

Контролно по Дискретни структури 2018 г. Вариант 1

заг 1 Нека A, B, C и D са произволни мн-ва. Докажете, че:

a) $(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$

$$x \in (A \cap B) \cup C$$

$$x \in A \cap B \vee x \in C$$

$$(x \in A \wedge x \in B) \vee x \in C$$

$$(x \in A \vee x \in C) \wedge (x \in B \vee x \in C)$$

$$x \in A \cup C \wedge x \in B \cup C$$

$$x \in (A \cup C) \cap (B \cup C)$$

b) $(A \setminus C) \times (B \setminus D) \subseteq (A \times B) \setminus (C \times D)$

$$x \in (A \setminus C) \times (B \setminus D)$$

$$a \in A \setminus C \wedge b \in B \setminus D$$

$$(a \in A \wedge a \notin C) \wedge (b \in B \wedge b \notin D)$$

$$a \in A \wedge b \in B \wedge a \notin C \wedge b \notin D$$

$$x \in A \times B \wedge x \notin C \times D$$

$$x \in (A \times B) \setminus (C \times D) \subseteq (A \times B) \setminus (C \times D)$$

заг 2 $R \subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ $x R y \Leftrightarrow x \cdot y + x$ е четно $\equiv x R y \Leftrightarrow x(y+1)$ е четно

a) R е рефлексивна

$$x R x \Leftrightarrow x(x+1) \text{ е четно}$$

Нека x е четно: Показва четно \cdot четно + четно ще даде четно число: $2^2 + 2 = 6$

Нека x е нечетно: Показва нечетно \cdot нечетно + нечетно ще даде четно: $3^2 + 3 = 12$

b) R е транзитивна

$$x R y \Leftrightarrow x(y+1) \text{ е четно} \quad | \quad x(c+1) \text{ е четно?}$$

$$y R z \Leftrightarrow y(z+1) \text{ е четно}$$

I сл. y е четно. Показва че x да е четно. Нека знаем дали c е четно или нечетно
защото четно \cdot четно + 1 = четно, нечетно = четно и четно \cdot (нечетно + 1) = четно, четно \cdot четно

II сл. y е нечетно. Показва x може да е четно или нечетно, но е задължително е нечетно.

b) R не е релация на еквивалентност

Ще докажем, че R не е симетрична:

I сл. Нека x и y са четни:

$$\begin{matrix} \text{четно} & \text{четно} \\ x & (y+1) = \text{четно} \\ \text{четно} & \text{нечетно} \end{matrix}$$

II сл. Нека x и y са нечетни

$$\begin{matrix} \text{нечетно} & \text{нечетно} \\ x & (y+1) = \text{четно} \\ \text{нечетно} & \text{четно} \end{matrix}$$

III сл. Нека x - четно и y - нечетно:

$$\begin{matrix} \text{четно} & \text{нечетно} \\ x & (y+1) = \text{четно} \\ \text{нечетно} & \text{нечетно} \end{matrix}$$

IV сл. Нека x - нечетно и y - четно:

$$\begin{matrix} \text{нечетно} & \text{четно} \\ x & (y+1) = \text{нечетно} \\ \text{четно} & \text{четно} \end{matrix}$$

Покой като ише случаи, в които $x R y$, но $y \bar{R} x$, то R не е симетрично

От предизмитите условия, знаем, че R е рефлексивна и транзитивна. \rightarrow R не е релация на еквивалентност

зад 3 Намерете др. решение на $A = \{ \langle x_1, x_2, x_3 \rangle \in \mathbb{N}^3 \mid x_1 + x_2 + x_3 = 1234 \wedge x_2 \geq 7 \}$

Ще търсим $I - A^* = \{ \langle x_1, x_2, x_3 \rangle \in \mathbb{N}^3 \mid x_1 + x_2 + x_3 = 1234 \wedge x_2 < 7 \}$

I сл. $x_2 = 0$: $x_1 + 0 + x_3 = 1234 \Rightarrow x_1 + x_3 = 1234 \Rightarrow \begin{pmatrix} 1234 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

II сл. $x_2 = 1$: $x_1 + 1 + x_3 = 1234 \Rightarrow x_1 + x_3 = 1233 \Rightarrow \begin{pmatrix} 1233 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

III сл. $x_2 = 2$: $x_1 + 2 + x_3 = 1234 \Rightarrow x_1 + x_3 = 1232 \Rightarrow \begin{pmatrix} 1232 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

