + 1 = \frac{1}{\cos^2\alpha}$$

$$\left(\frac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha}\right)^2 + 1 = \frac{1}{\cos^2\alpha}$$

$$\boxed{\tan^2\alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2\alpha}}$$

PROBLEMA

Tenemos la función $\underline{\text{atan}}$ y queremos definir asin a partir de atan.

Supongamos que disponemos (en nuestro lenguaje) de la función atan. Dado un número $\underline{s}$ $(-\infty, +\infty)$ atan(s) nos devuelve el ángulo $\underline{\alpha}$ tal que $\tan(\alpha) = s$.

Queremos expresar asin(s) en función a atan(s)

asin(s) es el ángulo $\underline{\underline{\alpha}}$ cuyo seno vale $\underline{\underline{s}}$

$$\sin \alpha = s$$

$$\frac{1}{\tan^2 \alpha} + 1 = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \; ; \quad \frac{1}{\tan^2 \alpha} = \frac{1}{s^2} - 1 \; ;$$

$$\tan^2 \alpha = \frac{s^2}{1-s^2} \; ; \quad \tan \alpha = \frac{s}{\sqrt{1-s^2}} \Rightarrow$$

$$\alpha = \text{atan}\left(\frac{s}{\sqrt{1-s^2}}\right)$$

, como $\alpha = \text{asin}(s)$ tenemos resuelto el problema !

Podemos calcular $\underline{\underline{\alpha}} = \text{asin}(s)$ con $\underline{\text{atan}(s)}$