

Skitrip

Παρακάτω περιγράφονται τρεις λύσεις για το πρόβλημα skitrip της 1ης σειράς ασκήσεων, σε μειούμενη πολυπλοκότητα και αυξανόμενη δυσκολία υλοποίησης. Προσέξτε ότι οι δύο πρώτες λύσεις ενδέχεται να μην περνούν όλα τα test cases, λόγω χρόνου. Θα είναι όμως χρήσιμο να τις διαβάσετε γιατί οδηγούν ομαλά στην τρίτη λύση.

Λύση 1

Για κάθε ζεύγος δεικτών $0 \leq i < j < N$ μέσα στον πίνακα με τα υψόμετρα τέτοιο ώστε να ισχύει $Y_i \leq Y_j$, ο αριθμός $j - i$ είναι το μήκος μίας δυνατής διαδρομής για την Κατερίνα. Από όλες τις δυνατές διαδρομές, βρίσκουμε τη μέγιστη.

Υλοποιείται εύκολα σε C/C++ με ένα διπλό for loop.

Πολυπλοκότητα: $O(N^2)$.

Λύση 2

Σχηματίζουμε έναν πίνακα με τα ζεύγη (i, Y_i) για $0 \leq i < N$. Ταξινομούμε αυτόν τον πίνακα πρωτευνόντως βάσει του ύψους και δευτερευόντως βάσει του index, σε αύξουσα σειρά. Διατρέχουμε τον ταξινομημένο πίνακα από αριστερά προς τα δεξιά και έστω k η ελάχιστη τιμή του index που έχουμε δει πριν την τρέχουσα θέση. Τότε, αν j είναι η τιμή του index που αντιστοιχεί στην τρέχουσα θέση, ο αριθμός $j - k$ είναι το μήκος μίας δυνατής διαδρομής για την Κατερίνα. Από όλες τις δυνατές διαδρομές, βρίσκουμε τη μέγιστη.

Υλοποιείται εύκολα σε C/C++ με ταξινόμηση (έτοιμη στη standard βιβλιοθήκη) και ένα for loop που θα διατρέχει τον ταξινομημένο πίνακα.

Πολυπλοκότητα: $O(N \log N)$ λόγω της ταξινόμησης.

Λύση 3

Απο αριστερά προς τα δεξιά, σχηματίζουμε έναν πίνακα L με τις θέσεις των προοδευτικά μικρότερων στοιχείων που συναντάμε. Το τελευταίο στοιχείο του πίνακα θα έχει τη θέση του ελάχιστου στοιχείου.

Από δεξιά προς τα αριστερά, ομοίως, σχηματίζουμε έναν πίνακα R με τις θέσεις των προοδευτικά μεγαλύτερων στοιχείων που συναντάμε. Το τελευταίο στοιχείο του πίνακα θα έχει τη θέση του μέγιστου στοιχείου.

Βάζουμε έναν δείκτη i στην αρχή του πίνακα L και έναν δείκτη j στο τέλος του πίνακα R . Το j αντιστοιχεί σε δυνατά σημεία αφετηρίας της Κατερίνας (από υψόμετρο Y_{R_j}) ενώ το i αντιστοιχεί σε δυνατά σημεία τερματισμού της Κατερίνας (σε υψόμετρο Y_{L_i}). Αναλλοίωτη: $Y_{L_i} \leq Y_{R_j}$. Όσο εξακολουθεί να ισχύει η αναλλοίωτη, μειώνουμε το δείκτη j , δηλαδή πηγαίνουμε προς μικρότερα στοιχεία Y_{R_j} όσο εξακολουθούν να μην υπερβαίνουν το Y_{L_i} . Εκεί που σταματάμε (δηλαδή το μικρότερο j για το οποίο ισχύει η αναλλοίωτη), η απόσταση $R_j - L_i$ αντιστοιχεί σε μια επιτρεπτή διαδρομή. Κρατάμε (και στο τέλος επιστρέφουμε) τη μέγιστη από αυτές τις αποστάσεις. Στη συνέχεια, αυξάνουμε το δείκτη i , δηλαδή πηγαίνουμε προς μικρότερα στοιχεία Y_{L_i} , και επαναλαμβάνουμε, μέχρι να εξαντληθεί ο πίνακας L .

Πολυπλοκότητα: $O(N)$.