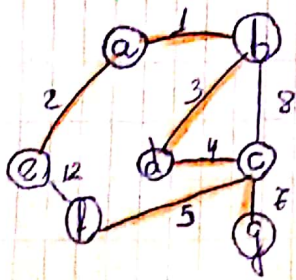
IV сл. $x_2 = 3$: $x_1 + 3 + x_3 = 1234 \Rightarrow x_1 + x_3 = 1231 \Rightarrow \begin{pmatrix} 1231 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$

V сл. $x_2 = 4$: $x_1 + 4 + x_3 = 1234 \Rightarrow x_1 + x_3 = 1230 \Rightarrow \begin{pmatrix} 1230 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$

VI сл. $x_2 = 5$: $x_1 + 5 + x_3 = 1234 \Rightarrow x_1 + x_3 = 1229 \Rightarrow \begin{pmatrix} 1229 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$

VII сл. $x_2 = 6$: $x_1 + 6 + x_3 = 1234 \Rightarrow x_1 + x_3 = 1228 \Rightarrow \begin{pmatrix} 1228 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix}$

$$|A| = I - A^* = I - \left(\begin{pmatrix} 1235 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1234 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1233 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1232 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1231 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1230 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1229 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$$



а) Намерете минимално покриващо дърво

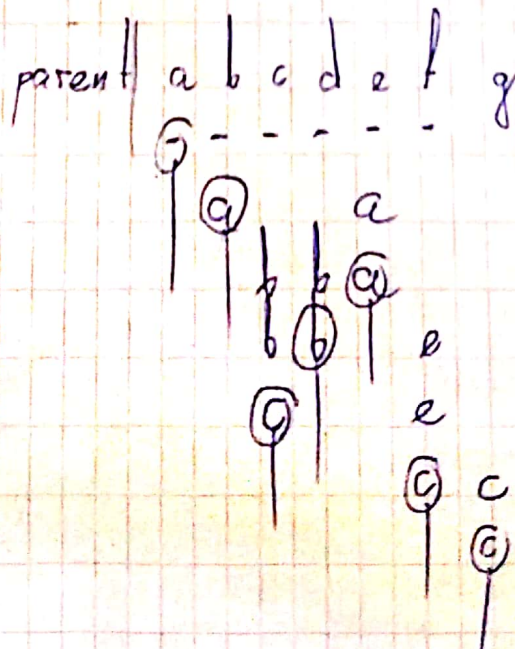
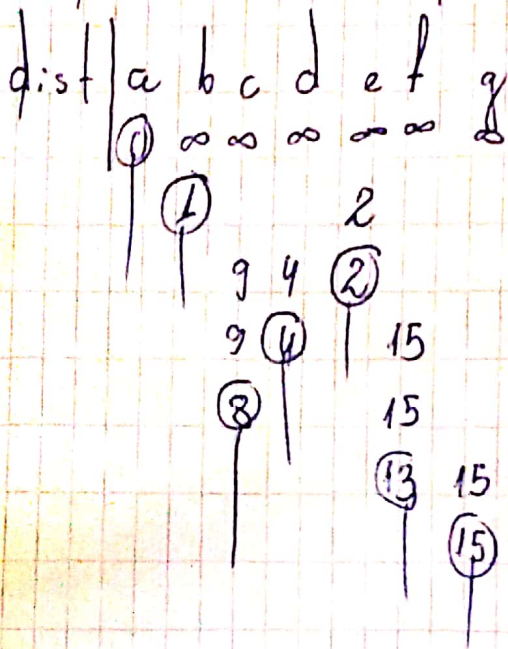
Метод на Прии: издирани връх е

- 1) Добавяне реброто $\{e, a\}$ 2
- 2) Добавяне реброто $\{a, b\}$ 1
- 3) Добавяне реброто $\{b, c\}$ 3
- 4) Добавяне реброто $\{c, d\}$ 4
- 5) Добавяне реброто $\{c, f\}$ 5
- 6) Добавяне реброто $\{c, g\}$ 7

Метод на Крускал: сортираме реброто във възх. ред

- 1) Добавяне реброто $\{a, b\}$
- 2) Добавяне реброто $\{e, a\}$
- 3) Добавяне реброто $\{b, c\}$
- 4) Добавяне реброто $\{d, c\}$
- 5) Добавяне реброто $\{c, f\}$
- 6) Добавяне реброто $\{c, g\}$

б) Намерете разликите на мин. пътища от връх а до всички останали, използвайки алгоритъма на Дейкстра



Om a go b: ab 1
 Om a go e: ae 2
 Om a go d: ad 4
 Om a go f: af 6
 Om a go g: ag 7
 Om a go c: ac 3