

Programmieren und Software-Engineering II

Übung 5

Name: _____ Klasse: _____ Datum: _____

Aufgabe 1: Rekursion

Löse die folgenden Teilaufgaben mit Hilfe von Rekursionen:

```
printNumbers(20);           // 1 2 3 ... 19 20
printDigitReverse(1234);    // 4 3 2 1
System.out.println("Summe : "+summe(10)); // 55
System.out.println("Produkt : "+produkt(11,9)); // 99

printNumbersReverse(20);    // 20 19 18 17... 2 1
char[] ar1="Hallo".toCharArray();
reverseText(ar1);           // ollaH
char[] word="LAGERREGAL".toCharArray();
System.out.println("Palindrom : "+isPalindrom(word)); // true
System.out.println("Quersumme : "+calcSumDigit(123456789)); // 45
```

Aufgabe 2: Umwandlung

Erstelle eine rekursive Methode welche eine Dezimalzahl in eine Binärzahl umwandelt.

Beispiel: Die Dezimalzahl 10 wird ins 2er-System umgewandelt:

Gehe nach folgendem Verfahren vor:

1. Teile die Zahl mit Rest durch 2.
2. Der Divisionsrest ist die nächste Ziffer (von rechts nach links).
3. Falls der (ganzzahlige) Quotient = 0 ist, bist du fertig, andernfalls nimm den (ganzzahligen) Quotienten als neue Zahl und wiederhole ab (1).

10:2= 5	Rest:0
5:2= 2	Rest:1
2:2= 1	Rest:0
1:2= 0	Rest:1

Resultat: 1010

Aufgabe 3: größter gemeinsamer Teiler

Berechne den größten gemeinsamen Teiler von zwei Zahlen sowohl iterativ als rekursiv (Euklidischer Algorithmus).

Teste die Laufzeiten für „große“ Zahlen.

Aufgabe 4: Permutation

In einem Array befinden sich N verschiedene Zahlen, z.B. N=4. Schreibe ein Java-Programm, das alle Permutationen der N Zahlen bildet und auf dem Bildschirm ausgibt.

Beispiel: N = 3; // 1, 2, 3

```
Ausgabe:  1 2 3
          1 3 2
          2 1 3
          2 3 1
          3 1 2
          3 2 1
```

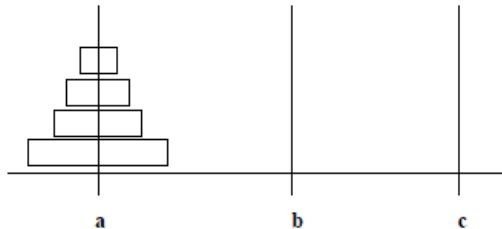
Aufgabe 5: Türme von Hanoi

Man hat einen Stapel von n ($n \geq 1$) aufeinanderliegenden unterschiedlich großen Scheiben am Ort a. Der Stapel ist zum Ort b zu bewegen unter folgenden Randbedingungen:

Programmieren und Software-Engineering II

Übung 5

- Es darf zu einem Zeitpunkt nur eine Scheibe bewegt werden; eine Scheibe ist frei, falls sie auf einem Stapel ganz oben liegt.
- Es darf nur ein Hilfsstapel (am Ort c) gebildet werden.
- Niemals darf eine größere Scheibe auf einer kleineren liegen.



Bemerkung:

Der französische Mathematiker Édouard Lucas (1842-1891) erfand 1883 dieses kombinatorische Spiel, das zunächst als "Türme von Benares" später dann als "Turm von Hanoi" bekannt wurde. Dazu erzählte er folgende phantastische Geschichte:

Im Großen Tempel von Benares, unter dem Dom, der die Mitte der Welt markiert, ruht eine Messingplatte, in der drei Diamantnadeln befestigt sind, jede eine Elle hoch und so stark wie der Körper einer Biene. Bei der Erschaffung der Welt hat Gott vierundsechzig Scheiben aus purem Gold auf eine der Nadeln gesteckt, wobei die größte Scheibe auf der Messingplatte ruht und die übrigen, immer kleiner werdend, aufeinander folgen. Das ist der Turm von Brahma.

Tag und Nacht sind die Priester unablässig damit beschäftigt, den festgeschriebenen und unveränderlichen Gesetzen von Brahma folgend, die Scheiben von einer Diamantnadel auf eine andere zu setzen, wobei der oberste Priester nur jeweils eine Scheibe auf einmal umsetzen darf - und zwar so, dass sich nie eine kleinere Scheibe unter einer größeren befindet.

Sobald dereinst alle vierundsechzig Scheiben von der Nadel, auf die Gott sie bei der Erschaffung der Welt gesetzt hat, auf eine der anderen Nadeln gebracht sind, werden der Turm samt dem Tempel und allen Brahmanen zu Staub zerfallen, und die Welt wird mit einem Donnerschlag untergehen. Wie viel Zeit verbleibt der Menschheit noch?

Durch Ausprobieren lässt sich relativ leicht feststellen, dass ein Spieler sieben Züge braucht, um einen 3er Turm zu versetzen.

Die nächste Schwierigkeitsstufe besteht aus einem Turm mit vier Scheiben oder anders betrachtet: ein Turm mit drei Scheiben mit einer großen Unterlegscheibe darunter. Daher werden sieben Züge verbraucht, um den 3er Turm oben drauf umzusetzen, einer um die Unterlegscheibe zu versetzen und wieder sieben um den 3er Turm wieder oben drauf zu setzen: Macht insgesamt 15 Spielzüge.

Analog dazu braucht ein Spieler für einen 5er Turm zwei mal 15 und noch einen Spielzug und so weiter. Oder allgemein formuliert: Für einen Turm bestehend aus n Stufen, werden $2^n - 1$ Spielzüge benötigt.

Die Anzahl der Spielzüge wächst also rasend schnell mit der Anzahl der Stufen. Die indischen Mönche bräuchten für 64 Stufen daher 18 446 744 073 709 551 615 Spielzüge. Nehmen wir ferner an, die Brahmanen versetzen ununterbrochen, Tag und Nacht, eine Scheibe in jeder Sekunde, bräuchten sie selbst dann etwa 584 942 417 400 Jahre, um ihre Aufgabe zu vollenden. Wenn man bedenkt, dass das Universum schätzungsweise 15 Milliarden Jahre und unsere Sonne sogar "nur" 5 Milliarden Jahre alt ist, brauchen wir uns - zumindest in dieser Hinsicht - keine Sorge um das Ende der Welt machen.

Anzahl Scheiben	Benötigte Zeit
5	31 Sekunden
10	17,1 Minuten
20	12 Tage
30	34 Jahre
40	348 Jahrhunderte
60	36,6 Milliarden Jahre
64	585 Milliarden Jahre

Links: http://blog.fsmath.uni-oldenburg.de/wp-content/uploads/2009/07/tuerme_von_hanoi.pdf
http://www.matheboard.de/mathe-tipp-zeigen,Tuerme_von_Hanoi.htm
http://www.mathematik.ch/spiele/hanoi_mit_grafik/